

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ГЛАВНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

Е.П. ФЕДОРОВ



**ИЗБРАННЫЕ
ТРУДЫ**



КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2014

УДК 520(0:01) + 52(092)

Евгений Павлович Федоров — выдающийся ученый в области фундаментальной астрометрии и изучения вращения Земли. Его работы заложили основы дальнейшего развития этих направлений в современную эпоху активного внедрения космических методов исследований.

Книга содержит 67 работ Е.П. Федорова, которые наиболее полно отражают его научное наследие по исследованию теории вращения Земли, геодинамики, изменчивости широт и движения полюсов Земли, астрометрии.

Для астрономов, геофизиков, геодезистов, преподавателей, аспирантов и студентов высшей школы соответствующих специальностей, а также для всех, кто интересуется историей развития астрометрии и геодинамики.

Євген Павлович Федоров — видатний вчений у галузі фундаментальної астрометрії та вивчення обертання Землі. Його праці заклали засади подальшого розвитку цих напрямів науки в сучасну епоху активного впровадження космічних методів досліджень.

Книга містить 67 праць Є.П. Федорова, які найповніше відображають його науковий спадок з дослідження теорії обертання Землі та геодинаміки, змінюваності широт і руху полюсів Землі та астрометрії.

Для астрономів, геофізиків, геодезистів, викладачів, аспірантів і студентів вищої школи відповідних спеціальностей, а також для всіх, кого цікавить історія розвитку астрометрії та геодинаміки.

Редакционная коллегия:

Я.С. ЯЦКИВ (председатель), А.А. КОРСУНЬ (секретарь),
В.К. ТАРАДИЙ, И.И. ГЛАГОЛЕВА, Н.Т. МИРОНОВ,
В.С. КИСЛЮК

Ответственный редактор академик НАН Украины Я.С. ЯЦКИВ

*Видання здійснено за державним замовленням
на випуск видавничої продукції*

Научно-издательский отдел физико-математической
и технической литературы

Редактор *В.В. Вероцкая*

© Главная астрономическая обсерватория НАН Украины, 2014

© НВП «Видавництво “Наукова думка” НАН України», дизайн, 2014

ISBN 978-966-00-1419-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

Евгений Павлович Федоров (26.07.1909—08.11.1986), выдающийся ученый, академик АН УССР (ныне Национальная академия наук Украины), принадлежал к числу тех исследователей, чьи научные работы и научно-организационная деятельность были новаторскими в области астрометрии и изучения вращения Земли. Более того, благодаря глубине и методическому совершенству они заложили основы дальнейшего развития этих направлений науки в современную эпоху активного внедрения космических методов исследований.

В самом начале творческого пути Е.П. Федоров заинтересовался проблемами ядерной физики, работая совместно с известными физиками того времени и публикуя вместе с ними научные работы во всесоюзных журналах. Встреча Е.П. Федорова с Александром Яковлевичем Орловым (1880—1954), крупным ученым и организатором науки, круто изменила его научные интересы; он стал достойным продолжателем исследований А.Я. Орлова по глобальной геодинاميке. Так была сформирована всемирно известная научная школа по геодинاميке и изучению вращения Земли: школа Орлова—Федорова.

Е.П. Федоров — один из инициаторов создания новой Международной службы вращения Земли. Будучи Президентом Комиссии № 19 Международного астрономического союза (МАС) № 19 «Изменяемость широт», Е.П. Федоров инициировал реорганизацию Международной службы широты (МСШ), основанной на наблюдениях всего пяти широтных станций, в Международную службу движения полюсов Земли (МСДП), которая использовала при определении параметров вращения Земли (координат полюса и всемирного времени) астрономические наблюдения широт и времени на всех соответствующих обсерваториях мира. МСДП впоследствии передала эстафету новой Международной службе вращения Земли (МСВЗ), завершившей переход от классических астрономических методов изучения вращения Земли к новым техническим методам, таким как РСДБ, лазерная локация и радиотехнические наблюдения ИСЗ и др.

В 2009 г. к 100-летию со дня рождения Е.П. Федорова в издательстве «Наукова думка» была опубликована книга «Евген Павлович Федоров. Нариси і спогади про вченого». В этой книге приведена библиография работ Е.П. Фе-

дорова, содержащая 166 наименований. В настоящее издание включено 67 его работ, которые наиболее полно отражают научное наследие Е.П. Федорова по таким направлениям исследований:

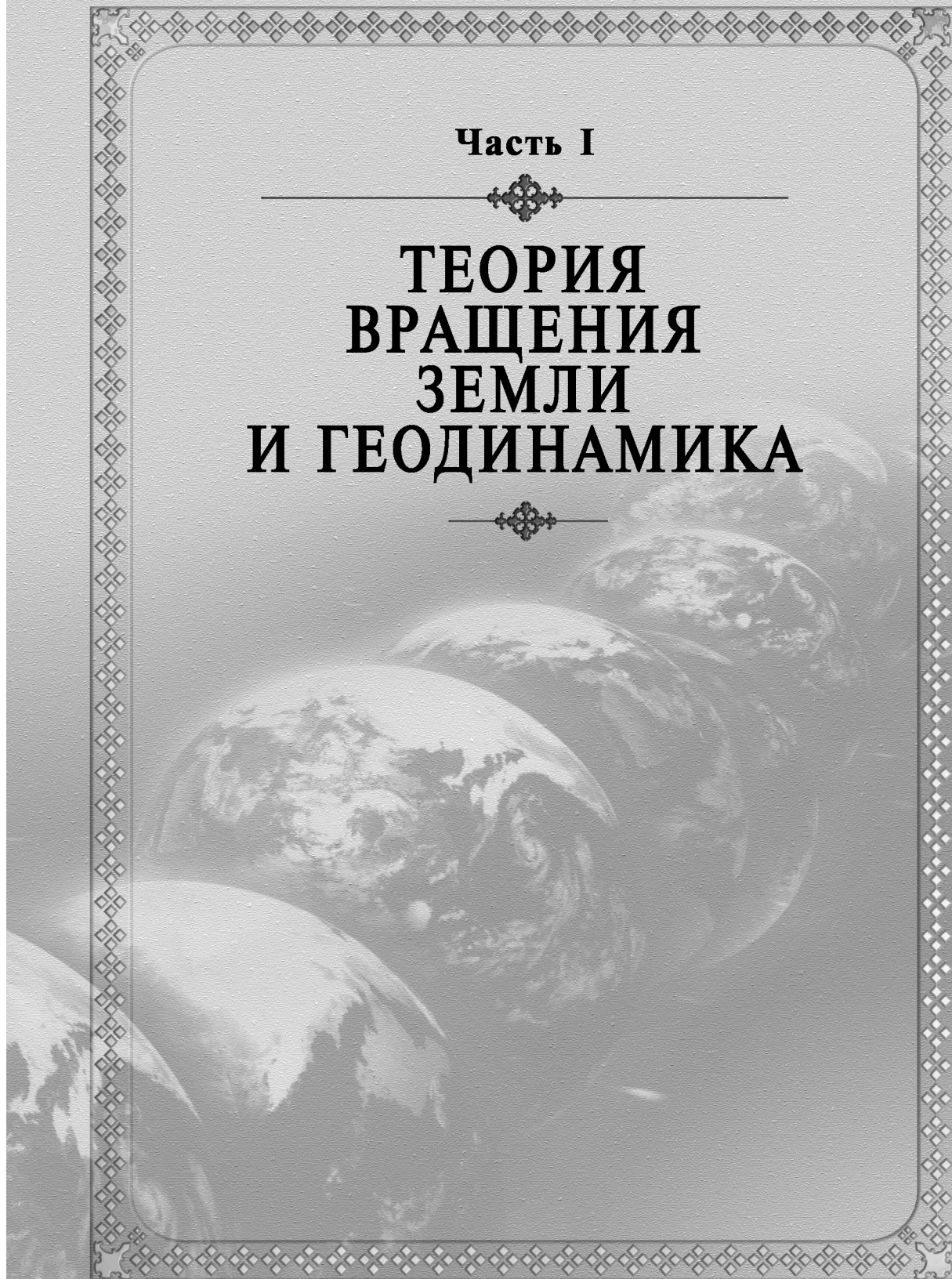
- теория вращения Земли и геодинамика;
- изменяемость широт и движение полюсов Земли;
- астрометрические исследования;
- научно-организационные и научно-популярные работы.

В соответствии с этими направлениями сформированы четыре части книги, внутри каждой из которых работы размещены в хронологическом порядке.

Редакционная коллегия надеется, что творческое наследие Е.П. Федорова послужит дальнейшему всемирному развитию астрономии, в частности, в области астрометрии и изучения движения Земли.

Часть I

ТЕОРИЯ
ВРАЩЕНИЯ
ЗЕМЛИ
И ГЕОДИНАМИКА



*Е.П. Федоров
объединял в себе черты
эрудированного теоретика
небесной механики
и качества умелого
экспериментатора —
исследователя условий
наблюдений
и инструментальных
погрешностей.
Такое редкое
сочетание определяет
высокий класс
астронома.*



П. Мелькиор, президент Комиссии № 19
Международного астрономического союза
«Вращение Земли» (1967—1970),
президент Международного геофизического
и геодезического союза (1975—1978)

Е. П. ФЕДОРОВ

ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЗЕМНЫХ ПОЛЮСОВ*

Рассматривая вращательное движение Земли, Ньютон обычно пользовался моделью шара, охваченного по экватору тонким кольцом. При вращении вокруг центра инерции такое тело будет двигаться так же, как «шар, не имеющий кольца, но который в экваториальных областях или несколько вздут и шире, нежели у полюсов, или состоит из вещества более плотного. Избыток вещества в экваториальной области и заменяет собою кольцо» («Начала», книга первая, следствие 20 из предложения LXVI).

Эта модель позволила Ньютону убедительно и принципиально правильно объяснить предварение равноденствий; она же может придать наглядность изложению некоторых вопросов теории движения земных полюсов. Но прежде, чем ею воспользоваться, нужно показать, с помощью каких соображений удастся найти массу кольца. Не приводя общей формулы для определения этой величины, Ньютон вычисляет ее, приняв отношение полярного радиуса Земли a к ее экваториальному радиусу c равным $\frac{229}{240}$; с этими данными сжатие внешней поверхности Земли будет

$$\varepsilon = \frac{c - a}{c} = \frac{1}{230}.$$

Тот способ вычисления массы кольца, которым пользовался сам Ньютон, несколько сложен и содержит ошибку, впервые обнаруженную Т. Симпсоном. Однако эта ошибка не помешала Ньютону прийти к правильному выводу о том, что отношение массы кольца m к массе шара M должно быть прямо пропорционально ε . Ньютон ограничивает задачу случаем однородного сфероида и оговаривается, что этот результат справедлив тоже только для однородного сфероида.

В более общем случае m может быть получено на основании следующих простых соображений: вообразим две оси, проходящие через центр кольца. Пусть первая лежит в плоскости кольца, вторая (ось OZ) перпендикулярна этой плоскости. Простое вычисление показывает, что моменты инерции кольца относительно этих осей равны соответственно $\frac{1}{2}mR^2$ и mR^2 . Пусть I —

* Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, 1948. — Том 2.

момент инерции шара, C и A — моменты инерции эллипсоида: полярный и экваториальный.

Теперь, чтобы иметь возможность заменить сфероид шаром, охваченным кольцом по экватору, нужно, очевидно, подобрать I и m так, чтобы момент инерции $I + \frac{1}{2}mR^2$ равнялся A , а момент инерции $I + mR^2$ равнялся C . Тогда при одних и тех же начальных условиях движение двух названных тел будет происходить одинаково. Следовательно, масса кольца должна быть равна

$$m = \frac{2(C - A)}{R^2}.$$

Будь плотность Земли повсюду одинаковой, для приближенного вычисления C можно было бы воспользоваться выражением момента инерции шара, т. е. принять

$$C = \frac{2}{5}MR^2.$$

Но плотность Земли возрастает с глубиной, а поэтому полярный момент инерции Земли оказывается несколько меньше этой величины. С точностью, вполне достаточной для дальнейших вычислений, его можно представить такой формулой:

$$C = \frac{1}{3}MR^2.$$

Но тогда

$$\frac{m}{M} = \frac{2}{3} \frac{C - A}{C}. \quad (1)$$

Отношение $\frac{(C - A)}{C}$ Ньюкомб предложил называть механическим сжатием Земли. Обычно его обозначают символом H . Только для однородного сфероида $H = \varepsilon$. Значение H определяется с большой точностью в теории прецессии; оно равно $\frac{1}{305}$. Итак, масса кольца должна быть по расчету в 457 раз меньше массы Земли.

Если придать шару вращение вокруг прямой OP_0 , не совпадающей с осью OZ , центробежные силы, действующие на точки кольца, приведутся к результирующей паре NN , которая будет повертывать кольцо, а вместе с ним и шар, вокруг оси, перпендикулярной OZ и OP_0 (см. рис. 1, *a*). Стало быть, линейная скорость точки P_0 только в начальный момент будет равна нулю или, иначе говоря, только в этот момент P_0 будет являться полюсом вращения шара; потом полюс вращения уйдет из этой точки.

Таким образом, рассматривая модель Ньютона, можно убедиться в том, что полюс вращения будет перемещаться по поверхности Земли, если не считать того случая, при котором ось вращения в начальный момент совпадает с осью OZ .

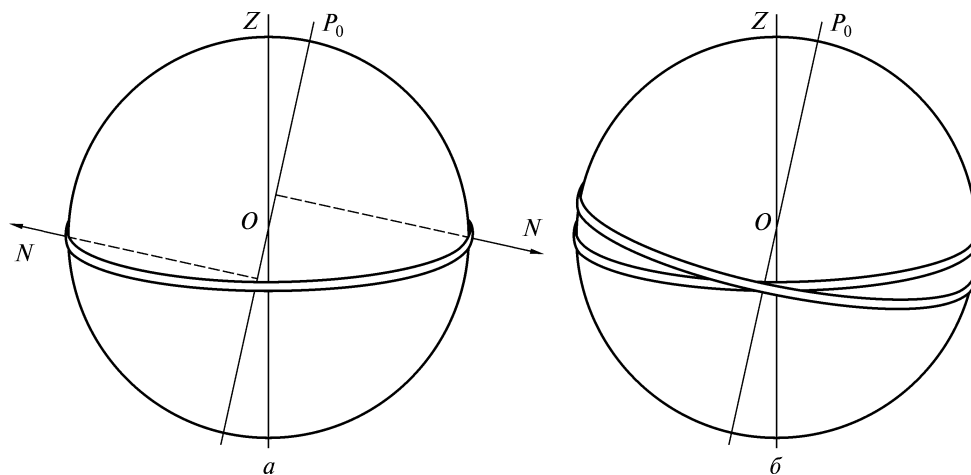


Рис. 1

В «Началах» есть одна страница, читая которую, убеждаешься в том, что Ньютон не только допускал возможность движения полюсов по поверхности Земли, но и установил, что в случае вращения Земли по инерции это движение должно быть круговым. Мы имеем в виду следствие 22 из предложения LXVI первой книги. То, что здесь Ньютон рассматривает именно вращение по инерции, видно из следующих слов: «Вообрази сперва совершенно однородный и правильный шар, покоящийся в свободном пространстве; пусть затем от действия какого-либо натиска, произведенного наклонно к его поверхности, шар пришел в движение, и вообрази, что затем он сохраняет это частью вращательное, частью прямолинейное движение. Так как такой шар совершенно безразличен ко всякой оси, проходящей через его центр, и не отдает предпочтения какой-либо оси или какому-либо ее положению перед всяким другим, то, очевидно, что ни своей оси, ни ее наклона (т. е. направления в пространстве) он заключающей в нем самой силой изменить не может». Далее отмечается, что повторный натиск меняет направление оси, но не характер движения: оно будет по-прежнему равномерным вращением вокруг неподвижной оси. «Но, — заканчивает это рассуждение Ньютон, — если где-нибудь между полюсом и экватором добавить некоторое новое количество вещества, собранного как бы в виде горы, то оно нарушит правильность движения шара и будет производить по его поверхности перемещение полюсов, которые будут описывать по поверхности шара круги около первоначального своего места».

Доказательства последнего утверждения Ньютон не приводит. Оно было дано Эйлером, который, кроме того, показал, что период движения полюсов T_0 связан с механическим сжатием Земли следующим простым соотношением:

$$T_0 = \frac{A}{C} \cdot \frac{1}{H}. \quad (2)$$

Если воспользоваться значением H , приведенным выше, величина T_0 оказывается равной 304 звездным суткам (период Эйлера).

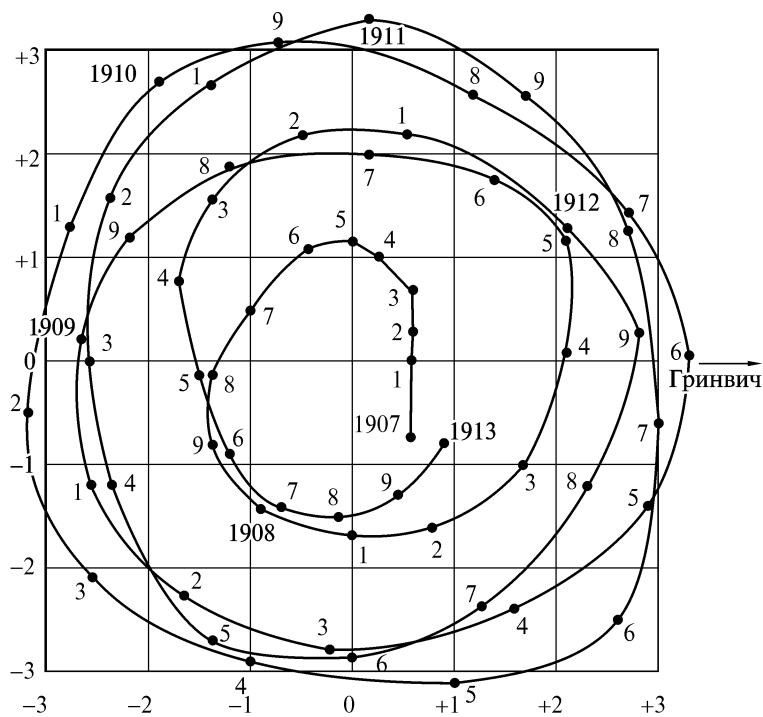


Рис. 2. Траектория полюса вращения с 1907 по 1912 год (по осям отложены десятые доли секунды)

Итак, элементарная теория приводит к такому выводу: движение полюсов на поверхности Земли должно быть равномерным и круговым. Однако, на самом деле, это оказывается не так.

На рис. 2 показана траектория полюса вращения в том виде, как она получается из наблюдений (чертеж построен по координатам полюса, полученным А. Я. Орловым [3]). Уже при беглом взгляде на этот чертеж обращает на себя внимание сложность и неправильность изображенной на нем спиралевидной кривой.

Впрочем, едва ли можно было надеяться на полную согласованность выводов элементарной теории, намеченной выше, с результатами наблюдений. Действительно, при построении этой теории было сделано несколько упрощающих допущений, в законности которых естественно усомниться.

Прежде всего элементарная теория основывалась на допущении абсолютной твердости Земли. Но такое допущение очевидно ошибочно. Не говоря уже о том, что в общем вращательном движении участвует жидкость, покрывающая значительную часть поверхности Земли, и атмосфера, целиком эту поверхность окутывающая, также и твердый остов Земли следует рассматривать как тело деформируемое.

Уже в теории приливов, развитой В. Томсоном, содержались указания на то, что Земля в целом обладает некоторой упругостью. Мысль о том, что упругость Земли следует принимать во внимание и при изучении движения полюсов, впервые была высказана Ньюкомбом в 1892 г. и вскоре получила широкое признание.

Так возникла одна из основных задач современной теории движения полюсов, в ходе решения которой оказывается необходимым:

- 1) установить общий характер влияния упругости Земли на движение полюсов;
- 2) с помощью специальных наблюдений найти количественную зависимость между потенциалом приливообразующей силы и деформациями Земли, этой силой вызываемыми;
- 3) определить, как будет деформироваться Земля и, в частности, как будет изменяться ее механическое сжатие в зависимости от положения мгновенной оси в теле Земли.

В теории упругости различают начальное и деформированное состояния; за начальное состояние обычно принимается такое, при котором отсутствуют упругие напряжения. В этом смысле начальной формой Земли можно назвать ее форму, соответствующую случаю свободного устойчивого вращения. При этом напряжение будет иметь характер гидростатического давления, и форму Земли можно определить, пользуясь уравнениями равновесия вращающейся жидкой массы, как это обычно и делается в теории фигуры Земли. Но, как только по каким-либо причинам форма Земли изменяется, начинают действовать силы упругости. Чтобы наглядно показать, в чем будет проявляться действие этих сил, представим себе на время, что вращение Земли прекратилось. Тогда, если бы Земля и на самом деле была жидкой, она, разумеется, приняла бы сферическую форму. С твердым телом этого произойти не может; оно останется сжатым сфероидом, но сжатие его внешней поверхности уменьшится в той или иной степени в зависимости от упругих свойств вещества. То же, естественно, произойдет и с механическим сжатием: вместо уже приведенного значения $H = \frac{1}{305}$ оно приобретает некоторое новое значение

H_n , которое мы будем называть собственным механическим сжатием Земли.

Теперь представим себе, что Земля вновь приведена во вращение с прежней по величине угловой скоростью, но уже не вокруг оси инерции OZ , а вокруг некоторой прямой OP , образующей с осью OZ произвольный, но малый угол (см. рис. 1, б). Под влиянием центробежной силы, которая будет, очевидно, направлена перпендикулярно оси OP , Земля несколько сожмется вдоль этой оси, а образовавшийся таким образом экваториальный избыток массы расположится относительно нее симметрично.

Возвратимся к модели Ньютона. Чтобы учесть влияние упругих деформаций Земли, которые мы теперь рассматриваем, необходимо несколько изменить эту модель, а именно, считать, что она построена из шара и двух колец. Первое из них неподвижно связано с шаром. Плоскость его перпендикулярна оси OZ , а масса может быть найдена по формуле:

$$\frac{m}{M} = \frac{2}{3} H_n, \quad (3)$$

непосредственно вытекающей из соотношения (1).

Второе кольцо должно представлять экваториальный избыток массы, обязанный своим происхождением деформации, вызываемой вращением. Мгновенная ось вращения OP перемещается относительно шара. Стало быть,

и второе кольцо изменяет свое положение на шаре, поскольку его плоскость всегда должна оставаться перпендикулярной оси OP . Но тогда момент центробежных сил, действующих на это кольцо, будет постоянно равен нулю. Свободно скользя по поверхности шара, оно вообще не будет влиять на движение последнего и может быть удалено.

Движение полюсов по поверхности шара будет вызываться действием на него только неподвижного кольца, масса которого, как это видно из формулы (3), пропорциональна собственному механическому сжатию Земли. Следовательно, и при вычислении периода движения полюсов T по формуле (2) нужно заменить в ней H на H_n .

У вращающейся Земли отношение $\frac{A}{C}$ отличается от единицы только на 0,003. У Земли, вращение которой прекратилось, это отношение было бы еще ближе к 1. Поэтому для вычисления T можно свободно пользоваться такой приближенной формулой:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{H}{H_n}. \quad (4)$$

Но $H > H_n$. Поэтому из соотношения (4) видно, что упругость Земли удлиняет период движения полюсов. Уже сам по себе этот результат очень важен, хотя он и носит только качественный характер. Кроме того, он является основой теории, позволяющей установить и некоторые количественные соотношения.

Модель шара и колец оказалась довольно удобной для того, чтобы пояснить, какие соображения лежат в основе вывода формулы (4). Ею же можно было бы воспользоваться и при дальнейшем изложении теории, но тогда потребовалось бы еще несколько усложнить эту модель, и она уже едва ли была бы полезна для достижения наибольшей наглядности.

Чтобы ввести понятие собственного сжатия Земли, мы сочли возможным мысленно остановить ее вращение. Но такой воображаемый эксперимент не может, разумеется, служить для определения численного значения H_n , которое необходимо знать, чтобы установить, насколько именно T больше, чем T_0 . Так возникает необходимость решения второй из намеченных выше задач.

Упругая деформация Земли может происходить не только при изменении центробежной силы по величине или направлению, но так же и под действием приливообразующей силы, создаваемой притяжением Солнца и Луны. Как в том, так и в другом случае эта деформация будет пропорциональна потенциалу деформирующей силы, но во всех случаях она настолько мала, что непосредственное определение происходящего изменения формы внешней поверхности Земли, а тем более плотности внутри нее, оказывается совершенно неосуществимым.

Приходится изыскивать косвенные способы. Таким косвенным способом является наблюдение высоты приливов в океане и изменений силы тяжести по направлению и величине. Поясним сущность этого способа.

При этом мы будем рассматривать только влияние лунно-солнечной приливообразующей силы, поскольку ее потенциал может быть вычислен теор-

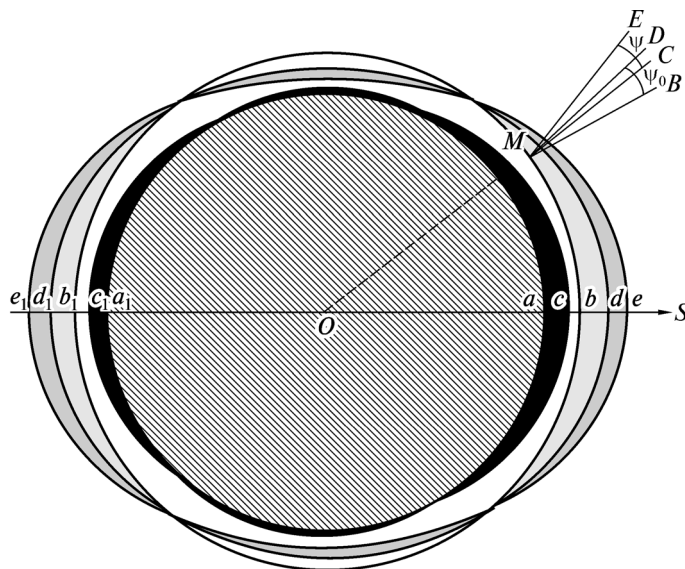


Рис. 3

ретически по известным геоцентрическим координатам возмущающих светил. Чтобы выделить это влияние, мы отвлечемся пока от тех осложняющих обстоятельств, которые вносятся в задачу вращением и эллиптичностью Земли.

Представим себе шар aa_1 (рис. 3), покрытый тонким слоем жидкости, плотность которой весьма мала. При отсутствии внешних сил толщина этого слоя будет повсюду одной и той же. Поэтому внешняя поверхность жидкости представлена на рис. 3 в виде сферы bb_1 радиуса R .

Теперь допустим, что на частицы жидкости действует приливообразующая сила. Под влиянием такой силы внешняя поверхность жидкости примет форму эллипсоида, вытянутого вдоль прямой OS (S — центр Солнца или Луны). Разность полуосей этого эллипсоида будет зависеть от того, является ли шар aa_1 абсолютно твердым или упругим. Поясним, почему это так.

Если шар aa_1 абсолютно тверд, внешняя приливообразующая сила не сможет изменить его формы. Такой шар будет всегда притягивать частицы жидкости с одной и той же силой, направленной к его центру. Следовательно, смещения частиц жидкости вызываются только внешней приливообразующей силой (поскольку плотность жидкости по условию очень мала, изменение гравитационного потенциала самой жидкости можно не принимать во внимание).

Пусть под действием этой силы внешняя поверхность жидкости принимает форму вытянутого эллипсоида dd_1 . Для получения уравнения этой поверхности воспользуемся тем, что во всех ее точках потенциал сил, действующих на частицы жидкости, имеет постоянное значение.

Потенциал шара на точку, находящуюся на расстоянии r от его центра, равен, как известно, $f \frac{M}{r}$, где f — постоянная тяготения, M — масса шара.

Следовательно, условие постоянства потенциала на поверхности dd_1 математически формулируется так:

$$f \frac{M}{r} + W = \text{const.}$$

Здесь W обозначает потенциал приливообразующей силы. Если теперь заменить r через $R + x_0$, где x_0 — высота статического прилива, и учесть постоянство объема слоя жидкости, легко получить следующее простое соотношение:

$$x_0 = \frac{W}{q}, \quad (5)$$

в котором

$$q = f \frac{M}{R^2}.$$

Равенство (5) уже не будет более иметь места, если может деформироваться и сам шар. Всякая его деформация должна сопровождаться изменением гравитационного потенциала, а стало быть, и силы, с которой шар притягивает любую частицу жидкости. Если деформация вызывается действием внешней приливообразующей силы, изменение потенциала шара будет пропорционально W , т. е. равно kW , где k — постоянная величина, зависящая только от упругости и плотности шара.

Теперь смещение частиц жидкости будет происходить под влиянием силы с потенциалом $(1 + k)W$, и свободная поверхность жидкости примет форму эллипсоида ee_1 . Если r — расстояние какой-либо точки этого эллипсоида от центра шара O , а $y = r - R$, то, исходя из тех же соображений, что и при выводе равенства (5), мы теперь получим

$$y = (1 + k) \frac{W}{q} = (1 + k)x_0. \quad (6)$$

Заметим еще, что радиальное смещение какой-либо точки поверхности деформируемого шара пропорционально значению потенциала приливообразующей силы в этой точке, а следовательно, его можно представить так:

$$\Delta r = hx_0, \quad (7)$$

где h , так же, как и k , — множитель пропорциональности, зависящий только от упругости и плотности Земли.

Высота статического прилива — это изменение толщины слоя жидкости. В случае абсолютно твердой Земли такое изменение равно x_0 , а в случае Земли упругой $x = y - \Delta r$.

Заменив y и Δr их значениями из (6) и (7), получим

$$\frac{x}{x_0} = \gamma = 1 + k - h. \quad (8)$$

Величина γ может быть названа отношением высоты статического прилива, полученной в результате наблюдений, к теоретически вычисленной вы-

соте статического прилива на поверхности абсолютно твердой Земли. Входящие в первую часть равенства (8) величины k и h называются числами Лява.

Как будет понятно из дальнейшего, для вычисления собственного механического сжатия Земли нужно знать значение k . Из взятого отдельно уравнения (8) эта величина, разумеется, не может быть найдена. Иными словами, сами по себе наблюдения приливов не являются достаточным материалом для вывода значения k .

Выше мы упомянули, что о деформации Земли приливообразующей силой можно судить по наблюдениям изменений силы тяжести по направлению и по величине. Посмотрим, что именно могут дать такие наблюдения.

Чтобы выяснить влияние упругости Земли на изменение направления силы тяжести или, что то же самое, отклонения отвеса приливообразующей силой, построим в какой-либо произвольной точке сферы bb_1 нормали ко всем поверхностям, изображенным на рис. 3. Отклонение отвеса в случае абсолютно твердой Земли — это угол ψ_0 , составляемый нормалью MB к поверхности bb_1 и нормалью MD к поверхности dd_1 ; в случае упругой Земли это будет угол ψ , составляемый нормалью MC к поверхности деформированной Земли cc_1 и нормалью ME к поверхности ee_1 . Поскольку уравнения всех перечисленных поверхностей получены, вывод соотношения между ψ и ψ_0 является чисто геометрической задачей. Не останавливаясь на решении этой задачи, приведем окончательный результат:

$$\frac{\psi}{\psi_0} = 1 + k - h. \quad (9)$$

Так как в этом уравнении справа стоит то же самое выражение, что и в уравнении (8), с его помощью определить k , конечно, не удастся. В этом смысле наблюдения отклонения отвеса, выполняемые обычно с горизонтальными маятниками, могут только заменить, но не дополнить наблюдения приливов.

Остается рассмотреть наблюдения с гравиметром, позволяющие определить изменение силы тяжести по величине.

Пусть это изменение для абсолютно твердой Земли равно δg_0 и для Земли упругой δg . Так как в первом случае ни потенциал силы притяжения Земли, ни положение прибора не изменяются, δg_0 будет просто равно производной от потенциала W по r .

При вычислении δg нужно учесть, во-первых, изменение потенциала притяжения Земли, происходящее при ее деформации, а, во-вторых, то, что вследствие изменения формы поверхности Земли расстояние от центра Земли до прибора, установленного в какой-либо точке этой поверхности, изменяется на величину Δr . Из-за этого получается дополнительное изменение нормальной составляющей силы тяжести на величину

$$\frac{d}{dr} \cdot f \frac{M}{r^2} \Delta r = \frac{2fM}{r^3} h x_0.$$

Опуская подробности вывода, приведем окончательную формулу:

$$\frac{\delta g}{\delta g_0} = 1 - \frac{3}{2} k + h. \quad (10)$$

Из уравнений (9) и (10) получаем

$$k = 4 - 2 \left(\frac{\Psi}{\Psi_0} + \frac{\delta g}{\delta g_0} \right). \quad (11)$$

Следовательно, для вывода значения k необходимо располагать результатами измерений силы тяжести как по направлению, так и по величине.

Единственная попытка проведения параллельных наблюдений того и другого рода была осуществлена Швейдаром, получившим следующие результаты:

$$\frac{\Psi}{\Psi_0} = 0,841, \quad \frac{\delta g}{\delta g_0} = 1,20.$$

Поскольку это касается отклонения отвеса, результаты Швейдара могут быть сравнены со значениями $\frac{\Psi}{\Psi_0}$, полученными другими исследователями,

в частности Майкельсоном и Галем $\left(\frac{\Psi}{\Psi_0} = 0,690 \right)$ и Аксентьевой [1]

$\left(\frac{\Psi}{\Psi_0} = 0,696 \right)$, наблюдения которых представляются наиболее надежными.

По-видимому, Швейдар получил несколько преувеличенное значение $\frac{\Psi}{\Psi_0}$ и, вычислив с ним k , пришел к результату, который приходится считать явно ошибочным ($k = -0,08$).

Таково в общих чертах современное состояние вопроса об определении чисел Лява по наблюдениям тех изменений силы тяжести, которые вызываются лунно-солнечной приливообразующей силой.

Но значения этих чисел могут быть получены и чисто теоретически с помощью соотношений, которые устанавливаются в задаче о равновесии упругой гравитирующей сферы, деформированной приливообразующей силой.

В ходе решения этой задачи доказывается, что изменения гравитационного потенциала шара и радиальные смещения точек его поверхности пропорциональны потенциалу деформирующей силы W (чем мы уже воспользовались выше), а также выводятся формулы, по которым можно найти значения чисел Лява, если задаться заранее какой-либо определенной формой зависимости плотности и упругих характеристик Земли от глубины.

При этом безразлично, какая именно причина вызывает деформацию шара: внешняя приливообразующая сила или сила центробежная.

В течение последних 50 лет эта задача привлекала большое внимание астрономов и геофизиков. Было исследовано несколько различных форм зависимости плотности от глубины, именно: гипотеза Роша, гипотеза Вихерта, Лейбензон [2] и некоторые другие, в комбинации с различными гипотезами о зависимости упругих характеристик от глубины.

Наилучшую согласованность с данными, заимствованными из сейсмологии, дает, по-видимому, гипотеза, принятая Лейбензоном, а впоследствии

Джефффризом. В ней Земля принимается состоящей из плотного жидкого ядра, заключенного в менее плотную упругую оболочку толщиной около 3000 км. Средняя твердость этой оболочки оказывается приблизительно вдвое больше твердости стали.

Рассмотрение задачи о равновесии упругого гравитирующего шара приводит к установлению еще одного соотношения, особенно важного для теории движений полюсов, именно формулы, которая связывает механическое сжатие вращающегося шара ΔH с числом Лява k . Вот эта формула:

$$\Delta H = \frac{1}{3} \cdot \frac{R^5 \omega^2}{fC} k. \quad (12)$$

В основе ее вывода лежат следующие представления: начальной формой тела является шар, деформация происходит под влиянием центробежной силы с потенциалом W , и тело принимает форму сжатого сфероида.

При вычислении H_n для Земли мы должны будем считать, что начальной формой является эллипсоид вращения, имеющий механическое сжатие H , которое, как было показано, вычисляется в том предположении, что фигура Земли — фигура равновесия вращающейся жидкой массы. Если предположить, что вращение прекратилось, и вследствие этого произошла деформация Земли, то потенциал деформирующей силы следует положить равным W . Естественно принять, что под влиянием такой силы механическое сжатие Земли изменится на величину ΔH . Иначе говоря, остановленная в своем вращении Земля будет сфероидом, механическое сжатие которого равно

$$H_n = H - \Delta H.$$

Отсюда

$$1 - \frac{H_n}{H} = \frac{R^5 \omega^2}{3(C - A)} k.$$

С помощью известной формулы теории фигуры Земли можно выразить $C - A$ через R , g , ω , ε . Если это сделать и одновременно заменить $\frac{H_n}{H}$ через $\frac{T}{T_0}$, мы получим весьма важную формулу, опубликованную в 1909 г. одновременно Лявом и Лармором. Вот эта формула:

$$1 - \frac{T}{T_0} = \frac{R\omega^2}{2q} \cdot \frac{1}{\varepsilon - \frac{R\omega^2}{2q}} k. \quad (13)$$

Подставив сюда известные численные значения R , ω , g , ε , T_0 , приходим к следующему простому соотношению между периодом движения полюсов и числом Лява:

$$T = \frac{304}{1 - 1,067k}. \quad (14)$$

Мы подробно остановились на тех соображениях, которые лежат в основе вывода этого соотношения, так как с ним связана задача, имеющая в настоящее время, пожалуй, наибольший интерес в теории движения полюсов: по наблюдениям лунно-солнечных вариаций силы тяжести по направлению и величине определить число k и с полученным таким путем значением этого числа найти период движения полюсов Земли.

В теории, намеченной выше, слой жидкости, покрывающей поверхность упругого шара, играл всего лишь вспомогательную роль. С его помощью было удобно объяснить, как влияет деформация шара на изменение формы поверхности уровня. Но сами по себе перемещения жидкости не отражались ни на значении ΔH , ни на потенциале притяжения, поскольку предполагалось, что плотность жидкости очень мала. Приведенное, понятно, не может относиться к действительному влиянию океанских вод. С помощью тех же соображений, что и при выводе формулы Лява—Лармора, можно показать, что это влияние будет таким же по характеру, но далеко не столь значительным, как влияние упругости твердой части земного сфероида.

Изменения потенциала центробежной силы, происходящие вследствие того, что мгновенная ось вращения меняет свое положение в теле Земли, должны вызывать слабые приливы в океане с периодом, равным T . Как известно, трение жидкости о дно и берега водоемов является причиной того, что прилив несколько отстает по фазе от вызывающей его силы. Явление это подробно рассматривается в теории лунно-солнечных приливов, где им в частности объясняется замедление суточного вращения Земли. Отставание по фазе, хотя, вероятно, и очень незначительное, должно обязательно существовать и у приливов, вызываемых перемещениями мгновенной оси вращения. Если Земля обладает некоторой вязкостью, то вследствие внутреннего трения ее деформация также будет несколько отставать по фазе от деформирующей силы.

Вернемся опять к модели шара и колец. Из приведенных соображений видно, что она должна быть еще немного изменена.

Именно, теперь мы будем считать, что подвижное кольцо перемещается по поверхности шара не свободно, а как бы с некоторым трением. Вследствие этого плоскость кольца не будет все время строго перпендикулярна оси вращения; кольцо будет следовать за осью, несколько отставая от нее. Очевидно, что теперь подвижное кольцо будет немного влиять на вращение шара, и оно уже не может быть удалено, как в ранее рассмотренном случае. Как легко показать, это влияние приведет к постепенному уменьшению амплитуды движения полюсов вращения. Следовательно, приливное трение вызывает затухание в движении полюсов. Хотя на основании теоретических соображений трудно получить даже приближенную количественную оценку скорости этого затухания, важно уже одно то, что оно, несомненно, существует. Раз есть причина, вызывающая затухание свободных колебаний, значит есть и возмущающая сила, которая эти колебания возбуждает и поддерживает; иначе они должны были бы вовсе прекратиться.

Так в теории движения полюсов возникает еще одна важная задача — указать, какие именно явления могут вызывать и поддерживать свободные колебания полюсов.

Рис. 4. По осям отложены сотые доли секунды:
 1 — по Джеффризу, 2 — по Швейдару, 3 — по Розенхеду, 4 — по Бызовой

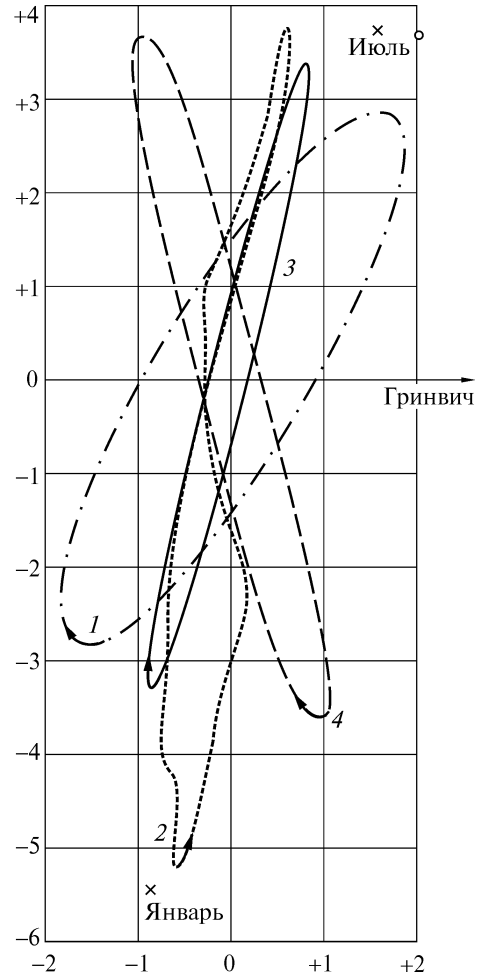
Любое перераспределение масс на поверхности Земли приводит к некоторому изменению положения полюса инерции. Если это перераспределение носит сезонный характер, оно будет сопровождаться движением полюса инерции с годовым периодом. Такое движение передается полюсу вращения в значительно увеличенном виде. На последнее обстоятельство впервые указал Радо в небольшой заметке, опубликованной в 1890 г.

Процессами, вызывающими годовое движение полюсов инерции, являются прежде всего сезонные изменения количества воздуха над материками, о которых можно судить по изменениям барометрического давления; некоторую роль играет, по-видимому, также образование и таяние снежного покрова.

Вопросу определения годового движения полюсов инерции по материалам метеорологических наблюдений посвящено несколько интересных исследований. Не останавливаясь на подробностях тех кропотливых вычислений, которые неизбежны в ходе этих исследований, приведем некоторые их результаты.

Кривые, представленные на рис. 4, построены на основании данных, полученных Джеффризом, Швейдаром, Розенхедом и, наконец, Бызовой, любезно предоставившей мне возможность ознакомиться с результатами ее вычислений по рукописи. На каждой кривой короткая поперечная черточка отмечает положение полюса инерции в начале года, а стрелка — направление движения. Крестиками обозначены координаты полюса инерции, полученные Шпиталером для января и июля.

Отвлекаясь от некоторых различий в форме изображенных кривых, можно сказать, что проведенными исследованиями общий характер годового движения полюса инерции установлен с большой достоверностью: вследствие сезонного перемещения масс воздуха на поверхности Земли полюс инерции колеблется в плоскости меридиана, перпендикулярного гринвичскому. Наибольшее отклонение к западу происходит в середине зимы и равно приблизительно $0''.03$ (около 1 м). Вызывается оно преимущественно тем, что в зимние месяцы масса воздуха над Евразией значительно больше, чем в летние.



Таким образом, метеорологические явления, если бы ход их был одним и тем же из года в год, могут явиться причиной только вынужденных колебаний полюсов с годовым периодом. Но правильный ход этих явлений в отдельные годы значительно нарушается. По-видимому, именно эти отклонения возбуждают и поддерживают свободные колебания полюсов. Наряду с ними такое же действие могут оказывать землетрясения и вулканические извержения.

Так, в общих чертах, современная теория решает вопрос о том, какие причины вызывают движение полюсов и придают ему сложный и неправильный характер. Здесь уместно отметить, что еще до того, как было найдено это решение, делались попытки объяснить движение полюсов внешними возмущающими влияниями.

Но из теории вращения Земли следует, что возмущающее влияние Солнца и Луны должно вызывать движение полюсов на поверхности Земли с периодом, равным одним звездным суткам, и амплитудой, настолько малой, что это движение вообще не может быть уверенно обнаружено наблюдениями. Этот вывод, очевидно, лишает всякого смысла попытки объяснить особенности наблюдаемого движения полюсов возмущающим влиянием планет, даже если вместо силы ньютоновского притяжения привлечь гипотетическую магнитную силу, как это сделал, например, Гальм.

Теперь своевременно подвести некоторые итоги. Когда оказалось, что элементарная теория, намеченная в самом начале этой статьи, совершенно не может объяснить сложности наблюдаемого движения полюсов, стало очевидно, что необходимо отказаться от некоторых упрощающих допущений, лежащих в ее основе. Затем мы изложили в общих чертах теорию, в которой учитывается упругость твердой части земного сфероида, приливное трение и перемещения воздушных масс на поверхности Земли. В согласии с этой теорией движение полюсов должно состоять из вынужденного движения по эллипсу с годовым периодом и свободного почти кругового движения с периодом T , величина которого зависит от упругости Земли. Последнее движение происходит с затуханием, но так как оно возбуждается и поддерживается нерегулярно действующими импульсами, фаза и амплитуда его претерпевают время от времени резкие изменения.

Остается выяснить путем сравнения с результатами наблюдений, насколько эта картина движения соответствует действительности. Можно надеяться, что такое сравнение позволит не только проверить правильность теории, но и получить значения некоторых величин, которые в этой теории вычислить не удастся.

Начнем с годового цикла. Прежде всего необходимо выделить годовое движение из общего движения полюсов вращения. После этого с помощью численного дифференцирования можно вывести годовое движение полюсов инерции. Так получается результат, сравнимый с данными о перемещении полюсов инерции, найденными по материалам метеорологических наблюдений. Решением этой задачи занимались Ванах, Джефффриз, Розенхед и, наконец, Орлов [3]. Результаты Ванаха и Джефффриза мало надежны, так как они основаны на недостаточно продолжительных рядах широтных наблюдений. Траектория, полученная Розенхедом, почти не отличается от кривой (3), по-

казанной на рис. 4. Согласно результатам Орлова годовое движение полюса инерции происходит в плоскости меридиана, перпендикулярного гринвичскому. Амплитуда этого движения равна $0''.03$.

Согласованность результатов определений годового движения полюса инерции Земли двумя независимыми способами оказывается вполне удовлетворительной. В этой части наблюдения подтверждают правильность теории.

Переходим к свободному движению полюсов. В 1927 г. Унди Юль опубликовал исследование, посвященное изучению движения тяжелого маятника, колебания которого возбуждаются и поддерживаются слабыми толчками, следующими один за другим без какой-либо закономерности в отношении их направления, силы и темпа, как было бы, если бы в чечевицу стреляли горохом из рогаток несколько мальчиков. Известными при этом принимаются наблюдаемые отклонения маятника, а искомыми являются период свободных колебаний и декремент затухания.

Джеффрис обратил внимание на сходство задачи Юля с проблемой свободного движения земных полюсов. Однако результаты сделанной им попытки применить метод Юля к анализу этого движения едва ли можно считать надежными и именно потому, что данные о движении земных полюсов, представляемые широтными наблюдениями, не являются вполне подходящим материалом для подобного анализа. Прежде всего эти данные недостаточно точны. Но это еще не самое главное. Способ Унди Юля требует знания именно мгновенных координат полюса (полученных после исключения годовой составляющей). Между тем результаты широтных наблюдений даются теперь в такой форме, что из них можно вывести только средние значения этих координат на каждую десятую долю года. Хотя траектория движения полюса, как указано, и при этом имеет вид довольно сложной и запутанной кривой, она оказалась бы, вероятно, еще более неправильной, будь в нашем распоряжении значения координат полюса хотя бы на каждую декаду. Но для получения подобных данных нужно было бы иметь, пожалуй, в сто раз больше астрономических обсерваторий, ведущих наблюдения за изменением широт, чем имеется теперь. Повышение точности данных, получаемых на каждой из существующих широтных станций, не спасает положения, поскольку наблюдаемые широты отдельных пунктов земной поверхности подвержены значительным изменениям, не зависящим от движения полюсов. Таким образом, данные, которыми располагает в настоящее время астрономия, не дают возможности определить декремент затухания, равно как и установить силу, направление и момент действия импульсов. Следовательно, приходится пока оставить эту проблему в таком довольно неудовлетворительном состоянии и ограничиться решением упрощенной задачи — определением периода свободного движения полюсов, в предположении, что это движение происходит без затухания.

Конечно, те неправильные изменения фазы, которые происходят время от времени в движении полюсов, создают затруднения и при применении гармонического анализа, основанного на таком предположении. Однако приближенное определение периода свободных колебаний все же оказывается возможным. Впервые это удалось осуществить Чандлеру, по данным которого T составляет 428 суток. Почти все позднейшие исследования давали значения T , отличающиеся от этого результата не более чем на 10 суток.

Если подставить значение T , полученное Чандлером, в формулу (14), то число Лява k окажется равным 0,27. Для абсолютно твердой Земли $k = 0$; будь Земля жидкой и однородной, k равнялось бы $\frac{3}{2}$. Вполне понятно, что для упругой Земли k должно иметь величину, лежащую между этими значениями.

Более полувека тому назад В. Томсон высказал уверенность в том, что «изучение периодических изменений широт может дать наилучшее средство для приближенной оценки твердости Земли». Так это и оказалось. Более того, изучение движения полюсов снабжает науку важными данными для суждения о внутреннем строении Земли и тем самым оно приобретает глубокий интерес для геофизики.

Что касается векового движения полюсов, то для выяснения его потребуется специальная организация наблюдений и их обработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Аксентьева З.Н.* Определение слабых приливов (рукопись).
- [2] *Лейбензон Л.С.* Деформация упругой сферы в связи с вопросом о строении Земли, Москва, 1910.
- [3] *Орлов А.Я.* ДАН 47 (1942) 304; 51 (1946) 507.

А.А. ТРЕСКОВ, Л.А. ГУЗОВ, Е.П. ФЕДОРОВ

ПОВЕРХНОСТЬ МОХОРОВИЧИЧА ПО ДАННЫМ, ОТНОСЯЩИМСЯ К ДАЛЕКИМ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯМ*

В работе излагается способ определения глубины границы земной коры (граница Мохоровичича) при использовании наблюдений при значительных эпицентральных расстояниях. Авторы исходят из предположения о линейной зависимости между скоростью сейсмических волн и глубиной. Практически такую зависимость на больших интервалах глубины можно принять с достаточным приближением. В конце работы излагается метод вычисления эпицентральных расстояний и времени пробега, основанный на весьма выгодной замене переменных в интегралах.

В исследовании А.А. Трескова «Об отраженных сейсмических волнах» по данным, относящимся к отдаленным землетрясениям, было доказано существование вблизи земной поверхности «поверхности разрыва», ниже которой скорость продольных упругих волн близка к 8 км/с, но глубина залегания этой поверхности не была определена. В настоящем исследовании мы делаем попытку приближенной оценки этой глубины на основе участка годографа для значительных эпицентральных расстояний.

§ 1. Решение этой задачи базируется на методе определения линейного закона возрастания скорости с глубиной, строго удовлетворяющего годографу при двух различных эпицентральных расстояниях.

Допустим, что скорость сейсмических волн, как функция глубины, определяется формулой:

$$v' = 1 + \alpha h, \quad (1)$$

и рассчитаем по этому закону эпицентральные расстояния ϑ_1 и ϑ_2 и времена пробега T'_1 и T'_2 для двух сейсмических лучей с глубиной вершин H_1 и H_2 .

Определив по годографу времена T_1 и T_2 , соответствующие эпицентральным расстояниям ϑ_1 и ϑ_2 , и замечая, что структура луча не изменяется при увеличении скоростей на всех глубинах в одном и том же отношении, выразим закон скорости (1) таким образом:

$$v = v' \frac{T'}{T} = \frac{T'}{T} + \frac{T'}{T} \alpha h = \bar{v} + \beta h, \quad (2)$$

где
$$\bar{v} = \frac{T'}{T}$$

— очевидно, скорость у земной поверхности.

* Труды Сейсмологического института АН СССР, 1948. — № 127.

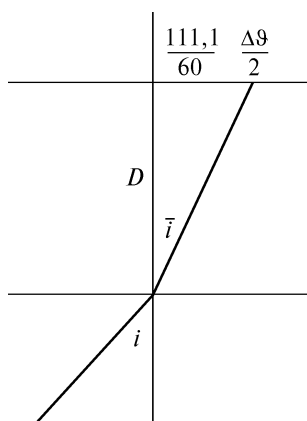


Рис. 1

Если при принятом значении α для рассматриваемых двух лучей получаются различные скорости \bar{v} , то это указывает на неправильный выбор α . Проведя расчеты для ряда значений α и построив графики $\bar{v}_1(\alpha)$ и $\bar{v}_2(\alpha)$, найдем то значение α , при котором $\bar{v}_1 = \bar{v}_2$, как абсциссу точки пересечения построенных кривых.

Линейный закон $v = \bar{v} + \beta h$, соответствующий найденным таким путем α и \bar{v} , строго согласуется с годографом для эпицентральных расстояний ϑ_1 и ϑ_2 .

Естественно, возникает вопрос об однозначности определения α по указанной выше схеме, иначе говоря о том, не могут ли графики $\bar{v}_1(\alpha)$ и $\bar{v}_2(\alpha)$ пересечься в нескольких точках? Этот вопрос мы рассматриваем дальше (§ 2).

§ 2. Если вблизи земной поверхности на глубине D существует граница разрыва, на которой происходит преломление лучей, то при расчете нужно уменьшить на величину D радиус Земли и произвести для такой «обнаженной» Земли расчет сейсмических лучей по изложенной выше схеме, при глубинах вершин $H_1 - D$ и $H_2 - D$. Для сравнения с данными годографа надо ввести поправки $\Delta\vartheta$ и ΔT , соответствующие участкам лучей в вышележащем слое.

Как видно из чертежа рис. 1,

$$\left. \begin{aligned} \frac{111,1}{60} \cdot \frac{\Delta\vartheta}{2} &= D \operatorname{tg} \bar{i}, \\ \frac{\Delta T'}{2} &= \frac{D}{\bar{v} \cos \bar{i}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где \bar{v}' — «условная скорость» в поверхностном слое. Так как расчеты скорости лучей проводятся по формуле

$$v' = 1 + \alpha h$$

(т. е. скорость снизу поверхности разрыва принимается равной единице, тогда как в действительности она равна 7,8 км/с), нужно взять и скорость в поверхностном слое в 7,8 раз меньше. Принимая для фактической скорости \bar{v} значение 6 км/с, получим $\bar{v}' = \frac{6}{7,8}$ км/с. Следовательно, поправка на время пробега

$$\Delta T' = \frac{7,8D}{3 \cos \bar{i}}. \quad (4)$$

Дополнив вычисленные времена пробега поправками $\Delta T'$, можем сравнить их с данными годографа для эпицентральных расстояний $\vartheta_1 + \Delta\vartheta_1$ и $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$ и определить отношения, на которые нужно умножать скорости,

даваемые формулой (1). Очевидно, что эти отношения дадут скорость у поверхности разрыва (снизу), которую мы будем обозначать символом v^* и истинное значение которой определится одновременно с α пересечением графиков $v_1^*(\alpha)$ и $v_2^*(\alpha)$, т. е. методом, изложенным в § 3.

Если принятая глубина поверхности разрыва правильна, то найденное таким путем общее для обоих лучей значение v^* будет равно 7,8 км/с; если же этого нет, то нужно произвести расчеты для другого D и т. д.

§ 3. Основой для расчетов были приняты данные столбца «Surface», «Seismological tables» by Н. Jeffreys and К. Bullen (London, 1940).

Расчеты производились по методу Федорова (см. § 4) — для лучей, соответствующих $H_1 = 200$ км и $H_2 = 400$ км, т. е. в пределах глубин, где изменение скорости с глубиной достаточно точно следует линейному закону, в силу чего действительный годограф (с учетом вычислительных поправок (3) и (4)) должен соответствовать линейной зависимости скорости от глубины.

В связи с последним обстоятельством, для доказательства однозначности определения v^* и α рассмотренным выше методом достаточно будет показать, что два различных «линейных» годографа не могут иметь двух общих точек (исключая общее начало).

Действительно, если последнее утверждение справедливо, то, определив v^* и α по совпадению двух точек искомого годографа с данным, мы можем найти только годограф, тождественный данному, так как иначе два различных «линейных» годографа имели бы две общие точки. Итак, нам остается доказать невозможность пересечения двух различных «линейных» годографов в двух точках.

Мы уже отмечали, что структура луча определяется не абсолютными значениями скоростей, а отношением скоростей на различных глубинах, т. е. при линейном законе значением коэффициента α . Поэтому, если скорости v_1^* и v_2^* , соответствующие двум линейным годографам, не равны, например $v_1^* > v_2^*$, но $\alpha_1 = \alpha_2$, то лучи при равных ϑ будут конгруэнтны, и так как v_1 будет больше v_2 на любой глубине, то $T_1 < T_2$ и годографы не пересекутся.

Чем больше α , тем глубже при данном ϑ проникает луч, и если $\alpha_1 > \alpha_2$, то лучи, соответствующие рассматриваемым «линейным» годографам, схематически изобразятся кривыми I и II (рис. 2). Но луч — кривая наименьшего времени пробега; следовательно, T_1 будет меньше времени пробега (при тех же скоростях) по кривой II и тем более меньше T_2 , если $v_2^* < v_1^*$. Если же $\alpha_1 > \alpha_2$ и $v_1^* < v_2^*$, то хотя $T_1 > T_2$ при малых ϑ , но с увеличением ϑ луч I , проникая глубже, оказывается в более благоприятных условиях для выигрыша во времени пробега, и совпадение времен пробега по обоим лучам для некоторого эпицентрального расстояния оказывается возможным, т. е. годографы могут пересечься.

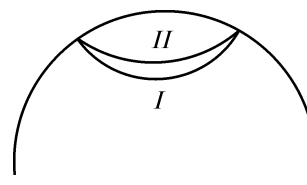


Рис. 2

Но для бóльших эпицентральных расстояний отмеченное преимущество луча *I* перед *II* будет еще бóльшим, и потому вторичного пересечения двух «линейных» годографов произойти не может, а это мы и хотели доказать.

Заметим, что при определении v^* и α мы фактически строили не графики $v^*(\alpha)$, а графики $v^*\left(\frac{1}{\alpha}\right)$, так как последние оказываются практически прямолинейными. Это наглядно подтверждает заключение об однозначности решения задачи.

При $D = 40$ км для v^* получилось значение 7,77 км/с; следовательно, глубина поверхности разрыва приблизительно равна 40 км.

Принимая во внимание, что при наших расчетах мы допускали постоянство скорости во всей толще слоя, расположенного выше поверхности Мохорвичича, нужно признать, что полученные результаты довольно удовлетворительны. Само собой разумеется, что речь идет о некотором осредненном значении глубины, так как метод ее определения основан на данных осредненного годографа.

Таким образом, данные о временах пробега сейсмических волн при значительных эпицентральных расстояниях позволяют обнаружить существование поверхности Мохорвичича и приблизительно оценить глубину ее залегания.

§ 4. Практическое выполнение расчетов сейсмических лучей, как уже отмечено, проводилось по методу Е.П. Федорова.

Как известно, эпицентральный угол и время пробега определяются следующими формулами:

$$\vartheta = 2 \int_{r_0}^R \frac{\operatorname{tg} i}{r} dr, \quad (5)$$

$$T = 2 \int_{r_0}^R \frac{dr}{v \cos i}, \quad (6)$$

где R — радиус Земли, r — радиус-вектор произвольной точки, лежащей на рассматриваемом луче, i — угол между радиусом-вектором и касательной к лучу, v — скорость упругих волн в данной точке и r_0 — радиус вершины луча; $\sin i$ определяется по формуле:

$$\sin i = \frac{r_0 v}{r v_0}, \quad (7)$$

в которой v_0 — скорость волн на глубине вершины.

Если v — табулированная эмпирическая функция r , то аналитическое выполнение квадратур (5) и (6) невозможно. С другой стороны, и применение какой-либо из формул численного интегрирования на всем протяжении луча весьма неудобно, так как интегралы (5) и (6) — несобственные.

Последнее препятствие может быть устранено путем перехода к новой независимой переменной, которую мы введем с помощью следующего геометрического построения (рис. 3).

Проведем касательную к сейсмическому лучу в его вершине ν . Взяв на этом луче произвольную точку M , сделаем засечку на упомянутой касательной из центра Земли O радиусом r , равным OM . Угол νOA обозначим через φ и примем его за новую независимую переменную.

Из построения (рис. 3) видно, что

$$r = \frac{r_0}{\cos \varphi}, \quad (8)$$

вследствие чего

$$\sin i = \frac{\nu}{\nu_0} \cos \varphi. \quad (9)$$

После элементарных преобразований $\sin i$ можно выразить и так:

$$\sin i = (1 + m) \cos \varphi - m, \quad (10)$$

где

$$m = -\frac{r_0}{\nu_0} \cdot \frac{\nu - c_0}{r - r_0} = \frac{r_0}{c_0} \cdot \frac{\Delta \nu}{\Delta i}. \quad (11)$$

Переходя от r к новой независимой переменной φ , вводя величину m и выполняя простые преобразования, получаем

$$\vartheta = 2 \int_0^\Phi \sin i F d\varphi, \quad (12)$$

$$T = \frac{r_0}{\nu_0} \cdot 2 \int_0^\Phi \frac{1}{\sin i} F d\varphi, \quad (13)$$

где

$$\Phi = \arccos \frac{r_0}{R} \quad (14)$$

и

$$F = \frac{\sec \varphi}{\sqrt{(1 + m) \left(1 - m \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \right)}}. \quad (15)$$

Легко убедиться в том, что подынтегральные функции в (12) и (13) конечны на всем участке интегрирования, в противоположность функциям, стоящим под знаками интегралов (5) и (6), которые при $r = r_0$ обращались в бесконечность. Действительно, при $\varphi = 0$

$$\sin i = 1, \quad F = \frac{1}{\sqrt{1 + m}}.$$

Этим и определяется существенное преимущество изложенного метода, дающее возможность выполнить расчет полного луча методом численного интегрирования. Кроме того, и это тоже весьма существенно, подынтегральные функции изменяются в весьма ограниченных пределах, что уточняет вычисления методом численного интегрирования и позволяет разбивать интервал изменения аргумента на значительно меньшее число частей.

Если скорость задана как линейная функция:

$$v = a - br, \quad (16)$$

то величина m будет постоянной. Действительно, из (11) следует

$$m = \frac{b}{\frac{a}{r_0} - b}. \quad (17)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае интегралы (12) и (13) преобразуются к виду

$$\vartheta = \frac{2}{\sqrt{1+m}} \int_0^\Phi \frac{\sec \varphi \sin i}{1 - m \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} d\varphi, \quad (18)$$

$$T = \frac{2r_0}{v_0 \sqrt{1+m}} \int_0^\Phi \frac{\sec \varphi}{\sin i \sqrt{1 - m \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}. \quad (19)$$

По этим формулам и проводили расчеты в настоящей работе.

Е.П. ФЕДОРОВ

**О ВЛИЯНИИ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ ОКЕАНА,
ВЫЗЫВАЕМЫХ ДВИЖЕНИЕМ ПОЛЮСОВ ЗЕМЛИ,
НА ЭТО ДВИЖЕНИЕ***

Представлено академиком Л.С. Лейбензоном 9 VI 1949

Колебания мгновенной оси вращения в теле земли сопровождаются изменениями потенциала центробежной силы, являющимися причиной некоторых изменений формы поверхности океана. Происходящие при этом перемещения масс воды оказывают в свою очередь обратное влияние на движение мгновенной оси вращения Земли, вызывая, как это показал впервые Гюльден [1], небольшое увеличение периода ее свободной нутации, Ньюкомб [2] сделал первую попытку дать количественную оценку этого увеличения. Более строгая теория, в которой уже отчасти принято во внимание действительное распределение суши и моря, была предложена в 1915 г. Лармором [3].

Этим, собственно говоря, и исчерпывается история вопроса, который мы здесь рассматриваем. Результат Лармора не подвергался ни проверке, ни уточнению; им пользуются в теории движения полюсов по настоящее время.

Мы поставили себе целью рассмотреть совместно влияние колебаний уровня океана и упругих деформаций твердой части земного сфероида и учесть при этом полностью действительное распределение суши и моря на поверхности Земли.

Проекции вектора угловой скорости на главные оси инерции Земли мы будем обозначать, как обычно, p , q , r и примем, что при $p = q = 0$ поверхность океана является невозмущенной. Тогда, как легко показать, высота над этой поверхностью какой-либо точки $M(x, y, z)$ возмущенной поверхности выразится так:

$$h = -\frac{\omega}{g} [p(zx - h_1) + q(yz - h_2)], \quad (1)$$

где ω — угловая скорость суточного вращения Земли, g — ускорение силы тяжести, а h_1 , h_2 — две постоянные, которые введены для того, чтобы всегда удовлетворялось очевидное условие:

$$\iint h ds = 0. \quad (2)$$

Здесь интегрирование распространяется по всей поверхности моря и ds обозначает элемент этой поверхности.

При выводе соотношения (1) допускается, что прилив, вызываемый изменениями центробежной силы, является статическим. Это допущение впол-

* Доклады Академии наук СССР (Геофизика), 1949. — Том LXVII, № 4.

не законно ввиду значительной величины периодов изменения названной силы (1 и 1,2 года).

Из равенства (2) получаем

$$S_M h_1 = \iint z x ds; \quad S_M h_2 = \iint z x ds, \quad (3)$$

где S_M — полная поверхность океана. Теперь необходимо учесть, что величина h уменьшается за счет упругих деформаций Земли. Обозначая символом γ отношение высоты статического прилива на поверхности упругой Земли к высоте статического прилива на поверхности Земли абсолютно твердой, перепишем равенство (1) в такой форме:

$$h = -\frac{n\gamma}{a\omega} [p(zx - h_1) + q(yz - h_2)], \quad (4)$$

в котором $n = a\omega^2/g$ и a — средний радиус Земли.

Описанная деформация поверхности океана влечет за собой такое перераспределение масс воды, при котором тензор инерции Земли в принятой системе осей теряет свою диагональную форму. Легко вычислить, что произведения инерции принимают при этом значения:

$$\begin{aligned} I_{yz} &= -\iint h y z ds = \frac{n}{a\omega} F_0 (Fp + F_2 q), \\ I_{zx} &= -\iint h z x ds = \frac{n}{a\omega} F_0 (F_1 p + Fq), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} F_0 &= \oint z^2 x^2 ds = \oint y^2 z^2 ds = \frac{4}{15} \pi a^6, \\ F &= \frac{1}{F_0} \left(\iint x y z^2 ds - h_1 h_2 S_M \right), \\ F_1 &= \frac{1}{F_0} \left(\iint z^2 x^2 ds - h_2^1 S_M \right), \\ F_2 &= \frac{1}{F_0} \left(\iint y^2 z^2 ds - h_2^2 S_M \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Обозначим главные моменты инерции Земли при $p = q = 0$, как обычно, через A , B , C и будем считать, что $A = B$. Ввиду равенства экваториальных моментов мы можем придать оси OX любое направление в плоскости экватора: проведем эту ось в плоскости меридиана Гринвича, а ось OY на 90° восточнее.

Пренебрегая квадратами и произведениями малых величин p , q , I_{xy} , найдем следующие значения проекций момента количества движения:

$$l_x = -Ap + \frac{\gamma n}{a} F_0 (F_1 p + Fq), \quad l_y = -Ap + \frac{\gamma n}{a} F_0 (Fp + F_2 q), \quad l_z = Cr.$$

Мы можем не принимать во внимание внешних возмущающих сил, как это обычно и делается в теории движения полюсов, и, воспользовавшись

тем, что при таком допущении момент количества движения будет вектором постоянным по величине и направлению, получить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \left(A + \frac{\gamma n}{a} F_0 F_1 \right) \frac{dp}{dt} + \frac{\gamma n}{a} F_0 F \frac{dq}{dt} + \left[(C - A) \omega - \frac{\gamma n \omega}{a} F_0 F_2 \right] q - \frac{\gamma n \omega}{a} F_0 F_p = 0, \\ \left(A + \frac{\gamma n}{a} F_0 F_2 \right) \frac{dq}{dt} + \frac{\gamma n}{a} F_0 F \frac{dp}{dt} - \left[(C - A) \omega - \frac{\gamma n \omega}{a} F_0 F_1 \right] p + \frac{\gamma n \omega}{a} F_0 F_q = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

при выводе которых r всюду заменено через ω .

Введением множителя γ было учтено только косвенное влияние упругости Земли. Что касается прямого влияния, то его учет показывает, что при вычислении периода свободной нутации нужно пользоваться не тем значени-

ем механического сжатия Земли $H = \frac{C - A}{A}$, которое получается непосред-

венно из данных о прецессии и нутации, а величиной несколько меньшей, названной нами собственным механическим сжатием [4]. Это то значение H , которое имела бы Земля, если бы она была деформирована внешней силой, равной по величине и обратной по знаку центробежной силе, возникающей вследствие суточного вращения.

Таким образом, чтобы учесть прямое влияние упругости Земли, мы заменим всюду в предыдущих уравнениях $C - A$ через $(C - A)(1 - \nu)$, причем $0 < \nu < 1$.

Теперь, введя обозначения

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\gamma n}{A} F_0 F_1 = a_1, \quad \frac{C - A}{A} (1 - \nu) - \frac{\gamma n}{aA} F_0 F_1 = b_1, \quad 1 + \frac{\gamma n}{aA} F_0 F_2 = a_2, \\ \frac{C - A}{A} (1 - \nu) - \frac{\gamma n}{aA} F_0 F_2 = b_2, \quad \frac{\gamma n}{aA} F_0 F = c, \end{aligned} \quad (8)$$

получаем

$$\begin{aligned} a_1 \frac{dp}{dt} - c \omega p + c \frac{dq}{dt} + b_2 \omega q = 0, \\ c \frac{dp}{dt} - b_1 \omega p + a_2 \frac{dq}{dt} + c \omega q = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Характеристическое уравнение этой системы имеет кратные корни. Поэтому решение можно представить в такой форме:

$$p = P \sin(\alpha t + \beta), \quad q = Q \sin(\alpha t + \beta'), \quad (10)$$

где

$$\alpha = \sqrt{\frac{b_1 b_2 - c^2}{a_1 a_2 - c^2}} \omega, \quad (11)$$

$$P \cos \beta = K a_2 \alpha, \quad P \sin \beta = -K c \omega,$$

$$Q \cos \beta' = -K c \alpha, \quad Q \sin \beta' = K b_1 \omega, \quad (12)$$

K — произвольная постоянная. На основании формулы (11) период свобод-

ной нутации, выраженный в звездных сутках, будет равен

$$T = \sqrt{\frac{a_1 a_2 - c^2}{b_1 b_2 - c^2}}. \quad (13)$$

Переходим к подстановке числовых значений. Имеем: $n = 0,003468$; $\frac{C-A}{A} = 0,003289$; $F_0 = 0,8378a^6$; $A = \frac{4}{3}0,334 \pi a^5 d = 7,7184a^5$, причем средняя плотность Земли $d = 5,517$; $\frac{nF_0}{aA} = 0,0003764$.

Величины h_1, h_2, F, F_1, F_2 были найдены нами путем вычисления кратных интегралов, входящих в выражения (3) и (6), по формулам численного интегрирования.

Так мы получили:

$$\begin{aligned} h_1 &= -0,0128a^2, \quad h_2 = -0,0241a^2, \quad S_M = 8,8646a^2, \\ F &= -0,00720, \quad F_1 = 0,77775, \quad F_2 = 0,61804, \\ a_1 &= 1 + 0,000293\gamma, \quad a_2 = 1 + 0,000233\gamma, \\ b_1 &= 0,003289(1 - \nu) - 0,000293\gamma, \\ b_2 &= 0,003289(1 - \nu) - 0,000233\gamma, \\ c &= -0,000003. \end{aligned}$$

Для Земли абсолютно твердой будем иметь

$$\gamma = 1; \quad \nu = 0; \quad T_0 = 331 \text{ зв. суток.}$$

Заметим, что Лармор для этого случая нашел

$$T_0 = 326 \text{ зв. суток.}$$

Не останавливаясь на сопоставлении результатов различных исследователей, занимавшихся вычислением действительного периода свободной нутации T по материалам широтных наблюдений, мы в основу дальнейших вычислений положим значение T , которое представляется нам наиболее достоверным, а именно, $T = 433$ зв. суток, и воспользуемся значением γ , полученным Майкельсоном и Галем [5] и З.Н. Аксентьевой [6]: $\gamma = 0,070$.

Тогда

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,000205, \quad a_2 = 1,000163 \\ b_1 &= 0,002288, \quad b_2 = 0,002330, \\ \nu &= 0,242. \end{aligned}$$

С этим значением ν по формуле Лява—Лармора [7]

$$k = \left(\frac{2\varepsilon}{n} - 1 \right) \nu$$

находим $k = 0,23$.

Этим значением мы и рекомендуем пользоваться при изучении упругих свойств Земли.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Теория Лармора приводит к недооценке влияния колебаний уровня океана на удлинение периода свободной нутации. Поэтому Джеффрис [8], пользовавшийся выводами Лармора, получил преувеличенное значение k (0,27).

С помощью формул (12) находим с ошибкой, не превосходящей 5',

$$\beta = 0^\circ, \beta' = 90^\circ.$$

Поэтому вместо (10) можно написать

$$P = K\alpha a_2 \sin \alpha t, \quad q = -Kb_1 \omega \cos \alpha t.$$

Мы получили уравнение эллипса в параметрической форме. Поскольку отношение полуосей этого эллипса равно $\frac{\alpha a_2}{b_1 \omega} = 1,01$, мы заключаем, что влияние рассматриваемых перемещений масс воды при учете действительного распределения суши и моря на поверхности Земли не может вызвать заметного отклонения траектории свободного движения полюса от круговой формы.

Поступило
30 V 1949

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gylden H.*, *Actes S.R. d'Upsal*, 8 (1871).
2. *Newcomb S.* *M.N.R.A.S.*, **52**, 336 (1892).
3. *Larmor J.* *Proc. Lond. Math. Soc.*, **14**, ser. 2 (1915).
4. *Федоров Е.П.* Тр. Полтавск. гравиметрич. обсерватории АН УССР, **3**, 5 (1948).
5. *Michelson A.A.*, *Gale H.G.* *Astrophys. Journ.*, **50**, 330 (1919).
6. *Аксентьева З.Н.* Тр. Полтавск. гравиметрич. обсерватории АН УССР, **3** (1948).
7. *Love A.E.* *Proc. Roy. Soc. Lond.*, ser. A, **82**, 73 (1909).
8. *Jeffreys H.* *The Earth*, Cambridge, 1929.

Е.П. ФЕДОРОВ

**РАЗДЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
КОЭФФИЦИЕНТОВ ГЛАВНЫХ ЧЛЕНОВ НУТАЦИИ
В НАКЛОННОСТИ И ДОЛГОТЕ***

Представлено академиком В. Г. Фесенковым 5 VII 1951

Если в выражениях нутации наклонности и долготы ограничиться только первыми членами, то влияние нутации на склонения представится, как известно, следующей формулой:

$$\Delta\delta = N_0(n_0 \cos \alpha \sin \Omega - \sin \alpha \cos \Omega), \quad (1)$$

где N_0 — постоянная нутации. Множитель n_0 , представляющий собой отношение полуосей эллипса нутации, согласно классической теории равен $\frac{\cos 2\varepsilon}{\cos \varepsilon}$.

Вследствие изменения наклонности экватора к эклиптике ε он медленно изменяется, увеличиваясь менее чем на 0,001 в столетие. Непосредственно из формулы (1) получаем следующее выражение для амплитуды нутационных изменений склонения:

$$A = N_0 \sqrt{n_0^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}. \quad (2)$$

Если принятое значение постоянной нутации N_0 ошибочно, то в широтах, полученных из наблюдений пары с прямым восхождением α , появится волна с периодом 18,6 года и амплитудой, равной

$$a = \frac{\partial A}{\partial N_0} \Delta N_0, \quad (3)$$

где ΔN_0 — поправка величины N_0 . Если же предположить, что ошибочно, кроме того, и принятое значение n_0 , то амплитуда нутационной волны в колебаниях широт представится в следующем виде:

$$a = \frac{\partial A}{\partial N_0} \Delta N_0 + \frac{\partial A}{\partial n_0} \Delta n_0. \quad (4)$$

Исходя из упомянутого предположения, мы уже не можем рассматривать ΔN_0 как поправку постоянной нутации, имеющую одно и то же значение для всех наблюдаемых пар. Теперь величина ΔN_0 будет зависеть от прямого восхождения пары, по наблюдениям которой она определена. Чтобы выяснить характер

* Доклады Академии наук СССР (Астрономия), 1951. — Том LXXX, № 4.

этой зависимости, исключим a из уравнений (3) и (4). Мы получим

$$\Delta N_0 = \Delta N + F(\alpha) \Delta n, \quad (5)$$

где

$$F(\alpha) = \frac{\partial A}{\partial n_0} : \frac{\partial A}{\partial N_0}. \quad (6)$$

Воспользовавшись соотношением (2), находим функцию $F(\alpha)$ и после подстановки в формулу (5) получаем окончательно:

$$\Delta N_0 = \Delta N + \frac{N_0 n_0}{n_0^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \Delta n. \quad (7)$$

Отметим, что для любых значений α , отличающихся друг от друга на 180° , $F(\alpha)$ принимает одинаковые значения; иначе говоря, $F(\alpha)$ является периодической функцией аргумента 2α . Этим обстоятельством и можно воспользоваться для проверки правильности того значения отношения коэффициентов главных членов нутации, которое дает классическая теория. Достаточно расположить поправки ΔN_0 в порядке возрастающих прямых восхождений наблюдавшихся пар и попытаться выявить в ходе этих поправок периодические изменения, зависящие от аргумента 2α . Наличие такой «полугодовой» волны в значениях ΔN_0 и будет служить указанием на то, что поправка Δn не равна нулю. Воспользовавшись формулой (7), можно далее определить величину этой поправки.

Поскольку ошибочность величины n_0 не была замечена ранее, можно предвидеть, что поправка Δn мала. К такому же выводу приводят и теоретические соображения. Поэтому для определения этой поправки пригодны только наиболее обширные и однородные ряды наблюдений. Прежде всего заслуживают внимания широтные наблюдения в Пулкове, на станциях Международной службы широты и в Гринвиче.

Определение постоянной нутации из наблюдений на зенит-телескопе в Пулкове было выполнено К. А. Куликовым [1]. Мы воспользовались результатами, которые он получил при обработке цикла наблюдений 1915—1941 гг., дающего наиболее однородный материал. Имея значения поправки постоянной нутации для каждой из 24 групп, мы составили систему условных уравнений вида (7), решение которой дало нам следующие значения неизвестных:

$$\Delta N = -0'',020 \pm 0'',008; \Delta n = +0,0027 \pm 0,0009.$$

Постоянную нутации по наблюдениям на станциях Международной службы широты с 1900 по 1914 г. определял Е. Пшибыллок [2]. В своей работе он приводит значения поправки ΔN для каждой пары по наблюдениям на каждой из пяти станций. Пшибыллок обнаружил, что эти поправки изменяются в зависимости от прямых восхождений и представил их систематические изменения в виде синусоиды с аргументом α . Остаточные отклонения и были использованы нами для вычисления значений ΔN и Δn . Поскольку интересующая нас полугодовая волна Пшибыллоком обнаружена и исключена не была, она полностью содержится в этих остаточных отклонениях. Однако полу-

чить надежные результаты по каждой станции в отдельности оказалось невозможным, и мы образовали средние по каждой паре для всех пяти станций. Здесь полугодовая волна выявилась вполне отчетливо. Поступая далее так же, как при обработке результатов Куликова, мы нашли

$$\Delta N = -0'',014 \pm 0'',005; \Delta n = + 0,0026 \pm 0,0007.$$

При определении постоянной нутации по наблюдениям на плавающем зенит-телескопе в Гринвиче Джексон [3] и Спенсер-Джонс [4] пользовались не самими широтами, а разностями широт, полученными по наблюдениям утренней и вечерней групп. В связи с этим и определение поправок ΔN и Δn приходится проводить несколько иначе, чем в двух предыдущих случаях.

Если α_1 и α_2 — средние прямые восхождения утренней и вечерней группы, а φ_1 и φ_2 — широты, полученные соответственно по наблюдениям этих групп, то выражение нутационной волны в разностях $\varphi_1 - \varphi_2$ будет иметь такой вид:

$$-N_0[n_0(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \sin \Omega - (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \cos \Omega].$$

Поступая далее так же, как при выводе формулы (7), мы получаем

$$\Delta N_0 = \Delta N + \frac{N_0 n_0}{n_0^2 + \text{ctg}^2 \alpha_m} \Delta n, \quad (8)$$

где

$$\alpha_m = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Джексон обработал гринвичские наблюдения с 1911 по 1928 гг. Расположив полученные им значения ΔN_0 по аргументу α_m , мы составили 8 условных уравнений вида (8), решение которых дало следующие результаты:

$$\Delta N = -0'',010 \pm 0,001; \Delta n = + 0,0022 \pm 0,0003.$$

Таким же образом для наблюдений в Гринвиче с 1911 по 1936 гг., обработанных Спенсером-Джонсом, мы получили

$$\Delta N = -0'',011 \pm 0,004; \Delta n = + 0,0056 \pm 0,0010.$$

В следующей таблице мы сопоставляем значения коэффициентов главных членов нутации, полученных нами после введения поправок ΔN и Δn . Для сравнения мы приводим также значения постоянной нутации, вычисленные в том предположении, что теоретическое значение n_0 не требует исправления.

Цикл наблюдений	$N_0 + \Delta N_0$	$n_0(N_0 + \Delta N_0)$	$N = N_0 + \Delta N$	nN
Пулково, 1915—1941	9'',206	6'',849	9'',180	6'',880
Международные широтные станции 1900—1914	9,207	6,850	9,193	6,874
Гринвич, 1911—1929	9,207	6,850	9,200	6,874
Гринвич, 1911—1936	9,219	6,852	9,199	6,904

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Необходимо пояснить, что исходным значением постоянной нутации при обработке результатов Пшибыллока было $N_0 = 9'',206$, во всех остальных случаях — $9'',210$; Куликов принял $n_0 = 0,745$, остальные авторы $n_0 = 0,744$.

Приведенные данные показывают, что во всех четырех рассмотренных нами случаях поправка Δn имеет положительное значение и в среднем близка к $+0,003$. Отсюда следует, что классическая теория прецессии и нутации приводит к такому значению отношения коэффициентов главных членов нутации в долготе и наклонности, которое не вполне согласуется с данными наблюдений. Иначе говоря, действительная форма эллипса нутации несколько отлична от теоретической.

Полтавская обсерватория
Академии наук УССР

Поступило
14 VI 1951

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куликов К.А.* Астрон. журн., **26**, 165 (1949).
2. *Przybyllok E.* Die Nutationskonstante abg. aus dem Beob. des Intern. Breitendienstes, Berlin, 1920.
3. *Jackson J. M.* N., **90**, 733 (1930).
4. *Spencer-Jones H. M.* N., **98**, 441; **99**, 211 (1939).

Е.П. ФЕДОРОВ

**ОБ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ
МОРСКИХ ПРИЛИВОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ
ЛУННО-СОЛНЕЧНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ
СИЛЫ ТЯЖЕСТИ***

Первые достоверные данные об упругих свойствах Земли были получены при изучении морских приливов длинного периода после того, как обнаружилось, что действительная высота прилива h заметно меньше, чем ее теоретическое значение h_0 , вычисленное в предположении, что Земля — абсолютно твердое тело. На основании многолетних наблюдений в европейских и индийских портах Д. Дарвин [1] нашел следующее значение отношений этих величин:

$$\gamma = \frac{h}{h_0} = 0,676.$$

Однако, как он сам отмечает, это значение нельзя считать вполне надежным, поскольку многие привходящие обстоятельства препятствуют уверенному определению высоты h двухнедельного морского прилива. Поэтому уже после первых удачных наблюдений с горизонтальными маятниками было признано преимущество этого нового способа определения величины γ . Уже в начале нашего столетия наблюдения с горизонтальными маятниками позволили обнаружить одну важную особенность изучаемого явления: оказалось, что величина γ_n , которая получается из наблюдений над колебаниями отвеса в меридиане, несколько меньше величины γ_e , относящейся к первому вертикалу. Нужно было выяснить, является ли это различие в значениях γ особенностью, присущей колебаниям отвеса в любой точке земной поверхности, или его следует объяснить какими-либо местными условиями. Наиболее определенный ответ на этот вопрос можно было бы получить путем сравнения результатов наблюдений во многих пунктах, значительно удаленных друг от друга и расположенных как в приморских странах, так и в глубине континентов. Между тем, различие в значениях γ_n и γ_e , которое мы указали выше, было обнаружено лишь в немногих и довольно близких между собой пунктах, так как в начале нашего столетия наблюдения с горизонтальными маятниками были проведены почти исключительно обсерваториями Западной Европы. Но здесь все же неизменно получалось $\gamma_n < \gamma_e$, и это требовало теоретического объяснения.

Такое объяснение было предложено в 1916 г. Швейдаром [2]. Местные особенности строения земной коры, по мнению Швейдара, не могут быть

* Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, 1951. — Том 4.

причиной заметного различия величин γ_n и γ_e . «Только в очень тонком слое, — пишет Швейдар, — обнаруживаются аномалии плотности и строения, могущие вызвать различие в податливости материала в разных направлениях. Но этот слой оказывает ничтожное влияние на упругие деформации приливного характера».

Если это верно, то причину различия в значениях γ_n и γ_e можно искать, по-видимому, только во влиянии морских приливов. Это влияние и рассматривает Швейдар, опираясь на предложенную Хофом [3] динамическую теорию приливов в океане, полностью покрывающем поверхность Земли. Хоф получает выражение высоты полусуточного прилива в форме ряда шаровых функций и находит числовые коэффициенты этого ряда для нескольких значений глубины океана. В частности, при глубине 4800 м он дает следующую формулу:

$$h = H(-1,0647P_2^2 + 0,24038P_4^2 - 0,02774P_6^2 + 0,01867P_8^2 \dots),$$

причем

$$P_n^2 = \sin^2 \vartheta \frac{d^2 P_n}{d\mu^2},$$

где ϑ — дополнение широты до 90° , $\mu = \cos \vartheta$ и P_n — многочлен Лежандра степени n , а произведение HP_2^2 — высота полусуточного статического прилива на поверхности абсолютно твердой Земли. Отсюда следует, что полусуточный прилив, согласно динамической теории Хофа, по фазе противоположен статическому, что в общих чертах соответствует наблюдаемым особенностям явления.

Теперь, чтобы определить влияние прилива на наблюдаемые изменения силы тяжести по направлению, нужно рассмотреть, как действует на отвес слой вещества толщиной h с плотностью 1,03 (плотность морской воды), покрывающий всю поверхность Земли. Действие это будет двоякого рода: во-первых, под давлением добавочного слоя поверхность Земли будет слегка прогибаться, так что направление нормали к этой поверхности (а следовательно, и положение штатива горизонтального маятника) несколько изменится; во-вторых, на отвес будет непосредственно действовать и притяжение добавочного слоя, а поскольку толщина этого слоя в разных местах различна, сила, с которой он притягивает отвес, будет иметь горизонтальную составляющую.

В своем исследовании Швейдар учитывает оба эти влияния и после довольно сложных выкладок приходит к следующему теоретическому выражению:

$$\gamma_n - \gamma_e = -0,3325 \sin^2 \vartheta + 0,0420 \sin^2 \vartheta (11 \cos^2 \vartheta - 3).$$

По теории Швейдара разность $\gamma_n - \gamma_e$ везде за исключением полюсов имеет отрицательное значение, ее величина не зависит от долготы, т. е. она одинакова для всех точек одной и той же параллели. Можно было предвидеть заранее, что исследования Швейдара и не дадут иного результата, поскольку Швейдар рассматривал влияние на отвес прилива в океане, полностью по-

крывающем поверхность Земли, и не касался того, каким будет это влияние при учете действительного распределения суши и моря на поверхности Земли.

Швейдар нашел, что его теоретические выводы хорошо согласуются с результатами наблюдений в Потсдаме, Фрейбурге (Баден), Юрьеве (Тарту) и Фрейберге (Саксония) и, основываясь на этом, заключил, что замеченное различие в значениях γ_n и γ_e действительно объясняется влиянием приливов в океане.

Однако по мере получения новых данных становилось все более и более понятно, что такое заключение было слишком поспешным. В 1915 г. А.Я. Орлов опубликовал результаты наблюдений с горизонтальными маятниками в Томске с 26 сентября 1912 г. по 31 мая 1913 г. [4] и нашел, что для этой станции, лежащей в глубине Азии, $\gamma_n > \gamma_e$. Последующие наблюдения А.Я. Орлова, Н.Н. Горячева и В.К. Абольда в Томске, продолжавшиеся до 1920 г., вполне подтвердили этот вывод. По данным З.Н. Аксентьевой [5], окончательно обработавшей все томские наблюдения, $\gamma_n - \gamma_e = +0,12$.

В результате обработки одиннадцатилетних наблюдений с горизонтальными маятниками в Полтаве З.Н. Аксентьева нашла, что разность $\gamma_n - \gamma_e$ и здесь имеет положительное значение, а именно $+0,05$, в то время как по формуле Швейдара мы получаем для Томска $-0,04$ и для Полтавы $-0,08$. Результаты наблюдений Майкельсона и Галя (Виллиамсбай) [6] и некоторые другие результаты, сводку которых приводит З.Н. Аксентьева в своей последней работе [5], также не согласуются с теоретическими выводами.

Поэтому теперь нельзя уже считать, что выводы Швейдара согласуются с результатами наблюдений, как это казалось прежде, когда для проверки правильности своих выводов Швейдар располагал только данными немногочисленных европейских станций.

Следует ли приписать это несовершенству теории Швейдара или тому, что влияние приливов в океане вообще не является основной, а тем более единственной причиной, объясняющей замеченное различие значений γ_n и γ_e ?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, нужно было бы при теоретических расчетах влияния морских приливов на колебания отвеса перейти от простой схемы Хофа к более сложной теории, учитывающей действительное распределение суши и моря на поверхности Земли. Но при этом возникает серьезное препятствие, заключающееся в том, что еще не развита такая динамическая теория приливов, которая могла бы послужить основанием для дальнейших вычислений.

Мы полагаем, что ввиду этих затруднений при решении прямой задачи представляет интерес рассмотреть обратную задачу, т. е. определить, какой должна быть высота прилива, чтобы изменения силы тяжести в различных местах поверхности Земли имели заданные значения, согласующиеся с результатами наблюдений. Задача эта родственна известной задаче Гаусса о построении уровенного слоя. В этой статье мы не пытаемся решить ее в общем виде, а ограничиваемся лишь простым примером, поясняющим содержание задачи. При этом мы попутно показываем, что элементарная формула высоты статического прилива, которой пользовался Д. Дарвин [1], требует некоторого исправления.

В своем исследовании Д. Дарвин пытается получить данные об упругих свойствах Земли путем сравнения наблюдаемой высоты прилива длинного периода с ее теоретическим значением, найденным в предположении, что Земля — абсолютно твердое тело. Вполне понятно, что при этом сравнении должны быть учтены все поправки, которые могут заметно изменить окончательный результат. В частности, нужно принимать во внимание то, что часть поверхности Земли покрыта сушей. Это обстоятельство требует некоторого исправления высоты статического прилива, вычисленного в предположении, что поверхность Земли полностью покрыта океаном, так как в противном случае нарушается очевидное требование неизменности общего объема воды при ее приливо-отливных движениях. Необходимость введения этой поправки была осознана еще Д. Бернулли [7], а способ ее вычисления указан Томсоном [8]. Наконец Д. Дарвин и Тернер [9] получили численное значение этой поправки для действительного распределения суши и моря на поверхности Земли, что являлось необходимым при выводе среднего значения модуля сдвига Земли по наблюдаемым высотам двухнедельного прилива в европейских и индийских портах [1].

В настоящей статье мы показываем, что при учете действительного распределения суши и моря на поверхности Земли нельзя ограничиваться введением этой поправки; необходимо некоторое дальнейшее исправление теории, предполагающей, что океан полностью покрывает поверхность Земли. Насколько нам известно, последнее обстоятельство до сих пор никем во внимание не принималось.

Напомним, что при приливе длинного периода внешний потенциал может быть представлен в форме произведения некоторой величины l , зависящей только от положения возмущающего светила, на зональную шаровую функцию второй степени P_2 . Следовательно, полный потенциал на поверхности моря в первом приближении выразится следующим образом:

$$W = \frac{M}{\rho} - lP_2 + V,$$

где M — масса Земли, ρ — радиус-вектор рассматриваемой точки поверхности океана и V — потенциал слоя деформации, т. е. шарового слоя, толщина которого h_0 и является величиной, которую мы называем высотой прилива. Считая невозмущенную поверхность океана сферической и обозначая через R средний радиус Земли, мы будем иметь

$$\rho = R + h_0, \quad (1)$$

что позволит нам выразить потенциал в следующей форме:

$$W = \frac{M}{R} - \frac{M}{R^2} h_0 - lP_2 + V.$$

Но при статическом приливе возмущенная поверхность океана будет ровной поверхностью, а следовательно, во всех ее точках полный потенциал будет иметь одно и то же значение.

Чтобы удовлетворить этому условию, мы должны приравнять нулю переменную часть указанного выражения. Получим

$$-\frac{M}{R^2}h_0 - lP_2 + V = 0. \quad (2)$$

Если океан покрывает полностью всю поверхность Земли, то в выражения h_0 и V войдут только зональные шаровые функции (т. е. полиномы Лежандра) второй степени. Действительно, принимая

$$h_0 = -aP_2, \quad (3)$$

мы по известной формуле потенциала шарового слоя [10] находим

$$V = -\frac{4}{5}\pi R\sigma aP_2,$$

где σ — плотность морской воды (1,03). Теперь из уравнения (2) получаем

$$\frac{M}{R^2}a - l - \frac{4}{5}\pi\sigma Ra = 0.$$

Принимая во внимание, что

$$M = \frac{4}{3}\pi\delta R^3 = qR^2,$$

где δ — средняя плотность Земли (5.52), мы после несложных преобразований находим следующее значение a :

$$a = \frac{1}{1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sigma}{\delta}} \cdot \frac{l}{g}. \quad (4)$$

Подставив значение a в равенство (3), мы получим известную формулу теоретической высоты статического прилива для абсолютно твердой Земли, полностью покрытой океаном. Поскольку на полюсах $P_2 = 1$, понижение уровня океана при положительном l имеет здесь наибольшую величину, равную a . На широте $\varphi = \pm 35^\circ 16'$ высота прилива h_0 равна нулю, а на экваторе происходит наибольшее поднятие уровня, равное $\frac{a}{2}$.

В том случае, если не вся Земля, а только часть ее покрыта океаном, формулы (3) и (4) уже не удовлетворяют условию неизменности общего объема воды, и их приходится несколько видоизменять. Делается это так: обозначим через ϑ дополнение широты до 90° и через λ — долготу. Вполне очевидно, что интеграл

$$\iint_m h_0 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda = -a \iint_m P_2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda$$

не будет равен нулю, если интегрирование распространяется не на всю поверхность Земли, а только на ту часть ее, которая покрыта океаном (на что указывает значок m под интегралом). Следовательно, вместо h_0 нужно ввести теперь величину h_1 , определив ее так, чтобы

$$\iint_m h_1 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda = 0. \quad (5)$$

Эту исправленную высоту прилива h_1 мы представим в такой форме:

$$h_1 = a(2\alpha_2 - P_2), \quad (6)$$

где $2\alpha_2$ — искомая поправка, имеющая одно и то же значение во всех точках поверхности океана. После подстановки этого значения h_1 в равенство (5) мы сразу находим

$$2\alpha_2 = \frac{1}{S} \iint_m P_2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda,$$

где R^2S — общая поверхность моря. Теперь для получения числового значения поправки $2\alpha_2$ остается вычислить интеграл в правой части последнего равенства. Это было выполнено Тернером [9] с помощью нескольких различных приемов численного интегрирования.

После внесения указанной поправки Д. Дарвин получил выражение высоты статического прилива для действительного распределения суши и моря на поверхности Земли; это выражение лишь по форме отличается от полученного нами равенства (6). Таким образом, до сих пор наше изложение представляло собой лишь вывод известной и уже вошедшей в общие руководства формулы.

Теперь же следует отметить одно обстоятельство, на которое в свое время не обратил внимания Д. Дарвин, а именно то, что в рассматриваемом случае выражение (6) вообще не является решением исходного уравнения (2). Иначе говоря, поправка, введенная в формулу высоты статического прилива с тем, чтобы удовлетворить требованию постоянства объема воды, оказывается недостаточной. Более того, если мы говорим о приливе в океане, покрывающем не всю поверхность Земли, то высоту прилива, оказывается, вообще нельзя представить выражением, в которое входит только одна шаровая функция P_2 .

Поскольку это обстоятельство, по-видимому, до сих пор оставалось незамеченным, мы его несколько поясним.

Вполне очевидно, что заменить потенциал V выражением

$$\text{const} - \frac{4}{5} \pi R \sigma a P_2$$

можно лишь в том случае, когда толщина слоя деформации на всей поверхности сферы, а не только на какой-либо ее части, может быть представлена формулой (6). Но очевидно и то, что эта формула относится только к точкам поверхности моря, а не поверхности суши, где h_1 всюду равно нулю. Иначе говоря, толщину слоя деформации мы должны представить в виде

$$h_2 = fa(2\alpha_2 - P_2), \quad (7)$$

причем f равно единице на поверхности океана и нулю на поверхности суши. Разумеется, h_2 не будет шаровой функцией, и поэтому известная формула потенциала шарового слоя

$$V = \frac{4\pi}{2n+1} R \sigma P_n \quad (8)$$

непосредственно к функции h_2 не применима. Чтобы иметь возможность

воспользоваться все же этой формулой, нужно предварительно разложить h_2 в ряд по шаровым функциям. Поскольку h_2 имеет лишь конечное число разрывов первого рода, этот ряд будет сходящимся. Членами его будут в общем случае не только зональные, но также и секториальные и тессеральные функции различных степеней. Те же функции войдут, разумеется, и в выражение потенциала V , но уже с другими коэффициентами. Ввиду того, что эти коэффициенты не являются величинами произвольными, мы не сможем после подстановки полученных значений h_2 и V в уравнение (2) приравнять нулю переменную часть полного потенциала. Отсюда и следует, что в том случае, если Земля не полностью покрыта океаном, поверхность $\rho = R + h_2$ не может быть поверхностью уровня.

Чтобы наглядно пояснить изложенное, перейдем теперь от общих рассуждений к простому частному примеру. Будем считать, что между параллелями $\vartheta = 60^\circ$ и $\vartheta = 120^\circ$ поверхность Земли покрыта сушей, а к северу и к югу от этой зоны находится океан. Такая схема позволит чрезвычайно упростить выкладки, а последующий переход к более сложному случаю действительного распределения суши и моря не представит принципиальных трудностей.

Итак, мы принимаем, что

$$f = 1 \quad \text{при } 0^\circ < \vartheta < 60^\circ; 120^\circ < \vartheta < 180^\circ;$$

$$f = 0 \quad \text{при } 60^\circ < \vartheta < 120^\circ.$$

Введем такое обозначение:

$$\cos \vartheta = t.$$

Тогда мы можем записать соотношение, служащее для определения $2\alpha_2$, в следующей форме:

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \left(2\alpha_2 - \frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{2} \right) dt = 0,$$

что после несложных вычислений дает

$$2\alpha_2 = 0,3750.$$

Подставим это значение в равенство (7) и опустим пока постоянный множитель a . В результате мы получим

$$F = f(0,3750 - P_2). \quad (9)$$

Разложим теперь функцию F в ряд по шаровым функциям. Очевидно, что в рассматриваемом теперь частном примере этот ряд будет содержать только зональные шаровые функции. Кроме того, ввиду симметричности расположения суши относительно экватора в него войдут только функции четных степеней. Указанные обстоятельства придают решению очень простой вид.

При вычислении коэффициентов ряда мы воспользуемся известной формулой

$$A_n = \frac{2n+1}{4\pi} \iint FP_n ds, \quad (10)$$

которую в нашем случае можно переписать так:

$$A_n = \frac{2n+1}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2\alpha_2 - P_2) P_n \sin \vartheta d\vartheta d\lambda = -(2n+1) \int_1^{\frac{1}{2}} (2\alpha_2 - P_2) P_n dt.$$

Введем обозначения:

$$-\int_1^t P_n dt = \alpha_n; \quad -\int_1^t P_k P_n dt = I_{kn}. \quad (11)$$

Тогда при $k = 2$ будем иметь

$$A_{2n} = (2n+1)(2\alpha_2\alpha_n - I_{2n}). \quad (12')$$

Здесь мы заменили A_n на A_{2n} , предвидя, что в дальнейшем придется разлагать в ряды такие функции, которые содержат полиномы Лежандра не только второй степени, но и более высоких степеней. Тогда мы сможем просто записать

$$A_{kn} = (2n+1)(2\alpha_k\alpha_n - I_{kn}). \quad (12)$$

Ввиду того что

$$I_{kn} = I_{nk},$$

получаем следующее соотношение:

$$(2k+1)A_{kn} = (2n+1)A_{nk}. \quad (13)$$

Поскольку мы хотим пояснить на числовом примере лишь общий ход вычислений, нет необходимости определять большое число членов разложения функции F . Мы обрываем это разложение на полиноме шестой степени.

По формуле (11) при $t = \frac{1}{2}$ находим

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 0,1875, & I_{22} &= 0,1094, \\ \alpha_4 &= -0,0586, & I_{24} &= 0,0338, \\ \alpha_6 &= -0,0104, & I_{26} &= 0,0083, \end{aligned}$$

после чего коэффициенты A_{22} , A_{24} , A_{26} легко вычисляются по формуле (12). Так мы приходим к следующему ряду:

$$F = -0,1995P_2 - 0,5022P_4 + 0,0572P_6 + \dots \quad (14)$$

На рис. 1 показаны две кривые, графически изображающие ход функции $F(\vartheta)$; первая построена по значениям этой функции, вычисленным с помощью формулы (9), вторая — по значениям функции, вычисленным с помощью формулы (14). Заметное различие в ходе этих кривых объясняется, конечно, малым числом членов, образующих ряд (14). С увеличением числа членов приближение будет улучшаться. Однако, как известно, уже найденные нами коэффициенты при шаровых функциях второй, четвертой и шестой степеней при этом изменяться не будут.

Теперь мы имеем возможность заменить формулу (7) следующей формулой:

$$h_2 = -a(0,1995P_2 + 0,5022P_4 - 0,0572P_6 + \dots).$$

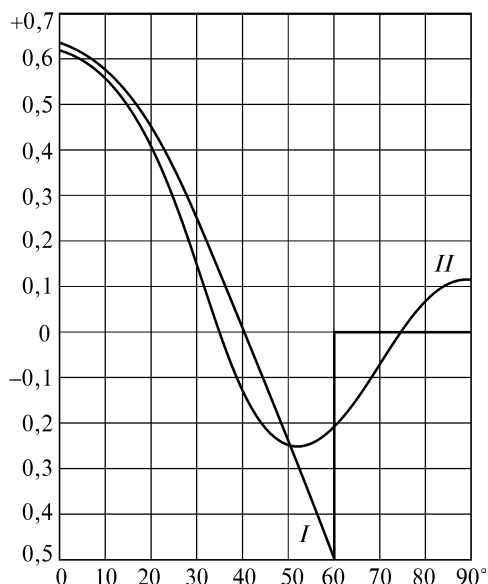


Рис. 1

Поскольку это выражение служит для вычисления толщины слоя деформации в любом месте на поверхности Земли, а не только в той ее части, которая покрыта океаном, мы можем теперь для нахождения потенциала слоя деформации воспользоваться непосредственно формулой (8). Тогда мы получим

$$V = \frac{4}{5} \pi R \sigma a (0,1955 P_2 + 0,2790 P_4 - 0,0220 P_6 + \dots).$$

Если теперь подставить значение V в исходное уравнение (2), то, как легко видеть, левая часть этого уравнения не будет обращаться в ноль ни при каком значении неизвестного a .

Поскольку на рассмотренном примере мы наглядно показали, что выражение $\rho = \text{const} - a P_2$ вообще не может

быть решением уравнения (2), естественно задаться вопросом, в какой форме должна быть представлена высота статического прилива h , чтобы $\rho = R + h$ являлось решением этого уравнения.

Мы возвращаемся к задаче, поставленной в начале статьи, т. е. к определению того, какой должна быть высота прилива, чтобы изменения потенциала силы тяжести имели заданные значения. Но теперь мы рассматриваем эту задачу в несколько видоизмененной форме, ограничиваясь к тому же простейшим частным случаем. Мы стремимся определить высоту прилива в океане, исходя из того условия, что изменение гравитационного потенциала на всей поверхности Земли выражается через посредство одной только шаровой функции второй степени.

Наши соображения по этому вопросу мы поясняем на примере того же распределения суши и моря, каким мы воспользовались выше.

Запишем следующее выражение высоты прилива:

$$h = f(a_0 - a_2 P_2 - a_4 P_4 - a_6 P_6 - \dots) \quad (15)$$

и будем искать такие значения a_0 , a_2 , a_4 и a_6 , при которых, во-первых, удовлетворяется требование неизменности объема морской воды и, во-вторых, исчезает переменная часть выражения полного потенциала на поверхности моря. Для удобства дальнейших преобразований мы придадим выражению (15) такую форму:

$$h = f[(a_2(2\alpha_2 - P_2) + a_4(2\alpha_4 - P_4) + a_6(2\alpha_6 - P_6) + \dots)], \quad (16)$$

причем α_2 , α_4 , α_6 ... вычисляются по формулам (11) и имеют значения, приведенные выше; а

$$a_0 = 2a_2\alpha_2 + 2a_4\alpha_4 + 2a_6\alpha_6 + \dots$$

Каждую из входящих в выражение (16) функций, а именно:

$$f(2\alpha_2 - P_2); f(2\alpha_4 - P_4), f(2\alpha_6 - P_6),$$

мы можем, в свою очередь, разложить в ряд по полиномам Лежандра. Коэффициенты членов этих рядов найдутся по формуле (12). Кроме интегралов I_{22} , I_{24} , I_{26} , значения которых мы уже привели, нам потребуются теперь значения еще трех определенных интегралов. Мы нашли их по второй из формул (11):

$$I_{44} = 0,0823; I_{46} = 0,0118; I_{66} = 0,0546.$$

Затем обращаемся к формуле (12) и находим все коэффициенты разложения, т. е. величины A_{kn} . После их подстановки приходим к следующему выражению высоты статического прилива длинного периода:

$$h = a_2 (-0,1955P_2 - 0,5022P_4 + 0,0572P_6) + a_4 (-0,2790P_2 - 0,6786P_4 - 0,1378P_6) + a_6 (0,0220P_2 - 0,0954P_4 - 0,7072P_6).$$

Для получения потенциала шарового слоя толщины h вновь обращаемся к формуле (8) и находим

$$V = -4\pi\sigma R[(0,0391a_2 + 0,0588a_4 - 0,0044a_6)P_2 + (0,0588a_2 + 0,0754a_4 + 0,0106a_6)P_4 + (-0,0044a_2 + 0,0106a_4 + 0,0544a_6)P_6]. \quad (17)$$

Заменив одной буквой U многочлен, заключенный в квадратные скобки, получаем краткую запись предыдущего равенства:

$$V = -4\pi\sigma RU. \quad (18)$$

Мы пришли к следующему результату: если высота прилива в океане выражается формулой (15), то при рассматриваемом распределении суши и моря изменение потенциала, производимое самим приливом, можно приближенно представить посредством ряда (17). Вполне понятно, что при ином распределении мы получили бы и другой ряд, но сам ход вычислений остался бы прежним.

Для сокращения записи заменим через $-H$ выражение, стоящее в скобках в правой части равенства (15). Тогда уравнение возмущенной поверхности океана примет следующую простую форму:

$$\rho = R - H, \quad (19)$$

но поскольку эта поверхность при статическом приливе всегда остается ровной, мы теперь можем, как и раньше, приравнять нулю переменную часть полного потенциала, что даст

$$\frac{M}{R^2} H - lP_2 - 4\pi\sigma RU = 0.$$

Заметив, что

$$\frac{l}{g} = a \left(1 - \frac{3}{5} \frac{\sigma}{\delta} \right),$$

мы после несложных преобразований приводим предыдущее уравнение к сле-

дующему виду:

$$H - 3 \frac{\sigma}{\delta} U = a \left(1 - \frac{3 \sigma}{5 \delta} \right) P_2 \quad (20)$$

и после подстановки числовых значений получаем

$$H - 0,5595U = 0,8881aP_2. \quad (21)$$

Учитывая, что H и U — лишь сокращенные обозначения рядов шаровых функций, приходим к заключению, что равенство (21) будет соблюдаться при любом значении ϑ только тогда, когда коэффициенты при шаровых функциях одной и той же степени в правой и левой частях этого равенства равны между собой, что, в свою очередь, приводит нас к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} 0,9781a_2 - 0,0312a_4 - 0,0025a_6 &= 0,8881a; \\ -0,0329a_2 + 0,9578a_4 - 0,0059a_6 &= 0; \\ 0,0025a_2 - 0,0059a_4 + 0,9696a_6 &= 0. \end{aligned}$$

Затем получаем такие значения искомых коэффициентов ряда (15):

$$a_2 = 0,9090a; \quad a_4 = 0,0313a; \quad a_6 = -0,0022a.$$

Следовательно, высота статического прилива выразится у нас следующим образом:

$$h = a(0,3372 - 0,9090P_2 - 0,0313P_4 + 0,0022P_6 + \dots), \quad (22)$$

в то время как по Д. Дарвину она согласно формуле (6) выразилась бы таким образом:

$$h_1 = a(0,3750 - P_2),$$

и, наконец, в том случае, если вся поверхность Земли покрыта морем, мы имеем просто

$$h_0 = -aP_2.$$

Разность $h - h_1$ представляет собой ту поправку, которую при рассматриваемом нами распределении суши и моря следует внести в формулу, применяющуюся Д. Дарвином. Эта разность

$$h - h_1 = 0,0378 + 0,0910P_2 - 0,0313P_4 + 0,0022P_6. \quad (23)$$

На рис. 2 зависимость $h_1 - h$ от ϑ представлена графически. Мы видим, что найденная нами поправка является положительной при $0^\circ < \vartheta < 43^\circ$ и отрицательной при $43^\circ < \vartheta < 60^\circ$, т. е. она почти везде противоположна по знаку высоте прилива h_1 .

Если бы Земля была полностью покрыта океаном, то, как это видно из формулы (4), взаимное притяжение частиц воды должно было бы приводить к одинаковому во всех точках поверхности Земли относительному увеличению высоты статического прилива. Континенты ослабляют это влияние и притом в разных местах по-разному, особенно заметно, по-видимому, у берегов. В рассмотренном нами примере это следует из формулы (23), согласно которой отношение $\frac{h - h_1}{h}$ имеет наибольшую абсолютную величину при $\vartheta =$

= 60°. Для выяснения того, в какой мере наше предложение оправдывается при действительном распределении суши и моря, нужно перейти от рассмотренной выше простой схемы к более громоздким вычислениям.

Возвратимся к основной задаче, т. е. к определению высоты динамического прилива по данным об изменениях силы тяжести, получаемым из наблюдений с горизонтальными маятниками и гравиметрами.

При решении этой задачи потребуются разложить наблюденные изменения потенциала силы тяжести в ряд по шаровым функциям, затем исключить отсюда ту часть, которая вызывается внешним возмущающим влиянием и деформациями твердой части земного сфероида, вычисленными в предположении, что Земля изотропна и состоит из однородных концентрических слоев, и, наконец, определить высоту динамического прилива, исходя из выражения полученного остатка, подобно тому, как в нашем примере мы нашли высоту статического прилива, исходя из того условия, что в выражение изменения потенциала входит только шаровая функция второй степени. Тогда, вероятно, окажется возможным ответить на вопрос о том, объясняются ли замеченные различия в значениях γ действием прилива в океане.

Мы не предлагаем здесь какой-либо практически удобной схемы этих вычислений, а лишь приводим краткие соображения о значении и возможном ходе решения задачи с тем, чтобы еще раз пояснить важность постановки наблюдений с горизонтальными маятниками и гравиметрами во многих местах, значительно удаленных друг от друга. Имеющиеся в настоящее время данные наблюдений совершенно не достаточны для решения первой части поставленной выше задачи, что, по нашему мнению, является обязательным условием для получения из наблюдений над лунно-солнечными изменениями силы тяжести обоснованных геофизических выводов.

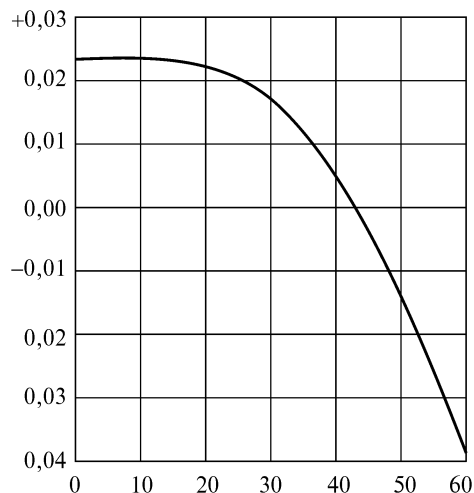


Рис. 2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Darwin G.H. Scient. Pap. Cambridge, 1, 340, 1907.
2. Schweydar W. Veröff. d. K. Preus. Geod. Inst., N. F. 66, 1916.
3. Hough S.S. Phil. Trans. R. S. London, Ser. A, 191, 139, 1898.
4. Орлов А.Я. Результаты юрьевских, томских и потсдамских наблюдений над лунно-солнечными деформациями Земли. — Одесса. — 1915.
5. Аксентьева З.Н. Труды Полтавской гравиметрической обсерватории АН УССР, т. 4. — К., 1951.
6. Michelson A.A., Gale H.G. Astroph. Journ., 50, 1919.
7. Bernoulli D. Traite sur le Flux et Reflux de la Mer, 1740.
8. Thomson W., Tait P.G. Nat. Phil. Cambridge, § 808, 1885.
9. Darwin G. H., Turner H. H. Scient. Pap., 1, 328.
10. Идельсон Н.И. Теория потенциала. — М.—Л., 248, 1936.

Е.П. ФЕДОРОВ

ИЗУЧЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ МЕТОДАМИ АСТРОНОМИИ И ГРАВИМЕТРИИ*

На конференцию прибыли представители научных учреждений Советского Союза, занимающихся изучением вращательного движения и приливных деформаций Земли. Поэтому мы можем рассчитывать, что общая картина состояния исследований в этой области астрономии и геофизики обрисуетя полно. Нам предстоит внимательно вникнуть во все детали проведенных исследований, так как в этой сложной проблеме отсутствие должного внимания к вопросам, на первый взгляд второстепенным, к чисто технической или вычислительной стороне дела может подчас привести к серьезным принципиальным ошибкам. Каждое исследование мы постараемся критически и всесторонне рассмотреть и объективно оценить.

К этой работе мы перейдем завтра. Сегодня же будет уместно обрисовать в общих чертах основные задачи и содержание наших исследований. Я остановлюсь на том, какое значение имеют наши работы для выяснения одного из самых трудных вопросов естествознания — вопроса о внутреннем строении Земли. Отмечу, что помимо самостоятельного интереса этот вопрос важен еще потому, что его подробное изучение необходимо для полного построения космогонии солнечной системы.

Это вполне понятно. В вопросе о внутреннем строении Земли ученый, развивающий космогоническую теорию, встречается с большим разнообразием отдельных черт и деталей, внесенных в общую картину представителями всех естественных наук. Благодаря этому он получает важный материал для испытания и усовершенствования своей теории.

Основу и начало науки о Земле составляют данные, полученные средствами астрономии, геодезии и гравиметрии. Но картина внутреннего строения Земли начала отчетливо обрисовываться в своих основных чертах лишь по мере развития сейсмологии. По образному выражению академика Б.Б. Голицына, «всякое землетрясение можно уподобить фонарю, который зажигается на короткое время и освещает нам внутренность Земли, позволяя тем самым рассмотреть то, что там происходит». Однако, развивая приведенное сравнение, мы должны будем сказать, что свет этого фонаря тускнеет на глубине 2900 км, именно там, где проходит поверхность, отделяющая внешнюю оболочку Земли от ее ядра.

* Труды III Всесоюзной широтной конференции (Полтава, 27—31 мая 1952 г.). — Киев, 1954.

Для суждения о строении оболочки мы располагаем данными о массе и моменте инерции Земли, полученными средствами астрономии и гравиметрии, результатами геологических и лабораторных исследований свойств ультраосновных горных пород и данными о скоростях продольных и поперечных сейсмических волн, по которым с помощью известных из теории упругости соотношений можно составить суждение об изменении плотности с глубиной. Но сквозь ядро Земли проходят только продольные волны; поперечные волны либо совсем в него не проникают, либо, проникнув, быстро затухают. Вследствие этого прямой и наиболее надежный способ изучения зависимости плотности от глубины теряет свою силу. Этот ключ к решению основных задач внутреннего строения Земли оказывается непригодным, как только мы переходим с ним от оболочки к ядру Земли.

В этом первая причина недостаточности и недостоверности наших сведений о строении ядра. Вторую причину мы видим в том, что вещество в этой области находится под таким давлением (от 1,5 до 3,5 миллиона атмосфер), которое в лабораторных условиях еще не достигнуто. Поэтому в своих заключениях о ядре Земли геофизики почти полностью лишены возможности опереться на опытные данные.

Наконец, третья причина кроется в истории рассматриваемого нами вопроса. Ядром Земли мы называем теперь совсем не то, что понимали под этим термином ученые прошлого столетия. Тогда для объяснения вулканических извержений и геотермического градиента была выдвинута гипотеза, согласно которой внутренность Земли целиком заполнена расплавленным веществом. Землю представляли себе в виде огромного жидкого ядра, заключенного в оболочку толщиной в несколько километров или десятков километров. Теперь эти воззрения кажутся нам лишь немногим менее наивными, чем идеи английского ученого XVIII в. Удварда, считавшего существование ключей и артезианских колодцев доказательством того, что внутренность Земли заполнена водой. Несостоятельность гипотезы огненно-жидкого ядра Земли в ее первоначальной форме сделалась очевидной, как только были рассмотрены те ее следствия, которые могут быть проверены с помощью астрономических наблюдений.

Теперь мы называем ядром Земли ее внутреннюю область, лежащую под основной поверхностью раздела. Объем ядра составляет не 9/10 общего объема Земли, как это следовало из первоначальных представлений, а только 1/6 ее объема. Налицо, очевидно, не простое уточнение, а коренное изменение того значения, которое придавалось термину «ядро» Земли. Но поскольку несостоятельность гипотезы жидкого ядра Земли уже была однажды установлена путем проверки ее следствий средствами астрономии, могло казаться, что повторять эту проверку уже нет более необходимости, даже после того, как наши представления о размерах ядра Земли так существенно изменились.

Этими тремя причинами в значительной мере и объясняется то, что о механических свойствах ядра Земли мы знаем теперь немногим больше, чем было известно в начале нашего столетия. Положение изменилось, собственно говоря, только в одном отношении. В то время в этом вопросе проявлялось гораздо менее осторожности, чем теперь. Об агрегатном состоянии ядра были высказаны все мыслимые предположения: что оно твердое, жидкое, газооб-

разное и даже что оно одновременно ни твердое, ни жидкое и ни газообразное, причем каждый из этих взглядов имел своих убежденных сторонников. Однако доводы их были настолько сомнительны, что Г. Шенберг в обзорной статье, опубликованной в 1906 г. в Известиях Русского астрономического общества, имел достаточно оснований назвать вопрос о строении ядра Земли скорее вопросом веры, чем точного знания.

Теперь это можно было бы отнести, пожалуй, только к авторам популярных брошюр и статей. Наоборот, в специальной литературе мы встречаемся обычно с очень осторожными высказываниями, а иногда и стремлением как-либо обойти этот неясный вопрос. В качестве примера таких осторожных высказываний приведем цитаты из двух статей Б. Гутенберга: «Мы еще не пришли к окончательному решению вопроса о том, являются ли жесткость и вязкость ядра настолько малыми, что это вещество можно назвать жидким при нормальных условиях, или же его следует считать твердым»¹. В другом месте он пишет: «Из наблюдений не следует, что модуль сдвига в ядре настолько мал, что мы должны считать ядро жидким; однако не исключена возможность, что это так»².

Решение вопроса о механических свойствах ядра Земли не должно, конечно, состоять лишь в обосновании выбора между двумя агрегатными состояниями: жидким и твердым. Неоднократно высказывались даже сомнения в том, что это вообще возможно. Речь идет о другом, именно об определении численных значений всех тех величин, которыми принято характеризовать механические свойства тела, т. е. о его плотности, модулях объемной упругости и сдвига, коэффициенте вязкости и т. д., причем конечной целью должно быть нахождение зависимости этих величин от глубины.

Таково содержание вопроса. Его современное состояние я уже кратко охарактеризовал выше. Теперь рассмотрим возможные пути решения этого вопроса. Я думаю, что основную роль здесь предстоит сыграть астрономии и гравиметрии, и именно тем разделам этих наук, которые посвящены изучению приливных деформаций и вращательного движения Земли. И если рассматривать, в частности, широтные наблюдения как одно из средств изучения внутреннего строения Земли, то важнейшей их задачей мы должны считать именно получение исходных данных для определения механических свойств ядра. То же в значительной мере относится и к наблюдениям приливных изменений силы тяжести. Нам, следовательно, нужно рассмотреть, как должны быть организованы эти наблюдения, чтобы на основании их результатов можно было сделать уверенные и обоснованные выводы о механических свойствах ядра Земли. Но для этого нам придется хотя бы в самых общих чертах пояснить, какими путями, исходя из данных о колебаниях широт и периодических изменениях силы тяжести, мы можем прийти к решению этого труднейшего вопроса геофизики. В механических лабораториях для определения механических свойств образца какого-либо материала его подвергают растяжению, сжатию или скручиванию с помощью специальных

¹ Сборник статей «Внутреннее строение Земли». М., Изд-во иностранной литературы, 1949, с. 12.

² Там же, с. 367.

испытательных машин. Исследуемый образец изменяет при этом свою форму, и изучение его деформаций при разных нагрузках позволяет сделать выводы об упругих свойствах материала, из которого он изготовлен.

Ученый, исследующий механические свойства Земли, идет схожим, но более трудным путем. Первая трудность создается тем, что ученый может лишь измерять и рассчитывать те силы, которые деформируют Землю, но не может управлять ими по своему усмотрению.

Самые значительные изменения формы Земли вызывает приливообразующая сила, растягивающая Землю вдоль той прямой, которая соединяет ее центр с центром Луны или Солнца. Но наибольшие вертикальные смещения поверхности Земли, при этом происходящие, достигают лишь 30 см — величины, ничтожно малой по сравнению с длиной радиуса Земли. Поэтому при изучении механических свойств Земли мы лишены возможности непосредственно следить за изменениями ее формы, как это делается в лабораториях с образцом испытываемого материала. В этом — вторая особенность рассматриваемой нами задачи и ее главная трудность.

Наконец, следует подчеркнуть и трудности теоретических расчетов. В отличие от тех образцов однородных материалов, которые чаще всего испытываются в лабораториях, Земля представляет собою тело сложного строения, состоящее из многих слоев различной плотности и упругости. Кроме того, если у тел малого размера силам, изменяющим их форму, противодействуют только силы упругости, у такого тела, как Земля, важную роль играет и сила ньютоновского притяжения каждой отдельной ее частицы всей огромной массой Земли. Трудности теоретического расчета казались до последнего времени настолько значительными, что некоторые геофизики, например Б. Гутенберг, считали их главным препятствием на пути определения механических свойств Земли по ее приливным деформациям. Однако теперь мы с удовлетворением можем отметить, что эти трудности уже в значительной своей части преодолены. Я имею ввиду выдающееся исследование члена-корреспондента АН СССР М.С. Молоденского. Поскольку мы будем иметь возможность заслушать на конференции сообщение самого М.С. Молоденского, я в своем докладе лишь кратко остановлюсь на том, какое значение имеет это исследование для решения проблемы внутреннего строения Земли. Но ранее нужно будет несколько пояснить, как, не имея возможности непосредственно проследить изменения формы Земли, мы все же получаем данные о ее приливных деформациях.

Для взвешивания различных предметов мы часто пользуемся пружинными весами. Мы привыкли считать такие весы исправными, если при наложении какого-либо груза они всегда и везде показывают один и тот же вес. И наоборот, если, взвешивая груз, скажем, на верхнем этаже, мы получаем иной результат, чем на нижнем, а днем не то, что утром, мы, естественно, решим, что весы наши неисправны. Но это правильно только тогда, когда мы пользуемся не очень чувствительными весами. Если же наши пружинные весы обладают чрезвычайно высокой чувствительностью, положение будет как раз обратным. В самом деле, определяя вес тела, мы, собственно говоря, измеряем ту силу, с которой оно притягивается Землею. Сила эта будет различной на разных расстояниях от центра Земли, а, стало быть, вес тела дол-

жен изменяться, когда мы переносим его из одного этажа дома в другой. Далее, не только Земля, но и другие тела солнечной системы притягивают к себе груз, лежащий на чашке весов, и более других — спутник Земли Луна. Из-за относительного движения Луны сила этого притяжения периодически изменяет свою величину и направление. Если сложить ее по правилу параллелограмма с силой притяжения самой Земли, мы сразу же убедимся в том, что и равнодействующая этих двух сил также будет несколько изменять свое направление и величину. Таким образом, показания пружинных весов, как оказывается, должны зависеть от положения Луны, т. е. должны с течением времени периодически изменяться. Эти изменения называют приливными вариациями силы тяжести, а чувствительные пружинные весы, с которыми такие вариации можно обнаружить, — гравиметрами.

Если бы Земля была телом абсолютно твердым, то причиной непостоянства показаний гравиметра были бы только изменения внешней приливообразующей силы. Эти изменения легко найти теоретически. Таким образом, с помощью относительно несложного расчета мы имеем возможность установить, как изменялись бы показания гравиметра, если бы он был установлен на поверхности Земли, совершенно не изменяющей свою форму.

Но это не то явление, которое мы наблюдаем в действительности. Так как прибор, с помощью которого мы наблюдаем вариации силы тяжести, находится на поверхности деформируемой Земли, он то приближается к центру Земли, то от него удаляется. А это, как мы уже отметили, вызывает дополнительные изменения показаний гравиметра. Кроме того, изменения формы Земли сами по себе влияют на величину и направление силы, с которой она притягивает к себе любое тело, находящееся на постоянном расстоянии от ее центра.

Как всякий периодический процесс, приливные вариации силы тяжести можно представить в виде ряда простых колебаний с различными периодами и амплитудами (т. е. наибольшими размахами). Если выделить какое-либо одно колебание, то амплитуда его, полученная из наблюдений, будет в силу указанных выше двух обстоятельств отличаться от теоретического значения амплитуды этого приливного колебания на поверхности абсолютно твердой Земли. Отношение этих двух значений — наблюдаемого и теоретически вычисленного — обычно обозначается символом β . Величина β зависит только от того, насколько значительно изменяется форма Земли под влиянием внешней приливообразующей силы, т. е. в конечном счете только от механических свойств Земли, от ее внутреннего строения.

Подобную же картину мы видим при изучении изменений направления силы тяжести. Это направление мы легко можем найти с помощью отвеса. Чтобы изучить, как оно изменяется, необходимо измерять угол, образуемый нитью отвеса с какой-либо прямой, направление которой либо остается постоянным, либо изменяется по заранее известному нам закону. В качестве такой прямой можно взять ось суточного вращения Земли. Угол между этой осью и отвесной линией равен дополнению широты до 90° . Так открывается возможность по наблюдениям изменений широты изучить приливные колебания отвеса.

Но хотя наблюдения изменений широты принадлежат к числу точнейших астрометрических наблюдений, они все же не настолько точны, чтобы полу-

ченные с их помощью данные о приливных изменениях угла между отвесной линией и осью вращения Земли можно было положить в основу достоверных выводов о ее внутреннем строении.

Значительно более высокая точность достигается при измерениях изменений угла между отвесной линией и прямой, перпендикулярной к внешней поверхности Земли. Если бы Земля была телом абсолютно твердым, эта прямая сохраняла бы неизменное направление. Отвес колебался бы тогда только под влиянием внешней приливообразующей силы и только это движение изменяло бы величину измеряемого угла.

Но в действительности явление протекает значительно сложнее. Приливообразующая сила изменяет форму Земли, а следовательно, и направление перпендикуляра к ее поверхности в любой точке. Кроме того, внешняя сила уже не является единственной причиной колебаний отвеса; вследствие деформаций Земли изменяется и та сила, с которой она притягивает к себе груз, прикрепленный к нити отвеса.

Наблюдения изменений угла между направлением отвесной линии и перпендикуляром к внешней поверхности Земли осуществляются с помощью специальных приборов, называемых горизонтальными маятниками. Поскольку мы всегда имеем дело с показаниями прибора, установленного на поверхности деформируемой Земли, данные этих наблюдений показывают, как протекает наблюдаемое явление в действительности. Если вновь представить изменения измеряемого угла в виде ряда простых колебаний, выделить одно из таких колебаний, определить его амплитуду и, наконец, поделить полученную величину на то ее теоретическое значение, которое вычислено в предположении абсолютной твердости Земли, то получим новую величину γ , зависящую от механических свойств Земли.

Перейдем непосредственно к изложению основной идеи решения задачи определения механических свойств ядра Земли по данным о ее приливных деформациях. Из наблюдений с гравиметрами и горизонтальными маятниками получаются две величины β и γ , зависящие, как отмечено, только от механических свойств Земли, т. е. от ее плотности и упругости. Эти величины можно рассчитать и теоретически, если заранее принять какую-либо гипотезу о зависимости указанных свойств от глубины. В частности мы будем получать для β и γ различные значения, смотря по тому, будем ли мы считать Землю целиком твердой от поверхности до центра или допустим существование жидкого ядра.

В выборе гипотез относительно механических свойств оболочки мы ограничены тем обязательным требованием, что при всех наших предположениях должны получаться именно те значения продольных и поперечных сейсмических волн, которые наблюдаются в действительности. Это обстоятельство значительно облегчает задачу.

Попытки теоретического вычисления значений β и γ делались за последние 50 лет многими учеными, но до последнего времени те упрощающие допущения, которые им приходилось принимать, чтобы уменьшить математические трудности задачи, в значительной мере обесценивали полученные результаты. И только М.С. Молоденскому удалось добиться в этом направлении решающего успеха. Он впервые применил к решению дифференциаль-

ных уравнений равновесия гравитирующей упругой сферы метод численного интегрирования. Таким путем он рассчитал значения β и γ для ряда гипотез о внутреннем строении Земли, совместимых со всеми твердо установленными данными о ее массе, сжатии, средней плотности, плотности внешних слоев и скоростях сейсмических волн. Если бы мы располагали достаточно надежными значениями β и γ , полученными из наблюдений, нам было бы достаточно просто сравнить их с результатами теоретических вычислений. Те гипотезы о внутреннем строении Земли и, в частности, то предположение о механических свойствах ее ядра, при котором теоретически найденные значения этих величин лучше всего согласовались бы с наблюдаемыми, мы и имели бы все основания считать соответствующими действительности. Два упрощающих допущения делаются всегда в теории приливных деформаций Земли. Во-первых, принимается, что эта деформация является статической, т. е. что упругие напряжения, сила тяжести и приливообразующие силы, действующие на любую частицу, взаимно уравниваются. Во-вторых, принимается, что механические свойства Земли зависят только от глубины. При этих предположениях величины β и γ должны иметь одно и то же значение, где бы они ни определялись.

Подтверждается ли наблюдениями этот вывод? Первые наблюдения с горизонтальными маятниками были выполнены в конце прошлого столетия. За прошедшие с этого времени более 50 лет величина γ была определена в нескольких десятках пунктов. Успехом этих исследований в нашей стране мы в значительной мере обязаны действительному члену АН УССР и члену-корреспонденту АН СССР А.Я. Орлову. Им были организованы длительные ряды наблюдений с горизонтальными маятниками в Тарту, Томске и Полтаве. Окончательная обработка результатов наблюдений в Томске и Полтаве выполнена членом-корреспондентом АН УССР З.Н. Аксентьевой, причем полученные ею значения γ являются самыми надежными и точными из всех, до настоящего времени опубликованных.

И вот, если сопоставить значения γ , найденные по наблюдениям в разных пунктах, сразу же становится понятно, что на поставленный выше вопрос нужно дать отрицательный ответ. Расхождения этих значений так велики, что объяснить их только ошибками наблюдений едва ли возможно. Иногда, как например на берегу залива Беппу в Японии, даже на станциях, лежащих в нескольких сотнях метров друг от друга, обнаруживаются расхождения, в несколько раз превышающие среднее значение γ .

В чем же причина такого разительного несогласия теоретических выводов с результатами наблюдений? Очевидно, причиной может быть лишь неточность исходных допущений, на которых основана теория. Следовательно, необходимо дать более обоснованные ответы на два вопроса: можно ли принимать, что приливная деформация Земли является деформацией статической? Можно ли принимать, что плотность и упругие свойства Земли зависят только от глубины?

Притяжение Луны и Солнца, изменяя форму Земли, одновременно вызывает прилив в океане. Этот прилив (мы имеем в виду полусуточную волну), как это показывают теория и наблюдения, не является статическим, так как поднятия и опускания уровня океана не совпадают во времени с изменениями приливообразующей силы, их вызывающей.

Под тяжестью приливной волны поверхность Земли прогибается, и это вторичное явление влияет на результаты наблюдений с горизонтальными маятниками, причем особенно заметно в тех случаях, когда наблюдения ведутся вблизи берега моря. Рассчитать это явление теоретически мы пока не можем, так как еще не располагаем динамической теорией приливов, которую можно было бы положить в основу такого расчета. Следовательно, желательно проводить наблюдения там, где это влияние возможно более ослаблено. Именно этими соображениями руководствовался А.Я. Орлов, когда приступал к организации наблюдений с горизонтальными маятниками в Томске и Полтаве — двух пунктах, лежащих в глубине материка Евразии. В настоящее время такие наблюдения организуются на обсерватории им. Энгельгардта под Казанью, где также непосредственное влияние прилива в океане должно быть очень слабым.

Хотя вопрос о влиянии морских приливов на результаты наблюдений с горизонтальными маятниками мы не можем считать вполне решенным, мы уже теперь располагаем данными, указывающими на то, что одним только этим влиянием нельзя объяснить расхождения результатов определения величины γ . Поэтому мы склонны думать, что и на второй из поставленных выше вопросов приходится дать отрицательный ответ. По-видимому, при вычислении величины γ нельзя пренебрегать теми особенностями строения земной коры, которые давно привлекают внимание геологов. Конечно, кора не может заметно влиять на общую деформацию Земли, как не может влиять тонкий слой краски, нанесенный на поверхность металлического шара, на изменение его формы под действием внешнего давления. Однако толщина отдельных участков земной коры может изменяться при деформациях Земли по-разному. Так, если мы имеем прослойку рыхлого вещества между двумя блоками твердой горной породы, это вещество при деформации Земли иногда будет несколько выжиматься из заполненного им объема. Подобные явления могут привести к тому, что поверхность Земли при ее деформациях будет как бы покрываться буграми и морщинами. Если это так, то наблюдения с горизонтальными маятниками будут доставлять нам данные скорее не об общей деформации Земли, а о местных искривлениях ее поверхности. Тогда становится совершенно понятно, что значения γ , полученные из наблюдений даже в близких пунктах, могут резко между собою расходиться, и подметить какую-либо закономерность в этих расхождениях будет не легко.

Наблюдения с гравиметрами, служащие для определения величины β , получили широкое развитие только в последние годы. Нужно заметить, что хотя мы располагаем уже довольно обширной сводкой результатов этих наблюдений, каких-либо уверенных выводов относительно среднего значения β и уклонений отдельных значений от этого среднего мы сделать еще не можем. Причина тому — недостаточная надежность результатов, полученных в большинстве случаев по очень коротким сериям наблюдений.

Итак, для успеха в решении задачи о механических свойствах ядра Земли нужно прежде всего получить возможно более обширный и надежный материал наблюдений с гравиметрами и горизонтальными маятниками, расширить сеть станций, ведущих эти наблюдения, и повысить точность их результатов. Тогда мы сможем подойти к тем средним значениям β и γ , которые

будут с достаточной достоверностью характеризовать общую деформацию Земли. Сравнив эти значения с результатами теоретического расчета, мы сможем дать обоснованный ответ на вопрос о том, следует ли считать ядро Земли жидким или твердым.

Полученный вывод можно будет далее проверить еще одним способом. Располагая значениями β и γ , можно найти период свободной нутации. В зависимости от того, будем ли мы считать, что Земля тверда от поверхности до центра, или допустим существование у нее жидкого ядра, нам придется при этом идти различными путями. В первом случае мы будем пользоваться формулой Лява—Лармора, устанавливающей связь между периодом свободной нутации и некоторой величиной, характеризующей упругие деформации Земли. Во втором случае необходимо учесть еще динамическое влияние жидкого ядра Земли, впервые рассмотренное с необходимой строгостью профессором Московского университета Ф.А. Слудским еще в 1895 г. Найденные этими двумя путями значения периода свободной нутации заметно между собой разнятся. Для выяснения того, какое из этих значений соответствует действительности, мы располагаем найденным из широтных наблюдений значением периода свободного движения полюсов. Таким путем мы также можем получить решение задачи о механических свойствах ядра Земли.

Подводя итог изложенному, мы видим, что для достижения этой цели потребуются еще значительные усилия, и мы не можем рассчитывать на скорый успех. Поэтому важно было искать новые способы решения задачи, и мы полагаем, что в последнее время нашли путь довольно надежный и не столь уже длительный.

Дело в следующем. В 1885 г. Н.Е. Жуковский опубликовал статью о вращении твердого тела, имеющего полости, наполненные жидкостью. 10 лет спустя Ф.А. Слудский, лекции которого по механике Н.Е. Жуковский слушал в Московском университете, применил выводы своего выдающегося ученика к решению задачи о движении оси вращения Земли, состоящей из твердой оболочки и жидкого ядра.

В этом исследовании задача о динамическом влиянии ядра была рассмотрена со всей необходимой строгостью и полнотой и доведена до окончательного решения. Однако Ф.А. Слудский предусмотрительно воздержался от постановки численных значений величин, входящих в его окончательные формулы, так как эти значения тогда по существу не были известны. Вместо этого он обратился к астрономам с призывом проверить его выводы специальными наблюдениями.

Одновременно со Слудским задачу о вращении Земли с жидким ядром рассмотрел Хоф, ограничившись, однако, лишь случаем невозмущенного движения. Для этого частного случая Хоф получил формулу, тождественную с формулой Слудского, согласно которой влияние жидкого ядра должно уменьшать период свободного движения полюсов.

В 1910 г. А. Пуанкаре опубликовал исследование о прецессии деформируемого тела. Рассматривая случай твердой оболочки и жидкого ядра, он приходит к уравнениям, лишь по форме отличающимся от тех, которые были ранее получены Слудским.

Теория Пуанкаре изложена, между прочим, в известном курсе гидродинамики Ламба без всякой ссылки на более ранние исследования Слудского.

С 1910 по 1948 г. по вопросу о динамическом влиянии жидкого ядра Земли на ее вращательное движение, насколько нам известно, не было опубликовано ни одного исследования. За это время произошло то коренное изменение понятия ядра Земли, которое мы отметили выше. И когда в 1948 г. Г. Джеффрис вновь обратился к рассмотрению упомянутого вопроса, он уже располагал новыми данными о размере, эллиптичности и моментах инерции ядра. Джеффрис попытался объяснить динамическим влиянием ядра известное расхождение между теоретическим и наблюдаемым значениями постоянной нутации — одно из самых значительных расхождений в системе астрономических постоянных.

В кратком сообщении, опубликованном в июне 1950 г., я указал на важность непосредственного определения из наблюдений короткопериодических членов нутации, так как влияние ядра должно особенно заметно проявляться именно в этих движениях земной оси. В то время мы уже такое влияние подметили.

Дело в том, что, анализируя полтавские наблюдения двух ярких зенитных звезд, Н.А. Попов обнаружил в наблюдаемых широтах полумесячную волну, которую нельзя было объяснить приливными колебаниями отвеса. Причиной ее появления могла быть только неточность амплитуды полумесячного члена нутации. Этот результат Н.А. Попова можно рассматривать как первое полученное из наблюдений указание на неточность классической теории нутации, опирающейся на допущение абсолютной твердости Земли.

Позже нам стало известно, что на Парижском совещании по астрономическим постоянным в 1950 г. Морган также привел некоторые данные, указывающие на то, что табличное значение коэффициента полумесячного члена нутации требует исправления. Эти данные он получил путем анализа четырех годичных серий наблюдений на Вашингтонской зенитной трубе.

В том же году А.Я. Орлов указал, что обнаруженная им ранее в пулковских наблюдениях δ Кассиопеи лунная полумесячная волна также может быть объяснена неточностью принятого значения амплитуды полумесячного члена нутации, и таким образом подтвердил выводы Н.А. Попова.

Классическая теория нутации приводит к следующему значению коэффициента при $\sin(2C - \alpha)$:

$$n = 0'',085.$$

Если учесть динамическое влияние жидкого ядра Земли, то по предварительным подсчетам этот коэффициент должен быть увеличен на $0'',011$. Понятно, что такое расхождение долгое время оставалось незамеченным и что обнаружить его можно только по многолетним и наиболее точным рядам наблюдений. Вычисления требуют затраты большого труда. Однако важность вопроса, с одной стороны, и то, что результаты Н.А. Попова и А.Я. Орлова уже давали нам основание рассчитывать на успех, с другой стороны, побудило нас приступить к этим вычислениям.

Мы обработали наблюдения на двух международных широтных станциях: Карлофорте и Юкая. Одновременно А.Я. Орлов определил поправку амплитуды полумесячного члена нутации из наблюдений по расширенной про-

грамме в Пулкове. Так по трем независимым рядам наблюдений были получены следующие значения этой поправки:

Пулково	$0'',013 \pm 0'',002$
Карлофорте	$0'',011 \pm 0'',001$
Юкая	$0'',011 \pm 0'',001$

Итак, чтобы привести теоретическое значение амплитуды полумесячного члена нутации в согласие с данными наблюдений, нужно, как оказывается, придать этому значению поправку, которая имеет как раз такой знак и такую величину, какие получаются при учете динамического влияния жидкого ядра Земли. В формуле нутации по склонению коэффициента при $\sin(2\zeta - \alpha)$ нужно считать n равным не $0'',085$, а $0'',096$. Приведенное значение получено непосредственно из наблюдений, а потому мы рассматриваем его как новую астрономическую постоянную.

Заметим, что эта постоянная найдена нами путем обработки большего числа наблюдений, чем было использовано при каком-либо ином определении астрономических постоянных, выполненном средствами меридианной астрометрии. Она известна нам точнее, чем постоянные нутации и абберрации.

Однако мы считаем это лишь первым шагом, далеко еще не обеспечивающим решение вопроса о механических свойствах ядра Земли. Работа будет продолжаться. План ее в общих чертах нам понятен.

Наконец, следует подчеркнуть, что перед астрономическими и, в частности, широтными наблюдениями стоит еще одна важная задача, в решении которой особенно заинтересованы геологи. От нас ждут ответа на вопрос о том, существует ли медленное вековое движение полюсов и изменяется ли взаимное расположение материков на поверхности Земли. Решение этого вопроса потребует немалых усилий, о чем можно судить хотя бы по тому, что возник он еще в прошлом столетии и до сих пор остается открытым.

Изучение внутреннего строения Земли методами астрономии и гравиметрии получает в нашей стране все более и более широкое развитие. Но нужно сказать, что каждый успех в этой области требует большого труда, настойчивости и пытливости. Это и понятно, так как, по словам гениального русского ученого М.В. Ломоносова, «Велико есть дело достигать во глубину разумом, куда рукам и оку достигнуть возбраняет натура».

Е.П. ФЕДОРОВ

О СИЛАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДРА И ОБОЛОЧКИ ЗЕМЛИ, ВОЗНИКАЮЩИХ ВСЛЕДСТВИЕ НУТАЦИИ*

Представлено академиком В.Г. Фесенковым 2 IV 1957

При рассмотрении вращательного движения оболочки Земли нужно учитывать как действие внешних возмущающих сил притяжения Луны и Солнца, так и сил взаимодействия между оболочкой и ядром. Пусть моменты этих сил равны, соответственно, L_s и N . Тогда

$$\dot{\mathbf{G}}_s = L_s + N, \quad (1)$$

где \mathbf{G}_s — кинетический момент оболочки. Обозначим через \mathbf{G} кинетический момент всей Земли. Производная \mathbf{G} по времени изображается, как известно, вектором, лежащим в плоскости экватора. Построим в этой плоскости координатные оси с началом в центре Земли; ось OX направим в точку весеннего равноденствия некоторой начальной эпохи. Тогда будем иметь

$$\dot{\mathbf{G}} = g(\sin \theta \dot{\varphi} + i\dot{\theta}). \quad (2)$$

Здесь g — модуль вектора \mathbf{G} ; θ — наклонность эклиптики к экватору; $\varphi = f(t)$, $\theta - \theta_0 = f'(t)$ — прецессия и нутация в долготе и наклонности. Функции $f(t)$ и $f'(t)$ представляют собою суммы вековых и периодических членов. Коэффициенты этих членов были вычислены на основе теории вращения абсолютно твердой Земли, но они не изменяются и при любых иных допустимых предположениях о ее механических свойствах. В частности, для главного и полумесячного членов нутации мы имеем следующие теоретические выражения:

$$\begin{aligned} \sin \theta \varphi &= -6'',869 \sin \Omega - 0'',0812 \sin 2\zeta, \\ \theta - \theta_0 &= +9'',220 \cos \Omega - 0'',0834 \cos 2\zeta, \end{aligned} \quad (3)$$

где Ω — долгота восходящего узла лунной орбиты и ζ — средняя долгота Луны. По понятным соображениям мы пользуемся здесь тем значением постоянной нутации v , которое получается теоретически на основании известного соотношения между этой постоянной, механическим сжатием Земли H и отношением μ массы Луны к массе Земли: $v = 231981'',8H \frac{\mu}{1+\mu}$. Мы приняли

$v = 9'',220$ и с этим значением вычислили другие коэффициенты, причем у вторых членов правых частей уравнений (3) взяли их с большим числом зна-

* Доклады Академии наук СССР (Астрономия), 1957. — Том 115, № 6.

ков, чем у первых, поскольку из наблюдений выражение полумесячного члена нутации получается точнее.

Если бы взаимодействия между ядром и оболочкой Земли не было, т. е. если бы момент \mathbf{N} в уравнении (1) можно было положить равным нулю, то, как легко понять, для производной \mathbf{G}_s по времени мы получили бы выражение

$$\dot{\mathbf{G}} = hg_s (\sin \theta \dot{\phi} + i \dot{\theta}), \quad (4)$$

в котором g_s — модуль вектора \mathbf{G}_s и h — отношение механического сжатия оболочки к механическому сжатию всей Земли. Выражением (4) можно заменить L_s в уравнении (1).

Поскольку наблюдатель всегда связан с оболочкой Земли, из астрономических наблюдений мы можем получить правые части уравнений $\varphi_r = f_r(t)$, $\theta_r - \theta_0 = f_r'(t)$, описывающих движение именно вектора \mathbf{G}_s .

Определить из наблюдений коэффициенты всех членов нутации не представляется возможным, и мы ограничились только главным и полумесячным членами. Коэффициенты главного члена нутации были получены нами из анализа 135 тысяч наблюдений на широтных станциях Карлофорте, Мидзусава и Юкайя с 1900 по 1934 г. [1]; при определении коэффициентов полумесячного члена нутации [2] мы приняли во внимание также результаты А.Я. Орлова [3] и Моргана [4], так что общее число наблюдений, на которых основаны значения этих коэффициентов, достигло 232 тысяч. Полученные нами результаты можно представить так:

$$\begin{aligned} \sin \theta \varphi_r &= -6'',853 \sin \Omega + 0'',008 \cos \Omega - 0'',0866 \sin 2\zeta + 0'',0019 \cos 2\zeta, \\ \theta_r - \theta_0 &= +9'',198 \cos \Omega - 0'',001 \sin \Omega + 0,894 \cos 2\zeta + 0,0019 \sin 2\zeta. \end{aligned} \quad (5)$$

Мы можем теперь определить $\dot{\mathbf{G}}_s$ из наблюдений, если подставим (5) в формулу

$$\dot{\mathbf{G}} = g(\sin \theta \dot{\varphi}_r + i \dot{\theta}_r). \quad (6)$$

Поскольку вектор \mathbf{N} лежит в плоскости экватора, его можно представить в виде $X_n + iY_n$ и, имея в виду (1), записать

$$X_n + iY_n = g_s [\sin \theta (\dot{\varphi}_r - h\dot{\phi}) + i(\dot{\theta}_r - h\dot{\theta})]. \quad (7)$$

Представляет интерес сравнить это выражение с тем, которое мы имели бы при полной связи между ядром и оболочкой, т. е. в случае, если бы ядро было твердым. Момент сил, действующих в этом случае со стороны ядра на оболочку, обозначим $X'_n + iY'_n$.

При невозможности движения ядра относительно оболочки момент \mathbf{G}_s практически коллинеарен \mathbf{G} . Отсюда следует, что для подстановки в (2) нужно теперь брать теоретическое выражение нутации (3), и мы получаем

$$X'_n + iY'_n = g_s (1 - h)(\sin \theta \dot{\phi} + i \dot{\theta}). \quad (8)$$

Чтобы вычислить h , мы заимствовали у Буллена следующие данные [5]:

$$\varepsilon = \frac{C_n - A_n}{A_n} = 0,00260, \quad \frac{A_n}{A} = 0,112, \quad (9)$$

где C_n и A_n — главные моменты инерции ядра и A — экваториальный момент инерции всей Земли. С этими данными мы получаем $h = 1,027$. Подставим (3) в уравнение (8) и при этом представим Ω и $2\mathcal{C}$ в виде $\Omega = \alpha t$, $2\mathcal{C} = \beta t$, причем $\alpha = -0,000146 n$, $\beta = 0,073 n$, где n — угловая скорость вращения Земли и t — время. После простых преобразований получим

$$X'_n + iY'_n = \alpha g_s (0'', 217e^{+i\alpha t} - 0'', 032e^{-i\alpha t}) + \beta g_s (0'', 0023e^{i\beta t} - 0'', 0001e^{-i\beta t}). \quad (10)$$

Момент сил, возникающих вследствие главного нутационного движения, можно, следовательно, представить в виде суммы двух векторов:

$$\mathbf{U}_1 = 0'', 217\alpha g_s e^{+i\alpha t}, \quad \mathbf{U}_2 = -0'', 032\alpha g_s e^{+i\alpha t}. \quad (11)$$

Поскольку α отрицательно, первый вектор вращается в пространстве по часовой стрелке, второй — в противоположном направлении. Относительно самой Земли оба вектора вращаются по часовой стрелке с угловыми скоростями $-n + \alpha$ и $-n - \alpha$ соответственно.

Момент, возникающий вследствие полумесячной нутации, также изображается двумя векторами:

$$\mathbf{V}_1 = 0'', 0023\beta g_s e^{+i\beta t}, \quad \mathbf{V}_2 = -0'', 0001\beta g_s e^{-i\beta t}. \quad (12)$$

Далее, подставляя (3) и (5) в уравнение (7), имеем

$$\begin{aligned} X_n + iY_n = & \alpha g_s (0'', 236e^{+i\alpha t} - 0'', 035e^{-i\alpha t} + 0'', 004ie^{+i\alpha t} - 0'', 004ie^{-i\alpha t}) + \\ & + \beta g_s (-0'', 0010e^{+i\beta t} - 0'', 0024e^{-i\beta t} + 0'', 0019ie^{+i\beta t}) = (1,09 + 0,02i) \mathbf{U}_1 + \\ & + (1,09 + 0,13i) \mathbf{U}_2 + (-0,43 + 0,83i) \mathbf{V}_1 + 24 \mathbf{V}_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Затруднительно дать оценку точности полученного результата, но следует подчеркнуть, что нам приходится иметь дело с такими малыми величинами, которые едва улавливаются при анализе наиболее продолжительных рядов астрометрических наблюдений. Тем не менее, следующий вывод, имеющий пока только качественный характер, по-видимому, заслуживает доверия.

Влияние подвижности ядра относительно оболочки Земли имеет своими следствиями:

1. Увеличение модуля вектора \mathbf{U}_1 .
2. Изменение направления вектора \mathbf{V}_1 на обратное.
3. Отклонение векторов \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 в сторону, противоположную направлению вращения этих векторов относительно Земли.

Результаты 1 и 2 представляются, на первый взгляд, взаимно противоречивыми. Однако это противоречие легко разъяснить, если воспользоваться теорией вращательного движения Земли с жидким ядром, хотя бы в той ее наиболее простой форме, в какой эта теория была развита первоначально Ф. Слудским [6], а позже А. Пуанкаре [7] и изложена в курсе гидродинамики Г. Ламба [8]. Для вычисления момента сил, действующих со стороны ядра на оболочку, возьмем следующие уравнения движения [8, с. 916]:

$$A \vec{\omega} + F \vec{\omega}_n - i(C - A)n\vec{\omega} + jFn\vec{\omega}_n = ke^{i\alpha t}, \quad (14)$$

$$F \vec{\omega} + A_n \vec{\omega}_n + iC_n \vec{\omega}_n = 0. \quad (15)$$

Здесь $\vec{\omega} = p + iq$; $\vec{\omega}_n = p_n + iq_n$; p, q — проекции угловой скорости вращения Земли на две взаимно перпендикулярные оси, лежащие в плоскости экватора и неизменно связанные с оболочкой Земли; p_n, q_n — проекции на те же оси угловой скорости вращения ядра относительно оболочки (здесь вращением мы называем «эллиптическое вращение» в том смысле, который придавал этому термину Н.Е. Жуковский [9]); F — величина, имеющая размерность момента инерции и в рассматриваемом случае равная $A_n \sqrt{1 - \Theta^2}$.

Пусть $\gamma = \frac{C_n - A_n}{C - A}$. Уравнение (14) можно преобразовать к виду

$$A_s \vec{\omega} - i(C_s - A_s)n\vec{\omega} = (1 - \gamma)ke^{i\alpha t} + X_n + iY_n,$$

где C_s, A_s — главные моменты инерции оболочки. При этом получается

$$X_n + iY_n = \gamma(X + iY) - A_n \vec{\omega} F \vec{\omega}_n + i(C_n - A_n)n\vec{\omega} - iFn\vec{\omega}_n. \quad (16)$$

При отсутствии относительного движения ядра $\omega_n = 0$, и

$$X'_n + iY'_n = \gamma(X + iY) - A_n \vec{\omega} + i(C_n - A_n)n\vec{\omega}_n. \quad (17)$$

Решение уравнений (14) и (15)

$$\vec{\omega} = \frac{A_n \sigma + C_n n}{\Delta(\sigma)} ike^{i\alpha t}, \quad \vec{\omega}_n = \frac{F \sigma}{\Delta(\sigma)} ike^{i\alpha t}, \quad (18)$$

где

$$\Delta(\sigma) = \begin{vmatrix} A\sigma - (C - A)n & F(\sigma + n) \\ F\sigma & A_n\sigma + C_n n \end{vmatrix}. \quad (19)$$

После подстановки этих значений $\vec{\omega}$ и $\vec{\omega}_n$ в уравнения (16) и (17) и некоторых преобразований находим

$$\frac{X'_n}{X_n} = \frac{Y'_n}{Y_n} = 1 + \kappa(\sigma + n), \quad \kappa = \frac{F^2 \sigma}{S},$$

$$S = \gamma \Delta(\sigma) - (A_n \sigma + C_n n) [A_n \sigma - (C_n - A_n)n] \quad (20)$$

и, подставляя численные значения, получаем

Главный член нутации (вектор U_1)	Полумесячный член нутации (вектор V_1)
$\sigma = -n + \alpha = (-1 - 0,000146)n$	$-n + \beta = (-1 + 0,073)n$
$\Delta(\sigma) = -0,00028n^2 C^2$	$-0,00695n^2 C^2$
$S = +0,00001n^2 C^2$	$+ 0,00026n^2 C^2$
$\kappa n = -1400$	-44
$1 + \kappa(\sigma + n) = +1,20$	$-2,21$

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Мы видим, что влияние подвижности ядра Земли должно, действительно, приводить к увеличению модуля вектора U_1 и изменению направления вектора V_1 на противоположное. Естественно предположить, что отклонение векторов V_1 и V_2 в сторону суточного вращения Земли объясняется влиянием трения на границе ядра.

Количественного согласия выводов теории с данными наблюдений ожидать было, конечно, нельзя, хотя бы потому, что модель Земли, использованная при построении теории, является предельно упрощенной: в ней не учитываются, в частности, упругие деформации оболочки и вязкость ядра. Кроме того, влияние ядра на движение оболочки, вероятно, не ограничивается действием механических сил, возникающих на их границе; большую роль могут играть и иного рода силы, например магнитные.

Для дальнейшего уточнения полученных результатов нужно проанализировать новые данные наблюдений. Существенный шаг в этом направлении можно будет сделать, когда будут опубликованы наблюдения Международной службы широты с 1935 по 1954 г.

Полтавская гравиметрическая обсерватория
Академии наук УССР

Поступило
1 IV 1957

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Е.П. Астр. циркуляр Бюро астр. сообщ. АН СССР, № 164, 10 (1955).
2. Федоров Е.П. Астр. циркуляр Бюро астр. сообщ. АН СССР, № 148, 12 (1954).
3. Орлов А.Я. Астр. циркуляр Бюро астр. сообщ. АН СССР, № 126, 19 (1952).
4. Morgan H. R. Astr. J., 57, 232 (1952).
5. Bullen K. Monthly Not. R. A. S. Geophys. Suppl., 3, 5 (1936).
6. Sloudsky F. Bull. Soc. Natur. de Moscou, N 2 (1895).
7. Poincare H. Bull. Astr., 27, 321 (1910).
8. Ламб Г. Гидродинамика, 1949.
9. Жуковский Н.Е. Избр. соч., I, 31 (1948).

E.P. FEDOROV

**MAGNITUDES AND SPECTRA
OF IMPORTANT DYNAMICAL PHENOMENA ***

The Main Astronomical Observatory
of the Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, USSR

Read by A. Mikhailov

ABSTRACT

The axes of coordinate systems used in geodynamics are believed to be attached to a number of physical points on the surface of the Earth. This is true when measurements of the distances (ranging) are dealt with. On the other hand, the axes of reference systems used by the BIH and IPMS are attached not to the points themselves but to a pencil of plumb lines at these points. For the case of observations with radio interferometers being used for the study of Earth's rotation, the rotating frame of reference could be attached in some prescribed way to the baselines of the interferometers.

But in no case is rigid attachment possible, because both the above points and lines move relative to each other. We should search for another way to define the reference systems for geodynamics. With that end in view, a knowledge of magnitudes of pertinent dynamical phenomena becomes vital.

This paper considers the effects of some dynamical phenomena upon the distances between the points on the Earth's surface and upon the angles between plumb lines and, possibly, also between baselines of radio interferometers. In particular, this paper discusses body tides, continental drift, internal motion within crustal blocks, redistribution of mass which can affect the directions of plumb lines, etc. Polar motion and variations in the rate of Earth's rotation will be also touched upon as far as these phenomena contribute to deformation of the Earth and its gravitation field.

The results are summarized in diagrams showing how the variations of the above distances and angles depend upon both time and positions on the Earth. In other words, the power spectrum of the variation will be presented as a function of time and distance expressed either in kilometers or in degrees of arc on the Earth's surface.

1. INTRODUCTION

Since we are meeting at the birthplace of Copernicus, it is appropriate to begin by reminding how the great Polish astronomer treated the problem of a frame of reference. Such a frame was given by a nature in the form of a sphere containing everything and to which, as if for the convenience of the observer, stars were rigidly

* Systems coordinates for Earth's dynamics: Proc. 26th Int. Colloq. N 26 (Torin, Aug. 26—31, 1974). — Warsaw, 1975.

attached. Copernicus also thought that the ecliptic maintained its position on this sphere. He therefore took the ecliptic as a fundamental circle for his «Catalogue of the Signs of the Zodiac and Stars». Quite logically, Copernicus decided to reckon longitudes not from the moving equinox, but from one of the fixed stars, namely Arietis. This peculiarity of the Catalogue published in «De revolutionibus» makes it unique. From the time of Copernicus to the present we cannot find a single other instance of using this frame of reference in star catalogues.

The reason for this seems obvious. Soon after Copernicus the very existence of the immovable rigid sphere of fixed stars became questionable. Galileo wrote that the sky was most likely 'liquid' and that stars were free to move relative to one another. Later it was found that they really did move.

Thus astronomers found themselves in the position of a navigator who had mistaken floating objects for rocks.

We are now faced with a similar situation in geodynamics, for the relative motion of different parts of the Earth's crust or of the plumb lines at different points is not negligible when we choose a set of rigid axes attached to observatories.

When astronomical determinations of time and latitude are dealt with, three sets of axes are used which may be called the inertial, ephemeris, and conventional coordinate systems. The Z -axis of the ephemeris system is connected with the angular momentum of the Earth. Its motion relative to the inertial system is determined by the adopted equations of precession and nutation. Two other axes rotate about the Z -axis with «ephemeris» angular velocity.

The conventional system is one whose axes are assumed to be attached to the Earth in some prescribed way. We should stress, however, that the axes used in astronomy are attached not to a number of physical points. As these lines do not maintain their direction relative to one another, no rigid attachment is possible. Using the terminology of A. Danjon, we might say that the axes of the conventional system are connected with a constellation of zeniths which, like stars, have proper motions.

This connection may be made by imposing certain conditions upon the displacements $\bar{\rho}_i$ of the zeniths Z_i in the conventional system. The simplest is

$$\sum_{i=1}^n \rho_i^{-2} = \min. \quad (1)$$

Let l_i, b_i be the longitude and latitude of the i th observatory in the conventional system. Then the displacement of Z_i along the parallel and meridian will be

$$(l_i - l_{0i}) \cos b_{0i} \quad \text{and} \quad b_i - b_{0i},$$

where l_{0i}, b_{0i} are the initial values of l_i and b_i , and condition (1) becomes

$$\sum_{i=1}^n [(l_i - l_{0i})^2 \cos^2 b_{0i} + (b_i - b_{0i})^2] = \min. \quad (2)$$

To determine the position of the CIO relative to the ephemeris instantaneous pole, the Central Bureau of the IPMS used the following condition

$$\sum_{i=1}^n (b_i - b_{0i})^2 = \min, \quad (3)$$

where n is number of stations, now equal to 5, participating in the IPMS. Orlov

proposed the replacement of b_{0i} by the mean latitude of the epoch of observations, ψ . The «1968 BIH System» is based on the following condition

$$\sum_{i=1}^n p_i (l_i - l_{0i})^2 \cos^2 b_{0i} + \sum_{i=1}^n p_i (b_i - b_{0i})^2 = \min, \quad (4)$$

where p_i is the weight and n_1, n_2 are the number of observatories conducting time and latitude observations, respectively.

If we wish to find the best condition, it may be useful to know in advance the scale and character of the variations of the angles between plumb lines.

When measurements of the range between stations on the Earth and the Moon and/or artificial satellites are dealt with, the coordinate axes can be attached to a number of physical points on the surface of the Earth. Here again preliminary information on the amount of change in the distances between these points may prove helpful.

The changes we have to consider may be divided into three groups:

1. Periodic short-term variations (less than several decades) which are due to bodily lunar and solar tides and also include very slight deformations induced by changes of the centrifugal force associated with the Chandler wobble and seasonal effects in the rotation of the Earth.

2. Periodic short-term changes associated mostly with earthquakes. These changes may be called episodic.

3. Secular and long-term (more than a hundred years) changes related to plate motion, recent vertical and horizontal movements of the Earth's crust, and, probably, to changes in the direction of gravity. Effects associated with secular polar motion and secular changes in the rate of Earth's rotation seem negligible.

However, tidal cases are hampered by wide variety and irregularity in the scale and forms of displacements. To obtain a mathematical model in such cases a number of simplifying assumptions are inevitable. But it is not our intention here to discuss in detail models of different phenomena. The purpose of the present paper is to review the estimates that can be made of the possible magnitudes of the variations in the angles between vertical lines and in the distances between points on the surface of the Earth and to give a schematic spectral presentation of these values. For this purpose the exact mathematical expressions of different variations are not necessary.

Let M_1 and M_2 be two points on the surface of the Earth (Fig. 1) and Q the plane through these points and the center of the Earth, which in subsequent calculations we may take as spherical. We denote the line M_1, M_2 by d and the arc M_1, M_2 by $2v$. M is the midpoint of this arc. Then

$$M_0M_1 = u - v, \quad M_0M_2 = u + v,$$

where u is the angle measured from the origin M_0 . Any displacement of M may be resolved into three components: Z , along the radius OM ; y , horizontal in the plane Q ; and x perpendicular to this plane. The last component is of no interest for us since its effect on either the angle v or the distance d is negligible.

It can be seen from Fig. 1 that changes of the angle v between plumb lines at M_1 and M_2 due to a horizontal displacement of these points are

$$\eta = \frac{1}{2}[y(u + v) - y(u - v)]. \quad (5)$$

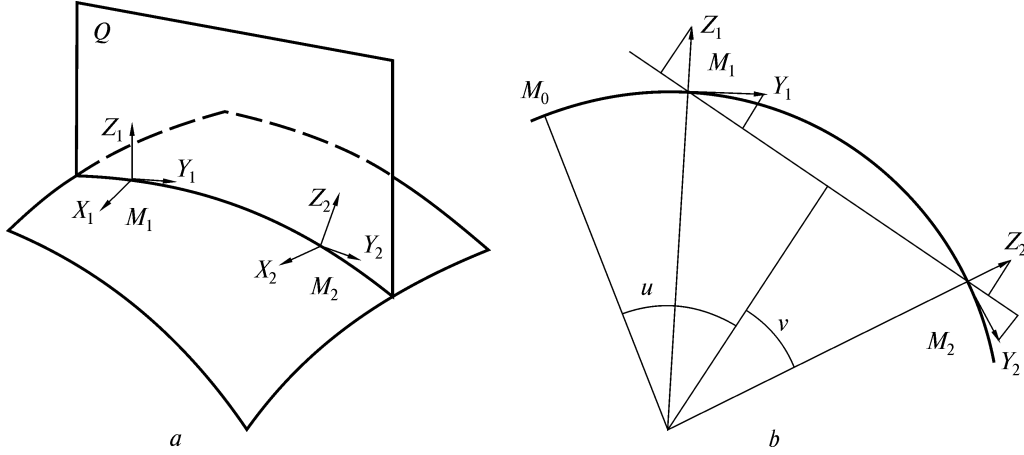


Fig. 1

There might be additional changes associated not with horizontal displacements but with variations in the direction of gravity. We denote them by β .

Change in the length d of the chord M_1M_2 is

$$\xi = [y(u+v) - y(u-v)] \sin v + [z(u+v) + z(u-v) \cos v]. \quad (6)$$

Our task is to estimate the contributions of different phenomena toward the power spectra of $\eta + \beta$ and ξ . In these cases, the spectral density is a function of the two arguments: wavelength P expressed in units of arc (degrees) and period T expressed in units of time (years). On the scale of period, it is continuous. Thus the spectral density can be presented as a function of the degree of harmonic n and continuous frequency ω . We denote it by $S_n(\omega)$.

2. MARGIN LINES

2.1. Tidal variations

The tidal potential due to the Sun or Moon is expressed by the following formula

$$W_2 = G \left[\cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos H + 3 \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) \left(\sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) \right], \quad (7)$$

where G is the Dodson constant. Let be the unit vector normal to the plane Q . We denote by λ_0, φ_0 its spherical coordinates. Then the coordinates of any point on the circle throughout M_1M_2 may be expressed in terms of λ_0, φ_0 and u . Substituting the expressions for H and φ so obtained into equation (7) we shall have

$$W_2 = A_0 + A_2 \cos 2u + B_2 \sin 2u,$$

where A_0, B_2, A_2 are functions of parameters of semidiurnal, diurnal and long-period tides. Hence

$$y(u) = -\frac{l}{g} \frac{\partial W_2}{\partial u} = -\frac{2l}{g} (A_2 \sin 2u - B_2 \cos 2u),$$

$$\eta + \beta = -\frac{2(1+k-l)}{gR}(A_2 \cos 2u + B_2 \sin 2u) \sin 2v, \quad (8)$$

where k, l are LOVE numbers. On the basis of equation (8), we may form an idea of the power spectrum of the value η . On the wavelength scale it consists only of the second harmonic. On the scale of period, the set of harmonics is similar to the spectrum of W_2 . However, their amplitudes depend on the position of the plane Q .

The maximum value of the variation $\eta + \beta$ in the angle between verticals is $0''.05$.

2.2. Episodic displacements

These displacements are associated mostly with earthquakes. Chinnery [1] has evaluated the displacement field that accompanies earthquakes of different magnitudes and has given 6300 mm as the mean value of offset for magnitude 8.

The zone of displacement is usually narrow. For example, significant displacements of triangulation stations observed during the 1906 San Francisco earthquake extended only to 10 or 15 km. On the other hand, very large earthquakes contribute significantly to the far displacement field. For example the Alaskan earthquake of 27 March 1964 was accompanied by vertical tectonic deformation over an area of 170 000 to 200 000 square km, with an uplift of as much as 10 meters on land and 15 meters on the sea floor resulting from both crustal warping and local faulting [2].

In general, the episodic motion builds up and dies away in a short interval of time. So it may be treated as a transient pulse. Its exact form is of no importance if we wish only to level the area on the period-wavelength plane. For deriving the power spectrum we have chosen a pulse which rises abruptly at the instant $t = t_0$ and then gradually decays.

2.3. Plate motion

To derive the power spectrum in this case, the following model has been adopted. A plate extended for a distance $2l$ on the arc through M_1M_2 moves along this arc with linear velocity V_0 which may be as much as several centimeters per year. Let $v > 1$. Then

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{V_0 t}{R} \quad \text{for } -1 - v < u < 1 - v, \\ \eta &= -\frac{V_0 t}{R} \quad \text{for } -1 + v < u < 1 + v, \\ \eta &= 0 \quad \text{for all other values of } u. \end{aligned}$$

2.4. Variations of the angle between verticals due to changes in the direction of gravity

Such changes may be caused by a redistribution of mass in the mantle and core. Faitelson and others claim to have revealed secular variations of gravity Δg from repeated gravimetric measurements in some parts of the USSR [3, 4]. Using maps

of Δg they have computed by the Vening-Meinesz formula changes in deflections of the vertical. The rate of these changes in some cases amounts to 0,05 a year. Since an area with a radius of several hundred kilometers has been taken into account, only high harmonics ($n > 50$) could be detected. Nothing can be said of how these changes proceed on a geological time scale.

The model to be adopted for secular changes in the direction of gravity is similar to that for recent vertical crustal movements, which will be discussed later.

3. TIDAL VARIATIONS

Using equation (5) and expression (7) for the potential W_2 we obtain

$$\xi = -\frac{2l}{g}(A_2 \cos 2u - B_2 \sin 2u) \sin 2v \sin v + \\ + \frac{2h}{g}(A_0 + A_2 \cos 2u + B_2 \sin 2u) \cos 2v \cos v.$$

The second term is predominant.

4. EPISODIC DISPLACEMENTS AND PLATE MOTION

To obtain the power spectrum of the variation of the distance due to episodic horizontal displacements and plate motion one should multiply $S_n(\omega)$ for the variation of η by $R^2 \sin^2 v$. Changes in the direction of gravity do not affect the distance d .

Recent vertical movement of the Earth's crust can be monitored using the level, as a reference surface. A classical example is the glacial uplift of Fennoscandia. The maximum rate of this arched domelike uplift is almost 10 mm per year.

Unfortunately, we cannot always clearly identify the variation. The changes may be due to crustal tilting, rising of the sea level, or a combination of both factors.

The other method of monitoring is releveling. The most extensive work of this kind has been done in Eastern Europe. The regional map of recent movements of the Earth's crust is based on several relevelings made in S_1 of 50 to 70 years. The network consists of 9600 releveling points, with a total length of lines more than 100 000 km.

From data so obtained, the magnitude of vertical crustal movements can be estimated. For example, in the general region of Glacier Bay in southern Alaska, the crust is rising at a rate of nearly 40 mm per year. The elevation of the highest ground, relative to the lower land in Quebec, has changed by more than 400 mm in a period of 40 years.

However, such rates are exceptional. But even, more frequently observed rates of a few millimeters per year seems too high to be coordinated with geological data, that is, with the absence of high elevations and deep depressions in platform regions. To get around this difficulty, Magnitsky, Kalashnikov and Sidorov [5] supposed that recent crustal movements had an oscillatory character with periods not exceeding some 10^4 — 10^5 years. Thus, for intervals up to several hundred years, the

vertical displacement of a given point M can be represented as

$$z(t) = \int \frac{v(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega,$$

where ω is the frequency and

$$\int v(\omega) d\omega$$

is equal to the observed rate V_0 of the present-day vertical displacement of the point M .

The best means of dealing with the displacement z as a function of the position on the Earth's surface is to expand $z(1, \varphi)$ into spherical harmonics. However, no attempt to accomplish this has hitherto been made; probably because of the lack of available data. Instead, some authors deal with the difference between the values of z at two points as a function of the distance between these points. For our purpose, this will be quite sufficient.

Using the results of releveling in the United States [6] along lines 1 000 to 4 000 km long and similar data for the USSR, Kalashnikova, Kalashnicov and Magnitskiy [7] claim to have found a set of wavelengths ranging from 100 to 500 km.

Let a_n^2 be proportional to the contribution of the n th harmonic to the square of the rate V_0 , and

$$\sum a_n \exp i a_n = 1.$$

Now the vertical displacement z may be represented as a sum of harmonic functions.

$$z(u, t) = \sum a_n \exp i(nu + a_n) \int \frac{dV(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega$$

from which the power spectrum can be obtained directly.

Models of the phenomena considered above, and their contributions towards the power spectra of the values $\eta + \beta$ and ξ , are summarized in Table. It is convenient to depict the spectra on three-dimensional diagrams of the type shown in Fig. 2 and 3. It should be noted that the shape of the spectrum will depend on the distance $2v$ between points on the surface of the Earth.

REFERENCES

- [1] *Chinnery M.A.* Earthquake displacement field and the rotation of the Earth. — Dordrecht, 1970.
- [2] *Plafker G.* Science, **148**, N 3676, 1675 (1965).
- [3] *Файтельсон А.Ш., Азерина Е.А.* Доклады АН СССР, **195**, № 1, 89 (1970).
- [4] *Файтельсон А.Ш., Юркина М.И.* Доклады АН СССР, **213**, № 6, 1274 (1973).
- [5] *Магницкий В.А., Калашиников И.В., Сидоров В.А.* Современные движения земной коры, № 5, 571, Тарту, 1973.
- [6] *Small T.B.* Interim Report of Vertical crustal movements in the USA. — Washington, 1963.
- [7] *Калашиников И.В., Калашиникова А.А., Магницкий В.А.* Физика Земли, № 4, 86 (1972).

Phenomenon	Model	Contribution Toward the Power Spectrum of the Variation	
		Of the Angle Between Plumb Lines	Of the Distance Between Points
Episodic Horizontal Displacement	$y = 0 \text{ for } t < t_0,$ $y = y_0 \exp[-p(u - u_0) - qt]$ for $t > t_0, u - u_0 > 0,$ $y = y_0 \exp[-p(2\pi - u + u_0) - qt]$ for $t > t_0, u - u_0 < 0$	$\left(\frac{2y_0}{\pi R}\right) \cdot \frac{\sin^2 n\nu}{(p^2 + n^2)(q^2 + \omega^2)}$	$\left(\frac{2y_0}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\sin^2 n\nu \sin^2 \nu}{(p^2 + n^2)(q^2 + \omega^2)}$
Episodic Vertical Displacement	$Z = 0 \text{ for } t < t_0,$ $Z = Z_0 \exp[-p_1(u - u_0) - q_1t]$ For $t > t_0, u - u_0 > 0,$ $Z = Z_0 \exp[-p_1(2\pi - u - u_0) - q_1t]$ for $t > t_0, u - u_0 < 0$	—	$\left(\frac{2Z_0}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\cos^2 n\nu \cos^2 \nu}{(p_1^2 + n^2)(q_1^2 + \omega^2)}$
Plate Motion	$= \frac{V_0 t}{R} \text{ for } -l - \nu < u < l - \nu$ $= \frac{V_0 t}{R} \text{ for } -l + \nu < u < l + \nu$	$\left(\frac{4V_0}{\pi R}\right)^2 \cdot \frac{\sin^2 n l \sin^2 \sin^2 n\nu}{n^2 \omega^2}$	$\left(\frac{4V_0}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\sin^2 n l \sin^2 n\nu \sin^2 \nu}{n^2 \omega^2}$
Changes in Direction of Gravity	$f = \sum_n a_n \exp i(nu + \alpha_n) \times$ $\times \int \frac{V(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega$	$4a_n^2 V_0^2(\omega) \frac{\sin^2 n\nu}{\omega^2}$	—
Recent Vertical Crustal Movements	$f = \sum_n b_n \exp i(nu + \gamma_n) \int \frac{W(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega$	—	$4b_n^2 W_0^2 \frac{\cos^2 n\nu \cos^2 \nu}{\omega^2}$

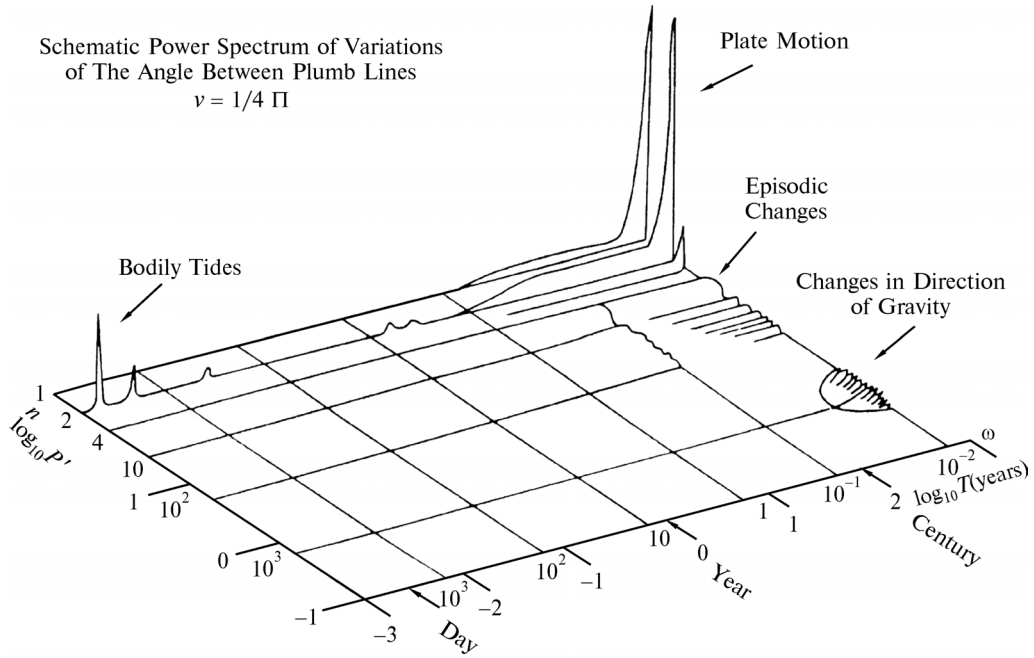


Fig. 2

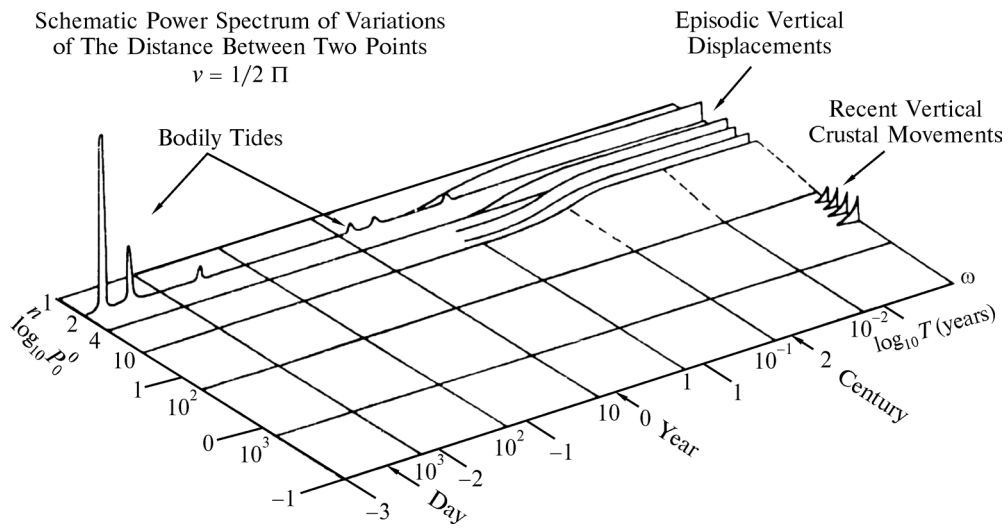


Fig. 3

E.P. FEDOROV
NUTATION
AND THE OPPOLZER'S TERMS*

The Main Astronomical Observatory
of the Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, USSR

Two fundamental frames of reference are used in the study of the rotation of the Earth: the nonrotating celestial coordinate system XYZ attached to the directions to stars and/or extragalactic sources, and the terrestrial coordinate system xyz attached in «a prescribed way» to several points (observatories) on the surface of the Earth or to the pencil of unit vectors drawn from an arbitrary origin parallel to the local verticals at these points.

We may write

$$(x, y, z)^T = M(t) \cdot (X, Y, Z)^T, \quad (1)$$

where $M(t)$ is the transformation matrix. Numerical values of its elements should be known for any moment t for the transformation (1) to be possible. Strictly speaking, the motion of the axes xyz relative to the XYZ system is unpredictable because of perturbations of the Earth's rotation by geophysical phenomena. It is the responsibility of the time and latitude services to monitor this motion by means of regular observations which allow the elements of the matrix $M(t)$ to be calculated for any past moment.

It seems convenient to introduce an intermediate frame of reference which would meet the following requirement: its rotation should approximate as close as possible that of the Earth and at the same time be precisely predictable. There may be a number of such intermediate systems. We shall describe one which seems to be the best choice.

Let \bar{E} be a unit vector normal to the plane of the ecliptic of date and \bar{H} be the angular momentum of the Earth. Designate by \bar{F} a unit vector normal to the vectors \bar{E} and \bar{H} and define the intermediate right-handed system $\xi\eta\zeta$ in the following way: the 0ζ axis is the direction of the angular momentum vector \bar{H} ; the 0ξ axis rotates around \bar{H} . Designate by φ the angle between the vector \bar{F} and the axis 0ξ . The rate $d\varphi/dt$ should be equal to the mean angular velocity of the Earth measured by observations during a certain interval of time. But to calculate values of φ for the future some standard of time independent of the Earth's rotation is to be used. In Woolard's (1953) development of the theory of the Earth's rotation, the nutations $\Delta\psi$ and $\Delta\theta$ which locate the 0ζ axis in the mean equatorial system XYZ are obtained as a result of integrating Poisson's equations. They may be taken from Woolard's Table 24 after removing the small terms in his equation (55).

Then we may write

$$(\xi, \eta, \zeta)^T = N \cdot (X, Y, Z)^T, \quad (2)$$

* Nutation and the Earth's Rotation: IAU Symp. N 78 (Kiev, May 23–28, 1977). — Dordrecht etc.: Reidel, 1980.

where

$$N = R_Z(\varphi) \cdot R_X(-\theta) \cdot R_Z(\Delta\psi). \quad (3)$$

So long as the matrix N is known, the position of the axes $\xi\eta\zeta$ can be calculated for any moment t ; predicted values of the angles $\Delta\psi$ and $\Delta\theta$ are published in the Astronomical Ephemeris. For this reason the system $\xi\eta\zeta$ may be called the terrestrial ephemeris system.

There are two ways of transforming from this system to the conventional terrestrial system xyz :

- (i) To add the perturbations $\delta\psi$, $\delta\theta$, $\delta\varphi$ to the Euler angles ψ , θ , φ ;
- (ii) To rotate the $\xi\eta\zeta$ axes through small angles u , v , w shown in Fig. 1 to make them coincide with the axes xyz .

In the first case we have

$$(x, y, z)^T = (N + \delta N) \cdot (X, Y, Z)^T, \quad (4)$$

where

$$\delta N = \frac{\partial N}{\partial \psi} \delta\psi + \frac{\partial N}{\partial \theta} \delta\theta + \frac{\partial N}{\partial \varphi} \delta\varphi. \quad (5)$$

In the second case we may write

$$(x, y, z)^T = (I + \sigma) \cdot N \cdot (X, Y, Z)^T \quad (6)$$

where I is the unit matrix and

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Substituting (3) in (5) and equating the matrix so obtained with σN we get nine equations connecting the angles u , v , w with the Euler angles perturbations $\delta\theta$ and $\delta\varphi \sin\theta$; of these equations we shall have need of the following:

$$v \cos\varphi + u \sin\varphi = -\delta\psi \sin\theta, \quad (8)$$

$$v \sin\varphi - u \cos\varphi = \delta\theta. \quad (9)$$

The angles u , v may be replaced by the direction cosines of the angular momentum vector \bar{H} in the system xyz or, in other words, by the coordinates x , y of the end of the unit vector

$$\bar{h} = \frac{\bar{H}}{|\bar{H}|}.$$

It is easy to see from Fig. 1 that

$$x = -v, \quad y = u. \quad (10)$$

Hence

$$-\delta\psi \sin\theta = -x \cos\varphi + y \sin\varphi, \quad (11)$$

$$-\delta\theta = -x \sin\varphi - y \cos\varphi. \quad (12)$$

The motion of h in the system xyz may be broken into two parts. The first is an empirical one that is not predictable from theory and needs to be regularly monitored by observations. The second part is nearly diurnal motion due to the lunisolar torques. Oppolzer was the first to derive this second motion theoretically. Accord-

ingly \bar{h} may be represented as a sum of two vectors, \bar{h}_1 and \bar{h}_2 . Then

$$x = x_1 + x_2, \quad y = y_1 + y_2, \quad \sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (13)$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & w_1 & -v_1 \\ -w_1 & 0 & u_1 \\ v_1 & -u_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Up to the present the generally adopted practice has been to use transformation (6) to relate the terrestrial axes to the non-rotating frame of reference, because astronomers have believed that for their purposes the axis of figure is not directly of interest. The origin of this belief is in the assertion that astronomical latitudes and longitudes upon the Earth, which are the only geographic coordinates that are directly observable, depend upon the poles of rotation (Woolard, 1953, p. 17).

On the contrary, Jeffreys (1963) has pointed out that the instantaneous axis of rotation does not enter directly into any observation at all and that what the observations really do give is the axis of figure. This idea was supported and developed by Atkinson (1973, 1975) and some other authors.

In principle we also adhere to the same point of view, but with the reservation that in the case of a deformable Earth the axis of figure shall be replaced by the Oz -axis of the conventional terrestrial system (in particular, it may be the axis connecting the geocenter with the CIO).

In terms of the present paper this means that the following matrix should be used to transform from the mean equatorial system of date to the conventional terrestrial system:

$$(I + \sigma_1) \cdot R_Z(\varphi + \sigma\varphi_2) \cdot R_X(-\Delta\theta - \delta\theta_2) \cdot R_Z(\Delta\psi - \delta\psi). \quad (15)$$

To compute the Euler angle perturbations $\delta\theta_2$ and $\delta\psi_2$, x_2 and y_2 are to be substituted in (11) and (12) instead of x and y . Note that $\delta\psi_2$ is subtracted from $\Delta\psi$, because it is reckoned positive to the east while nutation is traditionally reckoned positive to the west.

The x_2 , y_2 -components of the unit vector h_2 are the sums of periodic terms called the Oppolzer terms. McClure's (1973) Table 8-1 contains coefficients of 135 terms in both of these sums. Terms are called symmetrical when their arguments may be represented as $\varphi + \pi + \beta$ and $\varphi + \pi - \beta$ where β denotes a linear combination of Brown's fundamental arguments. Two symmetrical terms are combined to form

$$\begin{aligned} x_2 &= A_+ \sin(\varphi + \beta) + A_- \sin(\varphi - \beta), \\ y_2 &= A_+ \cos(\varphi + \beta) + A_- \cos(\varphi - \beta). \end{aligned} \quad (16)$$

Hence

$$\begin{aligned} -\delta\psi_2 \sin\theta &= (-A_+ + A_-) \sin\beta, \\ \delta\theta_2 &= (-A_+ - A_-) \cos\beta. \end{aligned} \quad (17)$$

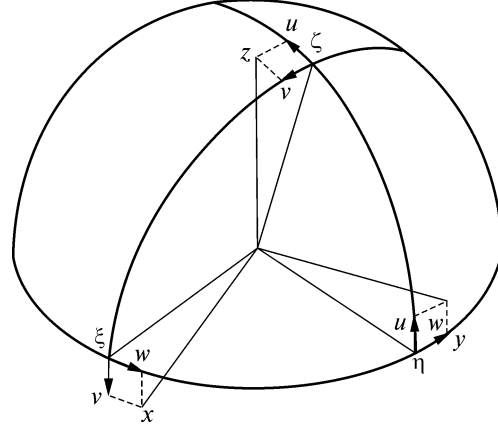


Fig. 1

Further we have

$$\begin{aligned}\delta\varphi &= x_2\cos\lambda + y_2\sin\lambda, \\ \delta t &= (x_2\sin\lambda - y_2\cos\lambda)\tan\varphi,\end{aligned}$$

where λ is the longitude reckoned positive eastward. Thus the transition from the angular momentum \bar{H} to the Oz -axis of the conventional terrestrial system results in the following variations of the latitude and time obtained from observations:

$$\delta\varphi = \delta\psi_2 \sin\theta \cos S + \delta\theta_2 \sin S, \quad (18)$$

$$\delta t = (\delta\psi_2 \sin\theta \sin S + \delta\theta_2 \cos S)\tan\varphi, \quad (19)$$

where S is the local sidereal time. The expressions for $\delta\theta_2$ and $\delta\psi_2\sin\theta$ from (17) are substituted in (18) and (19) to obtain

$$\delta\varphi = A_+ \sin(S + \beta) + A_- \sin(S - \beta), \quad (20)$$

$$\delta t = -[A_+ \cos(S + \beta) + A_- \cos(S - \beta)]\tan\varphi. \quad (21)$$

The lengthening of the period of the free nutation is known to be the most noticeable manifestation of the effect of the Earth's deformation on its rotation. The influence of this same deformation on forced nutation was considered by Schweydar (1916), Fedorov (1963), and McClure (1973). The elastic deformation has been shown not to affect the motion in space of the angular momentum vector \bar{H} of the whole Earth. Moreover the equations of its motion remain practically unchanged for any assumption about the interior of the Earth. The reason is that the tide-producing body stretches the Earth along the line connecting its center with that of the Earth. Such a deformation does not change the moment of the couple exerted on the Earth.

Thus the introduction of the system related to the angular momentum vector \bar{H} as an intermediate ephemeris system has an advantage in the exposition of the theory of the rotation of the deformable Earth. Concerning this matter Jeffreys (1963) writes: «Fedorov is certainly right in maintaining that if we want an intermediate standard of reference independent of all properties of the Earth other than its moments of inertia, that standard must be the axis of angular momentum.»

From what has been said it is clear that for computing nutation of the angular momentum vector we may continue to use the theory of the rotation of the rigid Earth. At the same time tidal deformation results in considerable changes in the relative positions of the axis Oz and the axis of the greatest moment of inertia often called the axis of figure: the amplitude of the variation in the angle between these axes reaches two seconds of arc. That's why the axes of inertia are inappropriate as a terrestrial frame of reference. The motion of these axes in the xyz system affects the motion of the vector \bar{H} (but not of the axis of rotation) in the same system. The elastic deformation of the Earth leads to nearly the same relative diminution of the coefficients of all the terms induced by the tide-generating force, in as much as the factor $(1 - K/K_s) = 2/3$ appears throughout. Here K and K_s are the tidal-effective and secular Love numbers.

At the same time the suggestion to use the system xyz as an intermediate system has met with some criticism, mainly because «there is no way at all of observing the angular momentum» (Jeffreys, 1963). However, the mean of two positions of the axis of rotation taken 12 hours apart approximates the position of the angular momentum \bar{H} . Thus observations of the same star when it crosses the meridian

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

above and below the pole are capable of giving the angle between the direction of \bar{H} and the direction to the observed star (Fedorov et al., 1972).

Fundamental declinations and latitudes obtained from upper and lower transit observations pertain to the angular momentum axis rather than to the instantaneous axis of rotation. Time and latitude services observe the motion of stars relative to the terrestrial frame of reference xyz , which enables the motion of the vector \bar{H} to be obtained in the same frame (Fedorov, 1975). Several attempts were made to derive from observations the coefficients of the principal, semiannual and fortnightly terms of nutation. In the remainder of this paper, we shall be concerned with these terms only.

Table 1 comprises the coefficients of circular motions of the rotational axis, the axis of figure and the angular momentum in the system xyz for both the rigid and deformable (elastic) Earth. The coefficients are taken from McClure's Tables 9-1, 9-2. Note that the coefficients for the rigid Earth differ slightly from those for a deformable Earth. In Table 2 the perturbations $\delta\theta$ and $\delta\psi \cdot \sin\theta$ are given in the sense «the Euler angles of the angular momentum vector minus those of the z -axis of the conventional terrestrial system». Ultimately this system is to be related to the nonrotating axes XYZ , and in particular to the mean equatorial axes of date. This may be achieved by adding the values of $\delta\theta$ and $\delta\psi \cdot \sin\theta$ to the adopted nutations of the angular momentum, which are independent of the internal structure of the Earth, and by subsequent rotation through the small angles u , v , w .

T a b l e 1

Term	Arg.	Rotation axis		Axis of figure	Angular momentum	
		Rigid Earth	Deform. Earth	Deform. Earth	Rigid Earth	Deform. Earth
Principal	Ω	0".00118	0".00118	0".11100	0".00117	0".00081
		-0.00017	-0.00017	0.01623	-0.00017	-0.00012
Semi-annual	$2L'$	-0.00290	-0.00290	0.27186	-0.00290	-0.00200
		0.00012	0.00012	-0.01171	0.00012	0.00008
Fortnightly	$2L$	-0.00667	-0.00652	0.58241	-0.00665	-0.00459
		0.00025	0.00025	-0.00251	0.00025	0.00017

Ω = longitude of the mean ascending node of the lunar orbit on the ecliptic.

L' = solar mean longitude.

L = lunar mean longitude.

T a b l e 2

Term	Period days	Tidal code number	Arg.	$\delta\theta$		$\delta\psi \cdot \sin\theta$	
				Rigid Earth	Deform. Earth	Rigid Earth	Deform. Earth
Principal	6798	165.565 165.545	Ω	-0".00100	-0".00069	-0".00135*	-0".00093
Semi-annual	183	163.555 167.555	$2L'$	0.00277	0.00193	0.00302	0.00208
Fortnightly	13.7	145.555 185.555	$2L$	0.00640	0.00442	0.00690	0.00476

* These terms in McClure's Tables 8-3, 8-4, 9-3 and 9-4 are given erroneously with the positive sign.

Table 3

	Nutation in obliquity			Nutation in longitude		
	Ω	$2L'$	$2L$	Ω	$2L'$	$2L$
Nutations for the angular momentum axis	9".2272	0".5522	0".0885	-6".8733	-0".5067	-0".0812
Perturbations for Oz axis:						
for rigid Earth	-0.0010	0.0028	0.0064	0.0014	-0.0030	-0.0069
for elastic Earth	-0.0007	0.0019	0.0044	0.0009	-0.0028	-0.0048
Observed:	-0.0298	0.0260	0.0080	0.0296	-0.0263	-0.0122

If the Earth were an elastic body from its center to the surface the analysis of latitude and time observations would detect the following leading short-periodic terms:

$$\delta\varphi = -0''.0020 \cdot \sin(S - 2L') - 0''.0046 \sin(S - 2L),$$

$$\delta t = [0''.0020 \cos(S - 2L') + 0''.0046 \cos(S - 2L)]\tan\varphi.$$

These equations result from (18), (19) and the data of Table 3. Formerly we obtained (Fedorov, 1963)

$$\delta\varphi = -0''.0022 \sin(S - 2L') - 0''.0051 \sin(S - 2L).$$

Now we shall turn to the case of the Earth composed of a mantle and a liquid core. In this case the conception of the rotational axis of the whole Earth loses its sense but that of the angular momentum vector remains. Nutation of this vector will still be the same as in the case of a rigid Earth, and for descriptive purposes the conventional terrestrial system xyz may be considered as attached to the mantle.

The effect of the liquid core manifests itself in the Euler angle perturbations $\delta\theta_2$ and $\delta\psi_2 \cdot \sin\theta$ which may be deduced theoretically. This already has been done for several models of the Earth, but the discussion of the results so obtained is out of the scope of the present paper.

However for estimating the perturbations $\delta\theta_2$ and $\delta\psi_2 \cdot \sin\theta$ we may use another way, namely the comparison of nutations of the angular momentum vector \bar{H} obtained in the theory of the rotation of the rigid Earth with nutations of the z -axis derived from the analysis of observations. For this comparison we use our previous results (Fedorov, 1963), though it is hoped that after discussing some new determinations more reliable and precise values will be obtained.

The perturbations $\delta\theta_2$ and $\delta\psi_2 \sin\theta$ given in Table 3 should be added to the coefficients of nutation of the angular momentum vector in obliquity and longitude to obtain coefficients of nutation of the axis Oz .

REFERENCES

1. *Atkinson R.d'E.* Astron. J., 1973, **78**, 147.
2. *Atkinson R.d'E.* Mon. Not. Roy. astr. Soc., 1975, **171**, 381.
3. *Fedorov E.P.* Nutation and Forced Motion of the Earth's Pole. — Pergamon Press, 1963.
4. *Fedorov E.P. et al.* Dvizenie polusov Zemii s 1890.0 po 1969.0. — Kiev, 1972.
5. *Fedorov E.P.* Astron. circular, 1975, N 861.
6. *Jeffreys Sir Harold.* Foreword to «Nutation and Forced Motion of the Earth's pole», by E.P. Fedorov. — Pergamon Press, 1963.
7. *McClure P.* Diurnal Polar Motion, Goddard Space Flight Center, 1973, Doc. X-592-73-259.
8. *Schweydar W.* Astr. Nachrichten, 1916, **203**, 101.
9. *Woolard E.W.* Theory of the Rotation of the Earth around its Center of Mass. — Washington, 1953.

Часть II

**ИЗМЕНЕНИЕ
ШИРОТ
И ДВИЖЕНИЕ
ПОЛЮСОВ
ЗЕМЛИ**

*В течение 1959—1973 гг.
вокруг Е.П. Федорова,
тогда директора
Главной астрономической
обсерватории АН УССР,
сформировался коллектив
его учеников, который стал
известен как «киевская
школа широтников».*

*Вместе с учениками
Е.П. Федоров разработал
новые методы обработки
и оценивания точности
широтных наблюдений
и применил их при создании
уникальной системы координат
полюса Земли за 80 лет,
которая была названа
«киевской».*



Президент
НАН Украины
Б.Е. Патон

Е.П. ФЕДОРОВ

О ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЯХ В ПОЛТАВЕ*

Основной задачей научной деятельности Полтавской обсерватории является изучение вращательного движения Земли в связи с исследованием ее внутреннего строения. Для решения этой задачи обсерваторией ведутся различные теоретические изыскания, наблюдения с горизонтальными маятниками и широтные наблюдения. С этой же целью теперь начата подготовка к наблюдениям колебаний азимута миры и изменений силы тяжести по величине.

Чтобы выяснить, какую роль в этом общем исследовании играют широтные наблюдения и какие именно задачи перед ними ставятся, нужно кратко остановиться и на других работах Полтавской обсерватории.

Изучение вращательного движения и, в частности, движения полюсов Земли тесно связано с исследованием ее внутреннего строения. Это и понятно: чтобы правильно объяснить особенности движения, нужно знать механические свойства движущегося тела. Но, с другой стороны, данные о движении полюсов Земли сами представляют важнейший материал для суждения о ее внутреннем строении. Известно, что упругие свойства Земли можно характеризовать двумя величинами h и k , которые называют числами Лява. Период свободного движения полюсов связан точным соотношением со вторым из этих чисел. То же самое число входит в выражение, определяющее высоту прилива и величину отклонения отвеса под действием притяжения Луны и Солнца. Именно, если отношение амплитуды колебаний отвеса на поверхности деформируемой Земли к теоретическому значению этой величины на поверхности Земли абсолютно твердой есть γ , то, как показывает теория,

$$\gamma = 1 + k - h.$$

Одиннадцатилетний ряд наблюдений с горизонтальными маятниками в Полтаве, обработанный З. Н. Аксентьевой, позволил определить величину γ с весьма высокой точностью ($\gamma = 0,696 \pm 0,013$). Кроме того, удалось установить, что величина γ_n , полученная из наблюдений колебаний отвеса в меридиане, несколько больше величины γ_e , полученной для первого вертикала. По наблюдениям в Томске в 1912—1920 гг., организованным А. Я. Орловым по поручению Международной сейсмологической ассоциации, окончательную об-

* Труды II Всероссийской широтной конференции, 1950.

работку которых З. Н. Аксентьева закончила в 1949 г., также получается $\gamma_n > \gamma_e$. В связи с тем, что наблюдения в нескольких пунктах Западной Европы приводили как раз к обратному соотношению, этот результат представляет большой интерес. Его правильное теоретическое истолкование будет, несомненно, важным шагом в исследовании внутреннего строения Земли.

Как уже было сказано, число Лява k связано точным соотношением с величиной периода свободной нутации. Однако получение числа k на основании данных о движении полюса затрудняется тем, что как амплитуда, так и начальная фаза чандлеровской составляющей этого движения подвержены значительным, иногда довольно резким изменениям. Но есть и другой путь определения k : сопоставление результатов наблюдений колебаний отвеса и изменений силы тяжести по величине. Эти изменения можно определять с помощью гравиметров. Вот почему в плане работ Полтавской обсерватории стоят наблюдения с гравиметрами, и в настоящее время уже ведутся для этого подготовительные работы. Здесь уместно отметить необходимость организации наблюдений с гравиметрами и горизонтальными маятниками и на других широтных станциях.

Посредством наблюдений с горизонтальными маятниками и гравиметрами изучаются приливные деформации Земли, при которых происходят небольшие перемещения точек ее поверхности, имеющие характер периодических колебаний. Но не меньший интерес для геофизики представляют и медленные вековые перемещения значительных участков поверхности Земли, которые должны проявляться, в частности, в изменениях средних широт. Весьма важно было бы выделить неполярные изменения широт с тем, чтобы найти движение средних полюсов.

Напомним, что лучшее определение понятия среднего полюса было дано в конце прошлого столетия С. Костинским, который предложил считать, что «средние значения широт для всех мест земной поверхности определяют одну и ту же постоянную точку (среднее положение полюса Земли)». Чтобы успешно пользоваться этим понятием при изучении движения мгновенного полюса, нужно было далее определить, что такое средняя широта, и указать способ ее вычисления. Это было сделано А. Я. Орловым.

Таким образом, идеи отечественных астрономов обеспечили первенство нашей науки в деле изучения движения полюсов. Координаты полюса, вычисленные А. Я. Орловым, являются, бесспорно, самыми надежными из всех опубликованных до последнего времени, хотя, как он сам неоднократно подчеркивал, его данные все же нельзя считать окончательными ввиду неясности вопроса о медленных изменениях широт и движении среднего полюса — вопроса, важность которого для геофизики мы уже отмечали. Эта неясность, в свою очередь, объясняется некоторыми особенностями организации широтных наблюдений, из-за которых материалы наблюдений, в частности Международной службы, едва ли пригодны для определения векового движения полюсов.

Обычным способом вывода изменений широты является цепной метод. Формально этот способ прост и, казалось бы, не должен вызывать каких-либо возражений. Но при его практическом применении дело значительно осложнилось. Замечены были некоторые новые черты и особенности явления,

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

которые, однако, не удалось удовлетворительно разъяснить именно потому, что широтные наблюдения обрабатывались до сих пор почти всегда цепным методом, а программы составлялись применительно к этому методу. В частности, цепной способ в его классической форме требует, чтобы наблюдаемые звезды распределялись более или менее равномерно по всем часам звездных суток. Но пары, группирующиеся около 0 и 12 часов звездного времени, быстро отходят от зенита вследствие прецессионного движения, и их время от времени приходится заменять новыми. Это крайне затрудняет изучение векового движения полюсов, так как было замечено, что изменения программы обычно сопровождаются резкими изменениями средней широты. Ввиду изложенного выше возникает необходимость постановки таких широтных наблюдений, при обработке которых цепной способ был бы видоизменен или заменен другим так, чтобы стало возможным успешное исследование природы z -члена, ошибки замыкания, суточных колебаний широты и, главное, ее медленных изменений.

Как отмечал С. Костинский еще в 1893 г., сильный инструмент имеет при широтных наблюдениях то основное преимущество, что он позволяет наблюдать яркие звезды в любое время суток. Если при этом оказывается возможным подобрать несколько ярких зенитных звезд и пар, то такие наблюдения, по мнению Костинского, являются идеальными для изучения колебаний широты.

В Полтаве удалось подойти к этому идеалу ближе, чем где-либо. Мы имеем в виду наблюдения η Малой Медведицы и α Персея на зенит-телескопе с отверстием объектива 135 мм. Эти наблюдения были начаты Н. А. Поповым в июне 1939 г. Данные о количестве наблюдений по отдельным циклам приведены в следующей таблице:

	Наблюдатель	α	η
1939.4—1940.6	Попов	198	194
1940.6—1941.7	Лаврентьева	145	159
1944.6—1945.8	Лаврентьева	182	179
1945.9—1947.8	Дроздов и Федоров	—	154
1947.6—1949.3	Попов	269	244
	В с е г о	794	930

В настоящее время наблюдается только η Малой Медведицы, так как из-за прецессионного движения α Персея значительно удалилась от зенита. Однако мы предполагаем в ближайшем будущем натянуть на подвижной рамке микрометра вторую нить и возобновить наблюдения α Персея.

На обсуждении результатов наблюдений двух ярких зенитных звезд мы здесь останавливаться не будем. Эти результаты частью уже опубликованы, частью готовятся к печати. Отметим только, что наблюдения двух зенитных звезд позволяют получать вполне надежные данные об изменениях широты со значительно меньшей затратой труда, чем при обычной программе пар Талькотта. Кроме того, эти наблюдения, как и пулковские наблюдения по расширенной программе, дали ценный материал для изучения суточных колебаний широты.

Полтавские астрономы провели и другую большую работу — наблюдения слабых зенитных звезд и зенитных пар. Значительный интерес представляет также сравнение результатов одновременных наблюдений на большом зенит-телескопе и универсальном инструменте. (Об этих работах сделали отдельные сообщения С. В. Дроздов и Н. А. Попов).

Теперь я перейду непосредственно к наблюдениям по новой программе, которые были начаты в 1949 г. Их главной задачей является изучение медленных изменений широты. Эти наблюдения ведутся одновременно и строго единообразно на двух зениттелескопах. Сравнение результатов, как мы думаем, позволит сделать некоторые выводы о природе неполярных изменений широты, что составляет вторую задачу наших теперешних наблюдений.

Наконец, теперь, как и при постановке всех предыдущих циклов, мы стремимся получать данные о периодических изменениях широты, которые могут быть использованы для вывода координат мгновенного полюса.

Выше мы отметили некоторые недостатки широтных наблюдений, понижающие их научную ценность. Теперь уместно подчеркнуть, что постановка этих наблюдений неудовлетворительна и с практической точки зрения. Дело в том, что геодезисты и астрономы, ведущие службу времени, получают данные о движении полюсов с большим опозданием, так что они уже не могут воспользоваться этими данными.

Изыскание и испытание такой программы и такого способа обработки, которые позволили бы значительно ускорить получение материалов для вывода координат полюса, было третьей задачей начатых в этом году наблюдений.

Обычно обработка широтных наблюдений состоит из трех основных частей: журнальной обработки для вывода зенитных расстояний центров пар, вычисления видимых склонений и вывода кривой колебаний широты с помощью цепного способа. Наиболее трудоемкой является вторая часть работы, и у нас задержка в получении окончательных результатов предыдущих циклов возникала, главным образом, из-за того, что мы не успевали своевременно справляться с вычислением приведений на видимые места. Но и после того, как закончены эти вычисления и для всего цикла наблюдений получены предварительные широты со склонениями, заимствованными из каталогов, остается проделать еще значительную работу по исправлению этих склонений с помощью цепного или какого-либо иного способа и получить окончательные значения широты.

Итак, чтобы ускорить получение результатов, необходимо было, во-первых, значительно сократить затрату труда на текущую обработку, включая и приведение на видимые места, и, во-вторых, обеспечить возможность выполнить в несколько дней ту часть работы, которая не может быть начата до окончания всего цикла.

С этой целью мы приняли такой способ обработки. Вычисление мгновенной широты проводится нами не для каждой пары в отдельности, а совместно для четырех пар, наблюдаемых в течение одного часа. Для этого служит следующая формула:

$$\bar{\varphi} = \bar{\delta} + \frac{1}{2} R (\bar{M}_E - \bar{M}_W) + \frac{1}{2} (\bar{i}_E - \bar{i}_W) + (\bar{k} + \bar{\rho}),$$

где $\bar{\delta}$ — среднее из склонений восьми наблюдаемых звезд; \bar{M}_E, \bar{M}_W — сред-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ние из всех отсчетов микрометра при положении инструмента «труба на востоке», «труба на западе»; \bar{i}_E, \bar{i}_W — средние значения наклонности при тех же положениях; $\bar{k} + \bar{\rho}$ — общая поправка за кривую параллели и дифференциальную рефракцию.

Значительное сокращение труда на вычисление видимых склонений достигается с помощью следующего приема: для отдельной звезды имеем

$$\delta = \delta_0 + a'(A_0 + n\Delta A) + \dots,$$

где δ_0 — среднее склонение для начала года; A_0 — значение первой редуцированной величины для 12 часов звездного времени; ΔA — ее суточное изменение; n — коэффициент интерполяции, выраженный в долях суток.

Образуя затем средние для всех восьми звезд, по которым вычисляется широта $\bar{\varphi}$, находим

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}_0 + \bar{a}'A_0 + \bar{na}' \cdot \Delta A + \dots,$$

причем $\bar{\delta}_0, \bar{a}'$ и \bar{na}' сохраняют постоянное значение в течение годового цикла.

Изложенный прием вчетверо сокращает вычисление видимых склонений, благодаря чему мы теперь легко успеваем на следующий же день после наблюдений выполнить всю текущую обработку, включая и получение широт по приведенной выше формуле.

Программа наблюдений, которые теперь ведутся на двух зенит-телескопах, состоит из четырех двухчасовых групп по восемь пар в каждой. В следующей таблице показаны для каждой группы пределы, в которых заключены прямые восхождения, входящие в эту группу звезд, средние из их склонений $\bar{\delta}$ и годовое изменение этой величины $\Delta\bar{\delta}$:

№ групп	α	$\bar{\delta}$	$\Delta\bar{\delta}$
I	5—7	49°36'25."2	– 0."6
II	11—13	38 8. 4	– 19. 8
III	17—18	36 13. 3	+ 0. 4
IV	23—1	34 52. 5	+ 19. 7

Как видно из приведенных данных, у групп I и III величины $\bar{\delta}$ очень близки к широте Полтавы ($\varphi = 49^\circ 36' 13''$) и практически не изменяются. Эти группы и служат той основной цели наблюдений, которая рассмотрена выше, — изучению медленных изменений широты. Что касается групп II и IV, то они введены для того, чтобы иметь возможность вести наблюдения круглый год и, таким образом, получать данные для вывода периодических колебаний широты. Действительно, как это видно из рис. 1, принятая программа вполне обеспечивает не только ведение непрерывных наблюдений, но и достаточно надежные связи между группами. На рис. 1 двойная линия обозначает период видимости всей группы полностью, обыкновенная линия — то время, когда видимы только первые или только последние четыре пары, входящие в данную группу.

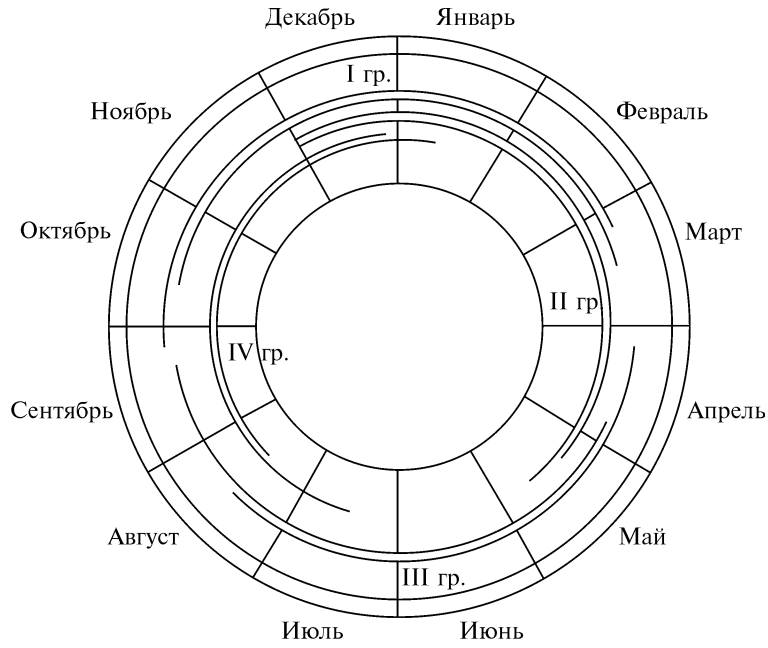


Рис. 1

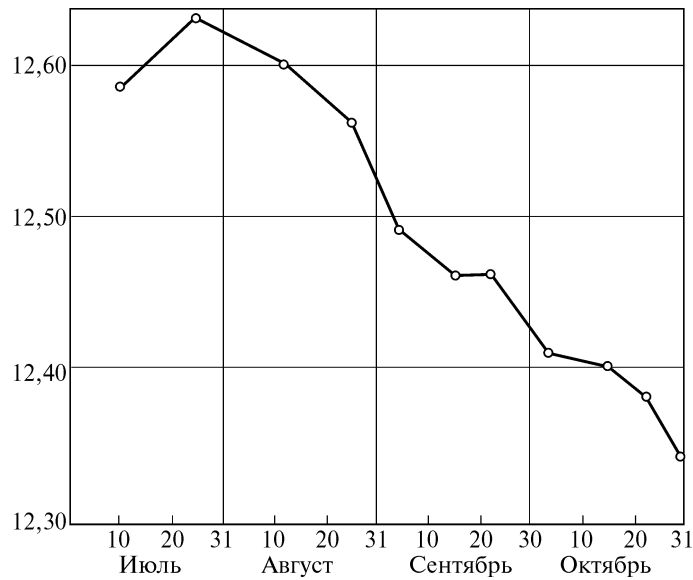


Рис. 2

Наблюдения по новой программе были начаты на зенит-телескопе с отверстием объектива 110 мм 5 июля 1949 г. С. С. Кулагиным и Е. П. Федоровым, а на зенит-телескопе с отверстием объектива 135 мм — 21 сентября 1949 г. Е. И. Евтушенко и И. П. Огородником.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

На рис. 2 показана кривая, полученная из наблюдений на зенит-телескопе с отверстием объектива 110 мм.

Кривая эта не является окончательной только потому, что выведенные нами разности склонений центров групп потребуют в ходе работы дальнейших исправлений, хотя, по всей вероятности, довольно незначительных.

Однако заметим, что такое положение имеет место только в первый год наблюдений. В будущем, основываясь на разностях склонений, уже определенных в предшествующие годы, мы рассчитываем в ходе текущей обработки сразу получать окончательные значения широты.

Наконец, мы позволяем себе высказать уверенность, что наблюдения, организованные по такой же схеме на нескольких станциях, достаточно удаленных от Полтавы по долготе, дали бы возможность получать и публиковать координаты полюса, точность которых будет вполне достаточна для практических нужд, так же своевременно, как теперь публикуются сводные сигналы времени.

Е.П. ФЕДОРОВ

НОВАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ СЛУЖБЫ ШИРОТЫ И ЕЕ ИСПЫТАНИЕ В ПОЛТАВЕ*

ВВЕДЕНИЕ

В Полтаве широтные наблюдения являются частью общей работы обсерватории по изучению внутреннего строения Земли средствами астрономии и гравиметрии. Этим и определяются их основные задачи. Наблюдения изменений широты должны прежде всего доставлять нам данные, имеющие наибольшее значение для геофизики, в частности данные о вековом изменении широты, особенно интересующие геологов.

Некоторые исследования последнего времени показали, что тщательное изучение нутационного движения земной оси также может привести к существенным выводам относительно свойств вещества в глубоких недрах Земли. В связи с этим мы, по предложению А. Я. Орлова, приняли в качестве основной задачи широтных наблюдений, начатых нами летом 1949 г. в Полтаве, изучение медленных изменений широты и нутационного движения земной оси. Решить эти задачи Международной службе широты не удалось вследствие существенных недостатков в самой ее организации, в принятых ею способах наблюдений и их обработки.

Критика деятельности Международной службы широты не является предметом настоящей статьи. Мы ограничимся лишь тем, что проследим на примере определения постоянной нутации Пшибыллоком, в чем именно заключаются некоторые из этих недостатков.

В работе Пшибыллока [1] были использованы наблюдения на пяти международных станциях с 1900 по 1914 г. включительно, всего около 83 тысяч значений мгновенных широт. Такое большое число наблюдений никогда еще не использовалось для вывода постоянной нутации. Исходя из этого, а также основываясь на анализе внутренней сходимости результатов, Пшибыллок приходит к заключению, что полученное им значение постоянной нутации является самым надежным и точным. При окончательной сводке результатов он придает этому значению вес 206, а всем значениям, использованным Ньюкомбом, общий вес 72. «Наши результаты, — пишет в заключение Пшибыллок, — показывают, что надежды, которые в начале работы возлагались на материалы наблюдений, себя полностью оправдали».

Однако мы полагаем, что внимательный разбор работы Пшибыллока дает серьезные основания сомневаться в правильности такого заключения.

* Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, 1951, № 4.

Пшибыллок определяет поправку постоянной нутации отдельно по наблюдениям каждой пары на каждой из пяти международных станций. Поскольку из 96 пар первой программы Международной службы широты до 1914 г. непрерывно наблюдались 53 пары, Пшибыллок находит всего 265 отдельных значений поправки постоянной нутации. Условные уравнения, которые служат для получения каждого из этих значений, имеют следующий вид:

$$Ay + (t - t_0) z = \Delta\varphi,$$

где t_0 — начальная эпоха; t — эпоха наблюдения; a — коэффициент нутации для эпохи t , значение которого вычислялось по формуле

$$a = 0,744 \cos\alpha \sin\Omega - 1,000 \sin\alpha \cos\Omega - 0,119 \cos\alpha \sin 2\odot + 0,129 \sin\alpha \cos 2\odot,$$

y — поправка постоянной нутации; z — поправка принятого значения собственного движения; $\Delta\varphi$ — разность значений средней широты в эпоху t и в начальную эпоху t_0 .

Таким образом, Пшибыллок допускал, что изменение средней широты, полученной из наблюдений, связано только с ошибками принятых значений постоянной нутации и собственных движений.

Точность и надежность определения поправок этих величин зависит прежде всего от того, насколько свободны от случайных и систематических ошибок значения $\Delta\varphi$. Эти значения в уравнениях Пшибыллока являются средними, образованными для каждого года пятнадцатилетнего цикла наблюдений. Наибольшее число отдельных значений широты, которые были использованы при вычислении средних значений, равно 68, наименьшее — 1 и среднее — 21. Если «принять, что средняя ошибка одного наблюдения на станциях Международной службы широты равна $\pm 0''.20$, то для средней ошибки величины $\Delta\varphi$, входящей в условные уравнения, мы получим такие значения: наибольшее $\pm 0''.20$, наименьшее ± 0.02 , среднее ± 0.08 .

Так обстоит дело со случайными ошибками. Они все же довольно велики, следовательно при малом числе пар нельзя надеяться получить удовлетворительную точность поправки постоянной нутации.

Однако наибольшую опасность представляют, конечно, не случайные, а систематические ошибки, более или менее единообразно искажающие все индивидуальные значения, из которых затем образуются средние величины $\Delta\varphi$. К числу важнейших из них принадлежат те, источником которых является неточность поправок за движение полюса и неточность принятого значения цены оборота винта.

Поправки за движение полюса вычислялись для каждой станции по формуле С. Костинского:

$$\varphi - \bar{\varphi} = \cos \lambda - y \sin \lambda,$$

причем были использованы координаты x и y , публикуемые Международной службой широты. То обстоятельство, что при выводе координат полюса Международная служба широты не исключает медленных изменений широты, приводит к неясности в вопросе о начале системы координат, в которой определяется положение полюса. Таким образом, если вводить поправки за

движение полюса, пользуясь непосредственно данными Международной службы широты, то все отдельные значения, из которых образуются средние величины $\Delta\varphi$, будут содержать одинаковые ошибки. Более того, зачастую будет получаться и так, что несколько последовательных значений $\Delta\varphi$ будут содержать ошибки одного и того же знака.

Однако при выводе постоянной нутации к исключению медленных неполярных изменений широты следует подходить с большой осторожностью. Дело в том, что и те изменения наблюдаемой широты, которые появляются вследствие неточности принятого значения постоянной нутации, сами имеют характер медленных неполярных изменений. Правда, они будут различны для пар с разными прямыми восхождениями, а для двух пар, прямые восхождения которых различаются на 180° , должны получаться волны, прямо противоположные по фазе. Отсюда следует, что для выделения нутационной волны нужно брать разности значений $\Delta\varphi$ именно для таких пар. Тогда общие для всех пар медленные изменения широты исключатся, а изменения, обязанные своим происхождением неточности постоянной нутации, удвоятся. Касаясь этого вопроса, Джексон писал, что «изменения широты и нутация могут быть разделены либо только путем наблюдения звезд с разными прямыми восхождениями, либо путем наблюдения в разных долготах» [2]. Но последнее было бы правильно лишь в том случае, если бы отсутствовали неполярные изменения широт.

Переходим к систематическим ошибкам, источником которых является неточность в принятой цене оборота винта окулярного микрометра R . Вопрос этот требует, естественно, особого внимания. В начале своего исследования Пшибыллок отмечает, что при определении постоянной нутации нельзя довольствоваться теми значениями цены оборота винта, которые получаются из наблюдений звезд в элонгации или шкальных пар; эти значения следует рассматривать только как первое приближение.

Для вывода окончательных значений Пшибыллок пользуется способом, описанным им в одной из более ранних работ [3].

Этот способ состоит в следующем. По всем полным наблюдениям каждой группы находят разности $\Delta\delta$ между склонениями центра каждой пары и центра группы. Далее делается предположение, что среднее из значений цены оборота по шести станциям¹ достаточно близко к своему истинному значению и что отклонение величины $\Delta\delta$ для отдельных станций от среднего для всех шести станций происходит только от ошибок предварительных значений R . Это дает возможность легко вычислить те поправки цены оборота винта окулярного микрометра, после внесения которых поправки $\Delta\delta$ получают для всех станций одинаковые значения.

Естественно теперь поставить вопрос о том, обеспечивает ли способ, примененный Пшибыллоком, получение достаточно точных и надежных значений цены оборота винта? Можно ли считать, что широты, которые вычисляются с исправленными значениями R , всегда свободны от больших систематических ошибок?

¹ При этих вычислениях принимались во внимание также наблюдения в Чарджуе.

Прежде всего заметим, что этот способ лишь ослабляет влияние ошибок предварительных значений R , но не исключает их. Действительно, если мы для простоты допустим, что цена оборота определена на всех шести станциях с одной и той же средней ошибкой ε , то ошибка среднего из шести значений R будет равна приблизительно $0,4 \varepsilon$.

Далее, поправки ΔR , которые получает Пшибыллок, представляют собою иногда довольно значительные величины, следующие одна за другой без какой-либо заметной закономерности в отношении чередования их значений и даже знаков. Правда, применяя критерий Гельмарта, Пшибыллок обнаруживает признаки каких-то систематических изменений, но ни векового хода величин R , ни зависимости этих величин от прямых восхождений наблюдаемых звезд ему установить не удалось. Рассматривая различные способы получения сглаженных значений ΔR , Пшибыллок приходит к выводу, что результаты получаются различными в зависимости от того, пользоваться ли графическим способом или вычислять средние из нескольких последовательных наблюдаемых значений, а в последнем случае также в зависимости от того, как их группировать. Наконец, на частном примере пары, для которой разность отсчетов микрометра равна 20 оборотам, Пшибыллок показывает, что при различных способах сглаживания будут получаться широты, отличающиеся друг от друга более чем на $0''.1$. Все это показывает, что способ Пшибыллока так же, как и непосредственное определение цены оборота по наблюдениям звезд в элонгации и шкальных пар, не обеспечивает такой точности значений R , которая давала бы гарантию от грубых систематических ошибок в наблюдениях пар с большой разностью зенитных расстояний. По-видимому, Пшибыллок сам отдавал себе в этом отчет, поскольку в своей ранней работе [3] он рекомендует ввести в программу наблюдений две шкальные пары и наблюдать их непрерывно с тем, чтобы получить возможность все время следить за изменением цены оборота винта окулярного микрометра. Однако при выводе постоянной нутации Пшибыллок был вынужден применить предложенный им способ вычисления поправок ΔR . Так как, кроме того, из числа обработанных пар многие имеют большую разность отсчетов микрометра (превосходящую 10 оборотов), можно полагать, что полученные им результаты отягощены значительными систематическими ошибками, источником которых является неточность полученных Пшибыллоком значений цены оборота винта.

В том, что результаты наблюдений Международной службы широты, которыми пользовался Пшибыллок при выводе постоянной нутации, действительно содержат большие ошибки как случайного, так и систематического характера, легко убедиться, если нанести на график значения $\Delta\varphi$, входящие в приведенные условные уравнения. Получаются беспорядочно разбросанные точки, причем часто соседние значения $\Delta\varphi$ отличаются друг от друга на несколько десятых долей секунды.

Далее, цикл наблюдений, который обработал Пшибыллок, охватывает 15 лет, т. е. меньше периода движения лунных узлов. Такую продолжительность цикла нельзя считать достаточной для уверенного отделения поправки постоянной нутации от поправок собственных движений. Это и не удалось сделать Пшибыллоку, что легко обнаруживается путем следующего анализа

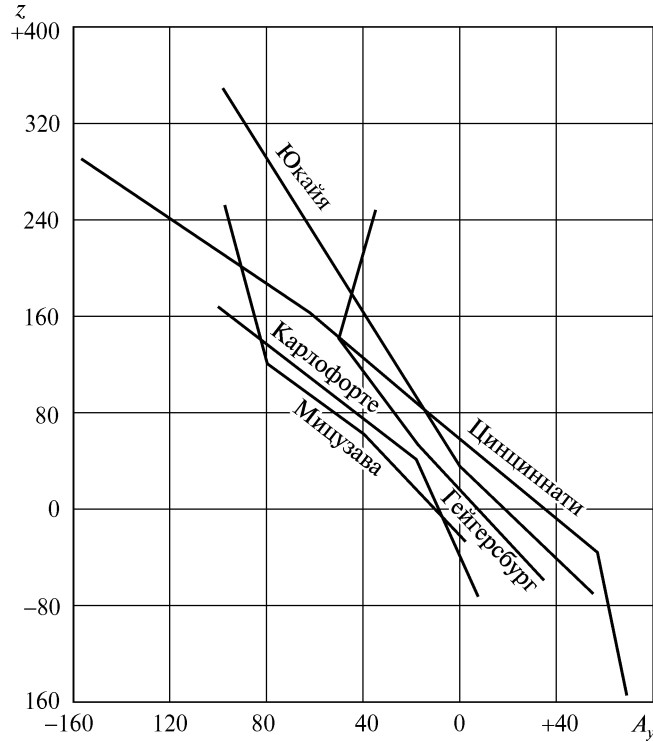


Рис. 1

полученных им результатов. Составим разность условных уравнений для двух эпох t_1 и t_2 , симметрично расположенных относительно середины цикла. Мы получим для каждой пары семь условных уравнений такого вида:

$$(a_2 - a_1) y + (t_2 - t_1) z = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1. \quad (1)$$

Этими уравнениями можно заменить исходные условные уравнения, служащие для определения поправки постоянной нутации y . Легко видеть, что коэффициент $a_2 - a_1$ будет иметь во всех семи условных уравнениях один и тот же знак, если продолжительность цикла наблюдений меньше нутационного периода.

Предположим, что для рассматриваемой пары разность $a_2 - a_1$ положительна. Если при этом получается преувеличенное значение поправки собственного движения, то величина y окажется преуменьшенной. Для отрицательных значений $a_2 - a_1$ будет обратная зависимость.

Теперь образуем среднее из значений $a_2 - a_1$ для данной пары и обозначим эту величину символом A . Рассматривая результаты Пшибыллока, мы нашли вполне отчетливо выраженную зависимость между поправками собственных движений z и произведением A на поправку постоянной нутации y (рис. 1). Мы, разумеется, не можем считать, что этой зависимостью скрывается какая-то реальная связь. Просто, полученные Пшибыллоком величины y и z не представляют собой двух независимых рядов со случайным распреде-

лением значений в каждом из них только потому, что при решении нормальных уравнений ему не удалось вполне разделить переменные.

Приведенные замечания показывают, насколько важно при выводе постоянной нутации пользоваться длительными рядами наблюдений, охватывающими более одного нутационного цикла. Для подтверждения изложенного выше можно было бы привести еще много примеров, в частности результаты, полученные К. А. Куликовым при обработке пулковских широтных рядов [4]. Однако мы полагаем, что вопрос понятен и без этого.

Казалось бы, что теперь, когда мы уже располагаем опубликованными результатами наблюдений Международной службы широты за 35 лет, есть надежда получить постоянную нутации с очень высокой точностью и составить определенное суждение относительно векового движения полюса. Действительно, полное разделение переменных, которое не удалось Пшибыллоку, теперь, вероятно, будет осуществимо. Но в других отношениях результаты Международной службы широты оказываются далеко не столь пригодными для решения интересующих нас вопросов, как это может показаться на первый взгляд.

Прежде всего заметим, что в течение 35 лет непрерывные наблюдения вели только три станции: Мицузава, Карлофорте и Юкайя. Кроме того, к концу 35-летнего цикла из программы, принятой в начале наблюдений, сохранилось только 25 пар. Из них у 9 пар разность зенитных расстояний уже к 1928 г. превзошла b' . На долю этих 25 пар приходится значительно меньше четверти общего числа наблюдений, так как большая их часть наблюдалась в зимнее время, а подобрать к ним пары с прямыми восхождениями, различающимися на 180° , во многих случаях вообще не представляется возможным.

Итак, оказывается, что для вывода постоянной нутации и изучения векового движения полюсов целесообразно использовать лишь небольшую часть результатов Международной службы широты, причем даже эта часть представляет собой далеко не безукоризненный материал.

И все же переработка этого ограниченного материала требует длительных вычислений. Вообще мы полагаем, что само обилие материалов наблюдений Международной службы широты всегда создавало серьезные трудности при различного рода сопоставлениях и исследованиях, и что в этом кроется одна из причин того разительного несоответствия между количеством затраченного труда и его окончательными результатами, которое часто ставилось в упрек Международной службе широты. Несомненно, что материалы Международной службы широты были бы изучены гораздо тщательнее, если бы они давались, так сказать, в более компактной форме.

ПРОГРАММА НАБЛЮДЕНИЙ, НАЧАТЫХ В ПОЛТАВЕ ЛЕТОМ 1949 г.

Как мы указали, основной целью наблюдений, начатых летом 1949 г. в Полтаве, является изучение медленных изменений широты и нутационного движения земной оси. Приведенные выше соображения относительно результатов международных широтных наблюдений позволили нам выяснить, ка-

ким условиям должна удовлетворять программа наблюдений, ведущихся с указанной целью. Ниже приведены важнейшие из этих условий.

1. Программа должна быть составлена так, чтобы наблюдения по ней можно было вести в течение не менее двух нутационных циклов.

2. К каждой паре программы должна быть подобрана такая пара, которая отличается от нее по прямому восхождению приблизительно на 180° .

3. Программа должна содержать только пары с очень малой разностью зенитных расстояний. Желательно, чтобы ни у одной из пар полусумма склонений не отличалась от широты более чем на $1'$. При соблюдении этого условия исключается возможность появления заметных систематических ошибок в значениях широт, происходящих из-за неточности в принятой цене оборота винта. Однако условие это касается не только средней эпохи. Оно в равной мере относится также к началу и к концу цикла, откуда следует, что пары можно подбирать только из числа тех звезд, полусумма склонений которых за 40 лет изменяется вследствие прецессии не более чем на $2'$. А это крайне ограничивает выбор звезд; пригодными оказываются только звезды с прямыми восхождениями, заключенными в пределах $5^h.5-6^h.5$ и $17^h.5-13^h.5$.

4. Важно, чтобы годовое число наблюдений каждой пары было в несколько раз больше, чем при том порядке наблюдений, который принят на станциях Международной службы широты.

5. Наконец, желательно придавать результатам такую форму, которая бы облегчила и упростила их последующую обработку и сопоставления.

Понятно, что изучение медленных изменений широты и вывод постоянной нутации, будучи основной задачей наших наблюдений, не могли быть их единственной целью. Широтные наблюдения должны не только давать материал для различного рода астрономических и геофизических исследований; они имеют большое практическое значение, поскольку данные о движении полюса нужны прежде всего геодезистам для исправления результатов их астрономических определений. Но эти данные имеют практическую ценность лишь тогда, когда между той датой, на которую даются координаты полюса, и датой их опубликования проходит несколько дней, а не годы, как это было с данными Международной службы широты.

Таким образом, мы приходим еще к одному условию: нужно было принять такую программу и такой способ обработки, которые дали бы возможность легко получать значения широты на следующий же день после наблюдения.

Нам не пришлось потратить много труда, чтобы убедиться в том, что составить программу, удовлетворяющую всем перечисленным условиям, для нашего инструмента невозможно — это стало очевидным уже при первых попытках. В поисках выхода из создавшегося положения мы решили вовсе отказаться от получения широты по отдельным парам, заменив этот общепринятый способ другим, который позволяет определять среднее значение мгновенной широты сразу для нескольких пар, минуя ее вычисление по каждой из них. Это сразу же разрешило все затруднения — как именно, мы поясним в ходе описания программы и принятого нами способа обработки.

Программа наблюдений состоит из четырех двухчасовых групп по 8 пар в каждой. В табл. 1 приведены важнейшие данные, характеризующие эти группы (для эпохи 1950.0).

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 1

Условное обозначение групп	Среднее значение прямого восхождения, $\bar{\alpha}$	Среднее значение склонения, $\bar{\delta}$	Годовое изменение величины $\bar{\delta}$
<i>A</i>	6 ^h 5. ^m 7	49°36'.4	+0'.01
<i>B</i>	12 5. 6	49 37 .8	-0 .33
<i>C</i>	18 3. 7	49 36 .2	+0 .01
<i>D</i>	23 52. 8	49 35 .2	+0 .33

Основными являются группы *A* и *C*; наблюдения именно этих групп будут давать материал для изучения медленных изменений широты и вывода постоянной нутации. Как видно из приведенных в таблице данных, средние склонения групп *A* и *C* весьма близки к широте Полтавы (49°36'.2) и остаются практически постоянными. Таким образом, если пользоваться значениями широты, которые получаются по полным наблюдениям групп *A* и *C* (т. е. таким наблюдениям, когда в этих группах не пропущено ни одной пары), то результаты будут практически совершенно свободны от погрешностей, источником которых является неточность в принятой цене оборота винта окулярного микрометра.

Две другие группы *B* и *D* введены в программу для того, чтобы иметь возможность непрерывно следить за изменениями широты и получать связи. Для того чтобы в каждую связь входило возможно больше разностей, мы решили начинать наблюдения каждой группы, как только это становится возможным, на рассвете и продолжать их до перехода момента наблюдений первой звезды группы на светлое время в вечерние часы. Благодаря этому период совместных наблюдений двух соседних групп удалось удлинить в среднем почти до полутора месяцев, что, однако, мы не сочли достаточной гарантией от нарушения связей между группами во время продолжительных периодов пасмурной погоды, особенно в зимние месяцы. Чтобы вполне обеспечить себя с этой стороны, мы, по предложению А. Я. Орлова, несколько изменили первоначальный план наблюдений.

Мы решили разделить каждую группу на две равные (по числу входящих в них пар) части, которые в дальнейшем будем называть «звеньями», имея в виду, что термин «цепной способ» уже давно сделался общепринятым².

Таким образом, каждое звено состоит из четырех пар, наблюдающихся в течение часа. Наблюдения звена начинаются в утренние часы, как только становится видимой его последняя пара, и продолжают до тех пор, пока еще возможно наблюдать его первую пару в вечерние часы. Поэтому наблюдения первого звена каждой группы удается начать раньше, а наблюдения второго звена — окончить позже, чем это было возможно, если бы мы вели наблюдения группы лишь в то время года, когда видны все 8 входящих в нее пар.

Роль звена в наших наблюдениях такова же, как роль пары в общепринятом способе определения широты. Мы обрабатывали только полные наблю-

² Делением группы на части, состоящие из нескольких пар, пользовался Н. В. Циммерман при обработке пулковских наблюдений по расширенной программе [5]. Каждую такую часть группы он называл «фиктивной парой».

дения звеньев; каждое такое наблюдение дает одно значение широты. Способ, с помощью которого мы получаем эти значения, минуя вычисление широты по наблюдениям отдельных пар, будет изложен в следующем параграфе этой статьи.

В результате мы совершенно освобождаемся от необходимости исправлять склонения отдельных пар. Применение цепного метода ограничивается у нас только установлением связей между двумя звеньями внутри каждой группы с последующим определением разности склонений центров четырех групп. Все эти вычисления занимают не более 5—6 ч.

Принятая нами программа наблюдений приведена в конце статьи (табл. 10). Все пары программы составлены из звезд каталога Босса (G. C.). Пары 21, 22 и 32 состоят из трех звезд каждая, подобранных так, что до поворота инструмента наблюдается одна звезда, а после поворота — две, очень близкие по прямому восхождению и склонению. Для этих «троек» в последнем столбце таблицы даны величины

$$\frac{1}{2} \left(\delta_1 + \frac{\delta_2 + \delta_3}{2} \right).$$

Если при наблюдении какого-либо звена пропущена хотя бы одна пара, то получить значение широты по наблюдениям этого звена в принятом нами способе обработки вообще невозможно. В связи с этим обстоятельством для нас было особенно существенно, чтобы программа не содержала таких звезд, которые можно наблюдать лишь при особо благоприятных атмосферных условиях. Поэтому мы подбирали пары из звезд не слабее 8-й величины; такие звезды хорошо видимы в наш инструмент сразу же после захода солнца, а с наступлением темноты их удается наблюдать сквозь тонкий слой облаков и во время довольно густого тумана, когда невооруженный глаз едва различает звезды первой величины.

Распределение звезд по яркости приведено в следующей граничной таблице:

Величины	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
Число звезд	4	6	14	29	11	3	

СПОСОБ ОБРАБОТКИ НАБЛЮДЕНИЙ

Разность зенитных расстояний звезд у некоторых пар нашей программы достигает 6'.5, что соответствует 10 оборотам винта, а поэтому ошибки в принятом значении цены оборота винта окулярного микрометра могут быть источником заметных погрешностей в значениях широт, полученных по наблюдениям отдельных пар. Но эти погрешности взаимно уничтожаются, когда мы образуем средние значения широты для групп А и С. Однако так будет лишь в том случае, если все пары, входящие в группу, наблюдаются без пропусков. Вывод постоянной нутации и медленных изменений широты должен, по нашему плану, основываться на таких полных наблюдениях групп А и С. Тогда для нашей основной цели оказывается просто излишним вычислять широты по отдельным парам. Это и было первым соображением, побудившим нас заняться изысканием такого практически удобного способа, ко-

торый позволил бы получать средние значения широты для каждого полного наблюдения группы, минуя ее нахождение по отдельным парам, с тем, чтобы таким путем значительно сократить объем вычислений.

Последнее было особенно важно в связи с тем, что мы считали необходимым значительно ускорить получение данных об изменениях широты и этим придать нашим результатам практическую ценность, которой недостает результатам Международной службы широты.

Но если пользоваться только полными наблюдениями групп, то, как мы уже пояснили, нельзя быть уверенным в том, что между всеми группами получатся надежные связи. Разбив каждую группу на два звена и приняв порядок наблюдений, описанный в предыдущем параграфе, мы предотвратили опасность разрывов ряда и вместе с тем не лишились возможности в несколько раз сократить объем вычислений по сравнению с обычным способом обработки наблюдений, при котором окончательные значения широты вычисляются по формуле

$$\varphi = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} + \frac{1}{2} R(M_E - M_W) + \frac{1}{2}(i_E - i_W) + (k + \rho) + d, \quad (1)$$

где δ_1 и δ_2 — предварительные значения склонений звезд пары; R — цена оборота окулярного микрометра; M_E , M_W — средние из отсчетов микрометра при положениях инструмента «труба на восток» и «труба на запад», исправленные за ошибки винта; i_E , i_W — значения наклонности при тех же положениях; $k + \rho$ — поправка за кривизну параллели и дифференциальную рефракцию; d — поправка величины $\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$, которая вводится для того, чтобы привести склонения отдельных пар к центру системы.

Для определения поправок d обычно пользуются цепным методом. К этой части вычислений можно приступить только по окончании годового цикла наблюдений.

Помимо значений мгновенных широт по отдельным парам Международная служба широты публикует теперь еще значения широты для каждой ночи, полученные по наблюдениям вечерней и утренней групп отдельно. Для их нахождения приходится просто образовать средние $\bar{\varphi}$ из значений широты по всем наблюдавшимся в течение ночи парам данной группы.

При получении значений $\bar{\varphi}$ можно, конечно, избежать вычисления широты по формуле (1) для каждой пары, что, однако, приобретает смысл лишь в том случае, если всегда пользоваться полными наблюдениями групп или, в нашем случае, звеньев. Тогда мы будем иметь

$$\bar{\varphi} = \bar{\delta} + \frac{1}{2} R(\bar{M}_E - \bar{M}_W) + \frac{1}{2}(\bar{i}_E - \bar{i}_W) + (\bar{k} + \bar{\rho}) + \bar{d}, \quad (2)$$

где $\bar{\delta}$ — среднее из склонений всех звезд группы, а \bar{d} — поправка этого среднего, которая должна быть найдена из широтных наблюдений. Остальные буквы с черточками также обозначают средние значения соответствующих величин, например \bar{M}_E — среднее из всех отсчетов микрометра, сделанных при положении «труба на восток».

Наиболее трудоемкой частью работы при получении значений широты по отдельным парам является вычисление видимых склонений. Если пользоваться формулой (2), то именно эти вычисления удастся значительно сократить с помощью следующего приема. Обозначим через δ_0 среднее склонение звезды для начала года, через A_0, B_0, C_0, D_0 — значения редуцированных величин для 12 часов гринвичского звездного времени даты наблюдений и через $\Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta D$ — их суточные изменения. Тогда для нахождения видимого склонения мы, очевидно, будем иметь

$$\delta = \delta_0 + a'A_0 + na'\Delta A + b'B_0 + nb'\Delta B + c'C_0 + nc'\Delta C + d'D_0 + nd'\Delta D + \mu'\tau,$$

где n — коэффициент интерполяции, который находится по известному прямому восхождению звезды и долготе места наблюдения.

Если теперь взять среднее из видимых склонений всех звезд звена, то получим

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}_0 + \bar{a}' \rightarrow A_0 + \bar{b}'B_0 + \bar{c}'C_0 + \bar{d}'D_0 + \bar{na}'\Delta A + \bar{nb}'\Delta B + \bar{nc}'\Delta C + \bar{nd}'\Delta D + \bar{\mu}'\tau. \quad (3)$$

Для каждого полного наблюдения звена величины

$$\bar{\delta}_0, \bar{a}', \bar{b}', \bar{c}', \bar{d}', \bar{na}', \bar{nb}', \bar{nc}', \bar{nd}', \bar{\mu}'$$

сохраняют с начала и до конца года постоянные значения, а поправка $\bar{k} + \bar{p}$ изменяется не более чем на $0''.01$. Все эти величины легко могут быть вычислены заранее, и тогда текущая обработка наблюдений каждого звена потребует немногим больше времени, чем обработка одной пары при обычном способе.

Это обстоятельство и позволило нам легко выполнять всю текущую обработку, включая вычисление широт по каждому звену, уже на следующий день после наблюдений. Последующий же вывод кривой колебаний широты с помощью цепного метода требует всего лишь нескольких часов, так что окончательные результаты могут быть получены сразу же по окончании цикла наблюдений.

Для испытания описанной выше программы С. Г. Кулагиным и автором настоящей статьи летом 1949 г. были начаты наблюдения на зенит-телескопе с отверстием объектива 110 мм, на котором до этого времени проводила наблюдения Е. В. Лаврентьева. В ее статье, подготавливаемой в настоящее время к печати, будет дано описание этого инструмента и приведены результаты его исследования. Некоторыми из этих результатов, с любезного разрешения Е. В. Лаврентьевой, мы пользовались в нашей работе.

С конца сентября 1949 г. наблюдения по той же программе были начаты на большом зенит-телескопе Полтавской обсерватории. Результаты этих наблюдений приведены в статье Е. И. Евтушенко и И. П. Огородника на с. 328—337.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНЫ ОБОРОТА ВИНТА ОКУЛЯРНОГО МИКРОМЕТРА

В 1946—1948 гг. цена оборота R была с большой тщательностью определена Е. В. Лаврентьевой, которая из 174 наблюдений шкальных пар получила следующее ее значение:

$$R = 39''.8524 - 0''.0010t,$$

где t — температура по шкале Цельсия.

Однако мы не могли воспользоваться этим значением, так как после окончания наблюдений Е. В. Лаврентьевой и перед началом нашего цикла была произведена полная разборка и чистка инструмента, которая, естественно, могла повлечь за собой заметное изменение величины R . Наши исследования показали, что это действительно произошло.

При составлении плана наших работ мы сочли целесообразным помимо основных наблюдений, служащих для вывода цены оборота винта, которые проводятся в наиболее подходящее для этого время, вести еще непрерывные наблюдения одной шкальной пары с тем, чтобы можно было своевременно заметить и определить возможные изменения величины R . С помощью этих наблюдений мы рассчитывали связать между собою значения цены оборота, полученные в разное время и при разной температуре.

Мысль о том, что для определения изменений величины R следует пользоваться одной шкальной парой, составленной из близполюсных звезд, была высказана нами ранее [6]. Для определения цены оборота винта переносных инструментов мы рекомендовали пару δ Ursae min. — 24 Ursae min., которую можно наблюдать почти без перерывов в течение круглого года. Испытание предложенного способа в Полтаве [7] показало, что он удобен и надежен, вследствие чего мы и решили вновь им воспользоваться.

Однако теперь вместо рекомендованной пары мы взяли другую, более подходящую для определения цены оборота нашего инструмента. Здесь приводятся основные данные об этой паре.

Номера звезд по Г. С.	Величина	$\alpha_{1950.0}$	$\delta_{1950.0}$
14509	6.6	$10^{\text{h}}31^{\text{m}}.$ (.)	$80^{\circ}45'.2$
14692	6.7	38 .7	41 .3
	Разность	7 .7	3 .9

Все наблюдения шкальной пары выполнил С. Г. Кулагин.

С 12 августа по 25 декабря 1949 г. эта пара наблюдалась в нижней кульминации. Было получено 31 значение поправки ΔR , но для вывода температурного коэффициента винта эти результаты значительной ценности не представляют, поскольку почти все наблюдения были выполнены при положительной температуре.

С 7 января по 7 мая 1950 г. пара наблюдалась в верхней кульминации. Очень благоприятным обстоятельством было то, что в январе 1950 г. стояла ясная и исключительно морозная погода, благодаря чему нам удалось получить 13 наблюдений при температуре от -17° до -25° . Остальные наблюдения распределились так: при температуре от -4° до $+3^{\circ}$ было получено 12 поправок цены оборота и при температуре от $+9^{\circ}$ до $+23^{\circ}$ — 14 поправок. Таким образом, наблюдения в верхней кульминации представляли собою материал, на редкость подходящий для вывода температурного коэффициента винта. На основании всех 39 отдельных значений поправки к цене оборота мы по способу наименьших квадратов нашли:

$$R = -0''.0960 - 0''.0008 t, \\ \pm 70 \qquad \pm 4.$$

Первый член правой части, конечно, нельзя считать поправкой к цене оборота при 0° , поскольку его величина зависит и от неточности принятого значения разности склонений наблюдавшихся звезд. Что же касается температурного коэффициента, то на его значение эта неточность заметного влияния оказывать не будет. Полученное нами значение температурного коэффициента в пределах случайных ошибок совпадает с тем, которое ранее нашла Е. В. Лаврентьева, но поскольку ее результат точнее нашего, мы и воспользовались им при вычислениях широт.

По наблюдениям шкальной пары нам не удалось обнаружить каких-либо иных изменений цены оборота, кроме изменений, зависящих от температуры, а поэтому мы приняли, что приведенное к 0° значение R оставалось постоянным в течение всего цикла наблюдений. Для определения этого значения R мы пользовались способом, к описанию которого переходим. Он представляет собою некоторое видоизменение обычного способа определения цены оборота с помощью шкальных пар.

Программа наблюдений составляется из звезд, расположенных в узкой зоне, ширина которой определяется тем условием, что на каждую из звезд можно делать наведения, не изменяя установки трубы по высоте и не выходя за пределы рабочей части винта. Подобранные таким образом звезды мы называем шкальным рядом. Пусть δ_0 есть некоторая постоянная величина, приближенно равная среднему из склонений звезд, составляющих шкальный ряд, и пусть M_0 — тот отсчет микрометра, который мы получили бы при наведении на звезду со склонением δ_0 .

Для каждой звезды шкального ряда мы можем записать следующее соотношение:

$$\pm R (M - M_0) = \delta - \delta_0 - \rho,$$

в котором δ обозначает склонение звезды, M — среднее из нескольких отсчетов микрометра при наведениях на эту звезду и ρ — поправку за дифференциальную рефракцию. Знак этой поправки всегда противоположен знаку разности $\delta - \delta_0$. Что же касается знака всей левой части, то он будет зависеть от того, возрастают или уменьшаются отсчеты микрометра с увеличением зенитного расстояния звезды.

Пусть R_0 есть предварительное значение цены оборота микрометра, а ΔR — его искомая поправка. Заменяя в предыдущем выражении R через $R_0 + \Delta R$, мы можем переписать его в такой форме:

$$M = M_0 \pm \frac{1}{R_0 + \Delta R} (\delta - \delta_0 - \rho).$$

Введем следующие обозначения:

$$\frac{1}{R_0} = Z; \quad \frac{\Delta R}{R_0^2} = z.$$

Если предварительное значение цены оборота R_0 близко к истинному, т. е.

поправка ΔR мала, то мы можем записать следующее равенство:

$$\frac{1}{R_0 + \Delta R} = Z - z.$$

Тогда

$$M_0 \pm (\delta - \delta_0 - \rho) z = M \pm Z (\delta - \delta_0 - \rho).$$

Как бы прочно ни был установлен инструмент, мы не вправе рассчитывать на постоянство величины M_0 .

Однако вполне вероятно, что в течение 2—3 ч наблюдений шкального ряда эта величина может быть с достаточной точностью представлена линейной функцией времени или, что то же самое, функцией вида $x + (\alpha - \alpha_0)y$, где α_0 — произвольная величина, близкая прямому восхождению первой звезды ряда. Заменяв этим выражением M_0 в предыдущем равенстве, мы будем иметь

$$x + (\alpha - \alpha_0)y \pm (\delta - \delta_0 - \rho) z = M \pm Z (\delta - \delta_0 - \rho). \quad (5)$$

Таков общий вид условных уравнений, решая которые по способу наименьших квадратов, можно определить величину z , а следовательно, и искомую поправку к цене оборота ΔR . Число условных уравнений равно числу звезд, образующих шкальный ряд.

Понятно, что рассчитывать на получение правильного и точного результата можно только тогда, когда склонения наблюдаемых звезд хорошо известны.

Шкальный ряд, которым мы воспользовались для вывода цены оборота винта, был составлен из звезд каталога П. Золленбергера [8]. Склонения этого каталога имеют весьма высокую точность, так как их вывод основан в среднем на тысяче наблюдений каждой звезды. Список наблюдавшихся нами звезд приведен в табл. 2.

В табл. 3 приведены результаты наблюдений этого шкального ряда.

Все наблюдения шкального ряда выполнены Е. П. Федоровым. Предварительное значение R_0 было взято равным $39''.8524$.

Таким образом, после внесения найденной поправки мы получили

$$R = 39''.8217.$$

Т а б л и ц а 2

Порядковые номера звезд	Номера звезд по ВД	Величина	$\alpha_{1950.0}$	$\delta_{1950.0}$
1	38°2 10	6.0	17 ^h 16 ^m 42 ^s .4	38°51'41"82
2	39 3147	6.4	29 0.1	55 6 .60
3	38 2997	6.5	44 13.9	53 59 .80
4	38 3025	7.2	51 2.0	49 49 .86
5	38 3113	5.9	18 11 25.0	45 30 .57
6	38 3213	6.9	31 11.2	47 44 .52
7	38 3229	6.9	33 41.2	51 11 .09
8	38 3336	7.7	51 32.6	52 4 .97
9	38 3441	7.5	19 6 5.0	50 52 .69

Т а б л и ц а 3

Дата	Положение инструмента	Средняя температура	z	Поправка ΔR	
				Полученная непосредственно из наблюдений	Приведенная к 0°C
1950 г.					
Июнь 16	В	+ 12°.2	-0.000032	-0".0508	-0".0386
17	З	+ 15 .8	-0.000026	-0 .0413	-0 .0255
Июль 3	З	+ 17 .9	-0.000033	-0 .0524	-0 .0345
19	В	+ 21 .9	-0.000029	-0 .0461	-0 .0242
				Среднее	-0".0307

То обстоятельство, что одновременно с нашими наблюдениями на зенит-телескопе с отверстием объектива 110 мм по той же программе велись наблюдения и на большом зенит-телескопе Полтавской обсерватории, позволило проверить правильность полученного нами значения R . Цена оборота винта окулярного микрометра определялась на большом зенит-телескопе по наблюдениям того же шкального ряда, а для определения ее изменений служила, как и в наших наблюдениях, близполюсная шкальная пара (G. C. 14509, 14692).

Наблюдения шкального ряда дали следующее значение поправки к цене оборота большого зенит-телескопа:

$$\Delta R_{\text{ц}} = + 0".0069.$$

В то же время из 41 наблюдения шкальной пары в верхней кульминации было получено

$$\Delta R'_{\text{ц}} = -0".0606.$$

Различие в значениях поправки к цене оборота, полученных двумя способами, объясняется, очевидно, неточностью склонений наблюдавшихся звезд, главным образом тех, из которых образована шкальная пара. Поэтому мы будем считать, что значение $\Delta R_{\text{ц}}$, полученное из наблюдений шкального ряда, есть действительная поправка к цене оборота микрометра зенит-телескопа. Отсюда следует, что к поправке, полученной по наблюдениям шкальной пары, следует добавлять величину

$$\Delta R_{\text{ц}} - \Delta R'_{\text{ц}} = 0".0775.$$

Поступая так в отношении поправки, найденной нами из наблюдений шкальной пары на зенит-телескопе с отверстием объектива 110 мм, получаем

$$\Delta R = -0".0960 + 0".0775 = -0".0285,$$

что хорошо согласуется со значением ΔR , основанным непосредственно на наблюдениях шкального ряда.

Таким образом, сравнение результатов определения цены оборота винта окулярного микрометра двух инструментов дало нам надежное средство проверить правильность первоначального вывода.

Придав результату непосредственного определения вес 2, а результату, найденному косвенным путем из сравнения значений ΔR двух инструментов, вес 1, мы получили окончательно

$$\Delta R = -0''.0300$$

и

$$\frac{1}{2} R = 19''.9112 - 0''.0005t.$$

Что касается ходовых и периодических ошибок винта, то мы пользовались теми их значениями, которые были получены Е. В. Лаврентьевой в 1948 г. Таблицы этих поправок мы не приводим; заметим только, что в наших наблюдениях они обычно не превосходили $0''.05$, поскольку лишь в редких случаях нам приходилось при наведениях удаляться от середины винта более чем на пять оборотов.

НАБЛЮДЕНИЯ

При наблюдениях каждой звезды делалось по пять отсчетов микрометра, причем были приняты одни и те же места наведений для всех звезд программы. Расстояния этих мест от средней нити мы приводим здесь в том порядке, который соответствует наблюдениям при положении «труба на западе»:

$$16^s.16; 7^s.47; 0^s.00; 7^s.88; 15^s.71.$$

Поскольку при обработке наблюдений мы пользуемся средними значениями наклонности для каждого звена, для нас было важно, чтобы именно эти средние значения всегда удерживались в возможно более тесных пределах, хотя, естественно, мы стремились и к тому, чтобы все отдельные значения разностей $i_E - i_W$ также были малы.

В подавляющем большинстве случаев мы добивались того, что средняя поправка за наклонность не превосходила $0''.5$, и лишь в трех случаях она лежит между $0''.7$ и $0''.8$. Благодаря этому удалось сделать совершенно незначительным влияние возможной неточности в принятых значениях цены деления талькоттовских уровней.

В наших вычислениях мы пользовались следующими значениями, полученными Е. В. Лаврентьевой:

$$\text{верхний уровень } \tau = 1''.053 + 0''.0034 t,$$

$$\text{нижний уровень } \tau = 0.869 + 0.0032 t.$$

Схема обработки наблюдений была составлена применительно к формулам (2) и (3). Результаты приведены в табл. 11 в конце статьи. Эта таблица содержит 607 значений широты, полученных по полным наблюдениям отдельных звеньев. Такие наблюдения, при которых была пропущена хотя бы одна пара в звене, как отмечалось, вообще не обрабатывались. Следовательно, общее число наблюденных пар получаем сразу же, умножив 607 на 4, что дает 2428.

В табл. 4 содержится число наблюдений отдельных звеньев по периодам их видимости, причем даты начала и конца наблюдений в каждом периоде не приводятся, поскольку они указаны в табл. 11.

Т а б л и ц а 4

Обозначение звеньев	Число наблюдений		
	Первый период	Второй период	Всего
A_1	39	11	50
A_2	46	4	50
B_1	52	—	52
B_2	59	—	59
C_1	22	50	72
C_2	27	63	110
D_1	64	49	113
D_2	62	39	101
			607

Приведенные в табл. 11 широты даны так, как они непосредственно получаются из наблюдений с теми значениями склонений, которые были взяты из каталога Босса. Необходимо было исправить эти склонения с помощью цепного метода.

Каждое полное наблюдение группы дает два значения широты φ_1 и φ_2 , которые, как это непосредственно видно из табл. 11, систематически различаются между собой. Очевидно что среднее значение широты для всей группы будет на величину $m = \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)$ меньше широты φ_1 ,

полученной по наблюдениям первого звена, и настолько же больше широты φ_2 , полученной по наблюдениям второго звена. Таким образом, приведение к центру группы сводится у нас к вычитанию из всех значений φ_1 средней величины m и добавлению этой величины ко всем значениям φ_2 .

В табл. 5 приведены средние значения разностей $\varphi_1 - \varphi_2 = 2m$ для всех четырех групп программы, причем эти значения для групп C и D получены отдельно по двум периодам, дающим, как это видно из таблицы, согласные результаты.

Располагая приведенными к центрам групп широтами, мы получаем для каждой группы и каждой ночи наблюдений одно значение широты. Будем считать, что вес этого значения равен 1, если наблюдалось одно звено группы, и 2 — если наблюдались оба звена. Соответственно этому при последующем выводе связей между группами мы придадим отдельным значениям разностей следующие веса: 1, если наблюдалось только по одному звену каждой группы; 1,3, если в одной группе, «утренней» или «вечерней», наблюдалось одно звено, а в другой оба; 2, если обе группы наблюдались полностью.

В табл. 6 приведены средние значения разностей и их общие веса, причем для разности $C - D$ даются два значения, одно из которых получено по совместным наблюдениям этих групп с 31 июля по 26 сентября 1949 г., второе — по наблюдениям с 22 июля по 23 сентября 1950 г. Соответственно этому в конце таблицы приведены два значения ошибки замыкания. При выводе кривой колебаний широты мы пользовались первым из этих значений. Ошибка замыкания была распределена между отдельными разностями обратно пропорционально их весам. Полученные таким образом поправки приведены в 4-м столбце, а исправленные значения разностей — в 5-м столбце табл. 6.

Поясняя задачи наблюдений, мы отмечали, что для изучения медленных изменений широты будут служить наблю-

Т а б л и ц а 5

Группы	Период	Число разностей	$2m$
A	I	34	+0".310
B	I	44	-0 .024
C	I	19	+0 .103
	II	34	+0 .105
D	I	55	-0 .180
	II	33	-0 .183

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 6

Группы	Веса разностей	Разности	Поправки	Исправленные значения разностей
<i>C—D</i>	44	–0".337	–0".009	–0".346
<i>D—A</i>	42	–0 .092	–0 .009	–0 .101
<i>A—B</i>	26	+0 .052	–0 .015	+0 .037
<i>B—C</i>	30	+0 .422	–0 .012	+0 .410
<i>C—D</i>	35	–0 .360		
Ошибка замыкания:				
<i>C—C</i>		+0 .045		
<i>D—D</i>		+0 .022		

дения групп *A* и *C*. В связи с этим мы считали целесообразным привести все значения широты к общему центру двух указанных групп, т. е. принять, что сумма поправок склонений центров групп *A* и *C* равна нулю.

Поступая таким образом и пользуясь исправленными разностями, которые даны в последнем столбце табл. 4, мы нашли следующие поправки склонений центров всех четырех групп программы:

$$A = -0".224; C = +0 .224$$

$$B = -0 .187; D = -0 .123.$$

Если теперь взять поправку для какой-либо из групп и сперва вычесть, а затем прибавить к ней найденную ранее для этой группы величину *m*, мы найдем окончательную поправку склонений первого и второго звена рассматриваемой группы. Таким путем были найдены поправки склонений центров всех восьми звеньев программы, приведенные во втором столбце табл. 7. О числах последнего столбца этой таблицы будет добавлено несколько позже.

Поправки *d'* были введены во все значения широт табл. 11 и таким образом были получены окончательные широты, приведенные в табл. 12. Там же мы приводим значения широты для каждой ночи наблюдений и показываем, как были сгруппированы наблюдения при получении данных табл. 8. В этой таблице каждое значение φ представляет собою среднее из 17—26 отдельных значений мгновенной широты, взятых из табл. 12.

Данные табл. 8 графически представлены на рис. 2. Обращает на себя внимание то, что кривая, построенная непосредственно по точкам, почти не требует последующего сглаживания.

Наконец, в табл. 9 мы приводим снятые с кривой значения широты на каждую десятую долю года.

А. Я. Орлов обратил наше внимание на то, что получение поправок склонений мож-

Т а б л и ц а 7

Обозначения звеньев	Поправки склонений центров звеньев	
	<i>d'</i>	<i>d''</i>
<i>A</i> ₁	–0".38	–0".36
<i>A</i> ₂	–0 .07	–0 .04
<i>B</i> ₁	–0 .17	–0 .20
<i>B</i> ₂	–0 .20	–0 .22
<i>C</i> ₁	+0 .17	+0 .15
<i>C</i> ₂	+0 .28	+0 .25
<i>D</i> ₁	–0 .03	–0 .06
<i>D</i> ₂	–0 .21	–0 .25

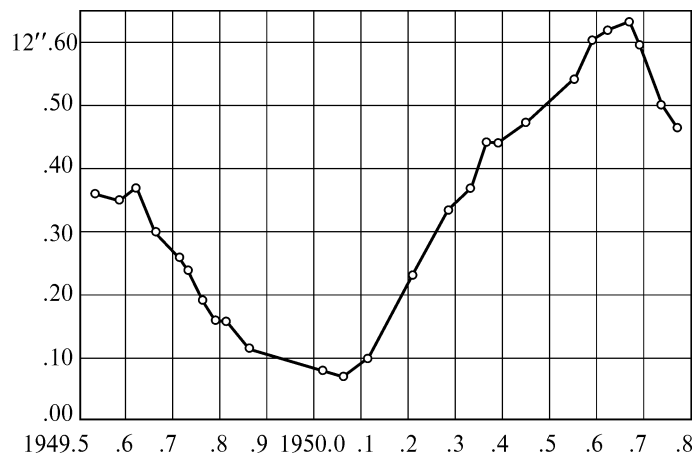


Рис. 2

но осуществить способом, несколько отличающимся от описанного выше, а именно, не делая предварительного приведения широт к центрам групп, найти разности между склонениями центров каждых двух соседних звеньев, подобно тому, как это принято в отношении групп при обычных программах.

По этому способу мы получили те поправки склонений центров звеньев, которые даны в последнем столбце табл. 7. Ошибка замыкания при этом осталась прежней, а поправки d'' отличаются от найденных ранее не более чем на $0''.03$. Однако связи между группами получились несколько хуже. Все это показало нам, что нет оснований менять первоначально принятый способ вычисления поправок склонений.

Средняя ошибка одного наблюдения ε была найдена по отклонениям отдельных значений величины $2m$ от среднего значения этой величины для дан-

Т а б л и ц а 8

Дата	Число наблюдений	φ		Дата	Число наблюдений	φ	
		49°36'12".00				49°36'12".00	
1949.54	23	+.36		1950.21	25	+.23	
.59	24	+.35		.28	23	+.33	
.62	25	+.37		.33	26	+.37	
.66	25	+.30		.36	23	+.44	
.71	23	+.26		.39	24	+.44	
.73	23	+.24		.45	25	+.47	
.76	24	+.19		.55	21	+.54	
.79	24	+.16		.59	19	+.60	
.81	25	+.16		.62	17	+.62	
.86	25	+.12		.66	20	+.63	
1950.02	23	+.08		.69	25	+.59	
.06	24	+.07		.73	21	+.50	
.12	24	+.10		.76	26	+.46	

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ной группы. Так, мы получили для четырех групп нашей программы:

$$\varepsilon_A \pm 0''.26; \varepsilon_B \pm 0''.19;$$

$$\varepsilon_C \pm 0''.13; \varepsilon_D \pm 0''.17.$$

Эти данные показывают, что ошибки бывают значительно большие в зимние месяцы, чем в теплое время года. Этот вывод приобретает еще большую очевидность, если сравнить между собой значения средней ошибки для разных сезонов:

$$\begin{array}{ll} \text{июнь—август} & \pm 0''.14, \\ \text{сентябрь—ноябрь} & \pm 0''.16, \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{январь—февраль} & \pm 0''.32, \\ \text{март—май} & \pm 0''.14. \end{array}$$

Средняя ошибка по всем наблюдениям С. Г. Кулагина равна $\pm 0''.17$, по наблюдениям Е. П. Федорова $\pm 0''.18$.

Т а б л и ц а 9

$\varphi = 49^\circ 36' 12''.30 + \Delta\varphi$ (в $0''.01$)			
$\Delta\varphi$		$\Delta\varphi$	
1949.6	+ 6	1950.2	- 9
.7	- 4	.3	+ 5
.8	- 15	.4	+ 14
.9	- 20	.5	+ 21
1950.0	- 22	.6	+ 29
.1	- 21	.7	+ 29

ВЫВОДЫ

Пока еще преждевременно судить о том, в какой мере принятая нами программа наблюдений обеспечит успех в решении тех основных задач, которые мы подробно разъяснили в начале нашей статьи. Все же опыт первого цикла наблюдений показывает, что результаты наблюдений по этой программе будут, по-видимому, хорошим материалом для изучения медленных изменений широты и нутационного движения земной оси. К такому заключению мы приходим на основании следующего. Значения широты, полученные по полным наблюдениям групп А и С, благодаря удачному подбору звезд практически совершенно свободны от ошибок, источником которых является неточность в принятой цене оборота винта окулярного микрометра. Величины $2m$, т. е. разности склонений центров первого и второго звеньев одной и той же группы, получаются у нас с большой точностью и можно считать, что на протяжении 3—4 месяцев, в течение которых звенья наблюдаются совместно, эти разности сохраняют постоянные значения. Поэтому для изучения медленных изменений широты и вывода постоянной нутации, по-видимому, можно будет пользоваться также одиночными наблюдениями звеньев A_1, A_2, C_1 и C_2 .

В течение первого года каждое из этих звеньев наблюдалось в среднем 63 раза (в три раза больше среднего числа наблюдений каждой пары на станциях Международной службы широты). Средняя ошибка наблюдения одного звена равна у нас приблизительно $0''.13$. Отсюда следует, что можно надеяться получать по всем наблюдениям за год каждой из основных групп (А и С) значения средней широты с ошибкой, не превосходящей $0''.01$.

Однако на основании наших наблюдений можно будет сделать уверенное заключение относительно изменения средней широты Полтавы лишь тогда, когда собственные движения всех звезд, входящих в группы А и С, будут известны с точностью, значительно превосходящей ту, которую дает каталог Босса. В связи с этим для получения точных значений собственных движений звезд нашей программы потребуются, вероятно, специальные наблюдения, относительно плана которых мы предполагаем сделать некоторые предложения позже.

Таковы предварительные соображения, касающиеся возможности успешного решения основной задачи наших наблюдений — изучения медленных изменений широты и нутационного движения земной оси. Что же касается второй задачи, т. е. своевременного получения данных о периодических изменениях широты, то уже теперь можно с уверенностью утверждать, что ее нам удалось решить вполне успешно. Действительно, принятая нами программа и способ обработки наблюдений позволяют получать мгновенные значения широты уже через несколько часов после наблюдений и, таким образом, судить об изменениях широты столь же своевременно, как это делают метеорологи в отношении изменений погоды.

Более того, данные о колебаниях широты Полтавы, которые мы направили в Бюро астрономических сообщений Академии наук СССР сразу же по окончании первого цикла наблюдений [9], позволили А. Я. Орлову вычислить и опубликовать координаты полюса за время 1949.6—1950.6 [10]. Точность этих координат, по-видимому, вполне удовлетворит требованиям геодезистов и астрономов, ведущих службу времени.

При обсуждении нашего доклада о новой программе на II Всесоюзной широтной конференции в ноябре 1949 г. А. Я. Орлов сказал: «В Полтаве делаются различные опыты организации широтных наблюдений, и последнего слова о том, какой должна быть программа, Полтавские астрономы еще сказать не могут. Вариант, который был доложен Е. П. Федоровым, обещает быть удачным, но нужно время, чтобы окончательно в этом убедиться» [11]. С тех пор прошло около года. Теперь, после испытания программы, мы уже имеем основания утверждать, что для решения практических задач службы широты эта программа, безусловно, является вполне подходящей. Вероятно, она окажется подходящей и для изучения медленных изменений широты и нутационного движения земной оси.

Поэтому мы считаем, что на всех станциях организуемой Советской службы широты нужно принять программы, в основных чертах совпадающие с полтавской.

Мы рекомендуем, кроме того, перейти на такую же программу и Международной службе широты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

¹ *Przybyllok E.* Die Nutationskonstante abg. aus den Beob. dee Intern. Breitendienstes, Berlin, 1920.

² *Jackson J. M.N.R.A.S.*, **90**, 733, 1930.

³ *Przybyllok E. A.N.*, **200**, 406—412, 1915.

⁴ *Куликов К. А. А.Ж.*, **24**, 165—174, 1949.

⁵ *Циммерман Н. В.* Труды Главн. астр. обе. в Пулкове, 36(2), 1930.

⁶ *Федоров Е. П. А.Ц.* № 83, 1949.

⁷ *Федоров Е. П., Попов Н. А., Евтушенко Е. И.* Шкальная пара для определения цены оборота винта окулярного микрометра переносных инструментов, К., 1949.

⁸ *Sollenberger P. A.J.*, **51**, 145, 1945.

⁹ *Федоров Е. П., Кулагин С. Г. А.Ц.* № 105, 1950.

¹⁰ *Орлов А. Я. А.Ц.* № 105, 1950.

¹¹ *Труды II Всесоюзной широтной конференции*, К., 1950.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 10

Номера пар	Номера звезд по Г. С.	Величина	$\alpha_{1950.0}$	$\delta_{1950.0}$	Полусумма склонений и ее годовое изменение
Группа А					
З в е н о A_1					
1	6308	6.9	5 ^h 6. ^m 9	27°29'44".01	27°29'44".01
	6471	6.8	14.8	71 39 49 .28	+ 4 .20
2	6642	6.4	5 21.4	31 10 45 .39	49 34 46 .45
	6808	6.9	27.8	67 58 47 .51	+ 2 .99
3	7015	6.6	5 35. 8	61 55 21 .13	49 35 51 .35
	7199	7.3	42. 6	37 16 21 .57	+ 1 .56
4	7555	6.7	5 56. 2	65 31 29 .30	49 33 51 .84
	7701	6 1	6 2. 3	33 36 14 .39	+ 0 .04
				Среднее	49°34'49".07 + 2 .20
З в е н о A_2					
5	7972	7.4	6 ^h 11. ^m 3	56°57'14".57	27°29'44".01
	8152	6.7	17. 7	42 21 51 .36	- 1 .42
6	8300	7.1	6 22. 8	41 59 21 .54	49 36 44 .71
	8608	6.8	34. 1	57 14 7 .98	- 2 .50
7	8769	6.4	6 40. 2	53 20 59 .03	49 37 14 .56
	9039	6.5	51. 6	45 53 30 .10	- 4 .12
8	9322	6.5	7 1. 6	59 51 42 .26	49 38 28 .53
	9490	5.1	8. 2	39 24 14 .80	- 5 .60
				Среднее	49°38'0"20 - 3 .41
Группа В					
З в е н о B_1					
9	15223	7.3	11 ^h 1. ^m 9	31°42'22".95	49°39'3".08
	15404	6.7	9. 9	67 35 43 .20	- 19 .46
10	15698	6.3	11 23. 7	33 43 30 .98	49 37 25 .26
	15856	7.2	31. 2	65 31 19 .55	- 19 .93
11	16106	7.8	11 41. 6	44 46 3 .52	49 38 56 .22
	16208	6.9	47. 5	54 31 48 .91	- 20 .00
12	16315	5.9	11 53. 3	56 52 36 .40	49 36 46 .36
	16569	7.7	12. 5. 0	42 20 56 .31	- 20 .06
				Среднее	49°38'2".73 - 19 .86
З в е н о B_2					
13	16733	5.9	12 ^h 12. ^m 7	70°28'41".75	49°37'34".39
	16812	6.5	17. 3	28 44 30 .89	- 20 .02
14	16937	7.4	22. 7	60 58 27 .13	49 39 34 .09
	17116	6.7	31. 0	38 20 41 .05	- 19 .91
15	17305	6.5	40. 8	61 25 43 .81	49 36 31 .46
	17430	5.9	47. 8	37 47 19 .11	- 19 .64
16	17582	6.2	54. 8	46 26 51 .37	49 37 35 .68
	17673	7.6	58. 8	62 48 19 .99	- 19 .76
				Среднее	49°37'34".39 - 19 .76

Номера пар	Номера звезд по G. C.	Величина	$\alpha_{1950.0}$	$\delta_{1950.0}$	Полусумма склонений и ее годовое изменение
Группа C					
Звено C ₁					
17	22807	6.7	16 ^h 52. ^m 9	46°37'8".60	49°38'50".48
	22980	6.7	17 0. 1	52 40 32 .37	- 5 .49
18	23634	6.6	17 24.3	52 50 1 .49	49 35 57 .46
	23787	7.5	30. 8	46 21 53 .43	- 2 .86
19	24036	7.1	17 40. 6	69 10 19 .26	49 35 23 .75
	24262	6.7	49. 0	30 00 28 .24	- 1 .27
20	24410	6.1	17 54. 5	55 58 32 .40	49 35 20 .18
	24506	7.0	58. 1	43 14 7 .95	- 0 .24
				Среднее	49°37'34".39 - 2 .92
Звено C ₂					
21	24758	6.6	18 ^h 7. ^m 3	30°27'26".82	
	24975	6.1	15. 6	68 44 16 .39	49°35'37".29
	25008	6.7	17. 2	68 43 19 .12	+ 1 .04
22	25145	6.2	18 22. 7	53 16 21 .41	
	25268	7.4	28. 0	45 56 49 .11	49 36 38 .88
	25321	7.3	30. 7	45 57 3 .61	+ 2 .26
23	25603	6.0	18 40. 5	62 41 58 .47	49 35 18 .98
	25889	6.1	50. 0	36 28 39 .49	+ 3 .94
24	26181	5.1	19 0. 0	46 51 46 .65	49 36 14 .46
	26397	5.9	7. 3	52 20 42 .27	+ 5 .42
				Среднее	49°35'57".40 + 3 .16
Группа D					
Звено D ₁					
25	32010	6.1	22 ^h 55. ^m 4	39°2'28".17	49°36'30".42
	32133	6.6	23 1.3	60 10 32 .68	+ 19 .32
26	32309	6.8	23 10. 0	36 41 44 .34	49 34 50 .82
	32479	7.1	17. 2	62 27 57 .30	+ 19 .62
26	32611	6.7	23 24. 1	60 48 42 .52	49 35 56 .05
	32692	6.2	28. 4	38 23 9 58	+ 19 .83
28	32821	6.3	23 34. 0	32 37 38 .55	49 33 57 .45
	33004	5.9	44. 2	66 30 16 .35	+ 19 .96
				Среднее	49°35'57".40 + 19 .68
Звено D ₂					
29	33149	7.0	23 ^h 51. ^m 3	60°34'31".64	49°34'41".68
	33282	6.6	57. 5	38 34 51 .73	+ 20 .04
30	300	6.6	0 13. 2	60 43 21 .11	49 35 59 .14
	453	7.0	20. 3	38 28 37 .16	+ 19 .98
31	726	5.4	0 34. 0	44 12 47 .21	49 34 50 .44
	894	5.5	42. 4	54 56 53 .67	+ 19 .78
32	1090	6.6	0 52. 2	48 24 28 .81	49 34 52 .14
	1241	6.6	59. 4	50 45 59 .41	+ 19 .42
	1293	6.5	1 1. 8	50 44 31 .54	
				Среднее	49°35'5".85

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 11

$$\varphi = 49^{\circ}36'12''.00 + \Delta\varphi \text{ (в } 0''.01)$$

Дата	C_1	C_2	D_1	D_2	Дата	C_1	C_2	D_1	D_2
1949 г.					Август 8		6	52	45
Июль 5	9	3			9	28	-1	40	
6	19	-5			10	13	13	37	74
7	24	16			11	9			
9	25	2			12	31	16	38	52
10	-2				13	33	22	45	67
14	10	11			14		0	34	67
15	25				15		-4	36	44
16	19	18			16		12		66
19	23	15			23		-2		
20		19			24		-10	41	
23	23	9			25		14		
25	22	5			26		4	46	58
26	16	13			27		5	37	61
29	23	16			28			38	49
31	10	13	42	69	30		6	38	41
Август 1				59	31			32	
3	17	15	34	62	Сентябрь 1		-2	20	
4			41	55	4		-9	31	39
5	18	-1	10	34	5		-5		60
6		10			6		5	29	48
7	27	15		58	8		2	27	44
Дата	C_2	D_1	D_2	A_1	Дата	D_1	D_2	A_1	A_2
Сентябрь 9		47	46		Октябрь 6	25	48	53	18
14		23	38		7	32	49	51	31
15		28			8	13	29	42	20
16	1	21	41		9	33	57		39
17	2	29	55		10	26	43		35
18	-2	27	46		11	18	36	47	17
19	0	25	53		12	15	37	55	27
20	6	26	41		13	22		48	32
21	3	34	32		14	13	20	55	35
22	-14	10	47		15				32
23	-1	29	48		16	31	30		
24	-5	30	55		17			45	41
25	6	40			18	23	23	47	25
26	1	28	40	48	19	20	49	42	
27		19	46	48	20	11	31	29	29
28		32	45		21	21	35	53	35
Октябрь 1		10	37		22	30	41		
2		30	35	42	23	12	35	42	29
5			36		24	21	41	55	28

Продолжение табл. 11

Дата	D_1	D_2	A_1	A_2	B_1	B_2	Дата	A_1	A_2	B_1	B_2
Октябрь 26	15	51	51	26			Январь 13	37	30	-1	32
27	13	22	58	42			17		33	43	35
28	11	39	52	28			18	68	13	8	17
30	16	28	43	12			19	51	19	35	
31	1	31					21			1	19
Ноябрь 1	18						22	42	1	27	-9
2	12	50	40	7			23	31	9		
5	23						30	71	0	8	47
28		44					31	71	5		
30		24	49				Февраль 1			34	26
Декабрь 1			51	12			3			18	21
29			45	29	26	5	4	57	-10	25	33
							5	62	-10	15	28
							6		-12		
							15			39	48
							19	49	2		
							Март 1			38	44
							7		11	58	44
							8			35	31
1950 г.							9			35	38
Январь 1			67	17	21		11		19	31	
5					43		14				31
6			33	21			15	20			
8			46	18	38	47	16	28	47	62	
9					31	13	17	-1	37	46	
10				5			18		58	36	
12			44	-1			19	24	29	20	
Дата		B_1	B_2	C_1	C_2		Дата	B_1	B_2	C_1	C_2
Март 20			57				Май 2			23	15
21			52				5	62			
22	58		49				6	53	67	29	2
29	51		62				7	58	60	34	14
Апрель 1	45		42				8	75	68		14
3	43						9	63	71	33	
5	48		44				10	64	68	36	19
6	35		46				11	50	55		
7	52		55				12		57		
12	53			16			13			29	
13	63		64				16		49		
14				28			17		77	24	17
16	48			22			18		56		22
17	37		48				19		64	29	-1
18							20		54	15	
19	52			21			21		63	22	13
20	48		57	24			22		76	22	19
21	39		56	17			23		54		
22	50		60	17			24		72	27	26
23	23		54	21			25			28	20
24			51				26		77	30	14

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Окончание табл. 11

Дата	B_1	B_2	C_1	C_2	Дата	B_1	B_2	C_1	C_2
Апрель 27		50	34		30			33	22
28	61	61	12		31			17	
29	69	53			1			34	24
Май 1	61	49	23	18	2			27	12
Дата	C_1	C_2	D_1		Дата	C_1	C_2	D_1	D_2
Июнь 4	16	28			Июль 31	36	37	65	63
5		16			Август 1	47	38	73	82
8		23			2	27		71	77
9	26	16			6	33	33	58	
12		34			7			49	
13	37	19			8			80	
18		8			9			82	87
23	39	18			10	69			89
24	39	21			11			70	
27	26	18			12		30	7	86
28	30	28			13			46	
Июль 2	27	14			14		14		
5	37	22			15		41	69	78
11	34	29			17			62	
12	27	13			18			75	80
18	24	35			19		37	51	79
21			64		24		42	61	85
22	52	41	65		25		38	79	85
23	29	25	66		27		25	57	80
24	30	22			28		32	65	83
26			57		29		34	55	88
27	47	9	51		30		28	60	90
28			64		31		36		96
Дата	C_2	D_1	D_2		Дата	D_1	D_2	A_1	A_2
Сентябрь 1	42				Сентябрь 24	56	72		
2	23				25	50	85	81	
5		84			26	62	74	78	
6	20		89		28	37	57	90	
9		66	82		29	52	75	64	
10	20				30			87	
11	31	57	87		Октябрь 1	56	57	78	
12			77		4		78	94	
13		49	96		6	45	93		
14	30	89	90		8	60	65	77	57
15	07		66		9	41		85	65
16		54	88		10	52	70	69	42
17	22	58	67		11	35	70	83	52
18	36	73							
19	17	42	63						
20	31	61	62						
22		80							
23	29	55	75						

Т а б л и ц а 12

Дата	C_1	C_2	D_1	D_2	Сред- нее	Дата	C_1	C_2	D_1	D_2	Сред- нее
1949 г.											
Июль 5	26	31			28	Август 8		34	49	24	36
6	36	23			30	9	45	27	37		36
7	41	44			42	10	30	41	34	53	40
9	42	30			35	11	26				26
10	15				15	12	48	44	35	31	40
14	27	39			33	13	50	50	42	46	47
15	42				42	14		28	31	46	35
16	36	46			41	15		24	33	23	27
19	40	43			42	16		40		45	42
20		47			47	23		26			26
23	40	37			38	24		18	38		28
25	39	33			36	25		42			42
26	33	41			37	26		32	43	37	37
29	40	44			42	27		33	34	40	36
31	27	41	39	48	39	28			35	28	32
Август 1				38	38	30	34	35	20		30
3	34	43	31	41	37	31			29		29
4			38	34	36	Сентябрь 1		26	17		22
5	35	27	7	13	20	4		19	28	18	22
6		38			38	5		23		39	31
7	44	43		37	41	7		33	26	27	29
						8		30	24	23	26
Дата	C_2	D_1	D_2	A_1	Сред- нее	Дата	D_1	D_2	A_1	A_2	Сред- нее
Сентябрь 9		44	25		34	Октябрь 6	22	27	15	11	19
14		20	17		18	7	29	28	13	24	24
15		25			25	8	10	8	4	13	9
16	29	18	20		22	9	30	36		32	33
17	30	26	34		30	10	23	22		28	24
18	26	24	25		25	11	15	15	9	10	12
19	28	22	32		27	12	12	16	17	20	16
20	34	23	29		26	13	19		10	25	18
21	30	31	11		24	14	10	-1	17	28	14
22	14	7	26		16	15				25	25
23	27	26	27		27	16	28	9			18
24	23	27	34		28	17			7	34	20
25	34	37			36	18	20	2	9	18	12
26	29	25	19	10	21	19	17	28	4		16
27		16	25	10	17	20	8	10	-9	22	8
28		29	24		26	21	18	14	15	28	19
Октябрь 1		7	16		12	22	27	20			24
2		27	14	4	15	23	9	14	4	22	12
5					15	24	18	20	17	21	19

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Продолжение табл. 12

Дата	D_1	D_2	A_1	A_2	B_1	B_2	Среднее	Дата	A_1	A_2	B_1	B_2	Среднее
Октябрь 26	12	30	13	19			18	Январь 13	-1	23	-18	12	4
27	10	1	20	35			16	17		26	26	15	22
28	8	18	14	21			15	18	30	6	-9	-3	6
30	13	7	5	5			8	19	13	12	18		14
31	-2	10					4	21			-16	-1	-8
Ноябрь 1	15						15	22	4	6	10	-29	-5
2	9	29	2	0			10	23	-7	2			-2
5	20						20	30	33	-7	-9	27	11
28		23					23	31	33	-2			16
30		3	11				7	Февраль 1			17	6	12
Декабрь 1			13				9	3			1	1	1
29			7	22	9	-15	6	4	19	-17	8	13	8
								5	24	-17	-2	8	3
								6		-19			-19
								15			22	28	25
								19	11	-5			3
1950 г.								Март 1			21	24	22
Январь 1			29	10	4		14	7		4	41	24	23
5					26		26	8			18	11	14
6			-5	14			4	9			18	18	18
8			8	11	21	27	17	11		12	14		13
9					14	-7	4	14				11	11
10				-2			-2	15		13		42	13
12			6	-8			-1	16		21	30	26	31
								17		-8	20	16	13
								18			41	0	28
								19		17	12	0	10
Дата	B_1	B_2	C_1	C_2	Среднее	Дата	B_1	B_2	C_1	C_2	Среднее		
Март 20		37			37	Май 2			40	43	42		
21		32			32	5	45				45		
22	41	29			35	6	36	47	46	30	40		
29	34	42			38	7	41	40	51	42	44		
Апрель 1	28	22			25	8	58	48		42	49		
3	26				26	9	46	51	50		49		
5	31	24			28	10	47	48	53	47	49		
6	18	26			22	11	33	35		29	32		
7	35	35			35	12		37			37		
12	36		33		34	13			46		46		
13	46	44			45	16		29			29		
14			45		45	17		57	41	45	48		
16			39		39	18		36		50	43		
17	31	28			30	19		44	46	27	39		
18	20				20	20		34	32		33		
19			38		38	21		43	39	41	41		
20	35	37	41		34	22		56	39	47	47		
21	31	36	34		32	23		34			34		
22	22	40	34		35	24		52	44	54	50		

Е.П. ФЕДОРОВ

Окончание табл. 12

Дата	B_1	B_2	C_1	C_2	Сред- нее	Дата	B_1	B_2	C_1	C_2	Сред- нее
Апрель 23	33	34	38		18	25			45	48	46
24	6	31			40	26		57	47	42	49
27		30	51		38	30			50	50	50
28	44	41	29		42	31			34		34
29	52	33				Июнь 1			51	52	52
Май 1	44	29	40	46	40	2			44	40	42
Дата	C_1	C_2	D_1	Сред- нее	Дата	C_1	C_2	D_1	D_2	Сред- нее	
Июнь 4	33	56		44	Июль 31	53	65	62	42	56	
5		44		44	Август 1	64	66	70	61	65	
8		51		51	2	44		68	56	56	
9	43	44		44	6	50	61	55		55	
12		62		62	7			46		46	
13	54	47		50	8			77		77	
18		36		36	9			79	66	72	
23	56	46		51	10	86		68		77	
24	56	49		52	11			67		67	
27	43	46		44	12		58	70	65	64	
28	47	56		52	13			43		43	
Июль 2	44	42		43	14	42				42	
5	54	50		52	15	69	66	57		64	
11	51	57		54	17			59		59	
12	44	41		42	18			72	59	66	
18	41	63		52	19		65	48	58	57	
21			61	61	24		70	58	64	64	
22	69	69	62		25		66	76	64	69	
23	46	53	63		27		53	54	59	55	
24	47	50			28		60	62	62	61	
26			54		29		62	52	67	60	
27	64	37	48	50	30		56		69	62	
28			61	6	31		64	57	75	65	
Сентябрь 1	70			70	Сентябрь 24	53	51			52	
2	51			51	25	47	64	43		51	
5	81			81	26	59	53	40		51	
6	48	68		58	28	34	36	52		41	
9		63	61	62	29	49	54	26		43	
10	48			48	30			49		49	
11	59	54	66	60	Октябрь 1	53	36	40		43	
12			56	56	4		57	56		56	
13		46	75	60	6	42	72			57	
14	58	86	69	71	8	57	44	39	50	48	
15	35		45	40	9	38		47	58	48	
16		51	67	59	10	49	49	31	35	41	
17	50	55	46	50	11	32	49	45	45	43	
18	64	70		67							
19	45	39	42	42							
20	59	58	41	53							
22		77		77							
23	57	52	54	54							

Е. П. ФЕДОРОВ, Е. И. ЕВТУШЕНКО

**ЛУННЫЕ ПОЛУМЕСЯЧНЫЕ
КОЛЕБАНИЯ ШИРОТЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ
НА СТАНЦИЯХ КАРЛОФОРТЕ И ЮКАЯ
С 1899 ПО 1934 г.***

Представлено академиком В. Г. Фесенковым 7 VI 1952

Полумесячные волны в колебаниях широты нужно рассматривать как следствие совместного влияния на результаты наблюдений двух различных явлений: полусуточных приливных колебаний отвеса (волна M_2) и полумесячного нутационного движения оси вращения Земли, которое не вполне точно учитывается классической теорией и, следовательно, неполностью исключается при вычислении приведений на видимое место [1]. Соответственно этому, при анализе полумесячных колебаний широты мы определяем две волны: приливную и нутационную.

В предыдущем сообщении мы привели результаты обработки отдельных циклов наблюдений на международных широтных станциях Карлофорте и Юкая [2]; здесь мы даем результат обработки всех опубликованных наблюдений на этих станциях (66 220 наблюдений на ст. Карлофорте и 65 736 наблюдений на ст. Юкая).

Важно отметить следующее обстоятельство. Центральное бюро международной службы широты при вычислении приведений на видимое место пользуется данными *Berliner Jahrbuch*. До конца 1915 г. в этом ежегоднике редуцированные величины A' и B' давались с учетом только одного из короткопериодических членов нутации, именно, исследуемого нами лунного полумесячного члена с аргументом $2\mathcal{C}$ (\mathcal{C} — средняя долгота Луны), все же остальные во внимание не принимались. Среди них есть член с аргументом $2\mathcal{C} - \Omega$, где Ω — долгота восходящего узла лунной орбиты. Если обрабатывать наблюдения, выполненные до 1916 г., то этот член может имитировать лунную волну с аргументом $2\mathcal{C}$, причем влияние его будет тем больше, чем короче цикл наблюдений. После того, как мы учли и исключили это влияние, результаты наших вычислений по отдельным циклам, ранее несколько расходившиеся, пришли к превосходному согласию. Затем путем анализа всех опубликованных наблюдений мы получили следующие выражения полумесячных волн:

	Карлофорте	Юкая
Нутационная	$0''.011 \sin (2\mathcal{C} - \alpha - 10^\circ)$	$0''.011 \sin (2\mathcal{C} - \alpha - 4^\circ)$
	$\pm 1 \quad \pm 4$	$\pm 1 \quad \pm 6$
Приливная	$0''.009 \cos (2\mathcal{C} - 2\alpha - 104^\circ)$	$0''.007 \cos (2\mathcal{C} - 2\alpha - 91^\circ)$
	$\pm 1 \quad \pm 3$	$\pm 2 \quad \pm 15$

* Доклады Академии наук СССР (Астрономия), 1952. — Том LXXXV, № 4.

Для определения окончательного значения амплитуды нутационной волны мы провели совместную обработку наблюдений на обеих станциях. В следующей таблице приведены отклонения мгновенных значений широты, выраженных в $0''.001$, от сглаженной кривой, расположенные по аргументу $2\zeta - \alpha$:

$2\zeta - \alpha$	$\Delta\varphi$	$2\zeta - \alpha$	$\Delta\varphi$	$2\zeta - \alpha$	$\Delta\varphi$
0	0	8	+ 12	16	- 8
1	+ 5	9	+ 14	17	- 6
2	+ 3	10	+ 8	18	- 15
3	+ 7	11	+ 2	19	- 12
4	+ 6	12	+ 2	20	- 9
5	+ 6	13	+ 4	21	- 7
6	+ 12	14	+ 5	22	- 7
7	+ 7	15	+ 6	23	- 4

По этим значениям мы получили:

$$\Delta\varphi = 0''.0106 \sin (2\zeta - \alpha - 7^\circ.3). \\ \pm 7 \qquad \qquad \qquad \pm 3.8$$

Теоретическое значение коэффициента при $\sin (2\zeta - \alpha)$ равно $0''.085$. Таким образом, значение этого коэффициента, найденное нами из наблюдений, оказывается равным

$$0''.096 \pm 0''.001.$$

Гравиметрическая обсерватория
Академии наук УССР
Полтава

Поступило
26 IV 1952

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Е. П. Астр. цирк., № 110, 6 (1951).
2. Федоров Е. П. Там же, № 116, 17 (1951).

Е. П. ФЕДОРОВ

О МЕДЛЕННЫХ НЕПОЛЯРНЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ ШИРОТЫ*

Представлено академиком В. Г. Фесенковым 5 VI 1953

Вопрос о природе медленных изменений широты при всей его важности для геофизики, астрономии и геодезии остается до сих пор неясным. Основываясь на анализе обширных данных широтных наблюдений, А. Я. Орлов приходит к выводу, что изменения эти, по-видимому, не зависят от движения полюса и вызываются местными причинами, еще не выясненными и требующими специального изучения [1].

Если определять медленные изменения широты, пользуясь непосредственно теми результатами наблюдений, которые публикуются Центральным бюро международной службы широты (МСШ), картина по ряду причин получается настолько искаженной, что трудно оказывается даже убедиться в реальности изучаемого явления. Важнейшей из этих причин является то, что некоторые пары программы МСШ время от времени заменялись новыми, причем одновременно менялись принятые склонения и собственные движения всех остальных пар. В результате этого наблюдения получались в виде отдельных рядов, безупречно связать которые в одно целое оказалось невозможным.

На влияние неточности принятых значений цены оборота винта окулярного микрометра не было своевременно обращено должного внимания. Вычисленные с этими значениями мгновенные широты получались зачастую грубо ошибочными. Попытки исправить их при последующей окончательной обработке отдельных рядов наблюдений, как это будет нами показано далее, мало помогли делу. Вследствие этого при выводе медленных изменений широты по данным МСШ приходится часть наблюдений совсем отбросить, а остальные существенно переработать с тем, чтобы по возможности освободиться от упомянутых нами искажающих слияний.

Из 96 пар программы МСШ 26 пар не менялись с 1899 по 1934 г. Для каждой из этих пар и каждого года в отдельности мы получили по наблюдениям на станциях Мицузава, Юкайя и Карлофорте средние значения наблюдаемых широт. Эти средние обозначены нами через M , U и C , соответственно. Для цикла наблюдений 1899—1914 гг. можно было воспользоваться значениями M , U и C , уже ранее полученными Пшибыллоком [2]. Для последующих лет их пришлось вычислить по таблицам мгновенных широт, опубликованным Центральным бюро МСШ [3].

* Доклады Академии наук СССР (Астрономия), 1953. — Том ХСІ, № 4.

Затем опять-таки для каждого года наблюдений и каждой пары в отдельности были найдены значения величины

$$z' = 0,302M + 0,296U + 0,402C.$$

Эта величина, как известно, не зависит от движения полюса. Кроме того, поскольку одна и та же пара всегда наблюдается почти точно в одно и то же время года, изменения величины z' практически не зависят и от годовых непольярных колебаний широты. Однако, как мы уже пояснили, при изучении медленных изменений широты непосредственно пользоваться полученными таким путем значениями z' нельзя.

Ряд наблюдений 1899—1914 гг. был обработан Пшибыллоком, который пользовался значениями склонений из первого тома и собственными движениями третьего тома «Результатов МСШ». В двух следующих рядах, именно в наблюдениях с 1915.0 по 1922.7 и в наблюдениях с 1922.7 по 1935.0, при вычислениях использованы две различные системы склонений и собственных движений. Поэтому нужно было привести все наблюдения к одной общей системе склонений и собственных движений. В качестве такой общей системы мы приняли систему ГС. Склонения центров пар, взятые непосредственно из наблюдений МСШ, обозначены нами через δ_1 . Для каждой эпохи наблюдений мы получили затем поправки $\Delta\delta = \delta_{ГС} - \delta_1$ и придали эти поправки значениям z' полученным ранее, т. е. нашли $z = z' + \Delta\delta$. Но и после этого исправленные величины z все еще были явно непригодны для выявления медленных изменений широты. Нанеся на график значения z по наблюдениям каждой пары в отдельности, мы получили ломаные линии с резкими зигзагами. Иногда близкие и даже соседние значения z отличаются друг от друга на $0'',20$, а в отдельных случаях даже на $0'',30$.

Сравнивая между собой графики значений z , мы заметили, что изменения этой величины у пар с различными по знаку зенитными расстояниями обычно противоположны: если, например, величина z , полученная по наблюдениям пар с положительными зенитными расстояниями, возрастает, то в то же время замечается уменьшение величины z , полученной из наблюдений пар с отрицательным зенитным расстоянием.

Очевидно, что замеченную выше зависимость изменений z от знака зенитного расстояния пары можно объяснить только ошибочностью величины

$$\bar{R} = 0,302R_M + 0,296R_U + 0,402R_C,$$

где R_M , R_U , R_C — принятые при обработке наблюдений на станциях Мицузава, Юкайя и Карлофорте значения цены оборота винта окулярного микрометра (величину \bar{R} мы будем называть в дальнейшем приведенной ценой оборота). Чтобы получить кривую изменений z , независимую от ошибок принятых значений \bar{R} , нужно брать пары, у которых зенитное расстояние было близко к нулю в течение всего 35-летнего цикла наблюдений. Но еще лучше взять несколько пар, подобранных так, что среднее из их зенитных расстояний остается все время величиной малой. Если отбросить пары 85 и 96, то остающиеся 24 пары как раз удовлетворяют этому условию: у них среднее зенитное расстояние в 1900 г. равно $+0,1$, а в 1928 г. $-0,3$.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Мы нашли средние для этих 24 пар значения z . Они обозначены символом z_0 и приведены в табл. 1, а также графически представлены на рисунке *a*. Если общее понижение полученной кривой можно отчасти объяснить неточностью собственных движений каталога Босса, то объяснить этим ее изгибы, очевидно, нельзя.

Чтобы окончательно убедиться в том, что главнейшей причиной разброса значений z , полученных по наблюдениям отдельных пар, является именно ошибочность приведенной цены оборота \bar{R} , мы поступили так. Были взяты две группы пар, именно:

	Номера пар	Среднее зенитное расстояние	
		в 1900 г.	в 1928 г.
Группа I	23, 70, 72, 74	- 3',2	- 3',9
Группа II	17, 25, 26, 67	+ 4,1	+ 4,0

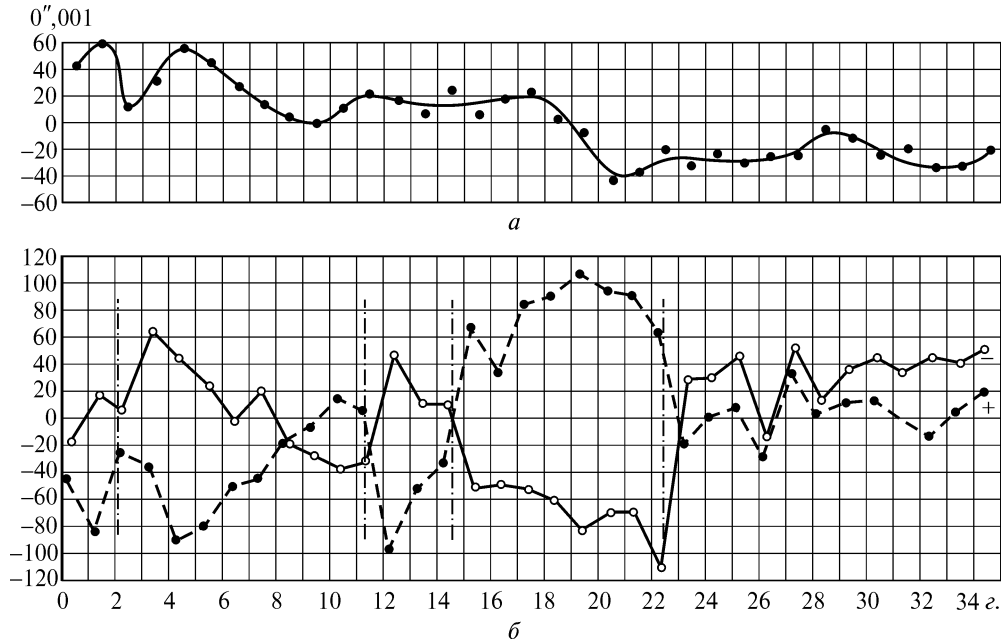
Затем в отдельности для каждой из этих групп были найдены средние значения z , которые мы в дальнейшем обозначаем символом z_- и z_+ , соответственно. Наконец, мы вычислили разности $z_- - z_0$ и $z_+ - z_0$. Результаты представлены на рисунке *b*, где пунктирными прямыми обозначены моменты скачкообразных изменений приведенной цены оборота винта \bar{R} .

Рассмотрение этого рисунка не оставляет более сомнений в том, что главной причиной замеченного разброса значения z является неточность приведенной цены оборота \bar{R} . В некоторых случаях ошибка этой величины достигает 0,"03; это приводит к тому, что ошибки z по отдельным парам иногда превосходят 0,"10. Дополнительные исследования, на которых мы здесь не останавливаемся, показали, что за время с 1900 по 1934 г. происходили не только постепенные, но в нескольких случаях и резкие скачкообразные изменения приведенной цены оборота \bar{R} .

Известно, что поправки постоянной нутации, полученные Пшибыллоком, систематически изменяются в зависимости от прямых восхождений пар, по которым они определялись. Получается «годовая» волна, причем наибольшее значение поправки постоянной нутации дают пары с прямыми восхождениями, близкими к 10^h . Причину появления этой волны до сих пор удовлетворительно объяснить не удалось. Теперь это нетрудно сделать.

Т а б л и ц а 1

Годы	z_0 в 0".001	Годы	z_0 в 0".001	Годы	z_0 в 0".001	Годы	z_0 в 0".001
1900	+43	1909	0	1918	+ 3	1927	-23
1	+60	10	+14	19	- 7	28	- 6
2	+13	11	+21	20	-41	29	-11
3	+32	12	+17	21	-37	30	-21
4	+58	13	+ 7	22	-20	31	-20
5	+44	14	+26	23	-31	32	-34
6	+27	15	+ 6	24	-23	33	-31
7	+14	16	+19	25	-29	1934	-19
8	+ 6	17	+22	26	-26		



В табл. 2 сопоставлены значения величины $z_0 - 0,027$, снятые со сглаженной кривой, со значениями нутационного коэффициента a для пары с прямыми восхождениями 10^h . Мы видим, что в изменениях средних широт за время 1900—1914 гг. как бы содержится 19-летняя волна. Эта фиктивная нутационная волна, общая для всех пар, налагается на действительные нутационные колебания широты и заметно изменяет их амплитуды (a также, конечно, фазы). Легко понять, что неизбежным результатом этого должно быть появление той «годовой» волны в поправках постоянной нутации, которая была обнаружена Пшибыллоком. Естественно, что при обработке других циклов наблюдений подобная волна может совсем не появиться.

Приведенные результаты показывают, что медленные изменения широты, по-видимому, действительно существуют. Изменения величины z_0 нельзя представить линейной функцией времени и, следовательно, нельзя объяснить только неточностью собственных движений наблюдавшихся звезд. Есть указания на то, что они вызываются, главным образом, медленными изменения-

Т а б л и ц а 2

Годы	z_0 в $0'',001$	a	Годы	z_0 в $0'',001$	a	Годы	z_0 в $0'',001$	a
1900	+ 3	+0,74	1905	+26	+0,19	1910	-22	-0,81
1	+28	+0,80	6	+ 9	-0,05	11	- 7	-0,84
2	+ 9	+0,77	7	- 9	-0,35	12	- 9	-0,71
3	- 4	+0,62	8	-19	-0,57	13	-12	-0,57
4	+24	+0,44	9	-26	-0,74	14	-14	-0,34

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ми широты станции Мицузава. Заслуживает внимания то, что наиболее значительное изменение величины z_0 произошло в 1918—1920 гг., т. е. именно тогда, когда резко изменилась скорость суточного вращения Земли.

Принятые при обработке наблюдений на станциях МСШ значения цены оборота винта окулярного микрометра, как мы показали, были в большинстве случаев грубо ошибочными. Нужно эти значения исправить и потом заново переработать все наблюдения.

В 1952 г. на Римском съезде Международного астрономического союза делегация советских астрономов внесла предложение о том, чтобы все станции в МСШ перешли на программу наблюдений, подобную тем, которые приняты теперь в Полтаве и на обсерватории им. Энгельгардта [4]. Программы эти составлены так, что средние зенитные расстояния двух основных групп в течение многих десятилетий будут оставаться практически равными нулю. Наблюдения этих групп и намечено использовать для изучения медленных изменений широты.

Приведенные здесь результаты анализа наблюдений МСШ подтверждают правильность принципов, положенных в основу программ полтавского типа, и правильность предложений об изменении программы МСШ, внесенных советскими астрономами.

Полтавская обсерватория
Академии наук УССР

Поступило
4 IV 1953

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орлов А. Я. ДАН, **78**, 649 (1951).
2. Przybyllok E. Die Nutationskonstanten abg. aus den Beob. des Intern. Breitendienstes, Berlin, 1920.
3. Wanach B., Mahnkopf H. Ergebn. des Intern. Breitendienstes von 1912.0 bis 1922.7. Potsdam, 1934; Kimura H. Results of the Intern. Latitude Service 1922.7—1935.0, Mizusawa, 1940.
4. Федоров Е. П. Тр. Полтавск. обс, **4**, 294 (1951); Кулагин С. Г. Там же, **4**, 338 (1951).

Е. П. ФЕДОРОВ

ОБ ИЗУЧЕНИИ ДВИЖЕНИЯ МГНОВЕННОЙ ОСИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ*

1. В конце прошлого столетия выяснилось, что на основании данных о движении полюсов по поверхности Земли можно сделать некоторые выводы о ее механических свойствах. Еще ранее В. Томсон воспользовался данными о движении мгновенной оси вращения Земли в пространстве для проверки широко распространенной в то время гипотезы огненно-жидкого ядра Земли.

Теория прецессии и нутации основана, как известно, на допущении абсолютной твердости Земли. То, что движение оси вращения Земли происходит в полном согласии с выводами этой теории, Томсон рассматривал как решительный аргумент против гипотезы жидкого ядра.

Но можно ли считать такое заключение окончательным? Верно ли то, что между выводами классической теории прецессии и нутации, с одной стороны, и данными наблюдений — с другой, нет никаких расхождений? Или, может быть, расхождения эти настолько незначительны, что их до последнего времени не удалось обнаружить?

Ответ на эти вопросы могут, по-видимому, дать только наблюдения. Мы считаем, что такой ответ в последнее время уверенно намечается и притом противоположный тому, который дал в свое время Томсон: действительное движение мгновенной оси вращения Земли в пространстве не вполне согласуется с теоретическим.

2. Прежде всего это касается полумесячного колебания земной оси. До сих пор мы указывали только на то, что наблюденная амплитуда этого колебания больше ее теоретического значения [1]. Вывод был основан на том, что в изменениях широт совершенно уверенно обнаруживается полумесячная волна вида

$$A \sin (2\zeta - \alpha + \beta), \quad (1)$$

где ζ — средняя долгота Луны, α — прямое восхождение наблюдаемой пары звезд, β — начальная фаза.

Недавно А. Я. Орлов обнаружил в колебаниях широты еще одну полумесячную волну, именно колебание вида

$$A_1 \sin(2\zeta + \alpha + \beta_1), \quad (2)$$

причем, обработав пулковские наблюдения по расширенной программе, он

* Труды X Всесоюзной астрометрической конференции (Пулково, 8—11 дек. 1952 г.). — Л., 1954.

нашел следующее значение ее амплитуды [2]:

$$A_1 = 0''.003 \pm 0''.002.$$

Представляло большой интерес проверить, существует ли эта волна также в других рядах широтных наблюдений. Мы воспользовались для проверки наблюдениями на станциях Карлофорте и Юкайя с 1900 по 1934 г. В обоих случаях волна вида (2) обнаруживается вполне уверенно. Объединяя полученные для обеих станций результаты, мы нашли

$$0''.0034 \sin(2\zeta + \alpha + 22^\circ). \quad (3)$$

$\pm 6 \qquad \qquad \qquad \pm 11$

3. Теперь следует обратить внимание на то, что при определении волны вида (1) начальная фаза β всегда получалась небольшой и, что особенно важно, неизменно отрицательной величиной. Это, как мы думаем, не случайно. По-видимому, полумесячное движение оси вращения Земли происходит с некоторым отставанием по фазе относительно изменений момента внешних сил, вызывающих это колебание.

4. Если пользоваться табличными значениями коэффициентов нутационных членов, то полумесячные изменения видимых склонений можно, как известно, представить следующей формулой:

$$\Delta\varphi = -0''.081 \sin 2\zeta \cos \alpha + 0''.088 \cos 2\zeta \sin \alpha. \quad (4)$$

Вычитая из правой части этого равенства выражение (3) и ранее найденное нами выражение волны вида (1), именно

$$0''.0106 \sin(2\zeta - \alpha) - 0''.0013 \cos(2\zeta - \alpha), \quad (5)$$

$\pm 7 \qquad \qquad \qquad \pm 7$

мы после некоторых преобразований получаем

$$\Delta\varphi = -0''.905 \sin(2\zeta - 0^\circ.1) \cos \alpha + 0''.095 \cos(2\zeta - 1^\circ.5) \sin \alpha. \quad (6)$$

$\pm 1 \qquad \pm 0.5 \qquad \qquad \qquad \pm 1 \qquad \pm 0.5$

Отсюда видим, что, кроме двух, уже указанных, имеется еще одно несогласие выводов классической теории нутации с результатами наблюдений: теоретическое значение отношения коэффициентов при $\sin 2\zeta$ и $\cos 2\zeta$ равно 0.92, а найденное из наблюдений 1.00.

5. Естественно предположить, что выясненные на примере полумесячного члена нутации расхождения между выводами теории и данными наблюдений, именно различие теоретических и наблюдаемых значений коэффициентов нутационных членов в наклонности и долготе и отставание по фазе, можно обнаружить и у других составляющих движения мгновенной оси вращения Земли.

Наиболее интересно изучить с этой точки зрения главные члены нутации. Некоторые указания на то, что наблюдаемое отношение коэффициентов главных членов нутации в наклонности и долготе действительно отличается от теоретического (0.744), дает анализ поправок постоянной нутации, полученных по данным широтных наблюдений [3]. Мы нашли, что значения этих поправок зависят от прямых восхождений пар, по наблюдениям которых они определены. Неточность в принятом значении отношения коэффициентов глав-

ных членов нутации является причиной того, что в ходе этих поправок (расположенных в порядке возрастающих значений α) появляется «полугодовая» волна. Такая волна, действительно, была нами обнаружена. Однако следует отметить, что указанная нами причина ее появления не является единственной.

До сих пор была сделана, по-видимому, только одна попытка определить отставание нутации по фазе (мы имеем здесь в виду главные члены нутации). На 8-м съезде Американского астрономического общества в 1948 г. Морган сообщил, что он попытался найти это отставание по наблюдениям близполюсных звезд в Вашингтоне в 1903—1925 гг. [4]. Результаты таковы:

по прямым восхождениям	$0^{\circ}.22 \pm 0^{\circ}.06,$
по склонениям	$0.00 \pm 0.08.$

В среднем отставание равно $0^{\circ}.11$, что соответствует приблизительно двум суткам. Результаты эти, по нашему мнению, не вполне убедительны. Во всяком случае они требуют дальнейшей проверки и уточнения путем привлечения более обширного материала наблюдений.

6. Если представить 19-летний нутационный член в значениях видимых склонений в форме

$$\Delta\delta = - (N + \Delta N)[(n + \Delta n) \sin (\Omega - \gamma) \cos \alpha - \cos (\Omega - \gamma_1) \sin \alpha], \quad (7)$$

то в колебаниях широты следует искать волну вида

$$\Delta\varphi = A \sin(\Omega - \alpha) + B \cos(\Omega - \alpha) + A_1 \sin(\Omega + \alpha) + B_1 \cos(\Omega + \alpha), \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2} N \Delta n + \frac{1+n}{2} \Delta N; & B &= \frac{N}{2} (\gamma_1 + n\gamma); \\ A_1 &= \frac{1}{2} N \Delta n + \frac{1-n}{2} \Delta N; & B_1 &= \frac{N}{2} (\gamma_1 - n\gamma). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Волны с аргументами $\Omega - \alpha$ и $\Omega + \alpha$ обнаружил в неполярных изменениях широты международных станций Кимура [5], однако он не дал им никакого объяснения.

Повторяя в несколько более строгой форме анализ z -члена по наблюдениям 1922—1934 гг., ранее выполненный Кимурой, мы получаем

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & -0^{\circ}.023 \sin(\Omega - \alpha) + 0^{\circ}.002 \cos(\Omega - \alpha) + \\ & + 0^{\circ}.007 \sin(\Omega + \alpha) + 0^{\circ}.014 \cos(\Omega + \alpha). \end{aligned} \quad (10)$$

Кроме того, пользуясь иным методом, мы нашли эти волны в колебаниях широты станций Карлофорте, Мицузава и Юкайя с 1900 по 1914 г. Для этого цикла наблюдений мы получили

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & -0^{\circ}.006 \sin(\Omega - \alpha) + 0^{\circ}.011 \cos(\Omega - \alpha) + \\ & + 0^{\circ}.014 \sin(\Omega + \alpha) + 0^{\circ}.006 \cos(\Omega + \alpha). \end{aligned} \quad (11)$$

В каждом из рассмотренных циклов эти волны обнаруживаются довольно уверенно. Однако результаты по отдельным циклам согласуются между собою плохо. Объясняется это тем, что оба рассмотренных нами ряда широтных на-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

блюдений короче периода обращения узлов лунной орбиты. В этом случае волны с аргументами $\Omega + \alpha$ и $\Omega - \alpha$ не вполне отделяются одна от другой, а также от годовой волны и волны с аргументом Ω , которая, возможно, также содержится в колебаниях широты.

7. Приведенные нами предварительные результаты показывают:

а) волны с аргументами $\Omega - \alpha$ и $\Omega + \alpha$ в широтных наблюдениях несомненно существуют; отсюда следует, что введенные нами поправки ΔN , Δn , γ и γ_1 не равны нулю;

б) определить численные значения этих поправок на основании данных гармонического анализа таких циклов наблюдений, продолжительность которых меньше периода изменений Ω , нельзя; результаты будут неизбежно искажены значительными систематическими ошибками;

в) для указанной цели нужно выполнить анализ более продолжительных рядов наблюдений. К этой работе мы уже приступили.

8. Заслуживает большого внимания и полугодовое колебание оси вращения Земли. Однако при попытке определить из наблюдений его амплитуду мы встретились со значительными трудностями. Дело в том, что ошибочность коэффициентов при $\sin 2\odot$ и $\cos 2\odot$ в выражениях нутации наклонности и долготы может быть причиной появления годовой волны в неполярных колебаниях широты.

Хорошо известно, что такая волна существует, но известно и то, что она вызывается, по-видимому, многими причинами. Мы пока не видим пути раздельно изучить влияние каждой из этих причин, чтобы выделить затем влияние неточности коэффициентов полумесячного члена нутации.

9. Конечной целью работы, содержание которой мы кратко изложили в настоящем сообщении, является прежде всего определение механических свойств ядра Земли.

Мы надеемся, что через некоторое время сможем получить путем анализа наблюдений надежные численные значения нескольких величин, характеризующих вращательное движение Земли.

Эти же величины, т. е. коэффициенты и начальные фазы основных членов нутационных рядов, нужно также вычислить теоретически, исходя из различных предположений о внутреннем строении Земли, подобно тому, как это сделал недавно М. С. Молоденский в отношении периода свободной нутации и коэффициентов, характеризующих приливные изменения силы тяжести. Необходимо, следовательно, развить строгую теорию вращательного движения Земли с вязким ядром и упругой неоднородной оболочкой.

К решению этой задачи я хотел бы привлечь внимание теоретиков, что, собственно говоря, и было основной целью настоящего сообщения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Е. П., Евтушенко Е. И. Докл. АН СССР, **85**, № 4, 731—732, 1952.
2. Орлов А. Я. Астр. цирк., № 126, 19—20, 1952.
3. Федоров Е. П. Докл. АН СССР, **80**, № 4, 569—572, 1951.
4. Morgan H. R. A. J., **54**, 5, 1949.
5. Kimura H. Results of Intern. Latitude Service from 1922. 7 to 1935. O. Mizusawa, 1940.

E.P. FEDOROV

**ON THE COMPUTATION
OF THE POLE COORDINATES***

Poltava Observatory USSR

At the end of the nineteenth century the problem of latitude variations was a subject of the extensive discussion that resulted in drawing up the main principles on which methods for deriving the coordinates of the pole were to be based. At that time the very idea of the International Latitude Service which should be entrusted with this task was put forward and met with general approval. The plan of this Service was based on the operation of several stations, all having the same latitude and all observing the same star-pairs. The observations at these stations only had to be used in the computation of the pole coordinates. It seemed quite tolerable, for at that time there were only few stations not in the international group, and their contribution to the total of latitude observations was comparatively small.

Since then the methods used by the Central Bureau of the International Latitude Service have undergone some modification, but the general plan of the international latitude work has been kept unchanged. The following assumptions underlay this plan:

- (1) Nonpolar variations are identical for all the international stations;
- (2) Irregular changes of the mean latitude, if exist, are exceptional phenomena.

Both these assumptions seem by no means indisputable. There are, moreover, positive evidence against them. But if we reject these assumptions we must at the same time reject the routine method for computing the coordinates of the pole. Till recently it did not appear desirable.

But now the state of affairs is different. The international stations are giving only 1/3 of the total of latitude observations. All these stations are equipped with ordinary zenith telescopes. This instrument does not retain its unrivalled position maintained at the time when the International Latitude Service was created. Some observatories give preference to other instruments for latitude observations. It would seem, that all instruments, regardless of their construction and location, should be made to contribute to the determination of the pole motion. Though this problem is not new, we have no generally adopted method for computing the pole coordinates from observations made at stations, having different latitudes and observing on different programmes. Now such a method is urgent in particular with a view to the future treatment of the material which is to be obtained during the International Geophysical Year. A new discussion of the methods for computing the pole coordi-

* Bull. Geodesique, 1959, N 4.

nates seems to be desirable, similar to that prior to the foundation of the International Latitude Service.

The problem to be discussed may be formulated as follows. Let us suppose that we have:

(1) m latitude stations, laying in the same parallel and observing the same star pairs;

(2) n isolated observatories, having different latitudes and observing different programmes with different instruments.

The results obtained at each station of the first group may be expressed by the following equation:

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i + \Delta\varphi_i - \Delta\delta + Z_i, \quad i = 1, 2, 3, m, \quad (1)$$

where φ_i — the observed latitude; $\bar{\varphi}_i$ — the initial latitude, i. e. a certain arbitrary constant value which should be chosen with regard to the convenience of calculation, for example, we may employ for $\bar{\varphi}_i$ the mean of φ_i -s for certain interval; $-\Delta\delta$ — the correction for the mean declination of the group of starpairs; Z_i — the nonpolar latitude variation. It includes not only the annual term but also another periodical terms, if any, as well as nonpolar variation of the mean latitude; $\Delta\varphi_i$ — the variation of the latitude due to the pole motion and connected with the coordinates of the pole x y by means of the following formula:

$$\Delta\varphi_i = x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i. \quad (2)$$

The equations for isolated observatories may be put under the same form. The only difference is that the $\Delta\delta$ -s cannot be considered as identical for all observatories. Thus, we shall write

$$\varphi_k = \bar{\varphi}_k + \Delta\varphi_k - \Delta\delta_k + Z_k, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Now the problem under consideration can be defined as follows: We have at our disposal m equations of the form (1) and n ones of the form (3). Values $-\Delta\delta$ and Z enter into these equations in such a way that it would be meaningless to treat them separately, and we may consider $-\Delta\delta + Z$ (or $-\Delta\delta_k + Z_k$) as one unknown. Consequently, we have $m + n$ unknowns for $-\Delta\delta + Z$ and two for coordinates of the pole, i.e. total of $m + n + 2$ unknowns. Thus, having only $m + n$ equations, the rigorous solution of the problem gets impossible. Therefore, it should be a present task for us to find the best way of giving the pole coordinates freed to the most possible extent from the effect of nonpolar latitude variations.

There may be suggested two principal ways.

First method: The preliminary coordinates of the pole are derived in the customary manner, utilizing solely observations at the international latitude stations, and observations at other observatories are then used to amend the preliminary coordinates. Since in this case the values $-\Delta\delta + Z_i$ for international stations are assumed to be identical, the number of the unknowns will be less than that of the equations, and the problem becomes solvable.

The following process may be used to improve the provisional pole coordinates by turning into account observations at isolated observatories.

These coordinates are used for computing the polar latitude variations $\Delta\varphi_k$. The residuals obtained by subtracting the $\Delta\varphi'_k$ as from observed latitudes are to be solved for corrections to the preliminary declinations and the Z term. The latter is considered as compounded of an annual term and certain variable ψ_k which, being applied to $\bar{\varphi}_k$ gives the mean latitude. Let us introduce the following condition: the corrections $\Delta\delta$ and the annual component, of the Z term vanish by taking the mean of Φ_k for a whole year. Denoting this mean by Φ_k we shall have

$$\psi_k = \Phi_k - \varphi_k.$$

It is believed that ψ_k , $\Delta\delta_k$ and the annual nonpolar term derived from interval of several years hold for subsequent years and may be employed to freed the observed latitudes from the non-polar variation. The $\Delta\varphi_k$ which is due to the pole motion may then be turned to account in order to improve the provisional coordinates by means of the formula (2).

As far as I know, this method is followed by the Central Bureau of the International Latitude Service in rapid calculation of the coordinates of the pole.

Second method: is based on the following considerations. It is clear that the effect of the nonpolar latitude variations peculiar to a station will be less the larger the number of stations. These variations may be neglected in the hope of balancing out their effect, if this number is sufficiently large and the polar portion in the observed latitude variation is a predominate one. Since the complete elimination of the nonpolar variation is never attainable, efforts should be directed at its being reduced to the most possible extend.

In the case of the international stations it can be achieved by customary method for computing both $-\Delta\delta$ and the common part of the Z term. For isolated observatories there is no other way but to use the chain method. Both these methods were proven to be capable of reducing substantially the errors of declinations. As a rule residuals may be narrowed down to a few hundredths second.

To proceed to computation of the pole coordinates we must obtain the differences between the instantaneous and the mean latitude. There are some indications that mean latitudes of all stations suffer continuous changes which are not likely to be wholly attributable to the pole motion. There are, moreover, positive evidences for the opinion that the predominate part of these changes is of nonpolar origin.

But it is clear that the component which is irrelevant to the actual motion of the pole should be eliminated from latitude variation before proceeding to the computation of the pole coordinates. It means that the final result of this computation will represent the periodical portion of the pole motion solely. But it appears better to restrict ourselves to this portion than to bring in the determination of the pole coordinates a great uncertainty and even inevitable errors.

There are several methods for computing the mean latitude. I am not going to discuss here their advantages and disadvantages, but in my judgement the best method is that proposed by A. J. Orlov.

It must be emphasized ones again, that it is impossible to free observed latitudes from nonpolar variation completely, unless the pole coordinates are known beforehand — which is, naturally, out of the question. The way outlined above is intended but to reduce these variations to the smallest possible magnitude. Certain

residuals will survive the whole procedure, but it is to be expected that their distribution with respect to the geographical position of a station would be more or less of an accidental character.

It is for this reason that we may avail ourselves of the formula (2), which neglects the Z term, in the hope that the effect of the nonpolar latitude variations on the pole coordinates will vanish if the number of stations is large enough. At this stage of computation all the observations both made at the international stations and isolated observatories are treated in a uniform manner.

From what has been said it is clear that the main difference between the two methods just considered consists in the following : While the first method gives preference for the international stations and assigns to the isolated observatories but the auxiliary role, the second one treats all observations on equal terms in order to obtain from isolated observatories the fullest advantages.

The weak point of the first method is that it implicates adjustment of observational data to such a pole coordinates which are considered as provisional and not quite correct. Since the number of international stations is small, the pure polar motion can by no means be obtained from observations made at these stations, because the local Z term which is different for each station cannot be determined. The assumption of its identity for all the stations is not justified either by observations or theoretical considerations. Any attempt to improve the provisional pole coordinates by means of including the results of isolated observatories will be futile if we apply this method to short series of observations. It only transfers systematic errors from the provisional coordinates of the pole into values of $\Delta\varphi_k$ and then into the definitive pole coordinates. The agreement between the two series of the pole coordinates would rather prove that the method is invalid than that the preliminary values need no correction.

In order to test the method on more extensive data I took the latitude observations at Greenwich, Pulkovo and Washington from 1916 to 1928 and availed myself of the pole coordinates derived by the International Latitude Service. In the following table there are shown the values of φ_k for the aforementioned stations.

1916	Gr. -0".01	Pulk. +0".01	Wash. +0".08	1916	Gr. -0".01	Pulk. +0".01	Wash. +0".08
17	.00	- .01	+ .05	23	- .07	- .01	- .04
18	+ .03	+ .05	+ .02	24	- .07	.00	- .08
19	+ .04	+ .01	+ .01	25	- .02	- .01	- .04
20	+ .02	- .03	+ .04	26	+ .04	.00	- .05
21	+ .01	- .05	+ .04	27	+ .03	- .03	- .04
22	+ .01	- .03	+ .02	28	+ .04	+ .01	- .05

A glance at these figures shows that the mean latitudes of these observatories cannot be considered as constant. Noticeable changes are apparent and they can by no means be fully ascribed either to systematic errors of the proper motions of the observed stars or to accidental errors of observation. It follows that the value of the mean latitude derived from observations made during some one year is not applicable to successive years.

I must mention another inference which came to light in the course of this calculation. It is difficult to imagine for what reason isolated observatories suffer continuous irregular changes of the mean latitude, while the international stations are secure from these changes. But if such a changes are inherent to each international station as well, they will be a source of additional errors of the pole coordinates derived by the customary way from observations at these stations. Again, the first method of taking into account observations at isolated observatories will fail to reduce these errors.

In short, according to the first method any discordance between the provisional coordinates of the pole and additional observational data are to be removed by applying corrections to these data but not to the pole coordinates.

Therefore, we are compelled to recognize that if we want to obtain from the observations made at isolated stations the fullest advantages we should reject the first method and give preference for the second one.

Е. П. ФЕДОРОВ

НУТАЦИЯ ПО ДАННЫМ ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ*

Полтавская гравиметрическая обсерватория, УССР

Результаты нескольких длинных рядов широтных наблюдений были использованы для определения коэффициентов некоторых нутационных членов в наклонности и долготе.

Полученное значение постоянной нутации значительно меньше, а значения полугодовых и полумесячных членов — больше соответствующих теоретических значений, определенных в предположении, что Земля в целом является упругим телом. Теоретическое значение отношения осей нутационного эллипса не требует поправки. На основании этих данных сделаны некоторые заключения количественного характера относительно взаимодействия ядра и оболочки Земли.

Мы хотим показать в этом докладе, что некоторые выводы относительно взаимодействия ядра и оболочки Земли можно получить путем изучения нутации. Для достижения этой цели нужно извлечь непосредственно из наблюдений более подробные данные о нутации, чем те, которыми мы до сих пор располагали. Наиболее подходящий материал для этого дают, по-видимому, продолжительные ряды широтных наблюдений.

Среди членов нутации наибольший интерес представляют главный, полугодовой и полумесячный члены.

Влияние главного члена на склонения можно представить следующей формулой:

$$\Delta_0\delta = - (N_0 (n_0 \cos \alpha \sin \Omega - \sin \alpha \cos \Omega)), \quad (1)$$

где N_0 — принятое значение постоянной нутации, n_0 — принятое значение отношения осей нутационного эллипса, α — прямое восхождение звезды, Ω — долгота восходящего узла лунной орбиты.

Предположим, что как N_0 , так и n_0 , нуждаются в поправках и, кроме того, что существует запаздывание нутации по фазе, различное для нутации в наклонности и долготе. Тогда уравнение (1) нужно заменить следующим:

$$\Delta\delta = - (N_0 + \Delta N) [(n_0 + \Delta n) \cos \alpha \sin (\Omega + \beta_1) - \sin \alpha \cos (\Omega - \beta_2)]. \quad (2)$$

Если в действительности влияние нутации выражается формулой (2), то анализ широтных наблюдений должен выявить разность

$$\Delta\varphi = \Delta_0\delta - \Delta\delta, \quad (3)$$

поскольку при редукции наблюдений применяли формулу (1). Эту разность

* *Астрономический журнал*, 1959. — Том XXXVI, № 5.

можно представить в такой форме:

$$\Delta\varphi = A_1 \cos \alpha \cos \Omega + B_1 \sin \alpha \cos \Omega + A_2 \cos \alpha \sin \Omega + B_2 \sin \alpha \sin \Omega, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= -N_0 n_0 \beta_1, & A_2 &= N_0 \Delta n + n_0 \Delta N, \\ B_1 &= -\Delta N, & B_2 &= -N_0 \beta_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, наша задача сводится к определению коэффициентов A_1 , A_2 , B_1 , B_2 . Я решил воспользоваться для этого определением наблюдениями на международных широтных станциях. Но результаты этих наблюдений, взятые непосредственно из публикаций Центрального бюро, не являются подходящим материалом для вывода периодических вариаций в форме (1). Их необходимо предварительно улучшить путем введения некоторых поправок. Это было сделано Т. Гаттори, когда он воспользовался значениями широты, полученными международными станциями, для определения постоянной нутации [1, 2]. Наши подготовительные вычисления в некоторых отношениях совпадают с вычислениями Гаттори, но в некоторых других отношениях они существенно различаются.

Ранее я обнаружил, что значения цены оборота окулярного микрометра, принятые Центральным бюро МСШ, были временами подвержены значительным ошибкам. В противоположность Гаттори, я сделал попытку освободить наблюденные широты от влияния этих ошибок, как и от влияния изменений средних широт. Благодаря работе Уемае [3] появилась возможность освободиться от тех ошибок, которые были допущены Центральным бюро при введении поправок за нутационные члены Росса.

Я не останавливаюсь здесь на описании каждого этапа моих вычислений, поскольку все необходимые подробности даны в другой работе [4], и ограничиваюсь приведением только окончательного результата этих вычислений. Из анализа приблизительно 135 тыс. наблюдений в Карлофорте, Мидзусаве и Юкайя было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & - 0''.0081 \cos \alpha \cos \Omega - 0''.0128 \sin \alpha \cos \Omega + \\ & \pm 25 \qquad \qquad \qquad \pm 25 \\ & + 0''.0120 \cos \alpha \sin \Omega - 0''.0004 \sin \alpha \sin \Omega . \\ & \pm 19 \qquad \qquad \qquad \pm 19 \end{aligned} \quad (6)$$

Тот же материал был использован для вывода полумесячного члена в вариациях широты; в качестве дополнения я воспользовался результатом, полученным Морганом при обработке наблюдений на Вашингтонской зенитной трубе с 1931 по 1951 гг. [5], и результатом, полученным А. Я. Орловым при обработке наблюдений на Пулковском зенит-телескопе с 1915 по 1928 гг. [6].

Благодаря этому общее число наблюдений, использованных для вывода полумесячного члена нутации, возросло до 230 тыс. Некоторые подробности этих вычислений даны в работах [4, 7]. Окончательный результат таков:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & + 0''.0086 \sin (2\zeta - \alpha) - 0''.0019 \cos (2\zeta - \alpha) + \\ & \pm 14 \qquad \qquad \qquad \pm 6 \\ & + 0''.0021 \sin (2\zeta + \alpha) + 0''.0001 \cos (2\zeta + \alpha). \end{aligned} \quad (7)$$

Представляло бы большой интерес получить также выражение полугодового члена. Но в этом случае при анализе обычных широтных наблюдений встречаются особые трудности. Единственными наблюдениями, которые, по видимому, дают подходящий материал для такого анализа, являются наблюдения двух ярких зенитных звезд в Полтаве.

Н. А. Попов сделал попытку вывести полугодовой нутационный член из этих наблюдений и получил следующий результат:

$$\Delta\varphi = 0''.027 \sin(2\odot - \alpha), \quad (8)$$

± 4

где \odot — средняя долгота Солнца.

Воспользовавшись результатами [6], [7] и [8], я получил выражения для трех упомянутых членов нутации как в долготе (ψ_a), так и в наклонности ($\varepsilon_a - \varepsilon_0$). Они приведены в следующей таблице вместе с теоретическими выражениями, при получении которых мы приняли в качестве значения постоянной нутации $9''.220$ — величину, найденную с помощью следующего соотношения между механическим сжатием Земли H , отношением массы Луны к массе Земли μ и постоянной нутации N :

$$N = 231981''.8H \frac{\mu}{1 + \mu}. \quad (9)$$

Как это соотношение, так и теоретические выражения нутационных членов, приведенные в таблице, были первоначально получены в предположении абсолютной твердости Земли, но учет упругости Земли не оказывает на них практически никакого влияния. Если мы сравним эти теоретические выражения нутационных членов с выражениями, полученными из наблюдений, то сразу же заметим расхождения, которые нельзя приписать только ошибкам наблюдений, но можно объяснить динамическими влияниями ядра Земли.

Нужно напомнить, что уравнения нутации описывают движение кинетического момента Земли \bar{G} . Поскольку обсерватории занимают неизменные положения на поверхности Земли и, таким образом, наблюдатель всегда связан с оболочкой, данные, полученные из астрономических наблюдений, относятся к движению одной только оболочки, а не Земли в целом. Отсюда следует, что имея в виду сравнение с наблюдениями, мы должны взять уравнения движения оболочки Земли. Мы будем обозначать кинетический момент оболочки символом \bar{G}_s .

Поскольку $\dot{\bar{G}}$ и $\dot{\bar{G}}_s$ — векторы, лежащие в плоскости экватора XOY , их можно представить в форме комплексных величин так:

$$\dot{\bar{G}} = G(\sin\varepsilon\dot{\psi} + i\dot{\varepsilon}), \quad (10)$$

$$\dot{\bar{G}}_s = \bar{G}(\sin\varepsilon\dot{\psi}_a + i\dot{\varepsilon}_a). \quad (11)$$

Пусть \bar{L} — момент сил, действующих на оболочку Земли со стороны Луны и Солнца. Легко показать, что

$$\bar{L} = hG_s(\sin \epsilon \dot{\phi} + i\dot{\epsilon}), \quad (12)$$

где h — отношение механического сжатия оболочки H_s к механическому сжатию всей Земли. Поскольку мы интересуемся теперь движением оболочки, то влияние ядра следует рассматривать как действие некоторых внешних сил. Обозначив момент этих сил через \bar{M} , мы можем записать следующее уравнение:

$$\dot{\bar{G}}_s = \bar{L} + \bar{M}. \quad (13)$$

По отношению к Земле в целом \bar{M} является моментом внутренних сил, и поэтому, осуществляя перенос кинетического момента между оболочкой и ядром, он не влияет на кинетический момент всей Земли.

Положим

$$\bar{M} = X + iY. \quad (14)$$

Подставляя (11), (12) и (14) в (13), имеем

$$X + iY = G_s[\sin \epsilon(\dot{\psi}_a - h\dot{\psi}) + i(\dot{\epsilon}_a - h\dot{\epsilon})]. \quad (15)$$

Сравним теперь это выражение \bar{M} с тем, которое получается в предположении твердости ядра или, вообще говоря, в том случае, когда движение ядра относительно оболочки невозможно.

В этом случае мы будем обозначать через

$$\bar{M}' = X' + iY' \quad (16)$$

момент сил взаимодействия ядра и оболочки Земли и через \bar{G}'_s — кинетический момент оболочки. Последний имеет практически то же направление, что и вектор \bar{G} , а следовательно, его движение описывается уравнением

$$\dot{\bar{G}}'_s = G(\sin \epsilon \dot{\psi} + i\dot{\epsilon}), \quad (17)$$

в котором ψ и ϵ имеют те же значения, что и в (10).

Подставляя выражения (17) и (12) для \bar{G}'_s и \bar{L} в следующее уравнение:

$$\bar{M}' = \bar{G}'_s - \bar{L},$$

находим

$$X' + iY' = G_s(1 - h)(\sin \epsilon \dot{\psi} + i\dot{\epsilon}). \quad (18)$$

Пусть A_c и A — экваториальные моменты инерции ядра и всей Земли соответственно, H_c — механическое сжатие ядра. Согласно Буллену [8]

$$\frac{A_c}{A} = 0.112, \quad H_c = 0.006.$$

Тогда

$$h = 1.027.$$

Если мы обозначим через n угловую скорость вращения Земли и положим

$$\Omega = \omega_1 t, \quad 2\mathcal{C} = \omega_2 t, \quad 2\odot = \omega_3 t,$$

то будем иметь

$$\omega_1 = -0.00146, \quad \omega_2 = +0.07300, \quad \omega_3 = +0.00547.$$

Подстановка теоретических выражений ψ и $\varepsilon - \varepsilon_0$ в (18) приводит к следующему уравнению:

$$X' + iY' = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{V}_1 + \bar{W}_1, \quad (19)$$

в котором

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= +0''.217\omega_1 G_s e^{-i\omega_1 t}, & \bar{U}_2 &= -0''.032\omega_1 G_s e^{-i\omega_1 t}, \\ \bar{V}_1 &= +0''.0023\omega_2 G_s e^{-i\omega_2 t}, & \bar{W}_1 &= +0''.014\omega_3 G_s e^{-i\omega_3 t}. \end{aligned} \quad (20)$$

Член	Нутация в долготе	
	Теоретическ.	Получен. из наблюдений
Главный	$\psi \sin \varepsilon$	$\psi_a \sin \varepsilon$
Полумесячный	$-6''.869 \sin \Omega$	$-6''.853 \sin \Omega + 0''.008 \cos$
Полугодовой	$-0''.0812 \sin 2\mathcal{C}$	$-0''.0866 \sin 2\mathcal{C} + 0''.0019 \cos 2\mathcal{C}$
	$-0''.507 \sin 2\odot$	$-0''.533 \sin 2\odot$
Главный	$\varepsilon - \varepsilon_0$	$\varepsilon_a - \varepsilon_0$
Полумесячный	$+9''.220 \cos \Omega$	$+9''.198 \cos \Omega - 0''.001 \sin \Omega$
Полугодовой	$+0''.0834 \cos 2\mathcal{C}$	$+0''.0894 \cos 2\mathcal{C} + 0.0019 \sin 2\mathcal{C}$
	$+0''.552 \cos 2\odot$	$+0''.578 \cos 2\odot$

Теперь возьмем из таблицы значения ψ_a и $\varepsilon_a - \varepsilon_0$. После подстановки этих значений в (15) получим

$$\begin{aligned} X + iY &= (1.09 + 0.02i) \bar{U}_1 + (1.09 + 0.13i) \bar{U}_2 + \\ &+ (-0.43 + 0.83i) \bar{V}_1 - 0.86\bar{W}_1. \end{aligned} \quad (21)$$

Имея в виду ту неуверенность, с которой получаются значения наблюдаемых величин и вычисляются теоретически значения N и h , мы не можем утверждать, насколько надежным является приведенный результат. Но все же я хотел бы отметить следующие выводы, которые, по моему мнению, заслуживают некоторого доверия.

1. Действительная величина вектора \bar{U}_1 , как она получается из наблюдений, больше величины, полученной теоретически для случая твердого ядра.

2. В действительности векторы \bar{V}_1 и \bar{W}_1 имеют направление, противоположное тому, которое получается теоретически для случая твердого ядра.

На первый взгляд эти выводы кажутся взаимно противоречащими. Но это противоречие рассеивается при более внимательном рассмотрении. Наблюдаемые изменения векторов, упомянутых выше, согласуются по знаку с тем, что можно ожидать на основании теории динамического влияния жидкого ядра. Количественное сравнение лишено смысла из-за недостаточной точности величин, полученных из наблюдений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hattori T.* Japanese Journ. Astr. Geoph., **21**, 143, 1947.
2. *Hattori T.* Astr. Soc. Japan Publ., **3**, 126, 1951.
3. *Uetae Sh.* Astr. Soc. Japan Publ., **4**, 163, 1953.
4. *Федоров Е. П.* Нутация и вынужд. движение полюсов. Киев, 1958.
5. *Morgan H.* Astron. J., **57**, 232, 1952.
6. *Орлов А. Я.* Астр. циркул. № 126, 19, 1952.
7. *Fedorov E. P.* Bull. geod., Nov. Ser. N 38, 28, 1955.
8. *Bullen K.* Monthly Notices Roy. Astron. Soc, Geoph. Suppl., **3**, 5, 1936.

А. А. РУБАШЕВСКИЙ, Е. П. ФЕДОРОВ

О ВЫЧИСЛЕНИИ СРЕДНЕЙ ШИРОТЫ*

Для вычисления средней широты применяется комбинация вида (3). Коэффициенты K_i нужно подбирать таким образом, чтобы из изменений широты исключить все периодические члены. Рассматриваются комбинации, предложенные А. Я. Орловым и П. Мелькиором. Численные значения K_i для этих комбинаций даны в табл. 1. Принимается, что наблюдаемые изменения широты состоят из трех частей: суммы периодических членов, непериодической составляющей, которую можно представить в форме (1) или (2), и флуктуационного члена $\xi(t)$. Рассматривается воздействие комбинации (3) на каждую часть в отдельности. Относительно флуктуационной составляющей $\xi(t)$ делается следующее простейшее статистическое допущение: эта составляющая представляет независимый стационарный процесс. Как всякое сглаживание, преобразование (3) вводит корреляцию между последовательными значениями $\xi(t)$. Отсюда следует, что ошибки наблюдений будут приводить к появлению фиктивных волн в изменениях средней широты. Исходный многочлен (1), представляющий действительные изменения средней широты, преобразуется в некоторый новый многочлен. Искажение зависит как от формы исходной кривой, так и от применяемой трансформации.

Сравнение трансформаций А. Я. Орлова и П. Мелькиора приводит к следующим заключениям. Во-первых, количество труда, связанного с вычислением средней широты, значительно меньше для комбинации Орлова. Во-вторых, для получения одного значения средней широты с помощью этой комбинации необходимо иметь 17 значений $\Delta\varphi$, заданных через 0,1 года. Для применения комбинации Мелькиора нужны 45 значений $\Delta\varphi$. Таким образом, эта комбинация неприменима к рядам наблюдений короче 4,5 года. В-третьих, важным преимуществом преобразования Орлова является то, что оно в меньшей мере влияет на непериодическую составляющую, чем преобразование Мелькиора. Наконец, с помощью комбинации, предложенной Мелькиором, можно исключать практически все периодические члены в интервале $0,2 < \frac{2\pi}{v} < 1,5$ года. Это было бы действительным преимуществом, если бы спектр колебаний широты был непрерывным в указанном интервале. Но, согласно Ф. Руднику [4], годовая составляющая представляет собой одиночную линию, вблизи которой не обнаруживается какой-либо связанной с нею структуры, а Чандлерова полоса достаточно узка.

Мы приходим к выводу, что трансформация А. Я. Орлова остается наилучшим методом вычисления средней широты.

ON THE COMPUTATION OF MEAN LATITUDE, by *A. A. Rubashevsky* and *E. P. Fedorov*. — For computing the mean latitude, combinations of form (3) are used. The coefficients K_i should be selected so as to exclude all the periodic terms from the latitude variation. The combinations proposed by A. J. Orlov and P. Melchior are discussed. The numerical values of K_i for these combinations are given in table 1. It is assumed that the observed latitude variation $\Delta\varphi$ consists of three parts: the sum of periodic terms, a non-periodic component that can be represented

* *Астрономический журнал*, 1959. — Том XXXVI, № 6.

in form (1) or (2) and a fluctuation term $\xi(t)$. The effect of combination (3) on each of these parts is considered. The simplest statistical assumption is made about the fluctuation term, i. e. this term represents an independent stationary process. As any sort of smoothing, transformation (3) introduces a correlation between the successive values of this term. It follows that the observational errors will lead to the appearance of fictitious waves in the variations of mean latitude. The initial polynomial (1), which represents the real variations of mean latitude, will be transformed into a new polynomial. The distortion depends on the form of the initial curve as well as on the combination used.

A comparison between Orlov's transformation and that of Melchior leads to the following conclusions. First, the amount of labour involved in the process of computing the mean latitude is considerably less if Orlov's combination is used. Second, in order to derive one value of the mean latitude using Orlov's combination it is necessary to have 17 values of $\Delta\phi$ at 0,1 year intervals. If Melchior's combination is used 45 values of $\Delta\phi$ are necessary. Therefore the latter combination cannot be applied to observational series shorter than 4,5 years. Thirdly, a significant advantage of Orlov's transformation is that it affects the non-periodic term in a lesser degree than does that of Melchior. Finally, with Melchior's combination it is possible to exclude practically all the periodic terms in the interval $0,2 < \frac{2\pi}{v} < 1,5$ years. This would really be an advantage if the spectrum of latitude variation were continuous in the above interval. However according to Ph. Rudnick [4] the annual component is essentially a single line and not accompanied by anything that can be recognized as an associated structure, and the Chandler band is sufficiently narrow.

We come to the conclusion that the transformation proposed by A. J. Orlov remains the best method for computing the mean latitude.

§ 1. Известно, что данные о движении полюса за последние 60 лет опубликованы Центральным бюро Международной службы широты в виде нескольких не связанных между собою рядов. Отдельные ученые, особенно А. Я. Орлов, неоднократно указывали на необходимость привести эти данные в однородную систему. Теперь и Международная геодезическая ассоциация признала это неотложной задачей. Мы имеем в виду рекомендацию, принятую этой ассоциацией в 1957 г. на съезде в Торонто.

Чтобы привести координаты полюса в однородную систему, нужно, во-первых, получить правильные данные о том, как изменялись средние широты всех международных станций, и, во-вторых, установить, вызывались ли эти изменения движением полюса. В этой статье мы рассматриваем вопрос о вычислении средней широты в несколько более общей форме, чем это до сих пор делалось.

Обычно данные наблюдений над изменениями широты приводятся в виде таблицы значений широты ϕ на каждую десятую долю года. Изображая эти данные графически, мы получаем волнистую кривую, наглядно показывающую, что изменения широты имеют периодический характер. Однако при более внимательном анализе выясняется, что, кроме периодических членов, в этих изменениях содержится и некоторая непериодическая составляющая. Чтобы выделить эту составляющую, нужно исключить из наблюдаемых значений широты по возможности все периодические члены. В этом и состоит определение средней широты. Пользуясь термином, заимствованным из теории стационарных статистических процессов, мы могли бы назвать определение средней широты фильтрацией наблюдений.

Из приведенного понятно, что наблюдаемые значения широты можно представить в форме суммы периодических членов вида $a_j \cos(v_j t + \alpha_j)$, непериоди-

ческой части $f(t)$ и стационарной последовательности случайных величин $\xi(t)$. Здесь, как и в последующем, время t выражается в десятых долях года.

Функцию $f(t)$ на ограниченном интервале значений t можно приближенно представить в форме многочлена

$$f(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_l t^l + \dots + b_n t^n. \quad (1)$$

В некоторых случаях этот многочлен удобно преобразовать так. Пусть

$$t = T + i, \quad i = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, m.$$

Тогда

$$f(T + i) = \beta_0(T) + \beta_1(T)i + \beta_2(T)i^2 + \dots + \beta_l(T)i^l + \dots + \beta_n(T)i^n. \quad (2)$$

Понятно, что $\beta_0(T)$, $\beta_1(T)$... будут уже не постоянными величинами, а некоторыми функциями T , причем первый из них, т. е. $\beta_0(T)$, и есть средняя широта в момент T .

§ 2. Все методы определения средней широты сводятся к вычислению комбинаций вида

$$\psi(T) = \sum_i K_i \varphi(T + i), \quad (3)$$

где K_i — некоторые постоянные коэффициенты. Пользуясь формулой (3), мы трансформируем исходную кривую и получаем вместо суммы

$$\sum_j a_j \cos(v_j t + \alpha_j)$$

новую сумму периодических членов с теми же частотами, но с измененными амплитудами a'_j . Задача состоит в таком подборе коэффициентов K_i , при котором все амплитуды a'_j будут равны нулю или достаточно малы. Чтобы применяемая трансформация не повлияла на величину $\beta_0(T)$, должно соблюдаться условие

$$N_0 = \sum_i K_i = 1. \quad (4)$$

Способы подбора коэффициентов K_i для выделения или исключения отдельных волн или групп волн изложены в монографии Лабрустов [1], где даны также вспомогательные таблицы и графики, облегчающие практическое решение этой задачи.

Для каждой трансформации отношение амплитуд $\frac{a'_j}{a_j}$ есть некоторая оп-

ределенная функция частоты v . Она называется функцией избирательности. Очевидно, коэффициенты K_i должны быть подобраны так, чтобы значения функции избирательности были малы или равны нулю для частот всех периодических членов. Отсюда следует, что для определения этих коэффициентов нужно знать периодические составляющие изменений широты.

Традиционным способом, которым пользуется Центральное бюро Международной службы широты, является простое образование средних за шесть лет. При этом удается исключить волны с периодами в один и 1,2 года. Но по-

Т а б л и ц а 1

i	Коэффициенты трансформации		i	Коэффициенты трансформации	
	Орлова 40 K_i	Мелькиора 19305 K_i		Орлова 40 K_i	Мелькиора 19305 K_i
0	4	1047	11	—	353
1	4	1038	12	—	282
2	3	1012	13	—	219
3	2	970	14	—	165
4	2	914	15	—	120
5	2	846	16	—	84
6	2	769	17	—	56
7	2	686	18	—	35
8	1	600	19	—	20
9	—	514	20	—	10
10	—	431	21	—	4
			22	—	1

сколько такой способ может дать только грубо приближенное представление об изменениях средней широты, мы на нем останавливаться не будем.

А. Я. Орлов также исходил из того, что в колебаниях широты уверенно обнаруживаются только две волны — 14-месячная и годовая; но он допускал также существование слабой полугодовой волны. Его известная формула и рассчитана на то, чтобы исключить полностью именно эти волны [2]. Если представить комбинацию А. Я. Орлова в форме (3), мы получим коэффициенты K_i , приведенные во втором столбце табл. 1*.

П. Мелькиор допускает существование колебаний широты с другими периодами, а поэтому он считает, что комбинация А. Я. Орлова не обеспечивает исключения всей периодической части изменений широты [3]. Ввиду этого П. Мелькиор предложил другую комбинацию, которая уничтожает практически все колебания с периодами, не превосходящими 1,5 года. Вопрос о том, существенно ли это преимущество, мы рассмотрим в конце статьи. Коэффициенты комбинации П. Мелькиора даны в третьем столбце табл. 1. На рис. 1, а функции избирательности комбинаций А. Я. Орлова и П. Мелькиора изображены графически.

§ 3. Применение трансформаций вида (3) не только гасит периодические колебания, но и оказывает влияние на непериодическую часть изменений широты. Насколько нам известно, вопрос об этом влиянии еще никем не рассматривался. Между тем он имеет существенное значение при выборе метода определения средней широты: лучшим методом мы должны считать тот, который позволяет на основании ряда значений $\varphi(t)$ получить для момента T значение средней широты, наиболее близкое к $\beta_0(T)$.

* Обращаем внимание читателя на то, что в табл. 1 даны не сами коэффициенты K_i , а эти коэффициенты, умноженные на 40 для комбинации А. Я. Орлова и на 19305 для комбинации П. Мелькиора. Практически удобно поступать так: множить последовательные значения φ на числа в столбцах 2 или 3, а сумму произведений делить на 40 или 19305 (в зависимости от применяемой комбинации).

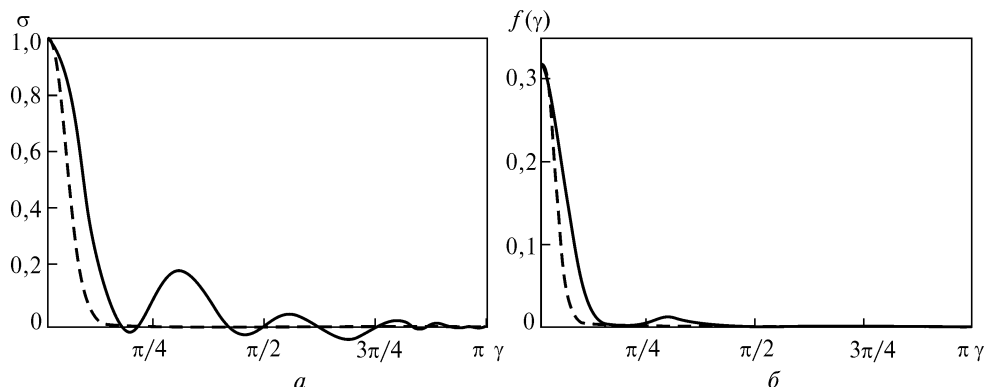


Рис. 1. *a* — кривые избирательности; *б* — кривые спектральной плотности. Сплошные кривые — комбинация А. Я. Орлова; пунктирные — комбинация П. Мелькиора

Применив комбинацию (3) к многочлену (1), мы, как легко показать, получим следующий многочлен:

$$F(t) = B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + \dots + B_l t^l + \dots + B_n t^n, \quad (5)$$

где

$$B_l = \sum_{k=0}^{n-l} C_{l+k}^k b_{l+k} N_k, \quad l = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

C_{l+k}^k — биномиальные коэффициенты. Множители N_k зависят только от вида применяемой комбинации. Для их вычисления служит формула

$$N_k = \sum_{i=-m}^m K_i i^k,$$

полученная в предположении, что $i^k = 1$ при $i = k = 0$.

Как для комбинации А. Я. Орлова, так и для комбинации П. Мелькиора соблюдается условие (4). Кроме того, коэффициенты этих комбинаций подчиняются условию

$$K_i = K_{-i},$$

а поэтому множители N_k для нечетных k обращаются в нуль. Если пользоваться выражением (2), то формула для вычисления коэффициентов трансформированного многочлена остается прежней. В ней нужно только заменить постоянные B_l соответствующими функциями времени $\beta_l(T)$. Тогда первый член названного многочлена принимает такой вид:

$$\beta_0(T) + N_2 \beta_2(T) + N_4 \beta_4(T) + \dots$$

Поскольку $\beta_0(T)$ есть истинная средняя широта в момент T , ошибка, которую мы получаем при ее вычислении с помощью той или иной комбинации данных наблюдений, равна

$$N_2 \beta_2(T) + N_4 \beta_4(T) + \dots$$

Численное значение этой разности зависит, с одной стороны, от значений мно-

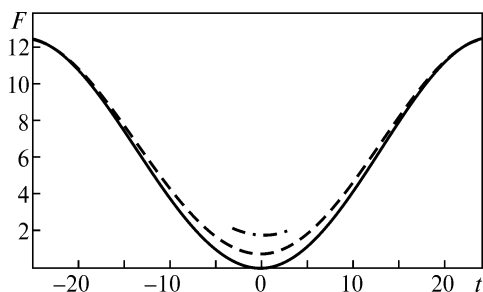


Рис. 2. Сплошная кривая — исходный многочлен; пунктирная — многочлен, преобразованный с помощью комбинации А. Я. Орлова; штрихпунктирная — с помощью комбинации П. Мелькиора

жителей N_2, N_4, \dots , т. е. от вида применяемой комбинации, а с другой — от вида многочлена, представляющего непериодическую часть изменений средней широты. В связи с последним

обстоятельством мы не можем дать общую оценку того искажения, которое получается при применении различных трансформаций, но в каждом конкретном случае сделать это нетрудно.

Ограничимся одним примером. Пусть изменения средней широты, выраженные в $0''.001$, даны в форме такого многочлена:

$$f(t) = 4 \times 10^{-2}t^2 - 32 \times 10^{-6}t^4. \quad (7)$$

На рис. 2 показана кривая, изображающая эти изменения графически, а также кривые, полученные в результате применения к полиному (7) трансформаций А. Я. Орлова и П. Мелькиора. Здесь нужно заметить следующее: для того чтобы получить $\psi(t)$ по формуле А. Я. Орлова, необходимо иметь наблюдаемые значения широты от $T - 8$ до $T + 8$, т. е. всего 17 последовательных значений. Поэтому в нашем примере мы можем построить кривую изменений $\psi(t)$ в интервале от -17 до $+17$. В случае применения трансформации П. Мелькиора нужно иметь 45 последовательных значений $\varphi(t)$ для получения одного значения $\psi(t)$, а это значит, что в рассматриваемом случае удастся получить изменения средней широты по Мелькиору только в интервале $-3 \leq T \leq +3$. Как видно из рис. 2, в этом интервале комбинация А. Я. Орлова дает значительно лучшее приближение, чем комбинация П. Мелькиора.

Истинный ход изменений средней широты нам неизвестен, поскольку найти непосредственно из наблюдений выражения вида (1) или (2) мы не можем. Для определения средней широты мы всегда применяем ту или иную трансформацию наблюдаемой кривой, т. е., образуя комбинации вида (3), получаем выражение для $\psi(t)$. Однако, как легко понять, зная $\psi(t)$, принципиально возможно восстановить и действительный ход изменений средней широты, или, точнее, найти аналитическое выражение $f(t)$.

§ 4. Нам остается рассмотреть влияние трансформаций вида (3) на стационарную последовательность случайных величин $\xi(t)$, которые мы будем считать некоррелированными. Известно, что применение любого сглаживающего процесса должно привести в этом случае к появлению фиктивных волн [4]. Действительно,

$$\sum_{i=-m}^m K_i \xi(t)$$

уже не будет последовательностью некоррелированных величин. Если принять, что дисперсия исходной последовательности равна 1, то для трансфор-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

мированной последовательности мы будем иметь следующее выражение корреляционной функции:

$$B(\tau) = M\xi(t + \tau)\xi(t) = \sum_{\substack{-m \leq i \leq m \\ -m \leq i - \tau \leq m}} K_i K_{i - \tau}, \quad (8)$$

где аргумент τ принимает целые положительные и отрицательные значения. Нетрудно видеть, что

$$B(\tau) = B(-\tau),$$

т. е. что $B(\tau)$ — функция четная.

Зная $B(\tau)$, мы можем получить спектральную плотность $P(\nu)$, которая характеризует фиктивные волны, появляющиеся в результате применения сглаживающей комбинации к последовательности случайных некоррелированных величин. Для этого служит следующая формула:

$$P(\nu) = \frac{1}{\pi} B(0) + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{2m} \cos \nu \tau B(\tau), \quad (9)$$

причем

$$B(\tau) = \int_0^{\pi} \cos \nu \tau P(\nu) d\nu,$$

где функция $P(\nu)$ дается в форме ряда Фурье. Последнее соотношение может служить для контроля вычислений.

Для обеих рассматриваемых комбинаций мы определили дискретные значения корреляционной функции $B(\tau)$. Результаты приведены в табл. 2. За-

Т а б л и ц а 2

τ	Корреляционная функция $B(\tau)$		τ	Корреляционная функция $B(\tau)$	
	Орлова	Мелькиора		Орлова	Мелькиора
0	0,0675	0,0393	18	—	0,0081
1	0,0650	0,0391	19	—	0,0067
2	0,0650	0,0386	20	—	0,0055
3	0,0550	0,0377	21	—	0,0044
4	0,0506	0,0365	22	—	0,0035
5	0,0475	0,0350	23	—	0,0028
6	0,0438	0,0332	24	—	0,0021
7	0,0375	0,0313	25	—	0,0016
8	0,0300	0,0291	26	—	0,0012
9	0,0225	0,0269	27	—	0,0009
10	0,0162	0,0246	28	—	0,0006
11	0,0125	0,0222	29	—	0,0004
12	0,0100	0,0199	30	—	0,0003
13	0,0075	0,0176	31	—	0,0002
14	0,0050	0,0154	32	—	0,0001
15	0,0025	0,0134	33	—	0,0001
16	0,0006	0,0115	34	—	0,0001
17	—	0,0097	35	—	0,0000

тем, по данным этой таблицы, были получены значения спектральной плотности $P(\nu)$, графически изображенные на рис. 2, б. Как и следовало ожидать, эти кривые по своей форме схожи с соответствующими кривыми избирательности.

Итак, в результате применения комбинации вида (3) случайные некоррелированные ошибки $\xi(t)$ преобразуются в последовательность коррелированных величин, и в последних обнаруживаются долгопериодические колебания. Значит, в изменениях средней широты могут появиться фиктивные волны, причем периоды всех таких волн будут более $20 \left(\nu = \frac{\pi}{10} \right)$ для комбинации П. Мелькиора и более $14 \left(\nu = \frac{\pi}{7} \right)$ для комбинации А. Я. Орлова.

Правда, кривая спектральной плотности для последней комбинации слегка поднимается над осью абсцисс также в интервале $\frac{\pi}{4} < \nu < \frac{\pi}{3}$, но этот относительный максимум значительно ниже абсолютного (при $\nu = 0$), так что амплитуды фиктивных волн с периодами, близкими к 6,7, оказываются исчезающе малыми.

§ 5. Мы приходим к следующим выводам.

1. Применение комбинации П. Мелькиора значительно суживает интервал, на котором можно построить кривую изменений средней широты. Эту комбинацию вообще нельзя применять к рядам продолжительностью менее 4,5 года. Наименьшая продолжительность ряда, при которой становится уже возможным применение комбинации А. Я. Орлова, составляет 1,7 года.

2. Вычисление средней широты по схеме П. Мелькиора требует значительно большей затраты труда, чем вычисление по формуле А. Я. Орлова.

3. Трансформация П. Мелькиора сильнее, чем трансформация А. Я. Орлова, искажает непериодическую составляющую изменений широты.

4. Влияние обеих трансформаций на случайные ошибки практически одинаково.

5. П. Мелькиор считает основным преимуществом предложенной им комбинации то, что она исключает все волны с периодами, лежащими между 0,5 года и годом. Это преимущество было бы несомненным, если бы такие волны существовали. Ответ на вопрос о том, существуют ли они в действительности, может дать периодограммный анализ колебаний широты. Ссылаясь на результаты анализа Ф. Рудника [4], П. Мелькиор утверждает, что ответ получается положительный. Однако, ознакомившись с этими результатами, мы пришли к противоположному выводу. Ф. Рудник прямо отвечает, что в спектре колебаний полюса годовая составляющая дает отдельную линию, вблизи которой не обнаруживается какой-либо связанной с нею дополнительной структуры.

Причиной годового движения полюса является, как известно, сезонное перераспределение масс на поверхности Земли, а также, возможно, сезонные изменения относительного кинетического момента атмосферы. В среднем за много лет эти процессы имеют характер колебаний с периодом, в точности равным году. Пользуясь терминологией, заимствованной из радиотехники,

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

мы можем назвать частоту этих колебаний «частотой на входе». Но в отдельные годы ход сезонных процессов может значительно уклоняться от среднего. Поэтому спектр колебаний на входе будет состоять уже не из отдельной линии, а из полосы, заключенной между 0,5 и 1,5 циклами в год (по Ф. Руднику). Этим и объясняется то, что сезонные процессы возбуждают и поддерживают собственные колебания оси вращения Земли, т. е. свободное движение полюсов. Но частота вынужденных колебаний «на выходе» не изменяется. Поэтому нет никаких оснований ожидать появления заметных вынужденных колебаний полюса с периодами, отличными от одного года. А если это так, то основное возражение П. Мелькиора против метода А. Я. Орлова теряет свою силу.

Метод А. Я. Орлова остается, по нашему мнению, наилучшим методом для вычисления средней широты.

Поступила в редакцию
1 апреля 1959 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Labrouste H. et Y.* Analyse des graphiques résultant de la superposition de sinusoides, Paris, 1943.
2. *Орлов А. Я.* Служба широты, Изд-во АН СССР, 1958.
3. *Melchior P.* Bull. géod., N 46, 1957.
4. *Rudnick Ph.* American Geophys. Union, Transactions, **34**, 1956.
5. *Яглом А. М.* Успехи математических наук, **7**, вып. 5 (51), 1952.

E.P. FEDOROV

NUTATION AS DERIVED FROM LATITUDE OBSERVATIONS*

Gravimetric Observatory of the Academy of Sciences
of the Ukrainian SSR, Poltava, USSR

ABSTRACT

The results of several long series of latitude observations have been used for a separate determination of the coefficients of some nutational terms in obliquity and longitude.

The derived value of the constant of nutation is essentially smaller — and those of the coefficients of the semiannual and semimonthly terms larger — than the respective theoretical values, determined on the supposition that the earth as a whole is an elastic body. The theoretical value of the ratio of the axes of the nutational ellipse evidently does not need any correction.

On the basis of these data some conclusions of a qualitative character are made on the interaction between the core and the shell of the earth.

The object of the present paper is to show that some conclusions about the interaction between the earth's core and shell can be drawn from an investigation of nutation. For this purpose we must derive directly from observations more detailed information concerning nutation than was hitherto available. Latitude observations over long intervals are likely to give the most favorable material. The main, semiannual and fortnightly terms of nutation deserve special attention.

The effect of the main term on declinations may be expressed by the formula:

$$\Delta_0\delta = -N_0(n_0 \cos\alpha \sin\Omega - \sin\alpha \cos\Omega), \quad (1)$$

where

N_0 — the adopted value of the constant of nutation, n_0 — that of the ratio of the axes of the nutational ellipse, α — the right ascension of a star, Ω — the longitude of the ascending node of the moon's orbit.

Let us suppose that both N_0 and n_0 need corrections, and besides that there exists a lag of phase different for nutation in longitude and obliquity. Then equation (1) should be replaced by the following:

$$\Delta\delta = -(N_0 + \Delta N) \times [(n_0 + \Delta n) \cos\alpha \sin(\Omega - \beta_1) - \sin\alpha \cos(\Omega - \beta_2)]. \quad (2)$$

If the actual effect of nutation is expressed by formula (2) the analysis of latitude observations should reveal the difference

$$\Delta\varphi = \Delta_0\delta - \Delta\delta \quad (3)$$

since in the reduction of observations formula (1) was employed. This difference

* The Astronomical Journal (Founded by B. A. Gould/ Published by the American astronomical society. «The rotation of the Earth and atomic time standards» — Symposium held during the tenth general assembly of the International astronomical union, in Moscow, August 1958 (editor by Dirk Brouwer, Yale University Observatory)). — 1959 April. — 64, N 1268.

may be represented in the following form:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & A_1 \cos \alpha \cos \Omega + B_1 \sin \alpha \cos \Omega + \\ & + A_2 \cos \alpha \sin \Omega + B_2 \sin \alpha \sin \Omega, \end{aligned} \quad (4)$$

where

$$\left. \begin{aligned} A_1 = -N_0 n_0 \beta_1, \quad A_2 = N_0 \Delta n + \Delta N n_0 \\ B_1 = -\Delta N, \quad B_2 = -N_0 \beta_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Thus, our problem is reduced to the determination of the coefficients A_1 , A_2 , B_1 , B_2 . I decided to use for this purpose observations of the international latitude stations. However, the results of these observations, as taken directly from publications of the Central Bureau, are unsuitable for an analysis for deriving the periodical variation of the form (4). It is necessary first to apply certain corrections. This was done by T. Hattori when he used the latitude values derived at the international stations for the determination of the constant of nutation (Hattori 1947, 1951). My preliminary calculations in some respects resemble those of Hattori but they differ substantially in some points.

Earlier I noticed that sometimes the scale values adopted by the Central Bureau of the I.L.S. had been subject to considerable errors. Contrary to Hattori, I made an attempt to free the observed latitudes from the effect of these errors, as well as that of a variation of the mean latitudes. Thanks to Uemae's work (1953), it became possible to exclude the errors made by the Central Bureau in applying corrections for the Ross terms of nutation.

I do not dwell here on the description of each phase of my calculation as all the necessary details are given in another paper (Fedorov 1958). I confine myself to giving the final result of this calculation. From the analysis of about 135,000 observations at Carloforte, Muzusawa and Ukiah the following expression has been obtained:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & -0''.0081 \cos \alpha \cos \Omega - \\ & \pm 25 \\ & - 0''.0128 \sin \alpha \cos \Omega + 0''.0120 \cos \alpha \sin \Omega - \\ & \pm 25 \qquad \qquad \qquad \pm 19 \\ & - 0''.0004 \sin \alpha \sin \Omega. \end{aligned} \quad (6)$$

±19

The same material has been used for deriving the fortnightly term in latitude variation, but in addition I have availed myself of the result obtained by H. R. Morgan (1952) from observations with the Washington P.Z.T. from 1931 to 1951 and that obtained by A. J. Orlov (1952) from observations with the Pulkovo zenith-telescope from 1915 to 1928. Thus, the total number of observation used for deriving the fortnightly term is 230,000. Some details of this calculation are given in two other papers (Fedorov 1955, 1958). The final result is:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = & +0''.0086 \sin (2 \zeta - \alpha) - \\ & \pm 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -0''.0019 \cos (2\mathcal{C} - \alpha) + \\
 & \quad \pm 6 \\
 & +0''.0021 \sin (2\mathcal{C} + \alpha) + \\
 & \quad \pm 7 \\
 & +0''.0001 \cos (2\mathcal{C} + \alpha). \tag{7} \\
 & \quad \pm 10
 \end{aligned}$$

It will be of much interest to have also an expression for the semiannual term. However, in this case the analysis of routine latitude observation meets special difficulties. The only observations which are likely to provide favorable data for such an analysis are those of two bright zenith stars at Poltava. An attempt to derive the semiannual nutational term from these observations was made by N. A. Popov. He obtained the following result:

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi = +0''.0027 \sin (2\odot - \alpha), \tag{8} \\
 \quad \pm 4
 \end{aligned}$$

\odot being the mean longitude of the sun.

Using the results of (6), (7) and (8), I have derived the expressions of the three above-mentioned nutational terms both in longitude (ψ_a) and obliquity ($\varepsilon_a - \varepsilon_0$). They are given in the Table together with the theoretical expressions of the same terms. The latter have been obtained assuming for the constant of nutation the value $9''.220$ which was found from the following relation between H , the mechanical ellipticity of the earth, μ the ratio of the moon's mass to that of the earth, and the constant of nutation:

$$N = 231981''.8H \frac{\mu}{I - \mu}. \tag{9}$$

Both this relation and the theoretical expressions for the nutational terms given in the Table were first deduced on the assumption that the earth is rigid, but they would be practically unaffected if allowance were made for its elasticity. If we compare these theoretical expressions of the nutational terms with the results of observations we shall notice at once some evident differences which cannot be ascribed solely to errors of observational data but may be explained as due to the dynamical effect of the earth's core.

Term	Nutation in longitude		Nutation in longitude	
	Theoretical, $\psi \sin \varepsilon$	Derived from observations, $\psi_a \sin \varepsilon$	Theoretical, $\psi \sin \varepsilon$	Derived from observations, $\psi_a \sin \varepsilon$
Main	$-6''.869 \sin \Omega$	$-6''.853 \sin \Omega$ $+0''.008 \cos \Omega$	$+9''.220 \cos \Omega$	$+9''.198 \cos \Omega$ $-0''.001 \sin \Omega$
Fortnightly	$-0''.0812 \sin 2\mathcal{C}$	$-0''.0866 \sin 2\mathcal{C}$ $+0''.0019 \cos 2\mathcal{C}$	$+0''.0884 \sin 2\mathcal{C}$	$+0''.0894 \cos 2\mathcal{C}$ $+0''.0019 \sin 2\mathcal{C}$
Semiannual	$-0''.507 \sin 2\odot$	$-0''.533 \sin 2\odot$	$0''.552 \cos 2\odot$	$+0''.578 \cos 2\odot$

We must keep in mind that equations of nutation govern the motion of the earth's angular momentum \bar{G} . Since the position of an observatory is a definite place on the earth's surface and an observer is thus always attached to the shell, so are the data obtained from astronomical observations relevant of the motion of the shell alone but not of the earth as a whole. It follows that for a comparison with observations we should take equations governing the motion of the earth's shell. We shall denote its angular momentum by \bar{G}_s .

Since both $\dot{\bar{G}}$ and $\dot{\bar{G}}_s$ are vectors lying in the equatorial plane XOY , they may be expressed by complex numbers, as follows:

$$\dot{\bar{G}} = G(\sin \varepsilon \cdot \psi + i\dot{\varepsilon}) \quad (10)$$

$$\dot{\bar{G}}_s = G_s(\sin \varepsilon \cdot \psi_a + i\dot{\varepsilon}_a). \quad (11)$$

Let \bar{L} be the couple arising from the attraction of the moon and sun on the earth's shell. It is easy to show that

$$\bar{L} = hG_s(\sin \varepsilon \cdot \psi + i\dot{\varepsilon}), \quad (12)$$

where h is the ratio of H_s , the mechanical ellipticity of the shell to that of the earth as a whole. Since we deal now with the shell, the effect of the core should be considered as an action of external forces. Denoting the moment of these forces by \bar{M} , we may write an equation for the motion of \bar{G}_s in the following form:

$$\bar{G}_s = \bar{L} + \bar{M}. \quad (13)$$

The couple \bar{M} transfers the angular momentum between the shell and the core but does not affect the momentum of the earth as a whole.

Let us put

$$\bar{M} = X + iY. \quad (14)$$

Substituting (11), (12) and (14) in (13), we shall have

$$X + iY = G_s[\sin \varepsilon(\psi_a - h\psi) + i(\dot{\varepsilon}_a - h\dot{\varepsilon})]. \quad (15)$$

Let us compare now this expression for \bar{M} with that obtained on the assumption that the core is rigid or, in general, that no motion of the core relative to the shell is possible. For this special case we denote the couple arising from a mutual action between the core and shell by

$$\bar{M}' = X' + iY', \quad (16)$$

and the angular momentum of the shell by G'_s . Its direction is practically the same as that of the vector \bar{G} and, consequently, its motion is governed by the equation

$$\dot{\bar{G}}'_s = G'_s(\sin \varepsilon \cdot \psi + i\dot{\varepsilon}), \quad (17)$$

in which ψ and ε are the same as in (10).

Substituting the values of $\dot{\bar{G}}'_s$ and \bar{L} given by (17) and (12) in the following equation

$$\bar{M}' = \dot{\bar{G}}'_s - \bar{L}$$

we find

$$X' + iY' = G_s(I - h)(\sin \varepsilon \cdot \psi + i\dot{\varepsilon}). \quad (18)$$

Let

A_c — the equatorial moment of inertia of the core, A — that of the earth as a whole, H_c — the mechanical ellipticity of the core. According to K. Bullen (1936)

$$A_c/A = 0,112, H_c = 0,0026.$$

Then

$$h = 1,027.$$

If we denote the earth's angular velocity by n and put

$$\Omega = \omega_1 t, \quad 2\mathcal{C} = \omega_2 t, \quad 2\odot = \omega_3 t$$

we shall have

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -0,000146 n, \\ \omega_2 &= +0,07300 n, \\ \omega_3 &= +0,00547 n. \end{aligned}$$

The substitution of theoretical expressions for ψ and $\varepsilon - \varepsilon_0$ in (18) leads to the following equation:

$$X' + iY' = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{V}_1 + \bar{W}_1 \quad (19)$$

in which

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_1 &= +0''.217\omega_1 G_s e^{+i\omega_1 t} \\ \bar{U}_2 &= -0''.032\omega_1 G_s e^{-i\omega_1 t} \\ \bar{V}_1 &= +0''.0023\omega_2 G_s e^{+i\omega_2 t} \\ \bar{W}_1 &= +0''.014\omega_3 G_s e^{+i\omega_3 t} \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

Now let us take the values of ψ_a and $\varepsilon_a - \varepsilon_0$ from our Table. Being substituted in (15) they give:

$$\begin{aligned} X + iY &= (1,09 + 0,02i)\bar{U}_1 + (1,09 + 0,13i)\bar{U}_2 + \\ &+ (-0,43 + 0,83i)\bar{V}_1 - 0,86\bar{W}_1. \end{aligned} \quad (21)$$

Having regard to the uncertainties of the observed values as well as the computed values of N and h , it is not easy to say to what extent this result is trustworthy. Nevertheless I should like to point out the following conclusions which, in my opinion, deserve some consideration:

(1) The actual magnitude of the vector \bar{U}_1 , as inferred from observational data, is larger than that obtained theoretically for a rigid core;

(2) The actual directions of the vectors \bar{V}_1 and \bar{W}_1 are opposite to those for the rigid core.

At first glance these conclusions seem to contradict one another. However this contradiction vanishes under more close consideration. The observed changes of the vectors mentioned above agree in sign with that which would be expected on the theory of the dynamical effect of a liquid core. A quantitative comparison makes no sense because of the lack of accuracy of observational data.

REFERENCES

- Bullen K.* 1936, M. N. Geophys. Suppl. **3**, 5.
Fedorov E. P. 1955, Bull. geod. Nov. Ser. N **38**, 28.
Fedorov E. P. 1958, Nutation and the Forced Motion of the Earth's Pole (Kiev).
Hattori I. T. 1947, Japanese Journ. Astr. And Geoph. **21**, 143.
Hattori I. T. 1951, Pub. Astr. Soc. Japan, **3**, 126.
Morgan H. R. 1952, A. J. **57**, 232.
Orlov A. J. 1952, Astr. Circ. USSR, N **126**, 19.
Uemae Sh. 1953, Pub. Astr. Soc. Japan **4**, 163.

А. А. РУБАШЕВСКИЙ, Е. П. ФЕДОРОВ

К ВОПРОСУ ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ*

Широтные наблюдения во время МГГ явились своего рода соревнованием инструментов различных типов фотографических зенитных труб, призматических астролябий Данжона и зенит-телескопов как старой конструкции, так и новых, более мощных зенит-телескопов ЗТЛ-180. В недалеком будущем нам предстоит подвести итоги этого соревнования и в соответствии с решением широтного совещания, состоявшегося в 1954 г. в Риме, сделать определенные выводы относительно сравнительных преимуществ перечисленных инструментов. Но для этого необходимо заранее выработать критерии оценки точности широтных наблюдений.

Точность результатов определения широты чаще всего характеризуют средней (или вероятной) ошибкой одного наблюдения, которую получают по отклонениям отдельных значений широты от среднего за ночь. Такая характеристика была бы достаточной, если бы эти отклонения были случайными независимыми величинами. В действительности это, по-видимому, не так: непосредственный просмотр результатов наблюдений убеждает нас в том, что широта нередко принимает и удерживает в течение более или менее продолжительного времени аномальное (завышенное или заниженное) значение. Нельзя считать, что подобные аномалии в большей мере свойственны тем инструментам, у которых средняя ошибка одного наблюдения сравнительно велика. Наоборот, мы часто встречаемся с обратным положением. Поэтому очевидно, что при оценке качества широтных наблюдений мы не можем ограничиться только средней ошибкой одного наблюдения; необходимо выработать дополнительные критерии.

Главной задачей широтных наблюдений было и остается получение данных для определения координат полюса. Следовательно, лучшими наблюдениями мы должны считать те, из которых удастся выделить в наиболее «чистом виде» полярную составляющую изменений широты. Для этого не обязательно, чтобы неполярная составляющая колебаний широты была мала. Даже если она достигает значительной величины, но имеет правильный характер, ее можно исключить. Приведенное относится, в частности, к годовому Z -члену. Изменения средних широт также имеют по преимуществу неполярное происхождение. Поэтому целесообразно исключать и эти изменения, а при

* Предварительные результаты исследования колебаний широт и движения полюсов Земли. — М., 1960.

вычислении колебаний широты по координатам полюса пользоваться данными только о его периодическом движении.

Так именно поступал А. Я. Орлов, сравнивая наблюдения в Пулково, Гринвиче и Вашингтоне [1, 2], а также А. Е. Филиппов [3].

Практически вычисления ведутся так: берется достаточно продолжительный ряд наблюдений и из значений широты φ , снятых со сглаженной кривой на каждую десятую долю года, вычитаются колебания широты $\Delta\varphi_c$, вычисленные по координатам полюса, средняя широта φ_m и Z -член, осредненный по всем годам рассматриваемого периода наблюдений. В результате получаются остаточные уклонения:

$$v = \varphi - \Delta\varphi_c - \varphi_m - Z.$$

Затем сравниваются суммы квадратов остаточных уклонений v , причем суммирование выполняется для всех сравниваемых инструментов за промежутки времени одинаковой продолжительности.

По данным наблюдений с 1916,5 по 1928,4 А. Я. Орлов получил таким путем следующие значения $\sum v^2$:

Пулково (зенит-телескоп Фрейберга—Кондратьева)	345
Гринвич (плавающий зенит-телескоп Куксона)	392
Вашингтон (фотографическая зенитная труба)	369

По поводу этих значений А. Я. Орлов отмечает: «Мы видим, что все три инструмента давали результаты приблизительно одной и той же точности с некоторым, правда, преимуществом в пользу пулковского зенит-телескопа».

Здесь мы встречаемся с тем же положением, что и при рассмотрении средней ошибки одного наблюдения: величина $\sum v^2$ могла бы служить достаточной характеристикой качества наблюдений лишь при том условии, что значения v образуют последовательность случайных некоррелированных величин.

Так ли это на самом деле, легко проверить, если найти корреляционную функцию для каждого ряда значений v . Будем выражать время t в десятых долях года и отсчитывать его от момента начала наблюдений. Тогда мы имеем

$$t = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Для вычисления корреляционной функции служит следующая формула:

$$B(\tau) = \sum_{t=0}^N v(t)v(t+\tau). \quad (1)$$

$B(0)$ есть дисперсия последовательности величин v . Если эти величины некоррелированы, то $B(\tau) = 0$ для всех τ , не равных нулю.

Для нахождения $B(\tau)$ мы воспользовались данными статьи А. Я. Орлова [1] и его монографии [2, табл. 29]. Полученные результаты показаны в табл. 1. Приведенные данные с несомненностью свидетельствуют о наличии корреляции между последовательными значениями v . Отчасти это может быть следствием графического сглаживания, которым пользуются для интерполяции значений широты на каждую десятую долю года, отчасти — и, возможно, в большей мере — следствием того, что ошибки непосредственных результатов отдельных наблюдений также не являются независимыми случай-

Т а б л и ц а 1

τ	B(τ)			τ	B(τ)		
	Пулково	Гринвич	Вашингтон		Пулково	Гринвич	Вашингтон
0	+2,816	+3,266	+3,007	6	+0,193	-0,570	-0,236
1	+0,899	+1,226	+1,252	7	+0,424	+0,115	+0,672
2	-0,542	-0,194	-0,008	8	+0,213	+0,348	+1,134
3	-1,162	-0,914	-1,034	9	-0,324	-0,009	+0,828
4	-0,724	-0,931	-1,456	10	+0,209	+0,527	+0,009
5	-0,330	-1,278	-1,008				

ными величинами. Если это так, то нужно пересмотреть вопрос о том, какое влияние будут оказывать названные ошибки на окончательный результат широтных наблюдений, т. е. на кривую колебаний широты. Для этого проследим последовательность операций, которые придется выполнять при построении кривой колебаний широты (будем считать, что склонения уже выравнены цепным или каким-либо иным методом).

Как при всяком измерении, получаем из отдельного наблюдения значение широты с некоторой ошибкой ξ . Следовательно, ряд наблюдений широты дает нам последовательность величин:

$$\varphi(i) = f(t) + \xi(t). \quad (2)$$

Построим координатные оси и будем откладывать по оси абсцисс время t , по оси ординат — широту φ . Если каждое значение широты изобразить на этом чертеже точкой, то провести плавную кривую будет затруднительно из-за большого разброса отдельных точек. Приходится прибегать к вычислению нормальных значений и их последующему сглаживанию. Для простоты дальнейших рассуждений предположим, что определения широты проводились через равные промежутки времени. Длину промежутка условно примем за единицу. Тогда получаем следующую последовательность:

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= f(0) + \xi(0), \\ \varphi(1) &= f(1) + \xi(1), \\ \varphi(2) &= f(2) + \xi(2), \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi(t) &= f(t) + \xi(t). \end{aligned}$$

Для образования нормальных значений разбиваем эту последовательность на группы по m отдельных значений в каждой и образуем для каждой группы средние из φ , f и ξ , которые обозначим соответственно через $\bar{\varphi}$, \bar{f} и $\bar{\xi}$. При таком осреднении ошибки $\xi(t)$ дадут следующую последовательность:

$$X_0 = \frac{1}{m} \sum_{t=0}^{m-1} \xi(t), \quad X_1 = \frac{1}{m} \sum_{t=m}^{2m-1} \xi(t), \quad \dots, \quad X_k = \frac{1}{m} \sum_{t=km}^{(k+1)m-1} \xi(t). \quad (3)$$

Рассмотрением этой последовательности мы и займемся.

Мы исходим из допущения, что ошибки $\xi(t)$ образуют стационарную последовательность случайных величин и полагаем, что их корреляционная функция

$$b(\tau) = M\{\xi(t)\xi(t + \tau)\}^* \quad (4)$$

не обращается в нуль при

$$\tau \neq 0.$$

Корреляционная функция последовательности средних $B(s)$ равна

$$B(s) = M\{X_k X_{k+s}\}. \quad (5)$$

Поскольку $X_0, X_1, X_2 \dots$ также образуют стационарную последовательность случайных величин,

$$M\{X_k X_{k+s}\} = M\{X_0 X_s\}. \quad (6)$$

Установим связь между $B(s)$ и $b(\tau)$, для чего воспользуемся соотношением (6):

$$\begin{aligned} m^2 B(s) &= M\left\{\sum_{t=0}^{m-1} \xi(t) \sum_{t=sm}^{(s+1)m-1} \xi(t)\right\} = \\ &= M\{[\xi(0) + \xi(1) + \dots + \xi(m-1)][\xi(sm) + \xi(sm+1) + \dots + \\ &+ \xi(sm+m-1)]\} = M\{\xi(0)\xi(sm)\} + M\{\xi(0)\xi(sm+1)\} + \dots + \\ &+ M\{\xi(0) + \xi(sm+m-1)\} + M\{\xi(1)\xi(sm)\} + M\{\xi(1)\xi(sm+1)\} + \dots + \\ &+ M\{\xi(1)\xi(sm+m-1)\} + \dots + M\{\xi(m-1)\xi(sm)\} + M\{\xi(m-1)\xi(sm+1)\} + \dots + \\ &+ M\{\xi(m-1)\xi(sm+m-1)\}. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что

$$\begin{aligned} b(\tau) &= M\{\xi(t)\xi(t + \tau)\} = M\{\xi(0)\xi(\tau)\} = M\{\xi(1)\xi(1 + \tau)\} = \\ &= \dots = M\{\xi(n)\xi(n + \tau)\}, \end{aligned}$$

после несложных преобразований приходим к соотношению

$$\begin{aligned} B(s) &= \frac{1}{m^2} [b(sm+m-1) + 2b(sm+m-2) + \dots + (m-1)b(sm+1) + \\ &+ mb(sm) + (m-1)b(sm-1) + \dots + 2b(sm-m+2) + b(sm-m+1)] = \\ &= \frac{1}{m^2} \left\{ mb(sm) + \sum_{k=1}^{m-1} k[b(sm+m-k) + b(sm-m+k)] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Это выражение устанавливает связь между корреляционной функцией средних значений и корреляционной функцией исходной последовательности $\xi(t)$.

Положим теперь

$$s = 0.$$

Тогда, имея в виду, что

$$b(m-k) = b(k-m),$$

* M — символ математического ожидания.

получаем

$$B(0) = \frac{b(0)}{m} + \frac{2}{m^2} \sum_{k=1}^{m-1} kb(m-k). \quad (8)$$

Откуда видно, что при отсутствии корреляционной зависимости между исходными ошибками $\xi(t)$, т. е. при

$$b(m-k) = 0 \quad (m \neq k),$$

формула (8) переходит в обычное выражение дисперсии нормальных значений, полученных путем образования средних из m исходных величин, если дисперсия этих величин равна $b(0)$.

* * *

Многие корреляционные функции, встречающиеся на практике, удается приближенно представить одной из следующих формул:

$$b(\tau) = Ce^{-\alpha|\tau|}, \quad (9)$$

$$b(\tau) = Ce^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau. \quad (10)$$

Мы дадим вывод выражения $B(s)$ для первой из этих формул. Согласно (7) будем иметь

$$B(s) = \frac{C}{m^2} \left\{ me^{-\alpha|ms|} + (m-1)(e^{-\alpha|ms+1|} + e^{-\alpha|ms-1|}) + \dots \right. \\ \left. \dots + (e^{-\alpha|ms-m+1|} + e^{-\alpha|ms+m-1|}) \right\}. \quad (11)$$

Пусть

$$s \neq 0.$$

Тогда знаки модуля в последнем выражении можно опустить, так как при $s > 0$ все величины под знаком модуля положительны; если $s < 0$, то перейдя к

$$s' = -s$$

и взяв модуль от -1 , вновь получим под знаком модуля положительные величины. Имея это в виду, мы можем следующим образом преобразовать соотношение (11):

$$B(s) = \frac{b(sm)}{m^2} [m + (m-1)(e^{-\alpha} + e^{\alpha}) + (m-2)(e^{-2\alpha} + e^{2\alpha}) + \dots \\ \dots + (e^{-\alpha(m-1)} + e^{\alpha(m+1)})] = \frac{b(sm)}{m^2} \left[m \sum_{k=-(m-1)}^{m-1} e^{\alpha k} - \sum_{k=1}^{m-1} k(e^{-\alpha k} + e^{\alpha k}) \right].$$

Принимая во внимание, что

$$\sum_{k=0}^{m-1} e^{\alpha k} = \frac{e^{\alpha m} - 1}{e^{\alpha} - 1}, \quad \sum_{k=0}^{m-1} e^{-\alpha k} = \frac{e^{-\alpha m} - 1}{e^{-\alpha} - 1},$$

$$\sum_{k=1}^{m-1} k(e^{\alpha k} + e^{-\alpha k}) = \frac{d}{d\alpha} \left[\sum_{k=0}^{m-1} (e^{-\alpha k} - e^{\alpha k}) \right],$$

после несложных преобразований получаем

$$\begin{aligned} B(s) &= \frac{b(sm)}{m^2} \left[\frac{m \operatorname{ch}(m-1)\alpha - m \operatorname{ch} m\alpha - (m-1) \operatorname{ch}(m-1)\alpha}{1 - \operatorname{ch}\alpha} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\operatorname{ch}\alpha - m \operatorname{ch} m\alpha}{1 - \operatorname{ch}\alpha} - \frac{\operatorname{sh}(m-1)\alpha + \operatorname{sh}\alpha - \operatorname{sh} m\alpha}{(1 - \operatorname{ch}\alpha)^2} \operatorname{sh}\alpha \right] = \\ &= \frac{b(sm)}{m^2} \cdot \frac{\operatorname{ch} m\alpha \operatorname{ch}\alpha - \operatorname{ch}\alpha + 1 - \operatorname{ch} m\alpha}{(1 - \operatorname{ch}\alpha)^2}. \end{aligned}$$

Итак,

$$B(s) = \frac{b(sm)}{m} \cdot \frac{\operatorname{ch} m\alpha - 1}{m(\operatorname{ch}\alpha - 1)}. \quad (12)$$

При $s = 0$ соотношение (11) примет такой вид:

$$\begin{aligned} B(0) &= \frac{b(0)}{m^2} \{m + 2(m-1)e^{-\alpha} + 2(m-2)e^{-2\alpha} + \dots + 21m - (m- \\ &\quad - 1)e^{-\alpha(m-1)}\} = \\ &= \frac{b(0)}{m^2} \left\{ m + 2 \sum_{k=1}^{m-1} (m-k)e^{-\alpha k} \right\} = \frac{b(0)}{m} \left\{ m + 2m \frac{e^{-\alpha m} - 1}{e^{-\alpha} - 1} - 2m + 2 \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{e^{-\alpha m} - 1}{e^{-\alpha} - 1} \right) \right\}, \end{aligned}$$

или окончательно

$$B(0) = \frac{b(0)}{m} \cdot \frac{m \operatorname{sh}\alpha - (1 - e^{-\alpha m})}{m(\operatorname{ch}\alpha - 1)} = \frac{b(0)}{m} F(\alpha, m). \quad (13)$$

Легко видеть, что

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} F(\alpha, m) = 1.$$

Чтобы получить предел $F(\alpha, m)$ при $\alpha \rightarrow 0$, воспользуемся разложением $e^{-\alpha m}$ и гиперболических функций в ряды по степеням α и αm . После несложных преобразований имеем

$$F(\alpha, m) = \frac{1 + \frac{2}{m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^{2n-1}}{(2n+1)!} + 2 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(\alpha m)^{n-2}}{n!}}{1 + 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\alpha^{2n-2}}{(2n)!}}.$$

Отсюда следует, что

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} F(\alpha, m) = m.$$

Можно показать, что при возрастании α от 0 до ∞ дисперсия $B(0)$ уменьшается от m до 1 монотонно. $\alpha = \infty$ соответствует случаю, когда ошибки ис-

ходных данных совершенно независимы — случай, по-видимому, почти не встречающийся на практике. Поэтому, пользуясь соотношением

$$B(0) = \frac{b(0)}{m},$$

мы будем, как правило, получать заниженные значения $B(0)$, откуда следует, что нельзя основывать наши суждения о точности окончательных результатов широтных наблюдений только на величине средней ошибки одного наблюдения. При одной и той же величине этой ошибки качество результатов может оказаться различным в зависимости от того, какой вид имеет корреляционная функция ошибок наблюдений, в частности, от того, насколько быстро она приближается к нулю. Из тех же соображений следует, что при разбивке последовательности значений φ на неравные группы нельзя придавать нормальным значениям веса, пропорциональные числу отдельных значений m в каждой группе.

Мы приходим к выводу, что при оценке точности результатов широтных наблюдений не следует ограничиваться только вычислением средних ошибок одного наблюдения; необходимо, кроме того, изучать корреляционные функции ошибок наблюдений. На вопросе о том, как это можно делать практически, мы здесь не останавливаемся. Этот вопрос требует особого рассмотрения.

А B S T R A C T

These still exists a divergence of opinion as to the advantages and disadvantages of diverse instruments used for latitude observations. PZT-s, Danjon astrolabes and zenith telescopes of different types. This fact implied that more careful examination is necessary of the observational errors peculiar to each of these instruments.

An observed latitude φ can be represented as a sum of a mean latitude φ_m , a variation due to the polar motion $\Delta\varphi$, a periodic nonpolar term Z , and a fluctuation term $\xi(t)$. The last term represents by no means independent stationary process. The authors have found from an analysis of certain series of latitude observations that the correlation function of $\xi(t)$ can be put under either of the two forms (9), (10).

Thus, not only the value of dispersion C , but also the constants α and β , should be derived from observation to form a correct idea about the accuracy of latitude observations.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орлов А. Я. ДАН СССР, **67**, № 1, 1949, с. 37.
2. Орлов А. Я. Служба широты, Изд-во АН СССР, 1958.
3. Филиппов А. Е. Тр. Полтавской гравиметр. обсерв., **6**, 1956.

Е. П. ФЕДОРОВ

СЛУЖБА ШИРОТЫ*

При решении многих задач астрономии, геодезии и геофизики необходимо иметь исчерпывающие данные о движении мгновенной оси вращения Земли.

Уравнения прецессии и нутации определяют перемещение этой оси в пространстве; по ним ее направление в любой момент может быть вычислено с необходимой точностью. Наблюдения нужны только для определения нескольких постоянных величин, входящих в эти уравнения.

С иным положением мы встречаемся при изучении движения оси вращения Земли относительно самой Земли. Движение это происходит менее правильно, и мы не имеем формул, по которым для любого заданного момента времени можно было бы определить направление оси вращения в теле Земли; это можно сделать только с помощью наблюдений. Стало быть, чтобы непрерывно следить за изменениями этого направления или, что то же, за движением полюсов Земли, нужно систематически вести специальные наблюдения.

Необходимость постановки таких наблюдений сделалась очевидной уже в конце прошлого столетия, вскоре после того, как было обнаружено, что полюсы не сохраняют неизменного положения на поверхности Земли. Тогда же стало понятно, что ценность результатов значительно возрастет, если эти наблюдения будут подчинены общему плану. Так возникла мысль о научной кооперации для изучения движения полюсов, получившая практическое осуществление в организации Международной службы широты.

План деятельности Международной службы широты сложился в ходе всестороннего обсуждения программ и методов изучения движения полюса. Большой интерес и оживленную дискуссию вызвали ее первые результаты. По мнению большинства специалистов, они показали, что задача, поставленная перед новой научной организацией, получила удачное решение: число международных станций казалось достаточным для вывода надежных координат полюса, а методы, применяемые Центральным бюро, — тщательно продуманными и проверенными. Не отрицалась, конечно, возможность их дальнейшего улучшения, но поскольку этим вопросом занялась специальная научная организация, он уже в меньшей мере привлекал внимание широких кругов астрономов и геодезистов. Положение, в котором находились работы по изучению колебания широт и движения полюса, к 20-м годам нашего века

* Астрономия в СССР за 40 лет (1917—1957). — М.: Физматгиз, 1960.

можно кратко охарактеризовать так: Международная служба широты продолжала свою деятельность в соответствии с первоначальным планом, и публикуемые ею координаты полюса повсеместно применялись как в теоретических исследованиях, так и для нужд геодезической практики. В ее работах принимала участие и русская широтная станция в Чарджоу.

Однако первоначальная оценка деятельности Международной службы широты начала постепенно уступать место более критическому отношению. Этому в значительной мере содействовало то обстоятельство, что некоторые обсерватории, не входящие в Международную службу широты, приобрели большой опыт в широтных исследованиях и получили обширные материалы в виде собственных наблюдений. Инструменты, применявшиеся для этих наблюдений, существенно отличались от тех, которыми были снабжены международные станции: в Пулковско с 1904 г. наблюдения велись на зенит-телескопе Фрейберга—Кондратьева, в Гринвиче с 1911 г. — на плавающем зенит-телескопе Куксона, в Вашингтоне с 1915 г. — на фотографической зенитной трубе. По мере накопления материалов наблюдений становилось все более и более понятно, что изменение широт и движение полюсов Земли — явления более сложные, чем это первоначально казалось, и что программа Международной службы широты не обеспечивает возможности изучения всех особенностей этих явлений. Отсюда возникло убеждение в необходимости разработки и испытания иных программ и методов. Именно это убеждение в значительной мере определило характер и направление работ советских ученых.

Пожалуй, наиболее часто подвергался критике цепной метод, которым первоначально пользовалось Центральное бюро Международной службы широты. В основе этого метода лежит предположение, что широту места можно считать постоянной в течение нескольких часов ночных наблюдений. Но сами результаты применения цепного метода показывают, что это предположение ошибочно: в них замечается влияние систематических изменений широты суточного характера. Однако более подробно изучить это явление по материалам Международной службы широты не удалось: программа наблюдений оказалась неподходящей. Необходимо было искать другие пути.

Пулковские астрономы избрали следующий путь. Они решили вести наблюдения на зенит-телескопе от захода Солнца до его восхода, чтобы иметь возможность следить за изменениями широты в течение всей ночи. Эта мысль и была положена в основу так называемой расширенной программы. Наблюдения по этой программе продолжались с 1915 по 1928 г., а результаты опубликованы в работах А. Д. Дрозда, С. В. Романской и В. Р. Берга; сводная обработка выполнена А. К. Королем.

Однако пулковская расширенная программа давала возможность составить суждение только об изменениях широты во время ночных наблюдений, тогда как полное исследование колебаний широты суточного характера должно было охватить и дневные часы. Для этого можно было бы воспользоваться наблюдениями на пассажном инструменте в первом вертикале, также проводившимися в Пулкове (главным образом А. С. Васильевым), но в них подозревались большие систематические ошибки, отчасти потому, что результаты этих наблюдений резко расходились с тем, что давал зенит-телескоп

и что получалось, в частности, из сравнения пулковских наблюдений звездных пар с одновременными наблюдениями яркой зенитной звезды о Кассиопеи.

Именно выяснение упомянутого расхождения было первоначальной целью наблюдений двух ярких зенитных звезд в Полтавской обсерватории. Идея этих наблюдений принадлежит А. Я. Орлову, а их практическое осуществление является заслугой главным образом Н. А. Попова. Цикл наблюдений был начат им в 1939 г.; в 1940—1941 и 1944—1947 гг. эти наблюдения вела Е. В. Лаврентьева, а затем вновь Н. А. Попов.

В рамках настоящей статьи было бы затруднительно дать исчерпывающий ответ на вопрос о том, в какой мере эти ряды широтных наблюдений позволили решить поставленную задачу. Во всяком случае они показали, что изменения широты суточного характера действительно существуют, и позволили выявить в этих изменениях некоторые периодические члены, в том числе лунную суточную волну, по-видимому, связанную с неточностью принятого значения амплитуды полумесячного члена нутации. Наконец, из этих наблюдений был получен ценный материал и для решения таких задач, которые первоначально перед ними не ставились, в частности, для определения астрономических постоянных. Все это дает основание отнести пулковские наблюдения по расширенной программе и полтавские наблюдения двух ярких зенитных звезд к числу наиболее замечательных рядов широтных наблюдений вообще.

Мы остановились на работах по изучению суточных колебаний широты в связи с теми трудностями, которые возникли при обработке наблюдений Международной службы широты именно из-за влияния этих колебаний. Не имея средств для исключения ошибок, вызываемых этим влиянием, Центральное бюро Международной службы широты решило воспользоваться тем, что при определении координат полюса по наблюдениям на станциях, лежащих на одной параллели, можно вообще обойтись без вывода кривых колебаний широты отдельных станций. Первоначально казалось, что это решение должно значительно улучшить методику широтных исследований. Но со временем стало выясняться, что в действительности оно неблагоприятно отразилось на их дальнейшем развитии.

Отказавшись от вывода колебаний широты отдельных станций, Центральное бюро в значительной мере лишило себя возможности изучать особенности этого явления, зависящие от местных условий, инструментов и пр. Осталось, в частности, незамеченным то, что широты всех обсерваторий, кроме периодических колебаний, подвержены еще медленным изменениям. То, что такие изменения обнаруживаются во всех длительных рядах широтных наблюдений, убедительно показал А. Я. Орлов. Чтобы их выявить, нужно исключить периодические колебания широты (14-месячное, годовое и слабое полугодичное), т. е. получить, согласно определению С. К. Костинского, среднюю широту. Для этого А. Я. Орлов предложил удобную формулу и с ее помощью вычислил изменения средней широты всех международных станций и отдельных обсерваторий, проводивших достаточно длительные ряды систематических широтных наблюдений. Изучение полученных таким путем материалов показало, что изменения средних широт нельзя объяснить полностью ни вековым движением полюса, ни ошибками собственных дви-

жений наблюдаемых звезд, ни, наконец, изменениями программы наблюдений; по-видимому, изменения средних широт зависят главным образом от каких-то причин местного характера.

Вероятно, существуют какие-то инструментальные ошибки, источники которых нам еще неизвестны, систематически искажающие результаты широтных наблюдений.

Нередко широта принимает явно аномальное — завышенное или заниженное — значение и сохраняет это значение в течение нескольких дней или даже месяцев, что можно обнаружить при сравнении наблюденных широт с вычисленными по координатам полюса, и особенно отчетливо — при сравнении результатов параллельных наблюдений на двух инструментах. Влияние такого рода аномалий не исключается даже в средних за несколько лет; они могут в течение длительного времени смещать в ту или иную сторону кривую колебаний широты, т. е. приводить к изменениям средней широты.

Понятно, что при определении координат полюса нужно принимать во внимание только те изменения широты, которые называются именно движением полюса, а все остальные по возможности исключать. Как неоднократно указывал А. Я. Орлов, Международная служба широты не соблюдает этого принципа, что и следует считать важнейшим недостатком в ее работе. Это мнение разделяют все советские астрономы, занимающиеся проблемой изменчивости широт; в последнее время к нему присоединились и некоторые авторитетные зарубежные специалисты*. А. Я. Орлов предложил метод, в котором принцип исключения неполярных колебаний широты осуществляется наиболее просто и последовательно. Не приводя подробностей, отметим только основные этапы вычислений по этому методу. Прежде всего результаты широтных наблюдений по возможности освобождаются от влияния ошибок склонений наблюдаемых звезд с помощью цепного или какого-либо иного метода, затем выводятся изменения средней широты, вычисляются отклонения мгновенной широты от средней и, наконец, по этим отклонениям определяются координаты полюса.

Таким путем мы получим, разумеется, только данные о периодической части движения полюса. Однако в связи с этим не закрывается, а скорее облегчается возможность последующего изучения и его векового движения. Действительно, по координатам полюса, вычисленным методом А. Я. Орлова, можно найти периодическую полярную составляющую колебаний широты любой обсерватории. Если исключить эту составляющую из наблюденных значений широты, то можно затем проанализировать остаточные отклонения с выделением неполярных колебаний и таких изменений широты, которые вызываются вековым движением полюса. Чем больше станций, тем увереннее это может быть сделано.

Метод А. Я. Орлова требует внимательного анализа данных наблюдений на всех этапах их обработки и последовательного выделения наиболее важных и наиболее уверенно определяемых составляющих колебаний широты и

* На X съезде Международного астрономического союза (Москва, 12—20 августа 1958 г.) была принята следующая рекомендация: «Комиссия 19 считает, что необходимо исключать из результатов наблюдений изменения средних широт прежде, чем использовать эти результаты для вывода координат полюса».

движения полюса. В противоположность этому Международная служба широты пользуется формальной схемой вычислений, не заботясь в должной мере о том, чтобы исключить влияние местных неполярных колебаний широты, которые могут значительно исказить окончательные результаты. Это видно, например, из работы А. Е. Филиппова, показавшего, что именно те особенности движения полюса, которые были использованы некоторыми авторами для далеко идущих геофизических выводов, оказываются на самом деле фиктивными, т. е. просто следствием систематических ошибок координат полюса, полученных Международной службой широты.

Критическое отношение к деятельности Международной службы широты со стороны советских астрономов не могло, конечно, привести их к отказу от участия в этой научной кооперации. Напротив, они считали необходимым содействовать усилению и улучшению ее работы. Это выразилось, в частности, в том, что взамен международной станции в Чарджоу, прекратившей свои наблюдения в 1919 г., в Китабе была построена новая широтная станция. Наблюдения на этой станции начались в 1930 г. и продолжают без перерывов до настоящего времени. Не ограничиваясь тщательным выполнением самих наблюдений, ее сотрудники (М. Н. Стоилов, Л. Н. Ширжецкий, Д. И. Кравцев, Г. А. Ланге, А. М. Калмыков) усиленно занимались анализом и обсуждением получаемых результатов. В 1955 г. на 11-й Астрометрической конференции СССР было отмечено 25-летие плодотворной работы Китабской широтной станции им. Улугбека.

Чтобы существенно содействовать улучшению программы и методов Международной службы широты, нельзя было, разумеется, ограничиваться одним указанием на их недостатки; нужно было наметить пути к устранению этих недостатков, что в свою очередь можно было сделать лишь после критического анализа результатов наблюдений по различным программам. Обширный материал для такого анализа давали широтные ряды, выполненные советскими обсерваториями.

В 1929 г. Пулковская обсерватория перешла к наблюдениям по программе, составленной по образцу международной, но с той разницей, что для получения надежных связей между группами пар наблюдения некоторых групп продолжались иногда больше двух месяцев. Эти наблюдения были прерваны войной и возобновились в октябре 1948 г., причем список звезд был несколько изменен, а порядок наблюдений оставлен прежним. Начиная с 1955 г., пулковские астрономы стали вновь вести широтные наблюдения в течение всей ночи, как в 1915—1928 гг. Сводная обработка наблюдений 1929—1941 гг. выполнена С. В. Романской, а послевоенных — В. И. Сахаровым. Особенно ценно то, что все упомянутые нами ряды пулковских широтных наблюдений были выполнены на одном и том же первоклассном инструменте — большом зенит-телескопе Фрейберга—Кондратьева. В 1955 г. на 11-й Астрометрической конференции СССР были подведены итоги 50-летней работы этого инструмента.

Как мы уже отметили, Полтавская обсерватория начала свои широтные исследования в 1939 г. наблюдениями двух ярких зенитных звезд на зенит-телескопе Цейсса. Годом позже С. В. Дроздов приступил к наблюдениям слабых зенитных звезд и зенитных пар. Первый опыт наблюдений по зенит-

ной программе был осуществлен В. К. Абольдом в Иркутске в 1932—1937 гг., но плохое качество его инструмента помешало успеху этой работы. Полтавские наблюдения по зенитной программе проводились в 1940—1941 и 1944—1947 гг.; программа и результаты опубликованы С. В. Дроздовым.

Затем в 1947—1949 гг. главным образом также С. В. Дроздовым был проведен цикл наблюдений обычных пар Талькотта по расширенной программе; их окончательная обработка выполнена Е. В. Лаврентьевой. Еще до окончания этого цикла начались наблюдения на втором зенит-телескопе (Бамберга). Для них была составлена программа, существенно отличающаяся от предыдущих. Эта программа состоит из четырех двухчасовых групп со средними прямыми восхождениями 0, 6, 12 и 18^h. Каждая группа делится на два «звена», в каждое звено входит четыре пары. Обрабатываются только полные наблюдения звеньев, т. е. такие, когда в звене не было пропущено ни одной пары. При этом широта вычисляется сразу по наблюдениям всего звена, а не отдельных входящих в него пар. Подробное описание программы дано Е. П. Федоровым. Осенью 1949 г. та же программа была принята и для зенит-телескопа Цейсса. Параллельные наблюдения по общей программе продолжают Полтавской обсерваторией и теперь.

В астрономической обсерватории им. Энгельгардта широтные наблюдения велись в 1932—1942 гг. на пассажном инструменте Пистора и Мартинса по программе, сходной с международной; в 1946—1950 гг. — на зенит-телескопе Бамберга по расширенной программе, в которую входили как обычные пары, так и зенитные звезды; с конца 1951 г. принята программа «полтавского» типа. Во всех этих работах неизменное участие принимала Н. А. Чудовичева; ею выполнено большинство наблюдений и их обработка.

Наконец, следует упомянуть, что в 1953 г. начались наблюдения двух ярких зенитных звезд (α Кассиопеи и ϵ Большой Медведицы) на широтной станции им. К. К. Дубровского в Горьком.

В ходе этих работ советские астрономы получили обширные материалы для сравнения различных программ и методов широтных наблюдений. После анализа этих материалов и их всестороннего обсуждения наиболее подходящей для международных станций была признана программа, составленная и испытанная в Полтавской обсерватории, именно, описанная выше программа, по которой с 1949 г. ведутся наблюдения на двух зенит-телескопах. Ее преимущества заключаются главным образом в том, что при сравнительно малой затрате труда на наблюдения и их обработку эта программа может успешно применяться для вывода не только периодических, но и медленных изменений широты и, таким образом, служить средством для изучения векового движения полюса. Особенно важно, что результаты наблюдений получают в очень компактной форме, облегчающей их последующий анализ.

На VIII съезде Международного астрономического союза такая программа была рекомендована советскими астрономами для Международной службы широты (А. Я. Орлов, Е. П. Федоров, К. А. Куликов, М. С. Зверев, 1954 г.). Это предложение обсуждалось на специальном совещании, состоявшемся в Риме осенью 1954 г. Было решено не вносить радикальных изменений в программу Международной службы широты перед началом Международного геофизического года, но после его окончания вновь обсудить в свете новых результатов вопрос об инструментах и программах для службы широты.

Однако одно только изменение программы международных станций не может привести к существенному повышению точности данных о движении полюса. Более важно, чтобы при выводе координат полюса использовались данные всех систематических рядов широтных наблюдений. В первые годы деятельности Международной службы широты обсерватории, не входящие в эту службу, или, как их иногда называют, изолированные, давали относительно небольшую часть общего числа наблюдений. Поэтому можно было мириться с тем, что координаты полюса вычисляются только по наблюдениям международных станций. В настоящее время доля этих станций составляет только около трети общего числа широтных наблюдений. Однако схема вычисления координат полюса, принятая Центральным бюро Международной службы широты, составлена применительно к наблюдениям именно на станциях, имеющих общую программу, а для изолированных обсерваторий она непригодна.

Методом А. Я. Орлова такая задача решается вполне успешно. В качестве примера можно указать на определение координат полюса по наблюдениям на трех международных станциях, совместно с наблюдениями в Вашингтоне, Гринвиче и Пулковке, выполненное А. Я. Орловым.

Географическое размещение пунктов, в которых ведутся систематические широтные наблюдения, нельзя было признать удовлетворительными. До недавнего времени все широтные обсерватории СССР находились в пределах от $2^h 1^m$ до $4^h 28^m$ по долготе, в то время как дальше на восток, до берегов Тихого океана, не было ни одной широтной станции. Поэтому советские астрономы настойчиво добивались создания широтных станций в Сибири. Благоприятные обстоятельства для осуществления этого мероприятия сложились в связи с подготовкой к Международному геофизическому году. Одним из основных затруднений было отсутствие инструментов для новых станций. Ныне это затруднение преодолено благодаря тому, что отечественная промышленность освоила изготовление зенит-телескопов нового типа. Техническое задание для этого инструмента было разработано в Пулковской обсерватории В. И. Сахаровым и И. Ф. Корбутом; его основные характеристики: диаметр объектива 180 мм, фокусное расстояние 2360 мм. Отсчеты микрометра и уровней могут проводиться как визуально, так и фотографически. Первый экземпляр нового инструмента — для Пулковской обсерватории — выпущен к 250-летию Ленинграда; инструмент был назван ЗТЛ-180, что означает зенит-телескоп ленинградский с диаметром объектива 180 мм (заводское обозначение инструмента АПМ-2).

В связи с Международным геофизическим годом было изготовлено шесть таких инструментов для обсерваторий в Пулковке, Москве (ГАИШ), Казани (АОЭ), Китабе, Иркутске и для новой Дальневосточной станции в Благовещенске. Позже было выпущено еще два ЗТЛ-180 для вновь организуемой широтной станции в Тяньцзине (Китайская Народная Республика) и для Международной выставки в Брюсселе (Бельгия).

Уже первые месяцы испытания ЗТЛ-180 на практике дали вполне обнадеживающие результаты; можно считать, что советские астрономы получили превосходный инструмент для широтных наблюдений.

Созданием Благовещенской широтной станции, построенной Пулковской обсерваторией в 1957 г., было завершено дело организации широтных наблюдений на Дальнем Востоке, начатое еще в 30-х годах А. Я. Орловым и теперь доведенное до конца при участии его сына Б. А. Орлова. Регулярные наблюдения на ней начались в феврале 1959 г.

Важнейшее значение имеет также организация широтных наблюдений в Астрономической обсерватории Иркутского университета, где подобные работы велись в 30-х годах В. К. Абольдом с малым зенит-телескопом Бамберга. Иркутская обсерватория расположена на одной параллели с обсерваторией в Боровце около Познани (Польша). Обе обсерватории договорились вести наблюдения по одной программе, что представляет ряд преимуществ для изучения движения полюса.

Кроме Полтавы, параллельные наблюдения на двух инструментах теперь организованы еще в трех пунктах: Пулкове, Китабе и на Астрономической обсерватории им. Энгельгардта. Наконец, в Пулковской обсерватории и Государственном астрономическом институте им. Штернберга установлены фотографические зенитные трубы, с помощью которых также будут проводиться определения широты. Дополнительные данные для вывода координат полюса могут быть получены из наблюдений мир, служащих для проверки азимута меридианных инструментов. Б. А. Орлов воспользовался с этой целью наблюдениями в Пулковской и Капской обсерваториях. Его опыт оказался удачным, в связи с чем возникла мысль о постановке специальных рядов азимутальных наблюдений. Такие наблюдения организуются Полтавской обсерваторией.

Прежде чем использовать результаты наблюдений на изолированных обсерваториях в качестве исходных данных при выводе координат полюса, нужно уменьшить, насколько возможно, влияние ошибок склонений наблюдаемых звезд. Определять указанные ошибки обычно приходится из самих широтных наблюдений. Против цепного метода, который чаще всего используется для этой цели, делались возражения на том основании, что полное исключение систематических ошибок склонений с его помощью невозможно. Это, конечно, правильно, но не столько существенно, как кажется на первый взгляд. Если остаточные ошибки склонений малы, то при большом числе станций их влияние на координаты полюса будет совершенно незначительным. Вопрос, следовательно, заключается в том, в какой мере удастся уменьшить ошибки склонений на основании данных самих широтных наблюдений. Исследование В. Р. Берга дает на этот вопрос обнадеживающий ответ: система склонений, полученных цепным методом, оказывается почти совпадающей с системой FK3. Подробным изучением этого вопроса недавно занялась К. С. Мансурова. Она пришла к следующему выводу: в тех случаях, когда удастся определить систему склонений, полученных из самих широтных наблюдений, эта система оказывается близкой к системе FK3; однако такое определение не всегда оказывается осуществимым практически.

Число звезд, взятых непосредственно из FK3, в широтных программах обычно так мало, что определить по ним систематические ошибки склонений не удастся. Поэтому приходится делать сравнение не прямо, а через посредство каталога GC. Но тогда возникают новые затруднения: случайные ошиб-

ки этого каталога с течением времени увеличиваются и теперь уже возросли настолько, что выявить систематический ход при относительно небольшом числе сравниваемых звезд оказывается невозможным. Что же касается случайных ошибок склонений, определенных из самих широтных наблюдений, то они, как это видно из работ С. В. Дроздова, могут быть сведены до немногих сотых долей секунды.

Другой способ определения склонений звезд широтных программ состоит в том, что наблюденные широты сравниваются с найденными по координатам полюса Международной службы широты, а полученные систематические разности уничтожаются с помощью поправок к тем исходным склонениям, с которыми первоначально были вычислены широты. Однако этот способ не может дать результатов, полностью независимых от предварительных данных о движении полюса, а эти данные основываются только на материалах наблюдений нескольких международных широтных станций. Поэтому, чтобы улучшить указанные данные путем привлечения наблюдений на изолированных обсерваториях, предпочтительнее пользоваться первым способом, т. е. находить для каждой обсерватории поправки склонений только из наблюдений на данной обсерватории.

Мнение о том, что деятельность Международной службы широты может и должна быть существенно улучшена, получает в последнее время все более и более широкое распространение и среди зарубежных ученых. Пути такого улучшения уже были намечены советскими учеными. Но так как положение оставалось прежним, то для быстрого обеспечения служб времени достаточно надежными данными о движении полюса пришлось организовать советскую службу широты, независимую от международной.

Осуществление этого мероприятия сделалось возможным благодаря тому, что в 1951 г. А. Я. Орлов предложил простой способ определения координат полюса по наблюдениям на одной станции. В этом способе принимается, что движение полюса складывается из двух основных составляющих с постоянными периодами: годового движения по эллипсу, не изменяющему ни своего положения, ни формы, и свободного кругового движения с периодом 1,2 года. Радиус окружности, которую описывает полюс в свободном движении, изменяется медленно, так что приближенно можно принимать, что в течение одного периода этот радиус остается постоянным. Величину его легко определить из наблюдений только на одной станции. Действительно, если исключить из наблюдений годовую составляющую, то амплитуда оставшейся 14-месячной волны будет как раз равна названному радиусу. Широта достигнет максимального значения в тот момент, когда полюс в своем движении придет на меридиан места наблюдения. Этот момент можно определить путем гармонического анализа 14-месячных колебаний и тем самым найти вторую величину, характеризующую свободное движение полюса — начальную фазу.

Хотя способ А. Я. Орлова не является вполне строгим, он позволяет получать данные о движении полюса с такой точностью, которая достаточна для введения поправок за это движение при обработке результатов определения времени. В 1953 г. в Полтавской обсерватории были начаты систематические вычисления предварительных координат полюса методом А. Я. Орлова по данным наблюдений в Пулкове, Китабе, на обсерватории им. Энгельгардта и в самой Полтаве.

Подобное же мероприятие было проведено позже в международном масштабе. В 1956 г. по решению IX съезда Международного астрономического союза была организована так называемая срочная служба широты, т. е. вычисление и быстрая рассылка предварительных координат полюса. Эта работа была поручена Центральному бюро Международной службы широты и Международному бюро времени. Но поскольку старые разногласия по основным вопросам методики вычисления координат полюса не были устранены, приходилось продолжать работу советской службы широты по независимому выводу предварительных координат полюса*.

Для практических нужд обычно достаточно иметь приближенные данные о движении полюса. Наоборот, при решении некоторых геофизических задач к точности и надежности этих данных предъявляются очень высокие требования.

Основными составляющими движения полюса являются, как было отмечено, 14-месячная и годовая. Траектория 14-месячного движения зависит от формы эллипсоида инерции Земли. А. Я. Орлов воспользовался указанной зависимостью для выяснения вопроса о неравенстве главных экваториальных моментов инерции Земли.

Период свободного движения полюсов зависит от механических свойств Земли. Сравнение теоретического значения этого периода, вычисленного на основе тех или иных представлений о внутреннем строении Земли, с его наблюдаемым значением может служить критерием при оценке достоверности этих представлений. Из-за трудности строгого теоретического расчета до сих пор обычно рассматривались простейшие модели Земли. Применяв методы численного решения дифференциальных уравнений, М. С. Молоденский преодолел эти трудности. Его исследованием завершается обширный ряд работ, посвященных решению статической задачи о приливных деформациях Земли. На очередь становится проблема динамического влияния ядра Земли на ее вращательное движение.

Основной причиной годового движения полюса является, по-видимому, сезонный перенос воздушных масс. Н. Л. Бызова получила уравнения этого движения по многолетним данным о сезонных колебаниях барометрического давления, причем она учитывала только влияние изменений центробежных моментов инерции Земли, обусловленных этими колебаниями. Позже Н. Н. Парийский показал, что некоторое влияние на годовое движение полюса оказывают также сезонные изменения относительного момента количества движения атмосферы. Результаты расчетов Н. Л. Бызовой удовлетворительно согласуются с тем, что получил А. Я. Орлов из анализа данных о движении полюса.

Однако до настоящего времени не удалось проверить предположение о том, что изменения амплитуды и фазы свободного движения полюсов вызываются отклонениями сезонного хода метеорологических явлений в отдельные годы от среднего за много лет. Попытка определить затухание в движении полюса также не дала достоверных результатов. Объясняется это главным образом тем, что координаты полюса еще не обладают точностью, необходимой

* В конце 1958 г. Международное бюро времени перешло к вычислению данных о движении полюса в той же системе координат, что и советская служба широты.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

для выявления таких тонких эффектов. Из-за этого трудно бывает решить, представляют ли собою отдельные аномалии в движении полюса результат влияния реального возмущающего фактора или просто следствие систематических ошибок наблюдений.

По-видимому, нельзя приписывать полностью годовую волну в неполярных колебаниях широты влиянию систематических ошибок склонений наблюдаемых звезд. В обзорной монографии А. Е. Филиппова (1956) последовательно рассматриваются другие возможные причины появления указанной волны. Однако от каких-либо определенных выводов он воздерживается, и это вполне понятно, так как сами данные о годовой неполярной составляющей колебаний широты еще очень ненадежны и противоречивы. Источником систематических ошибок здесь могут быть ошибки координат полюса, по которым вычислялась полярная составляющая колебаний широты. Из изложенного видно, насколько важно существенно повысить точность данных о движении полюса. Теперь есть все основания надеяться, что это можно будет сделать в ближайшие годы. В связи с проведением Международного геофизического года широтные наблюдения организованы в ряде новых пунктов, выбранных так, чтобы общее расположение широтных станций по долготе стало более равномерным. На уже действующих станциях в строй вступают новые инструменты. Остается теперь правильно использовать весь обширный материал наблюдений при выводе координат полюса.

В комплексе работ по исследованию колебаний широт наиболее трудоемкую часть составляют наблюдения и их первичная обработка. Из всех астрометрических наблюдений именно широтные требуют от наблюдателей наибольшей дисциплины, выдержки и трудолюбия. Эти качества наших астрономов-наблюдателей обеспечили важнейшие успехи советской науки в деле изучения колебаний широты и движения полюсов Земли; они же являются надежной основой успехов в дальнейшей работе.

Е. П. ФЕДОРОВ, А. П. ЦАПОВА

О ПРИВЕДЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕЖДУНАРОДНОЙ СЛУЖБЫ ШИРОТЫ В ЕДИНУЮ СИСТЕМУ*

На состоявшемся в сентябре 1957 г. в Торонто 11-м съезде Международного геодезического и геофизического союза была принята следующая резолюция: «Секция III Международной геодезической ассоциации, считая, что приведение результатов Международной службы широты в единую однородную систему необходимо для решения некоторых проблем астрономии, геодезии и геофизики, особенно для исследования векового движения среднего полюса, выражает пожелание, чтобы была продолжена программа работ доктора П. Мелькиора, имеющая целью приведение координат полюса к однородной системе».

Принятие такого решения нужно, конечно, всячески приветствовать: почти через 60 лет после организации Международной службы широты (МСШ) необходимость приведения ее результатов в единую систему получила, наконец, признание такого авторитетного объединения ученых, как Международная геодезическая ассоциация. Неоднородность результатов МСШ вызвана тем, что, во-первых, программа Международной службы широты несколько раз менялась и при обработке каждого цикла наблюдений склонения и собственные движения выводились заново без достаточной связи с предыдущими циклами. Во-вторых, не все станции вели наблюдения непрерывно. В-третьих, менялись методы вычисления координат полюса. Наконец, неоднородность координат полюса вызывается влиянием местных изменений широты, если они различны для разных станций.

Следовательно, под приведением результатов МСШ в единую систему нужно прежде всего понимать перевычисление всех широт со склонениями и собственными движениями, полученными в какой-либо единой системе. Такая работа была выполнена Т. Гаттори. Он обработал наблюдения на станциях Карлофорте, Мидзусава и Юкайя с 1899 по 1939 г., пользуясь склонениями, взятыми непосредственно из GC [1]. К сожалению, Гаттори не опубликовал непосредственных результатов этой обработки, т. е. значений широт упомянутых станций. Ввиду больших систематических и случайных ошибок склонений GC сомнительно, чтобы эти результаты получались достаточно хорошими.

* Труды 14-й Астрометрической конференции СССР: (Пулково, 23—25 авг. 1956 г.). — М.; Л., 1960.

Более многообещающим представляется предположение, выдвигавшееся сперва Х. Кимурой, а затем Л. Карнера и Дж. Чеккини: определение склонений всех звезд, когда-либо входивших в программу Международной службы широты, должно быть выполнено с помощью меридианных инструментов и полученные результаты затем использованы для новой редукции наблюдений на международных станциях. На Брюссельском съезде Международного геофизического и геодезического союза в 1951 г. Уккльская обсерватория предложила взять на себя первую часть этой работы. Сводный список звезд был составлен Л. Карнера; позже этот список был дополнен звездами, вошедшими в программу Международной службы широты в 1955 г. Наблюдения в системе FK3R были начаты Д. Беком и П. Мелькиором в ноябре 1952 г. и закончились в мае 1957 г. Каждая звезда наблюдалась на меридианном круге обсерватории в Уккле от 5 до 8 раз при каждом положении трубы.

Некоторое недоумение вызывает конец приведенной выше резолюции, где говорится, что программа работ П. Мелькиора имеет целью приведение координат полюса к однородной системе. Дело в следующем: если иметь в виду только эту цель, то вообще нет необходимости как-либо исправлять склонения звезд международной программы. Хорошо известно, что ошибки принятых склонений практически не оказывают никакого влияния на координаты полюса, поскольку все международные станции наблюдают одни и те же звезды.

Далее, в 1950 г., журнал «Bulletin géodésique», являющийся как раз официальным органом Международной геодезической ассоциации, констатировал, что вопрос о единой системе координат полюса, собственно говоря, уже решен. Вот что было указано в редакционном предисловии к статье по этому вопросу директора Центрального бюро Международной службы широты Чеккини [2]. «Издатель «Bulletin géodésique» обращает внимание читателей на исключительную важность статьи проф. Чеккини о вариациях широт и движений полюса Земли, опубликованной ниже. Автор после тщательного исследования масштабов микрометрических измерений вновь пересматривает все наблюдения, выполненные с 1900 г., и приходит к выводу о том, что широта станции Мидзусава уменьшилась на $0''.120$ в промежутке между 1911 и 1925 г., а широта Китаба увеличилась на $0''.070$ за время от 1934 до 1949 г. Можно считать, что остальные станции сохраняют свои средние широты неизменными. Весьма тщательные исследования побудили автора сделать попытку объединить различные системы, к которым за последние 50 лет были отнесены отдельные участки траектории полюса. Общий вывод сводится к доказательству почти абсолютной неподвижности среднего полюса для периода 1900—1935 гг. и его тенденции к смещению в западном направлении в последующие годы».

Указанные выводы Чеккини и явились основой для приведения всех данных о движении полюса к некоторой общей системе, названной Чеккини «системой барицентра полудии 1900—1905 гг.».

Но если такое приведение уже выполнено и, как считает редакция «Bulletin géodésique», выполнено вполне удачно, то не понятно, зачем понадобилось вновь поднимать вопрос о важности приведения координат полюса в единую систему и даже выносить по этому поводу специальное решение.

В действительности выводы Чеккини нельзя признать обоснованными. Скорее, их приходится считать явно ошибочными. Хотя это уже было разъяснено сперва А. Я. Орловым [3], а позже Н. И. Панченко (статья находится в печати), мы все же кратко остановимся на ошибочности выводов Чеккини.

Широту станции, полученную по наблюдениям какой-либо группы звезд, можно представить формулой

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i + a_i x + b_i y + z - \Delta\delta + \xi_i, \quad (1)$$

где $\bar{\varphi}_i$ — начальная широта, т. е. произвольно взятая постоянная величина, которую обычно выбирают с таким расчетом, чтобы разности $\varphi_i - \bar{\varphi}_i$ были по возможности малыми числами: $a_i = \cos \lambda_i$, $b_i = \sin \lambda_i$; x , y — координаты полюса; z — общее для всех станций неполярное изменение широты; $\Delta\delta$ — поправка принятого склонения центра группы и ξ_i — местное неполярное изменение широты. Из достаточно длинного ряда значений φ_i можно с помощью различных комбинаций исключить периодические составляющие изменений широты и таким путем выделить непериодическую часть, т. е. изменения средней широты. Если определить значения средней широты для двух каких-либо эпох t_1 и t_2 и взять разность этих значений, то мы получим

$$\Delta\varphi_i = a_i \Delta x + b_i \Delta y + \Delta D + \Delta\xi_i. \quad (2)$$

Здесь $\Delta\varphi_i$ — изменение средней широты; Δx , Δy — проекции перемещения среднего полюса на координатные оси; ΔD — разность ошибок склонения центра системы наблюдаемых звезд и $\Delta\xi_i$ — местное изменение средней широты.

Допустим, что мы имеем четыре станции, для которых из наблюдений получены изменения средней широты. Тогда мы можем составить систему из четырех уравнений вида (2), но решение этой системы окажется невозможным, поскольку она будет содержать 7 неизвестных: Δx , Δy , ΔD , $\Delta\xi_1$, $\Delta\xi_2$, $\Delta\xi_3$, $\Delta\xi_4$. Необходимо, следовательно, ввести какие-либо дополнительные условия.

Описанная задача и стояла перед Чеккини, когда он занялся вопросом о приведении данных о движении полюса в единую систему.

Для определения смещения среднего полюса за время с 1911 по 1923 г. он воспользовался следующими данными об изменениях средних широт станций Мидзусава, Карлофорте, Гейтерсберг и Юкайа, заимствованными у Кимуры [4, с. 232]:

$$\Delta\varphi_M = -0''.205,$$

$$\Delta\varphi_C = -0''.085,$$

$$\Delta\varphi_G = -0''.082,$$

$$\Delta\varphi_U = -0''.088.$$

Как уже было отмечено, этих данных недостаточно для определения всех неизвестных; нужны еще по крайней мере три дополнительных условия. Чеккини принимает, что

$$\Delta\xi_C = \Delta\xi_G = \Delta\xi_U = 0,$$

т. е. допускает, что изменения средних широт станций Карлофорте, Гейтерсберг и Юкайа были вызваны только изменениями системы склонений. Отку-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

да это следует, Чеккини не поясняет. Но если такое допущение сделано, то система уравнения вида (2) будет, разумеется, иметь точное решение. Действительно, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi_M &= \Delta\xi_M - 0.779\Delta x - 0.628\Delta y + \Delta D, \\ \Delta\varphi_C &= +0.990\Delta x - 0.145\Delta y + \Delta D, \\ \Delta\varphi_G &= +0.222\Delta x - 0.975\Delta y + \Delta D, \\ \Delta\varphi_U &= -0.548\Delta x - 0.837\Delta y + \Delta D, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

т. е. четыре уравнения с четырьмя неизвестным: $\Delta\xi_M$, Δx , Δy , ΔD . Из этих уравнений следует

$$\Delta\xi_M = \Delta\varphi_M - 1.133\Delta\varphi_C + 2.568\Delta\varphi_G - 2.435\Delta\varphi_U, \quad (4)$$

и после подстановки значений известных величин мы получаем

$$\Delta\xi_M = -0''.106.$$

Это число несколько отличается от найденного Чеккини; у него получилось

$$\Delta\xi_M = -0''.120,$$

так как он взял из трех станций одно и то же изменение средней широты, именно

$$\Delta\varphi_C = \Delta\varphi_G = \Delta\varphi_U = 0''.085.$$

Понятно, что мы получили бы настолько же строгое решение, если бы допустили, что смещается какая-либо другая станция, а три остальные, в том числе Мидзусава, сохраняют неизменное положение. Более того, можно ввести какие угодно другие дополнительные соотношения между местными изменениями средних широт четырех рассматриваемых станций и, таким образом, получить сколь угодно много решений системы уравнений (2). Чеккини это не отрицает и чтобы показать, что из множества возможных решений он выбрал наиболее достоверное, обращается к анализу последующих наблюдений.

Он подтверждает свои выводы сопоставлением средних арифметических из широт, полученных сперва по наблюдениям 1900—1905 г., а затем 1949 г. Мы приводим эти величины в табл. 1 (целые градусы и минуты опущены).

Если подставить значения разностей из табл. 1 в уравнение (4), то мы найдем

$$\Delta\xi_M = -0''.118.$$

Согласие с предыдущим результатом превосходное, что, как писал А. Я. Орлов, «по нашим правилам, подозрительно; такие совпадающие результаты нужно проверять и проверять».

Т а б л и ц а 1

Широтная станция	1900—1905 гг.	1949 г.	Разность
Мидзусава	3''.602	3''.392	-0''.210
Карлофорте	8 .941	8 .982	+0 .041
Гейтерсберг	13.202	13.247	+0 .045
Юкайа	12.096	12.087	-0 .009

Проверка показывает, что мы имеем дело как раз со случайным совпадением чисел. Чеккини был введен в заблуждение этим совпадением, счел его за подтверждение своих выводов об изменении средней широты Мидзусавы. На самом же деле, если бы эти выводы были правильны, то два значения $\Delta\xi_M$, приведенные выше, не должны были бы совпадать.

Дело в том, что второе значение получено в результате принципиально ошибочных вычислений. Совершенно очевидно, что разности, стоящие в последней графе табл. 1, не представляют собой изменений средних широт за время с 1905 по 1949 г. просто потому, что числа предыдущей графы не равны средним широтам для 1949 г. Это средние арифметические из наблюдаемых широт, полученные в течение одного года. Понятно, что при осреднении за такое время влияние периодических колебаний широты не исключается.

Почему Чеккини выбрал наблюдения 1949 г. в качестве исходного материала для своих вычислений, он нигде не поясняет. Мы не можем представить себе другого объяснения, как только то, что именно в начале этого года Чеккини возглавил Центральное бюро Международной службы широты и приступил к дискуссии результатов наблюдений*. Если бы он подождал, пока накопится более обширный материал, и применил правильный метод определения средней широты, не произошло бы того совпадения двух чисел, о котором мы указали выше. А именно это совпадение и послужило основанием для приведения всех данных о движении полюса к барицентру полодии 1900—1905 г., приведения принципиально неправильного, внесшего ошибки не только в результаты Международной службы широты, но и Международного бюро времени. Остается повторить, что можно получить сколь угодно много решений системы (2) и признать, что у нас нет оснований предпочесть какое-либо из этих решений другим.

Итак, попытку Чеккини привести в единую систему данные о движении полюса, полученные Международной службой широты за все время ее деятельности, нужно признать неудавшейся**. Поскольку получить достоверные данные о вековом движении полюса по наблюдениям на международных станциях нельзя, приходится пока ограничиваться только выводом периодической составляющей этого движения.

Эту мысль на протяжении многих лет развивал и отстаивал А. Я. Орлов***. Работы его слишком хорошо известны, чтобы было необходимо здесь на них останавливаться. Отметим только, что опубликованные А. Я. Орловым [3] и

* Эта догадка подтвердилась. В своем отчете 10-му съезду МАС Чеккини писал: «Когда в 1949 г. мне было поручено Центральное бюро МАС, я счел необходимым немедленно зафиксировать систему начальных широт для пяти функционировавших тогда станций» [5].

Там же он признал, что полученные им для 1949 г. средние арифметические не являются средними широтами. Теперь он называет их начальными широтами (*latitudini iniziali*). В работе [2], например, в табл. X они назывались средними широтами (*latitudini medie*), и, что особенно важно, Чеккини пользовался этими величинами именно как средними широтами при дискуссии вопроса о вековом движении полюса.

** По-видимому, теперь Чеккини сам пришел к такому же выводу. Так, в предложениях, представленных комиссии № 19 МАС, он прямо признает «невозможность связать с достаточной точностью различные полодии из-за неточности «местных вариаций», которым подвержены пункты наблюдений» [5].

*** На 10-м съезде МАС эта идея А. Я. Орлова получила официальное одобрение: съезд рекомендовал при выводе координат полюса предварительно исключать из данных наблюдений медленные изменения широты.

продолженные Н. И. Панченко [6] ряды значений x и y представляют собой действительно однородные данные о периодическом движении полюса Земли. Именно эти работы, а не Чеккини, дают единственно возможное в настоящее время решение задачи о приведении координат полюса в общую систему.

Напомним еще раз, что для решения этой задачи нет никакой необходимости в переработке наблюдений на международных станциях с новыми значениями склонений и собственных движений, полученными в какой-либо общей системе. Но такая переработка, безусловно, имеет большой смысл в связи с изучением неполярных изменений широты, как периодических, так и медленных. В связи с этим план П. Мелькиора заслуживает полного одобрения. Действительно, перевычисление широт международных станций со склонениями, полученными из меридианных наблюдений, представляет значительный интерес; особенно ценные материалы оно может дать для исправления ошибок в принятых значениях цены оборота винта окулярного микрометра на каждой из станций Международной службы широты.

Однако это не единственный возможный путь решения задачи. Результаты наблюдений МСШ можно привести в единую систему, не привлекая каких-либо дополнительных данных, а пользуясь только самими этими результатами.

Известно, что Центральное бюро МСШ было вынуждено несколько раз менять программу наблюдений главным образом в связи с тем, что из-за влияния прецессии зенитные расстояния центров некоторых групп с течением времени значительно возрастали и в этих группах нарушалась компенсация ошибок, связанных с неточностью принятой цены оборота винта окулярного микрометра. Чтобы восстановить эту компенсацию, приходилось заменять некоторые пары новыми. При этом, как правило, стремились к тому, чтобы число таких замен было минимальным, т. е. чтобы старая и новая программы имели возможно большее число общих пар. Благодаря этому некоторые пары удерживались в программе МСШ довольно долгое время. Например:

ряд <i>A</i>	26 пар	наблюдались	непрерывно	с 1900 по 1934 г.
» <i>B</i>	27 »	»	»	с 1900 по 1922 г.
» <i>C</i>	21 »	»	»	с 1906 по 1934 г.

Этими «стержневыми» рядами пар и можно воспользоваться для приведения всех наблюдений МСШ с 1900 по 1934 г. к единой системе.

Покажем на примере, как это можно сделать. Возьмем наблюдения на станции Мидзусава с 1900 по 1922 г., охватывающие три отдельных цикла. Ранее одним из авторов в связи с изучением нутации по данным наблюдений на станциях Карлофорте, Мидзусава и Юкайя была для каждого года наблюдений и каждой пары вычислена величина

$$F = 0.402C + 0.302M + 0.296U, \quad (5)$$

где C , M , U — средние за каждый год значения широты, полученные по наблюдениям данной пары на каждой из упомянутых выше станций соответственно [7]. Величина F не зависит от движения полюса. Ее изменения не зависят и от годовых неполярных колебаний широты, поскольку средний момент наблюдений пары приходится каждый год приблизительно на одну и ту же долю года.

Упомянутые колебания влияют так же, как ошибки склонений: они будут давать некоторую постоянную, входящую в величину F . Для различных пар эта постоянная будет, разумеется, иметь разные значения. Мы можем пред-

ставить F в форме линейной функции времени так:

$$F = x + y(t - t_0), \quad (6)$$

где t — эпоха наблюдений, t_0 — некоторая начальная эпоха, и определить x и y по способу наименьших квадратов. Если для различных пар получаются разные значения x , это можно объяснить как ошибками принятых значений начальных склонений, так и различным влиянием годовой неполярной составляющей, о котором мы уже упоминали выше. Так же ошибками принятых собственных движений объясняются различия в значениях y .

Чтобы исключить указанные ошибки, мы поступили следующим образом. Для 53 пар, входящих в ряды A и B , были образованы средние всех значений x_i , которые обозначили через \bar{x} . Разность $\bar{x} - x_i$ можно рассматривать как приведение склонения i -й пары к центру системы выбранных нами 53 пар, имея в виду, что в эту разность входят также поправки за влияния годового неполярного члена в колебаниях широты. Таким же образом разность между средним значением $\bar{y} - y_i$ можно принять за поправку собственного движения i -й пары. Значит, введя в наблюдаемые значения широты поправки

$$\Delta\delta_i - z + (t - t_0)\Delta\mu = \bar{x} - x_i + (\bar{y} - y_i)(t - t_0), \quad (7)$$

мы редуцируем эти значения к единой системе склонений и собственных движений. После этого получение кривой колебаний широты уже не представит трудностей. Цепной метод применять не придется. Полученные нами значения $\bar{x} - x_i$ и $\bar{y} - y_i$ приведены в табл. 2. Кроме поправок вида (7) в исходные данные были введены еще некоторые другие, полученные в ходе подготовительных вычислений для определения главных членов нутации, в частности поправка за неточность принятого значения цены оборота винта окулярного микрометра [7]. Таким образом были получены исправленные значения широты по наблюдениям каждой из 53 пар, а затем и групповые средние, пользуясь которыми мы построили общую кривую изменений широты станции Мидзусава с 1900 по 1922 г.

Вычисления по такой же точно схеме были далее сделаны для цикла 1906—1934 гг. Затем обе кривые были объединены в одну. Не останавливаясь на подробностях этого этапа вычислений, отметим только, что при их выполнении нам приходилось определять изменения средней широты, применяя к различным рядам наблюдений методы А. Я. Орлова и П. Мелькиора.

На рисунке графически представлены окончательные данные об изменении средней широты станции Мидзусава, полученные Дж. Чеккини [2], А. Я. Орловым [3], Е. И. Обрезковой [8] и нами. График, построенный по данным Чеккини, как это сразу видно, дает лишь грубо приближенное представление об общем ходе изменений средней широты станции Мидзусава и не в коей мере не показывает существенных особенностей рассматриваемого явления. Однако ошибочность выводов Чеккини обусловлена не столько указанным обстоятельством, сколько тем, что он рассматривает замеченное им уменьшение средней широты станции Мидзусава как чисто неполярное, локальное изменение и в то же время не допускает существования такого рода изменений на трех международных станциях: Карлофорте, Гейтерсберг и Юкайа.

Приведения склонений и собственных движений к центру системы 53 пар, входящих в ряды А и В

Группа	Пара	$\bar{x} - x_i$	$\bar{y} - y_i$	Группа	Пара	$\bar{x} - x_i$	$\bar{y} - y_i$
I	2	-0".063	-0.0044	VII	50	+0".019	+0.0036
	3	- .036	- .0074		51	- .089	+ .0009
	5	- .010	- .0024	VIII	57	+ .155	+ .0060
	8	+ .055	- .0043		58	+ .104	+ .0062
II	9	- .120	+ .0020	61	+ .040	+ .0010	
	11	+ .183	- .0004	62	- .058	+ .0102	
	13	- .251	- .0048	64	+ .095	+ .0013	
	14	- .016	+ .0208	IX	67	+ .082	+ .0028
15	- .092	- .0013	70		- .131	- .0005	
III	17	- .136	- .0019	71	+ .099	+ .0017	
	18	+ .088	- .0007	72	+ .012	- .0061	
	20	- .004	- .0134	X	73	- .058	+ .0061
	21	- .061	- .0003		74	+ .155	+ .0048
IV	22	- .010	+ .0056	76	+ .109	- .0020	
	23	+ .004	- .0027	77	+ .098	- .0019	
	25	- .021	- .0032	78	+ .064	+ .0020	
	26	- .151	- .0062	80	+ .022	+ .0105	
V	28	+ .060	+ .0045	XI	82	+ .034	+ .0007
	30	- .074	- .0004		83	+ .034	+ .0023
	32	- .054	- .0024	85	+ .091	+ .0118	
	35	+ .059	- .0005	87	+ .042	- .0020	
VI	36	+ .049	- .0029	XII	88	- .056	- .0132
	37	- .068	- .0037		89	+ .074	+ .0001
	39	- .071	- .0042		92	+ .117	- .0047
	40	- .022	0000		96	- .069	- .0059
VI	41	+ .124	+ .0004				
	44	+ .066	- .0048				
	47	+ .102	+ .0012				

Из рисунка видно, что общий ход изменений средней широты станции Мидзусава хорошо представляется следующим выражением, полученным А. Я. Орловым [3, с. 60]: $\varphi_m = 39^{\circ}8'3''.640 - 0''.006 (t - 1900.0)$.

Прежде чем нанести на рисунок кривую, построенную по данным Е. И. Обрезковой, мы ввели в эти данные поправку за переход к собственным движениям GC ($\Delta\mu = -0''.028$). Можно заметить, что полученная таким способом кривая все же несколько отличается от нашей, очевидно, вследствие некоторого систематического различия между собственными движениями, определенными нами путем анализа результатов МСШ, с одной стороны, и взятыми непосредственно из GC — с другой.

В ходе вычислений мы убедились в том, что отличие метода П. Мелькиора от метода А. Я. Орлова состоит главным образом в более сильном сглаживании данных об изменении средней широты: отдельные детали, обнаруживающиеся при вычислениях по методу А. Я. Орлова, исчезают, если пользоваться методом П. Мелькиора. Важно было бы знать, обуславливаются ли эти детали какими-либо эффектами систематического характера или они являются результатом накапливания случайных ошибок.



Изменение средней широты станции Мидзусава:

1 — по данным Дж. Чеккини, 2 — по данным А. Я. Орлова, 3 — по данным Е. И. Обрезковой, 4 — вычисленные по формуле П. Мелькиора после приведения мгновенных широт к общей системе склонений и собственных движений

Чтобы ответить на этот вопрос, мы построили кривые изменения средней широты отдельно по утренним и вечерним наблюдениям, которые совершенно не зависимы в отношении влияния случайных ошибок. Поэтому совпадение в ходе обеих кривых следует рассматривать как подтверждение того, что представляемые ими изменения средней широты вызываются именно эффектами систематического характера. Такой общий ход можно заметить не только у кривых, полученных по методу П. Мелькиора, но и в разностях «средняя широта по Орлову — средняя широта по Мелькиору», вычисленных отдельно по утренним и вечерним наблюдениям. Коэффициент корреляции между ними оказывается равным +0,51. Отсюда следует, что, применяя метод П. Мелькиора, мы сглаживаем и те небольшие флуктуации средней широты, которые надо считать реальными в том смысле, что они не являются результатом случайных ошибок.

Теперь мы можем сделать следующий вывод. Если нас интересует общий ход изменений средней широты за большой промежуток времени (несколько десятилетий), можно пользоваться сильно сглаживающим методом П. Мелькиора; в тех случаях, когда важно проследить за изменениями средней широты с возможно большими подробностями, нужно применять метод А. Я. Орлова. Если графически сгладить данные, полученные этим методом, мы придем практически к такому же результату, как с помощью метода П. Мелькиора, но со значительно меньшей затратой труда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Hattori T.* Japan, J. Astr. Geoph., **21**, 143, 1947.
- [2] *Cecchini G.* Bull. géod., **17**, 325, 1950.
- [3] *Орлов А. Я.* Служба широты. М., 1958.
- [4] *Res. Internat. Latitude Service*, **8**, Mizusawa, 1940.
- [5] *Cecchini G.* Relazione sull'Attività del Servizio Internat. delle Latitudini dal 1957.0 al 1958.3 presentata alla X Assemblea Generale dell'UAI, 1958.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

- [6] *Панченко Н. И.* Астрон. цирк., № 188, 1958.
[7] *Федоров Е. П.* Нутация и вынужденное движение полюсов Земли. Киев, 1958.
[8] *Обрезкова Е. И.* Астрон. цирк., № 161, 1955.

E. P. FEDOROV, A. P. TSAPOVA

ON THE REDUCTION OF ILS RESULTS TO A UNIFORM SYSTEM

Summary

At the 11th meeting of the IGGU (Toronto, 1957) a resolution was adopted, which stated that a unification of the results of the International Latitude Service is of great importance for Geodesy, Geophysics and Astrometry. This unification implies a new reduction of all the latitudes, using declinations and proper motions derived in a uniform system. H. Kimura, and later L. Carnera and G. Cecchini suggested that meridian re-observations of stars of all the ILS programs should be made for this purpose. These re-observations have been undertaken by the Uccle Observatory. The substitution of new declinations for those previously adopted will affect nonpolar latitude variations but not the motion of the pole, as the polar coordinates derived from observations of the International Stations are practically independent of any errors in the declinations. Therefore the meridian re-observation of latitude stars is also a problem of unification of the different systems to which the various paths of the pole have been referred in the last sixty years. With regards to this problem the Editor of the Bulletin Geodesique stated in 1950 that it had already been solved by Cecchini, who came to the conclusion that there had been a decrease of 0.120 in the mean latitude of Mizusawa between 1912 and 1923 and an increase of 0".070 in that of Kitab between 1934 and 1949. The other stations may be considered as having maintained an unchanged mean latitude.

This conclusion, however, is a result of the application of an inadequate method for the computation of the mean latitude. Contrary to the Editor of the Bulletin Geodesique, we think that Cecchini's attempt to unify the ILS data did not give a satisfactory result and that the problem still remains open.

So as to keep the mean zenith distances of the star groups within admissible limits the Central Bureau of the ILS was compelled to change the observing program five times during the 58 years since the establishment of the ILS. As a consequence of these changes the observations of the International Stations were broken into separate series. However each time a certain number of star-pairs from the substituted program were included in the new program. These pairs can be used for connecting the consecutive series.

First of all we found the mean of the observed latitude for each of these pairs and for each year. They are denoted by C , M and U respectively for the stations at Corloforte, Mizusawa and Ukiah. Then these values were combined and a new value F derived, which is independent of polar motion. The series of these values may be represented in the form (6), where x and y are different, for different pairs because of the errors of the declinations and proper motions. The mean of the individual values of x is denoted by \bar{x} , y by \bar{y} . Applying corrections (7), we can reduce all the latitudes obtained from observations of different pairs to a common system. The corrections $\bar{x} - x_i$ and $\bar{y} - y_i$ are given in table 2.

The above method was applied to the observations made at Mizusawa during 1900–1934. Both Orlov's and Melchior's methods were used for computing the variation of the mean latitude. It was found that they lead to very similar results. However with the Orlov method it is possible to derive more detailed information on the variation of the mean latitude.

Вопросы по докладу Е. П. Федорова и А. П. Цаповой

А. А. Михайлов. Не объясняется ли резкое изменение средней широты Мидзусавы сейсмическими явлениями?

Е. П. Федоров. Сопоставить данные изменений средней широты этой станции с землетрясениями не удалось.

Є. П. ФЕДОРОВ, І. І. ГЛАГОЛЄВА

ПРО ЗГЛАДЖУВАННЯ СПОСТЕРЕЖЕНЬ НАД КОЛИВАННЯМ ШИРОТ*

Проблема, розглядувана в даній статті, постала в зв'язку з виробленням критеріїв для оцінки якості спостережень над коливанням широт. Із загальних міркувань випливає, що ці коливання відбуваються плавно, без різких стрибків, а отже, графічно вони повинні бути зображені гладкою кривою без розривів і зламів. Таку криву звичайно будують так: окремі значення широти, одержані безпосередньо із спостережень, розбиваються на групи, і для кожної групи виводиться середнє арифметичне. Це можна зробити двома способами: або розподілити всі вихідні дані на групи, рівні за числом спостережень, або осереднити спостережувані широти за рівні проміжки часу. В першому випадку ми матимемо нормальні точки однакової ваги, але вони будуть нерівномірно розподілені щодо часу. В другому випадку одержимо рівновіддалені за часом нормальні точки, але вони матимуть різну вагу.

Якщо точки, одержані тим чи іншим способом, нанести на графік, то ми відразу переконаємося в тому, що провести через них гладку криву не можна через значний розкид, зумовлений випадковими похибками спостережень. Тому намагаються провести криву так, щоб вона була гладкою, і в той же час проходила по можливості близько від нормальних точок. Природно, що побудована таким чином крива буде в значній мірі довільною. Довільною буде й оцінка точності спостережень, якщо знаходити похибки нормальних значень за їх відхиленням від згладженої кривої. Щоб усунути цю довільність, треба ввести деяку кількісну міру «гладкості» кривої і міру її узгодження з вихідними даними спостережень. Ми зробимо так.

Нехай u_1, u_2, \dots, u_n — одержані із спостережень і підлягаючі згладжуванню величини, в нашому випадку — нормальні значення широти. Ми розглянемо той випадок, коли ці величини розподілені щодо часу рівномірно, але мають різну точність. Позначимо скорочено систему величин u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) символом $\{u\}$, а їх міри точності h_1, h_2, \dots, h_n — символом $\{h\}$. Нехай шукані згладжені значення u'_1, u'_2, \dots, u'_n утворюють $\{u'\}$. За міру гладкості кривої ми беремо величину

$$S = \sum_{m=1}^{n-3} (\Delta^3 u'_m)^2, \quad (1)$$

де $\Delta^3 u'_m = u'_{m+3} - 3u'_{m+2} + 3u'_{m+1} - u'_m$. За міру узгодження згладжених і спостере-

* Доповіді Академії наук Української РСР (Астрономія), 1962. — № 4.

жуваних значень приймаємо величину

$$F = \sum_{i=1}^n h_i^2 (u_i - u'_i)^2. \quad (2)$$

Тепер можна точно сформулювати задачу побудови гладкої кривої, яка найкраще задовольняє сукупність спостережуваних величин $\{u\}$, і одержати точний розв'язок цієї задачі. Для цього утворюємо величину

$$Q = \lambda^2 S + F, \quad (3)$$

де λ^2 — деяке довільне число, за допомогою якого встановлюється бажаний ступінь згладжування. Можна показати, що значення $\{u'\}$, за яких Q набуває найменшого значення, лежать на гладкій кривій, яка з найбільшою вірогідністю показує розглядуваний процес*. Множник λ^2 вибирається залежно від характеру процесу, що вивчається; в нашому випадку — від характеру коливання широти. Вибір цей до деякої міри довільний. Але оскільки метою розглядуваного способу є порівняння якості різних рядів широтних спостережень, досить мати для всіх порівнюваних рядів одне й те ж значення λ^2 , щоб усунути будь-яку довільність із результатів такого спостереження.

Величини $\{u'\}$, за яких Q набуває мінімального значення, знаходяться із умови

$$\frac{\partial Q}{\partial u'_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

Позначимо

$$\frac{h_i^2}{\lambda^2} = \varepsilon_i. \quad (5)$$

Тоді систему (4) можна записати так:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 u_1 &= (1 + \varepsilon_1) u'_1 - 3u'_2 + 3u'_3 - u'_4, \\ \varepsilon_2 u_2 &= -3u'_1 + (10 + \varepsilon_2) u'_2 + 12u'_3 + 6u'_4 - u'_5, \\ \varepsilon_3 u_3 &= -3u'_1 - 12u'_2 + (19 + \varepsilon_3) u'_3 - 15u'_4 + 6u'_5 - u'_6, \\ \varepsilon_4 u_4 &= -u'_1 + 6u'_2 - 15u'_3 + (20 + \varepsilon_4) u'_4 - 15u'_5 + 6u'_6 - u'_7, \\ \varepsilon_5 u_5 &= -u'_2 + 6u'_3 - 15u'_4 + (20 + \varepsilon_5) u'_5 - 15u'_6 + 6u'_7 - u'_8, \\ &\dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (6)$$

Розв'язання задач для рівноточних спостережень, коли всі h_i , а отже, й ε_i рівні між собою, наводиться в [1]. Кожне шукане значення u'_i виводиться за формулою

$$u'_i = k_0 u_i + k_1 (u_{i+1} + u_{i-1}) + \dots + k_m (u_{i+m} + u_{i-m}) + \dots,$$

де $k_0, k_1, \dots, k_m, \dots$ — деякі сталі коефіцієнти, які залежать від прийнятого ко-

* Доказ цього положення наведено в [1].

ефіцієнта згладжування ε (оскільки всі ε_i рівні між собою, індекс i тут опущено). Але оскільки в нашому випадку величини $\{u\}$ не є рівноточними, використати цю формулу безпосередньо ми не могли. Ми переконалися також в неможливості поширити метод обчислювання коефіцієнтів k_0, k_1, \dots , запропонований А. Ейткеном, на випадок нерівноточних нормальних значень. Таким чином, єдиним можливим способом знаходження n невідомих $\{u'\}$ є, очевидно, безпосереднє розв'язання системи n лінійних рівнянь (6).

Зрозуміло, що до введення в практику швидкодіючих лічильних машин цей спосіб був нездійсненним, і тому доводилося шукати побічні (непрямі) способи. Тепер у цьому немає потреби. Вважатимемо результати окремих визначень широт рівноточними. Тоді міра точності h_i будь-якого нормального значення u_i буде пропорційна числу спостережень N_i , за якими одержано це значення. А звідси випливає, що ε_i також повинно бути пропорційальне N_i . Тому при розв'язанні системи (6) кожному нормальному значенню треба надавати вагу p_i відповідно до міри точності цього значення або, що те ж саме, до числа спостережень N_i . Як це робити практично, найзручніше показати на прикладі, до якого ми й переходимо.

Для перевірки запропонованого способу згладжування ми взяли нормальні значення широти станції Річмонд, одержані для кожного тижня 1958 р. із спостережень на фотографічній зенітній трубі. Таким чином, треба було згладити 52 нормальних значення широти. Це завдання зводиться до розв'язання системи 52 рівнянь вигляду (6). Хоч будь-яке значення u'_i залежить від усієї сукупності вихідних значень $\{u\}$, основну роль відіграють п'ять-шість сусідніх з ними значень u_i . Тому, якщо згладжувати окремо два послідовні ряди спостережень, то крайні вирівняні значення завжди розходяться. Для забезпечення надійного зв'язку між згладженими кривими, одержаними за рядами спостережень, які йдуть один за одним, необхідно, щоб послідовності значень $\{u\}$ перекривались своїми кінцями. Ми додали до річного ряду п'ять нормальних точок з одного і з другого боку. Взагалі, кількість точок, що додаються, залежить від ступеня згладжування, але практично п'яти-семи значень буває цілком досить. Отже, для згладжування кожної річної серії спостережень ми повинні розв'язати систему 62 рівнянь з 62 невідомими.

Ми проводили обчислення на машині СЕСМ і «Київ» Обчислювального центру АН УРСР*. Для цих машин є стандартні програми розв'язання систем лінійних рівнянь методом наближених градієнтів. Програма для СЕСМ передбачає знаходження коренів системи високих порядків, у тому числі й 62 порядку. Матриця системи повинна задовольняти одну вимогу: елементи основної діагоналі повинні бути найбільшими. На машині «Київ» можна розв'язувати системи тільки 41 порядку, причому для елементів матриці системи повинна виконуватися умова $6n + m \leq 690$, де m — кількість ненульових елементів, n — число рівнянь.

Тому серію спостережень за рік можна згладжувати лише окремими частинами. Із 62 значень ми одержали чотири ряди, які частково перекриваються, по 26 значень в кожному. Число систем, таким чином, збільшується в чо-

* Обчислення проводили співробітники Обчислювального центру АН УРСР Л. В. Шевело, В. Д. Рогач і А. С. Ліпман.

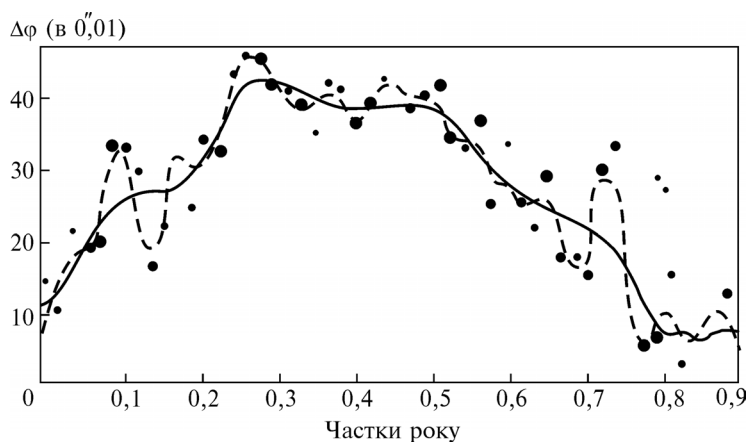
ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

тири рази. Проте розв'язування кожної системи 26 рівнянь забирає всього 10—15 хв, а 4 — близько години, що значно швидше, ніж розв'язування однієї системи 62 порядку на машині СЕСМ.

У кожену нормальну точку ввійшло від 15 до 150 визначень широти. Всі нормальні точки ми розділили на чотири вагові групи так:

Вага	N_i
1	Менше 50
2	Від 50 до 85
3	Від 85 до 120
4	Понад 120

Ми згладили взятий ряд спостережень з чотирма різними коефіцієнтами згладжування. З цією метою для одиначної ваги поставили у відповідність чотири значення $\varepsilon(1)$: 0,01; 0,1; 1 і 5. Тоді для нормальних точок з вагою 2, 3, 4 значення ε відповідно $2\varepsilon(1)$, $3\varepsilon(1)$, $4\varepsilon(1)$. Результати згладжування для $\varepsilon(1) = 0,01$ і $\varepsilon(1) = 5$ зображені на рисунку. Добре видно, як впливає вибір ступеня згладжування на одержані результати. Із збільшенням $\varepsilon(1)$ «гладкість» кривої зменшується, а її узгодження з вихідними даними спостережень зростає. Питання про вибір найбільш відповідного значення $\varepsilon(1)$ і застосування описаного методу до оцінки точності широтних спостережень буде розглядатися в окремому повідомленні.



Згладжені криві коливання широти з $\varepsilon(1) = 0,01$ (суцільна лінія) і з $\varepsilon(1) = 5$ (штрихова лінія). Диаметри кіл пропорціональні вазі нормальних значень

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Уиттекер Е., Робінсон Г. Математична обробка результатів спостережень, ГТТИ, 1993.

Головна астрономічна
обсерваторія АН УРСР

Надійшло до редакції
31.X.1961 р.

Е. П. ФЕДОРОВ, И. И. ГЛАГОЛЕВА

О СГЛАЖИВАНИИ ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Резюме

При построении кривой колебаний широты приходится искать компромисс между двумя взаимно противоречивыми требованиями. С одной стороны, эта кривая должна быть гладкой, а с другой стороны, она должна согласоваться с исходными наблюдательными данными, которые имеют разброс из-за значительных ошибок наблюдений.

Пусть u_1, u_2, \dots, u_n — нормальные значения широты, которые даны через равные интервалы времени, а h_1, h_2, \dots, h_n — их меры точности. Эту последовательность нужно преобразовать в последовательность сглаженных значений u'_1, u'_2, \dots, u'_n . В качестве меры «гладкости» последней мы принимаем величину S , которая определена (1). Величина F , определенная посредством (2), используется как мера согласия $\{u'\}$ и $\{u\}$. Далее, согласно (3), образуем величину Q , где λ^2 — произвольный коэффициент. Придавая ему различные числовые значения, можно изменять степень сглаживания. Теперь с помощью уравнений (4) нужно вычислить $\{u'\}$. Эти уравнения можно переписать в форме (6), где каждое ε_i пропорционально числу индивидуальных наблюдений N_i , по которым получено нормальное значение u_i .

Для испытания описанного метода мы воспользовались широтными наблюдениями в Ричмонде за 1958 г., взяв нормальные значения для каждой недели. Результаты для двух степеней сглаживания показаны на графике. Все вычисления были выполнены на электронных машинах Вычислительного центра АН УССР.

E. P. FEDOROV, I. I. GLAGOLEVA

ON THE PROCESS OF SMOOTHING LATITUDE OBSERVATIONS

Summary

When plotting a curve representing the variation of latitude one has to deal with a question of balancing two conflicting requirements. On one hand, this curve should be smooth. On the other hand, it should fit the initial data obtained from observations which are scattered due to considerable observational errors.

Let u_1, u_2, \dots, u_n be normal values of latitude at equal intervals of time and h_1, h_2, \dots, h_n their measures of accuracy. This set should be transformed into another one of smoothing values u'_1, u'_2, \dots, u'_n . As a measure of the smoothing of the new set we adopt the value of S defined by (1). The value of F defined by (2) is used as a measure of consistency of the set $\{u'\}$ with the set $\{u\}$. Lastly, we form the value of Q according to (3) where λ^2 is an arbitrary coefficient. The degree of smoothing can be changed by giving to λ^2 various numerical values. Now $\{u'\}$ have to be calculated from equation (4) which may be written in the form (6) where each ε_i is proportional to a number of individual observations N_i combined into normal value u_i .

To test the above method we have used the latitude observations at the Richmond Observatory covering one year (1958) at weekly intervals. The results for two different degrees of smoothing are represented graphically. All computations have been carried out at the Computing Center of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR.

Е. П. ФЕДОРОВ

ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ КООРДИНАТ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ*

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При использовании данных о движении полюса в работах служб времени, геодезической практике и в некоторых геофизических исследованиях важно иметь оценку точности этих данных. Однако до последнего времени из-за малого числа широтных станций, по наблюдениям которых строилась полодия, было затруднительно получать такую оценку. Теперь, когда число обсерваторий, участвующих в службе движения полюса, значительно возросло, это затруднение, по-видимому, отпадает, поскольку большое количество исходных данных позволяет применить к их обработке методы математической статистики.

Однако для того, чтобы это стало действительно возможным, приходится ввести два упрощающие допущения. Исходными данными при определении координат полюса являются отклонения наблюдаемых широт φ от средних широт φ_0 , т. е. величины

$$u = \varphi - \varphi_0. \quad (1.1)$$

Обозначим через Mu математическое ожидание величины u . Мы будем считать разности

$$u - Mu$$

случайными независимыми величинами. В этом состоит первое допущение. Оно тем ближе к истине, чем более полно исключены из широтных наблюдений систематические ошибки, и оправдано лишь в том случае, когда ошибки принятых склонений наблюдаемых звезд малы.

Далее мы полагаем, что все ряды широтных наблюдений, которые используются при выводе координат полюса, имеют одинаковую точность в случайном отношении. Разумеется, в действительности это не так. Но данное допущение делалось до сих пор при всех без исключения определениях координат полюса (по способу наименьших квадратов), и пока не будем от него отказываться.

Ниже изложим способ оценки точности координат полюса, основанный на этих допущениях.

* Вращение Земли: Материалы расширенного пленума Комиссии по изучению вращения Земли Астрономического совета АН СССР (Киев, 10—13 апреля, 1962). — К.: Изд-во АН УССР, 1963.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ В ДВУХ ПУНКТАХ

Пусть для определения координат полюса используются наблюдения только в двух пунктах с долготами λ_1 и λ_2 . Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \sin \lambda_1 &= a_1, & \cos \lambda_1 &= b_1 \\ \sin \lambda_2 &= a_2, & \sin \lambda_2 &= b_2 \end{aligned} \right\}. \quad (2.1)$$

Координаты полюса x_{12} и y_{12} связаны с колебаниями широт этих пунктов u_1 и u_2 очевидными соотношениями:

$$\begin{aligned} b_1 x_{12} + a_1 y_{12} &= u_1, \\ b_2 x_{12} + a_2 y_{12} &= u_2. \end{aligned}$$

Отсюда

$$x_{12} = \frac{a_1 u_2 - a_2 u_1}{c_{12}}, \quad y_{12} = \frac{b_1 u_2 - b_2 u_1}{c_{12}}, \quad (2.2)$$

где

$$c_{12} = a_1 b_2 - a_2 b_1. \quad (2.3)$$

Введем обозначения для математических ожиданий величин u_1 и u_2 :

$$Mu_1 = \bar{u}_1, \quad Mu_2 = \bar{u}_2.$$

На основании принятого в предыдущем параграфе допущения дисперсии названных величин равны, а потому мы можем положить

$$M(u_1 - \bar{u}_1)^2 = M(u_2 - \bar{u}_2)^2 = \sigma^2. \quad (2.4)$$

Здесь не будем касаться возможности и способов непосредственного определения дисперсии σ^2 из самих широтных наблюдений и ограничимся установлением зависимости случайных ошибок координат полюса от ошибок наблюдаемых широт. Эта зависимость находится сразу же с помощью формул (1.1). Действительно, для дисперсий $D(x)$, $D(y)$ на основании этих формул имеем

$$D(x) = \frac{a_1^2 + a_2^2}{c_{12}^2} \sigma^2, \quad D(y) = \frac{b_1^2 + b_2^2}{c_{12}^2} \sigma^2. \quad (2.5)$$

Найдем теперь корреляционный момент координат полюса:

$$K = \frac{1}{c_{12}^2} M\{[a_1(u_2 - \bar{u}_2) - a_2(u_1 - \bar{u}_1)][b_2(u_1 - \bar{u}_1) - b_1(u_2 - \bar{u}_2)]\}.$$

Поскольку $u_1 - \bar{u}_1$ и $u_2 - \bar{u}_2$ — случайные независимые величины, то

$$M[(u_1 - \bar{u}_1)(u_2 - \bar{u}_2)] = 0,$$

а значит,

$$K = -\frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{c_{12}^2} \sigma^2. \quad (2.6)$$

Повернем оси координат на угол

$$\alpha = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}.$$

Легко убедиться в том, что корреляционный момент в новых осях $\xi\eta$ будет равен нулю. Дисперсии координат в этих осях находятся по известным формулам:

$$D(\xi) = D(x) \cos^2 \alpha + K \sin 2\alpha + D(y) \sin^2 \alpha,$$

$$D(\eta) = D(x) \sin^2 \alpha - K \sin 2\alpha + D(y) \cos^2 \alpha.$$

Подставим в эти формулы следующие значения функций угла:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - (b_1 b_2 - a_1 a_2)}{2}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + (b_1 b_2 - a_1 a_2)}{2},$$

$$\sin 2\alpha = a_1 b_2 + a_2 b_1,$$

а также значения дисперсий (2.5) и корреляционного момента (2.6). Тогда после несложных преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} D(\xi) &= \frac{1 - (a_1 a_2 + b_1 b_2)}{c_{12}^2} \sigma^2, \\ D(\eta) &= \frac{1 + (a_1 a_2 + b_1 b_2)}{c_{12}^2} \sigma^2, \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

или в другой форме

$$D(\xi) = \frac{1 - \cos(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin^2(\lambda_1 - \lambda_2)} \sigma^2, \quad D(\eta) = \frac{1 + \cos(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin^2(\lambda_1 - \lambda_2)} \sigma^2. \quad (2.8)$$

Если считать закон распределения ξ и η нормальным и ввести обозначения

$$D(\xi) = \sigma_\xi^2, \quad D(\eta) = \sigma_\eta^2, \quad (2.9)$$

то уравнение единичного эллипса рассеяния B_1 можно записать в канонической форме:

$$\frac{\xi^2}{\sigma_\xi^2} + \frac{\eta^2}{\sigma_\eta^2} = 1. \quad (2.10)$$

Мы видим, что полуоси этого эллипса равны средним квадратическим отклонениям величин ξ и η соответственно, и вероятность того, что полюс не выходит за его пределы, равна

$$P((x, y) \in B_1) = 1 - e^{-\frac{1}{2}} = 0,423.$$

Задавая любое допустимое значение вероятности P , мы можем теперь легко находить соответствующий этому значению эллипс рассеяния. Например, мы получаем, что с вероятностью, равной $\frac{1}{2}$, полюс находится внутри эллипса, одна из осей которого параллельна меридиану, делящему угол между мери-

дианами двух станций пополам, и равна

$$2,56 \frac{1 - \cos(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin^2(\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Длина другой оси будет

$$2,56 = \frac{1 + \cos(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin^2(\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Приходим к выводу, что ориентировка и форма единичного эллипса рассеяния зависят только от относительного расположения станций и средних ошибок наблюдений и не меняются при движении полюса.

В частном случае, когда $\lambda_1 - \lambda_2 = 90^\circ$ или 270° , эллипс рассеяния превращается в круг.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПОЛЮСА ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В ТРЕХ ПУНКТАХ

Беря станции попарно, мы получаем три точки с координатами x_{12} , x_{13} , x_{23} и y_{12} , y_{13} , y_{23} . Они вычисляются по формулам (2.2), в которых для каждой точки производится соответствующая замена индексов.

Дисперсии этих координат связаны со средней ошибкой следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} D(x_{12}) &= \frac{a_1^2 + a_2^2}{c_{12}^2} \sigma^2, & D(y_{12}) &= \frac{b_1^2 + b_2^2}{c_{12}^2} \sigma^2, \\ D(x_{13}) &= \frac{a_1^2 + a_3^2}{c_{13}^2} \sigma^2, & D(y_{13}) &= \frac{b_1^2 + b_3^2}{c_{13}^2} \sigma^2, \\ D(x_{23}) &= \frac{a_2^2 + a_3^2}{c_{23}^2} \sigma^2, & D(y_{23}) &= \frac{b_2^2 + b_3^2}{c_{23}^2} \sigma^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Ошибки полученных координат не являются случайными независимыми величинами. Связь между ними количественно характеризуется соответствующими корреляционными моментами. Вычислим корреляционный момент координат x_{12} и x_{13} . Обозначим этот момент символом $K(x)$, а математические ожидания рассматриваемых координат — соответственно x_{12} и x_{13} . Тогда

$$\begin{aligned} K &= M[(x_{12} - \bar{x}_{12})(x_{13} - \bar{x}_{13})] = \\ &= M \left[\frac{a_1}{c_{12}} (u_2 - \bar{u}_2) - \frac{a_2}{c_{12}} (u_1 - \bar{u}_1) \right] \left[\frac{a_1}{c_{13}} (u_3 - \bar{u}_3) - \frac{a_3}{c_{13}} (u_1 - \bar{u}_1) \right]. \end{aligned}$$

Поскольку ошибки величины u_1 , u_2 , u_3 независимы, математические ожидания произведений $(u_1 - \bar{u}_1)(u_2 - \bar{u}_2)$, $(u_1 - \bar{u}_1)(u_3 - \bar{u}_3)$ и $(u_2 - \bar{u}_2)(u_3 - \bar{u}_3)$ равны нулю, поэтому

$$K_1(x) = \frac{a_2 a_3}{c_{12} c_{13}} \sigma^2.$$

Формулы для других корреляционных моментов записываются по аналогии. Так мы получаем

$$\left. \begin{aligned} K_1(x) &= \frac{a_2 a_3}{c_{12} c_{13}} \sigma^2, & K_1(y) &= \frac{b_2 b_3}{c_{12} c_{13}} \sigma^2, \\ K_2(x) &= -\frac{a_1 a_3}{c_{12} c_{23}} \sigma^2, & K_2(y) &= -\frac{b_1 b_3}{c_{12} c_{23}} \sigma^2, \\ K_3(x) &= \frac{a_1 a_2}{c_{12} c_{23}} \sigma^2, & K_3(y) &= \frac{b_1 b_2}{c_{12} c_{23}} \sigma^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} x_{12} - x_{13} &= p_1, & y_{12} - y_{13} &= q_1, \\ x_{12} - x_{23} &= p_2, & y_{12} - y_{23} &= q_2, \\ x_{13} - x_{23} &= p_3, & y_{13} - y_{23} &= q_3. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Тогда, воспользовавшись известной формулой дисперсии разностей двух коррелированных величин u и v

$$D(u - v) = D(u) + D(v) - 2K_{uv},$$

находим

$$\left. \begin{aligned} D(p_1) &= P_1 \sigma^2, & D(p_2) &= P_2 \sigma^2, & D(p_3) &= P_3 \sigma^2, \\ D(q_1) &= Q_1 \sigma^2, & D(q_2) &= Q_2 \sigma^2, & D(q_3) &= Q_3 \sigma^2, \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{a_1^2 + a_2^2}{c_{12}^2} + \frac{a_1^2 + a_3^2}{c_{13}^2} - \frac{2a_2 a_3}{c_{12} c_{13}}, \\ Q_1 &= \frac{b_1^2 + b_2^2}{c_{12}^2} + \frac{b_1^2 + b_3^2}{c_{13}^2} - \frac{2b_2 b_3}{c_{12} c_{13}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

а остальные P и Q получаются с помощью циклической перестановки индексов. Приведем в качестве примера значения P и Q для трех международных станций: Карлофорте (1), Мидзусава (2) и Юкайя (3):

$$\begin{aligned} P_1 &= + 0,144, & P_2 &= + 1,544, & P_3 &= + 2,634, \\ Q_1 &= + 6,781, & Q_2 &= + 1,377, & Q_3 &= + 1,129. \end{aligned}$$

Имея достаточно большие ряды значений координат полюса, можем вычислить дисперсии всех величин p и q , затем по формулам (3.4) найти численное значение σ^2 и, наконец, подставить это значение в формулы (3.1). Так мы получим дисперсии координат полюса.

Выше было показано, как по наблюдениям в трех пунктах можно получить три ряда значений x и y и оценить их точность. Однако для нас важны, собственно, не эти отдельные ряды, а такие значения координат полюса, которые удовлетворяли бы наилучшим образом наблюдениям на всех трех станциях. Хорошо известно, что для определения этих значений нужно про-

сто решить по способу наименьших квадратов систему трех условных уравнений вида

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda = u.$$

Однако для дальнейшего нам будет полезно заменить обычную схему решения другой. Именно, воспользовавшись уже найденными ранее значениями координат полюса x_{12}, x_{13}, x_{23} и y_{12}, y_{13}, y_{23} , мы образуем из них средневзвешенные

$$\begin{aligned} x &= g_{12}x_{12} + g_{13}x_{13} + g_{23}x_{23}, \\ y &= h_{12}y_{12} + h_{13}y_{13} + h_{23}y_{23}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

причем

$$g_{12} + g_{13} + g_{23} = h_{12} + h_{13} + h_{23} = 1.$$

Попытаемся подобрать веса g и h так, чтобы сумма квадратов уклонов вычисленных широт от наблюдаемых, т. е. функция

$$F = (b_1x + a_1y - u_1)^2 + (b_2x + a_2y - u_2)^2 + (b_3x + a_3y - u_3)^2,$$

имела наименьшее значение.

Для этого приравняем нулю частные производные от F по всем g и h и решим полученную таким образом систему шести линейных уравнений. В качестве примера напомним уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial g_{12}} = 0$$

в развернутом виде:

$$(b_1x + a_1y - u_1)b_1 + (b_2x + a_2y - u_2)b_2 + (b_3x + a_3y - u_3)b_3 = 0,$$

где

$$\begin{aligned} x &= \frac{g_{12}}{c_{12}}(a_1u_2 - a_2u_1) + \frac{g_{13}}{c_{13}}(a_1u_3 - a_3u_1) + \frac{g_{23}}{c_{23}}(a_2u_3 - a_3u_2), \\ y &= -\frac{h_{12}}{c_{12}}(b_1u_2 - b_2u_1) - \frac{h_{13}}{c_{13}}(b_1u_3 - b_3u_1) - \frac{h_{23}}{c_{23}}(b_2u_3 - b_3u_2). \end{aligned}$$

С помощью несложных, но довольно громоздких выкладок можно показать, что выражения, стоящие в скобках, обращаются в нуль, если положить

$$\begin{aligned} g_{12} = h_{12} &= \frac{c_{12}^2}{s^2}, \\ g_{13} = h_{13} &= \frac{c_{13}^2}{s^2}, \\ g_{23} = h_{23} &= \frac{c_{23}^2}{s^2}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где

$$s^2 = c_{12}^2 + c_{13}^2 + c_{23}^2. \quad (3.8)$$

Это и есть те значения весов, при которых все рассматриваемые частные производные функции F равны нулю, а сама функция F имеет минимум.

Теперь выражения для наиболее вероятных значений координат полюса можно записать так:

$$x = \frac{1}{s^2} [-(a_2c_{12} + a_3c_{13})u_1 + (a_1c_{12} - a_3c_{23})u_2 + (a_1c_{13} + a_2c_{23})u_3],$$

$$y = -\frac{1}{s^2} [-(b_1c_{12} + b_3c_{13})u_1 + (b_1c_{12} - b_3c_{23})u_2 + (b_1c_{13} + b_2c_{23})u_3].$$

Приняв во внимание, что

$$c_{ii} = 0, \quad c_{ik} = -c_{ki},$$

и введя обозначения

$$\left. \begin{aligned} c_{11}a_1 + c_{21}a_2 + c_{31}a_3 &= A_1, & c_{11}b_1 + c_{21}b_2 + c_{31}b_3 + B_1 \\ c_{12}a_1 + c_{22}a_2 + c_{32}a_3 &= A_2, & c_{12}b_1 + c_{22}b_2 + c_{32}b_3 + B_2 \\ c_{13}a_1 + c_{23}a_2 + c_{33}a_3 &= A_3, & c_{13}b_1 + c_{23}b_2 + c_{33}b_3 + B_3 \end{aligned} \right\}, \quad (3.9)$$

мы можем записать выражения для x и y в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{A_1u_1 + A_2u_2 + A_3u_3}{s^2} \\ y &= -\frac{B_1u_1 + B_2u_2 + B_3u_3}{s^2} \end{aligned} \right\}. \quad (3.10)$$

Из этих формул сразу же получим выражения для дисперсий и корреляционного момента координат полюса:

$$\left. \begin{aligned} D(x) &= \frac{1}{s^4} (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) \sigma^2, \\ D(y) &= \frac{1}{s^4} (B_1^2 + B_2^2 + B_3^2) \sigma^2, \\ K_{xy} &= \frac{1}{s^4} (A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3) \sigma^2. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

Переход к канонической форме производится путем поворота координатных осей на угол α , который определяется по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2(A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3)}{(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) - (B_1^2 + B_2^2 + B_3^2)}, \quad (3.12)$$

после чего дисперсии в новых осях вычисляются по формулам, приведенным в п. 2.

4. ОБОБЩЕНИЕ НА СЛУЧАЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧИСЛА ПУНКТОВ НАБЛЮДЕНИЯ

Пусть мы имеем n пунктов наблюдений. Повторяя для этого случая выводы предыдущего параграфа, приходим к следующей совокупности формул:

$$A_i = \sum_{k=1}^n c_{ki} a_k, \quad B_i = \sum_{k=1}^n c_{ki} b_k, \quad (4.1)$$

$$s^2 = 2 \sum_{i < k} c_{ki}^2, \quad (4.2)$$

$$x = \frac{1}{s^2} \sum_{i=1}^n A_i u_i, \quad y = -\frac{1}{s^2} \sum_{i=1}^n B_i u_i, \quad (4.3)$$

$$D(x) = \frac{\sigma^2}{s^4} \sum_{i=1}^n A_i^2, \quad D(y) = \frac{\sigma^2}{s^4} \sum_{i=1}^n B_i^2, \quad (4.4)$$

$$K_{xy} = -\frac{\sigma^2}{s^4} \sum_{i=1}^n A_i B_i. \quad (4.5)$$

Формулы (4.3) тождественны с обычными формулами для вычисления координат полюса по способу наименьших квадратов. Это следует из того, что они, как и в способе наименьших квадратов, получены при допущении одинаковой точности всех рядов наблюдений, а координаты полюса удовлетворяют тому же условию минимума функции F , который лежит в основе названного способа. Эту тождественность легко было бы показать и непосредственно, но на этом мы здесь останавливаться не будем.

Однако изложенная нами схема вычислений имеет преимущества перед обычной в тех случаях, когда число широтных станций изменяется или когда представляет интерес получать координаты полюса, беря данные наблюдений станций в различных комбинациях.

Формулы (4.1)–(4.5) можно записать в особенно компактной форме, если воспользоваться символикой векторного и тензорного исчисления. Пусть мы имеем три вектора в n -мерном пространстве:

$$\mathbf{a}(a_1, a_2, \dots, a_n),$$

$$\mathbf{b}(b_1, b_2, \dots, b_n),$$

$$\mathbf{u}(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

и тензор c с компонентами c_{ki} .

Получим два новые вектора

$$\mathbf{A} = c \mathbf{a}, \quad \mathbf{B} = c \mathbf{b}.$$

Тогда

$$x = \frac{(\mathbf{A}\mathbf{u})}{s^2}, \quad y = -\frac{(\mathbf{B}\mathbf{u})}{s^2},$$

$$D(x) = \frac{\sigma^2}{s^4} (\mathbf{A}\mathbf{A}), \quad D(y) = \frac{\sigma^2}{s^4} (\mathbf{B}\mathbf{B}), \quad K_{xy} = -\frac{\sigma^2}{s^4} (\mathbf{A}\mathbf{B}).$$

Величины A_i , B_i и s^2 зависят только от географического размещения пунктов наблюдения. Таким образом, для того чтобы найти дисперсии $D(x)$ и $D(y)$, нам остается определить по данным наблюдений только величину σ^2 . Это можно сделать так.

Образует разность какого-либо отдельного значения x_{ik} , полученного по наблюдениям в двух пунктах, и средневзвешенного. Если имеем достаточно большое число l значений этой разности, ее дисперсию легко найти непосредственно вычислением. С другой стороны, легко показать, что

$$D(x_{ik} - x) = \left[\frac{a_i^2 + a_k^2}{c_{ik}^2} + \frac{1}{s^4} \sum A_j^2 - \frac{2(A_k a_i - A_i a_k)}{c_{ik} s^2} \right] \sigma^2.$$

Обозначая выражение, стоящее в квадратных скобках, через M_{ik}^2 , получаем

$$\sigma^2 = \frac{D(x_{ik} - x)}{M_{ik}^2}.$$

Легко показать, что

$$\frac{A_k a_i - A_i a_k}{s^2 c_{ik}} = \frac{1}{s^2} \sum_{j=1}^n a_j^2,$$

т. е. имеет одно и то же значение для всех комбинаций попарно взятых пунктов наблюдения. Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s^4} \sum_{j=1}^n A_j^2 - \frac{1}{s^2} \sum_{j=1}^n a_j^2 &= \varepsilon_x, \\ \frac{1}{s^4} \sum_{j=1}^n B_j^2 - \frac{1}{s^2} \sum_{j=1}^n b_j^2 &= \varepsilon_y. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} M_{ik}^2 &= \frac{a_i^2 + a_k^2}{c_{ik}^2} + \varepsilon_x \\ N_{ik}^2 &= \frac{b_i^2 + b_k^2}{c_{ik}^2} + \varepsilon_y. \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

и аналогично

Наконец, если положить

$$\frac{x_{ik} - x}{M_{ik}^2} = \mu_{ik}, \quad \frac{y_{ik} - y}{N_{ik}^2} = \nu_{ik}, \quad (4.8)$$

то для определения σ^2 мы будем иметь две формулы:

$$\sigma^2 = D(\mu_{ik}), \quad \sigma^2 = D(\nu_{ik}). \quad (4.9)$$

Как видим, все величины μ_{ik} и ν_{ik} имеют одну и ту же дисперсию, а их математические ожидания равны нулю. Более того, будем считать, что функции распределения всех этих величин также одинаковы. Тогда дисперсию можно

вычислить так. Пусть мы имеем l значений μ_{ik} и ν_{ik} . У нас имеется n пунктов наблюдения и, беря их попарно, мы получаем число сочетаний, равное $\frac{n^2 - n}{2}$. Таким образом, общее число значений всех величин μ_{ik} и ν_{ik} равно $\frac{l(n^2 - n)}{2}$. Взяв сумму квадратов всех этих величин и поделив ее на $\frac{l(n^2 - n)}{2}$, немедленно получим дисперсию σ^2 . Если n достаточно велико, то надежные результаты можно надеяться получить и при малом l , даже при $l = 1$, т. е. в том случае, когда у нас имеются координаты полюса только для какой-либо одной эпохи. Когда σ^2 таким образом найдено, не представляет труда найти дисперсии координат x и y и построить эллипс рассеяния для этих координат.

Следует, разумеется, ожидать, что различные μ_{ik} и ν_{ik} будут в действительности давать разные числовые значения дисперсии σ^2 , поскольку наши выводы были основаны на заведомо ошибочном допущении о том, что все ряды наблюдений, использованные при вычислении координат полюса, имеют одинаковую точность. Если это ожидание оправдается, то из сопоставления отдельных значений σ^2 можно будет сделать выводы о сравнительной точности использованных рядов широтных наблюдений.

И. И. ГЛАГОЛЕВА, Е. П. ФЕДОРОВ

ОБ ИЗУЧЕНИИ СПЕКТРА ОШИБОК ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ*

До настоящего времени для суждения о точности данных об изменениях широты обычно пользовались средней ошибкой одного наблюдения. В основе этого лежит неявно выраженное допущение о том, что ошибки наблюдений являются независимыми случайными величинами. Подвергнув анализу некоторые данные наблюдений, авторы нашли, что спектр ошибок не схож со спектром «белого шума». На рис. 2 показана примерная кривая зависимости спектральной плотности ошибок $S(\omega)$ от частоты ω .

Вывод колебаний широты включает, как известно, две операции: 1) вычисление средних за некоторые интервалы времени, т. е. нормальных значений широты $\bar{\varphi}$, и 2) сглаживание этих значений. Последнее авторы выполняли с помощью метода скользящего суммирования.

Каждая операция воздействует на спектральную плотность $S(\omega)$: при осреднении отрезается высокочастотная часть спектра; сглаживание преобразует $S(\omega)$ в $S'(\omega)$ согласно соотношению (10), в котором $f(\omega)$ — передаточная функция оператора L . Та же функция оператора $1 - L$ преобразует $S(\omega)$ в спектральную плотность $S_d(\omega)$ отклонений нормальных значений $\bar{\varphi}$ от сглаженных. Получив $S_d(\omega)$ из наблюдений, мы можем найти спектральную плотность ошибок наблюдений в области низких частот. Точность данных о колебаниях широты зависит от значений $S(\omega)$ именно в этой области.

Применение изложенного метода к наблюдениям в Ричмонде показало, что спектральная плотность быстро возрастает с уменьшением частоты.

ON THE SPECTRUM OF ERRORS OF LATITUDE OBSERVATIONS, by *I. I. Glagoleva and E. P. Fedorov*. — The accuracy of data on latitude variations is usually estimated by the mean error of one observation. In this case an implicit assumption is made that the observational errors are independent random values. From an analysis of various data on latitude observations it is found that the spectrum of errors is not similar to that of the «white noise». An example of a graph showing the dependence between the spectral density of errors $S(\omega)$ and frequency (ω) is given in fig. 2.

The determination of latitude variations involves two procedures: 1) the compilation of normal values of latitude $\bar{\varphi}$ (the mean for certain time intervals) and 2) the smoothing of these values. For the latter the method of moving averages is used by the authors.

Each procedure affects the spectral density $S(\omega)$: averaging cuts off the high frequency region of the spectrum and smoothing transforms $S(\omega)$ to $S'(\omega)$ according to (10), where $f(\omega)$ is the response function of the operator L . The same function of the operator $1 - L$ transforms $S(\omega)$ to the spectral density $S_d(\omega)$ of deviations of normal values from the smoothed values. Using $S_d(\omega)$ obtained from observations, the spectral density of the observational errors in the low frequency region can be computed. The accuracy of data on latitude variations depends on of the values $S(\omega)$ in this region. The application of the above method to observations made at Richmond has shown that the spectral density increases rapidly with decreasing frequency.

При оценке качества широтных наблюдений нужно исходить из того, насколько уверенно можно получить по ним кривую изменений широты. На рис. 1 графически представлены данные о колебаниях широт двух обсерваторий. Судя по отклонениям отдельных точек от сглаженных кривых, наблюдения в Иркутске на ЗТЛ-180 (рис. 1, б) лучше, чем в Полтаве на зенит-телескопе Цейсса (рис. 1, а). Это видно особенно четко, если посмотреть на правую

* *Астрономический журнал*, 1964. — Том XLT, № 3.

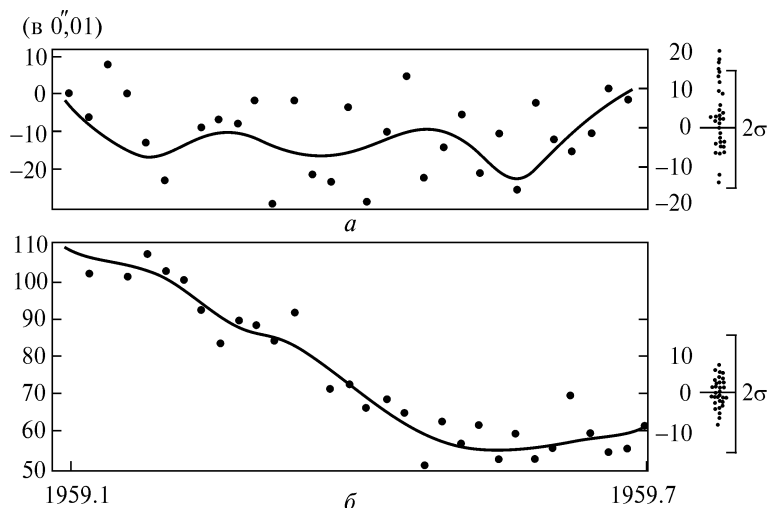


Рис. 1. Кривые колебаний широты за время с 1959.1 по 1959.7:
a — Полтавы (зенит-телескоп Цейсса), *б* — Иркутска (ЗТЛ-180).
 Точки — нормальные значения широты, полученные осреднением за неделю

часть рисунка. Здесь все нормальные точки расположены друг над другом так, что их расстояния от оси абсцисс соответственно равны расстояниям от сглаженных кривых слева.

До сих пор точность широтных наблюдений почти всегда оценивалась средней квадратической ошибкой одного наблюдения, которая определялась по внутренней сходимости мгновенных широт, полученных в одну и ту же ночь. На рис. 1 удвоенные средние ошибки изображены отрезками 2σ . Как видим, такая оценка указывает на то, что наблюдения в Иркутске и Полтаве произведены с одинаковой точностью, а это явно не согласуется с нашим первым выводом. Попробуем выяснить причину такого противоречия.

Допустим, что, располагая результатами многолетних широтных наблюдений, мы хотим найти все периодические составляющие колебаний широты. Будем поступать так. Разобьем всю последовательность результатов на несколько частей (серий) по N наблюдений в каждой. Выполняя разложение в ряд Фурье, мы в каждой серии можем найти $N/2$ гармонических колебаний с частотами

$$\omega_k = k\omega_1,$$

где $\omega_1 = 2\pi / T$, $k = 1, 2, \dots, N/2$; T — продолжительность серии, точнее промежуток времени между моментами первых наблюдений двух последовательных серий. Легко предвидеть, что, сравнив отдельные ряды между собой, мы заметим следующее. Во всех сериях выделяются одни и те же основные периодические составляющие: 14-месячная и годовая. Амплитуды остальных членов ряда Фурье будут для разных серий различными. Однако не будем останавливаться на этом тривиальном результате и попытаемся продолжить наш анализ.

Если все гармоники, кроме чандлеровской и годовой, представляют собою случайные колебания, для их изучения естественно воспользоваться ста-

статистическими методами. Важной характеристикой случайных величин является их дисперсия. Представляет интерес найти дисперсию амплитуд всех периодических членов, которые будут получаться при разложении в ряд Фурье отдельных серий наблюдений. Затем можно будет посмотреть, одинаковы ли дисперсии амплитуд всех колебаний, а если они неодинаковы, то — как зависит дисперсия от частоты колебаний. Все это нужно потому, что именно так мы сможем прийти к правильному способу оценки точности наблюдений, а отмеченное в начале статьи противоречие отпадет само собой.

Для простоты будем считать, что наблюдения проводятся через равные промежутки времени Δt . Тогда

$$T = N\Delta t.$$

Полученный из наблюдений ряд значений широты представим так:

$$\varphi(t) = U(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где $U(t)$ — неслучайная функция времени t , а $\xi(t)$ — ошибка наблюдений. Задача состоит в том, чтобы найти $U(t)$ и оценить точность результата. Из теории случайных последовательностей известно, что дисперсии амплитуд, о которых было указано выше, дают нам значения некоторой непрерывной функции частоты $S(\omega)$ (спектральной плотности) при дискретных значениях частоты ω_k . Наибольшая частота, носящая название частоты Найквиста, равна

$$\Omega = 2\pi N / 2T = 2\pi / 2\Delta t. \quad (2)$$

Члены с более высокими частотами, т. е. периодами короче $2\Delta t$, будут в нашем разложении отсутствовать, поскольку из наблюдений, выполненных через интервалы времени Δt , их вообще определить нельзя.

Пусть D — «полная» дисперсия* случайной величины $\xi(t)$. Известно, что

$$D = \int_0^{\Omega} S(\omega) d\omega. \quad (3)$$

Иначе говоря, «полная» дисперсия равна площади под кривой $S(\omega)$ в интервале частот от 0 до Ω (рис. 2). Правильным можно считать только такой способ оценки точности широтных наблюдений (и наблюдений переменной величины вообще), который дает возможность вычислить именно «полную» дисперсию. Ни один из применявшихся до сих пор способов этому требованию не удовлетворяет.

Возьмем, например, определение средней квадратической ошибки по уклонениям отдельных широт от групповых средних при полных наблюдениях групп. Если в группу входит n_1 пар, продолжительность ее наблюдения будет $n_1\Delta t$ ** . Случайные колебания с периодами короче $n_1\Delta t$ исключаются при образовании групповых средних; следовательно, дисперсия этих средних будет зависеть только от низкочастотных колебаний ($\omega < \Omega = 2\pi / 2n_1\Delta t$). Наоборот,

* Мы вводим здесь термин «полная» дисперсия, чтобы подчеркнуть отличие D от дисперсии в некоторой области частот, которая рассматривается ниже.

** Во всех программах Международной службы широты, наблюдавшихся до 1955 г., $n_1 = 8$ и $n_1\Delta t = 2$ часа.

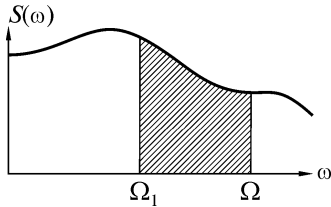


Рис. 2. Заштрихованная площадь равна дисперсии в области частот от $\pi/\Delta t$ до $\pi/n_1\Delta t$

дисперсия уклонений индивидуальных широт от групповых средних не зависит от низкочастотных колебаний. По этим уклонениям мы получаем не «полную» дисперсию D , а только часть ее, именно дисперсию в области частот Ω_1 до Ω , равную

$$D_1 = \int_{\Omega_1}^{\Omega} S(\omega)d\omega, \quad (4)$$

т. е. заштрихованной площади на рис. 2.

В одном случае между D и D_1 существует простая зависимость. Мы имеем в виду так называемый «белый шум», когда

$$S(\omega) = \text{const} = c.$$

В этом случае из (2) и (4) имеем

$$D = \Omega c; \quad D_1 = (\Omega - \Omega_1) c.$$

Следовательно,

$$D = \frac{\Omega}{\Omega - \Omega_1} D_1 = \frac{n_1}{n_1 - 1} D_1. \quad (5)$$

Мы пришли к известной формуле для вычисления дисперсии случайных независимых величин по их уклонениям от выборочных средних. Этой формулой можно было бы пользоваться и при оценке точности широтных наблюдений, если бы заранее было известно, что их случайные ошибки действительно являются независимыми величинами, т. е. что спектральная плотность ошибок $\xi(t)$ постоянна. Если же это неизвестно, то применение формулы (5) было бы хоть в некоторой мере оправдано введением допущения о постоянстве функции $S(\omega)$. Однако мы часто встречаемся с обратным положением: при анализе наблюдений неоднократно обнаруживались признаки зависимости между их ошибками, но когда нужно было оценить точность наблюдений, всегда применялась все та же формула (5).

Раз последовательность $\xi(t)$ не является «белым шумом», то для получения «полной» дисперсии D нужно найти спектральную плотность $S(\omega)$ на всем интервале частот от 0 до Ω . Посмотрим, как это можно сделать. Прежде всего запишем формулу (4) в несколько ином виде, положив

$$\Delta t = m, \quad n_1\Delta t = M$$

и заменив D_1 через D_{mM} . Тогда

$$D_{mM} = \int_{\pi/M}^{\pi/m} S(\omega)d\omega. \quad (6)$$

Эта формула имеет следующий смысл.

Пусть φ_m — среднее арифметическое из широт, полученных за время m , а $\bar{\varphi}$ — то же за больший промежуток времени M , включающий какое-либо целое число интервалов m . Уравнение (6) показывает, что дисперсия разностей $\varphi_m - \bar{\varphi}$ равна площади под кривой спектральной плотности на участке частот

от π/M до π/m . Если эту дисперсию удалось найти, то мы можем сразу же определить среднее значение $S(\omega)$ на указанном участке. Относя это значение к середине участка $\bar{\omega}$, получаем

$$S(\bar{\omega}) = \frac{D_{mM}}{\pi(1/m - 1/M)}, \quad (7)$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right). \quad (8)$$

Чтобы пояснить, для чего нам нужны эти соотношения, положим, например, что φ_m — групповые средние, а $\bar{\varphi}$ — нормальные значения широты, полученные путем осреднения мгновенных широт за неделю. Тогда

$$m = 2 \text{ ч}, \quad M = 7 \times 24 = 168 \text{ ч}, \quad \bar{\omega} = 0,253\pi.$$

Среднее значение квадрата уклонений групповых средних от соответствующих нормальных значений широты даст нам несмещенную оценку дисперсии D_{mM} .

Казалось бы, что, увеличивая интервалы осреднения m и M и таким образом продвигаясь в сторону низких частот, мы можем получить приближенные значения спектральной плотности для сколь угодно малых значений $\bar{\omega}$. Однако в действительности это не так, поскольку M ограничено некоторым допустимым пределом. В самом деле, из (1) следует, что

$$\varphi - \bar{\varphi} = (U - \bar{U}) + (\xi - \bar{\xi}),$$

где \bar{U} и $\bar{\xi}$ — средние на интервале M из значений $U(t)$ и $\xi(t)$ соответственно. Поскольку $U(t)$ изменяется медленно, то при вычислении дисперсии D_1 можно пренебречь разностью $U - \bar{U}$ при не слишком больших M и положить, что

$$\varphi - \bar{\varphi} = \xi - \bar{\xi},$$

т. е. приписывать уклонения индивидуальных широт от нормальных значений только влиянию ошибок наблюдений. Это допущение вполне оправдано, если в качестве нормальных значений широты брать средние за неделю. При больших интервалах осреднения оно уже не столь приемлемо, так что пользоваться, например, средними за промежуток времени больше месяца, как нормальными значениями, вообще говоря, нельзя.

Однако можно еще продолжить построение функции $S(\omega)$ в область низких частот, рассмотрев уклонения нормальных значений широты от сглаженной кривой. Мы имеем в виду, разумеется, не графическое сглаживание, при котором подобное рассмотрение ничего определенного дать не может, а получение сглаженных значений посредством скользящего суммирования, т. е. путем следующего преобразования исходной последовательности с помощью некоторого линейного оператора:

$$\bar{L}\varphi(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_p \bar{\varphi}_{t+p} = u(t). \quad (9)$$

Вопрос о выборе коэффициентов k_p рассмотрен нами в [1], и здесь мы на нем

останавливаться не будем. Сейчас для нас важно следующее. Известно, что спектральная плотность исходной последовательности $S(\omega)$ и последовательности сглаженных значений $S'(\omega)$ связаны между собой соотношением

$$S'(\omega) = |f(\omega)|^2 S(\omega), \quad (10)$$

где $f(\omega)$ — частотная характеристика оператора L , называемая его передаточной функцией. Эта функция зависит только от вида оператора и равна [2]

$$f(\omega) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} k_p e^{i\delta p\omega}, \quad \text{где } \delta = \begin{cases} -1, & \text{если } p \geq 0, \\ 1, & \text{если } p < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Уклонения нормальных широт от сглаженных также получаются путем линейного преобразования исходной последовательности. Оператор этого преобразования равен $1 - L$, а его передаточная функция

$$F(\omega) = 1 - f(\omega). \quad (12)$$

Рис. 3 иллюстрирует влияние сглаживания на спектральную плотность.

Пусть $S_d(\omega)$ — спектральная плотность разностей $\bar{\varphi}(t) - u(t)$, т. е. уклонений нормальных значений широты от сглаженных. Мы можем найти $S_d(\omega)$ из наблюдений, вычислив сперва корреляционную функцию этих уклонений. Когда это сделано, $S(\omega)$ находится с помощью следующего соотношения:

$$S(\omega) = S_d(\omega) / |F(\omega)|^2. \quad (13)$$

Оператор L играет роль фильтра, свободно пропускающего низкочастотные колебания (приблизительно до частоты, равной ω' на рис. 3) и задерживающего колебания с более высокими частотами тем сильнее, чем больше их частота, так что колебания с частотами больше ω'' практически совсем не влияют на сглаженную кривую и полностью остаются в разностях $\varphi - u$. Чем сильнее сглаживание, тем дальше, пользуясь формулой (13), мы можем продвинуться в область низких частот. Однако и здесь есть свой предел, поскольку очень сильное сглаживание будет влиять и на функцию $U(t)$. Самые низкочастотные составляющие спектрального разложения последовательности $\xi(t)$ вообще нельзя найти из анализа только самих наблюдений, так как эти составляющие и функция $U(t)$ принципиально не могут быть разделены. Для этого приходится прибегать к сравнению наблюдаемых широт с широтами, вычисленными по координатам полюса. Но это уже совсем другая задача, касаться которой мы здесь не будем.

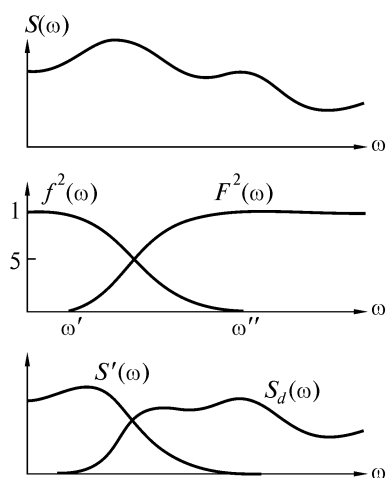


Рис. 3. $S(\omega)$ — спектральная плотность ошибок исходных значений, $f^2(\omega)$ — квадрат передаточной функции оператора сглаживания, $S'(\omega)$ — спектральная плотность ошибок сглаженных значений, $F^2(\omega)$ — квадрат передаточной функции оператора уклонений, $S_d(\omega)$ — спектральная плотность уклонений исходных значений от сглаженных

Рис. 3. $S(\omega)$ — спектральная плотность ошибок исходных значений, $f^2(\omega)$ — квадрат передаточной функции оператора сглаживания, $S'(\omega)$ — спектральная плотность ошибок сглаженных значений, $F^2(\omega)$ — квадрат передаточной функции оператора уклонений, $S_d(\omega)$ — спектральная плотность уклонений исходных значений от сглаженных

Остановимся несколько на практическом применении описанной выше методики. Обычная схема обработки широтных наблюдений (от мгновенных широт до кривой колебаний широты) включает: 1) получение нормальных значений широты, 2) построение по ним сглаженной кривой изменения широты. За нормальные мы примем средние за неделю значения широты. Для нахождения функции $S(\omega)$ мы можем воспользоваться уклонениями: 1) мгновенных широт от среднесуточных, 2) среднесуточных от средненедельных (нормальных), 3) нормальных от сглаженных. В результате мы определим функцию в трех областях частот.

Возьмем в качестве примера наблюдения на фотографической зенитной трубе в Ричмонде с 1956.52 по 1961.25. Определенная по внутренней сходимости дисперсия мгновенных широт равна для этих наблюдений приблизительно $0''.02$ [3]. За единицу времени примем 1 час. Поскольку $m = 0,25$ ч, $M \approx 6$ ч, то $\bar{\omega} = 2,1\pi$. Тогда средняя спектральная плотность в области частот от $0,2\pi$ до 4π будет

$$S(\bar{\omega}) = 0''.0016.$$

В сообщениях обсерватории Ричмонд даются только средние за неделю значения широты, поэтому исследовать уклонения среднесуточных от нормальных значений широты мы не можем. Перейдем к анализу уклонений нормальных значений от сглаженной кривой.

Мы воспользовались формулой (9) для 1) сильного, 2) среднего и 3) очень слабого сглаживания последовательности нормальных значений, что достигалось в каждом случае соответствующим выбором коэффициентов k_p оператора L [1]. Передаточные функции $F(\omega)$, вычисленные по формуле (12), для этих трех случаев сглаживания представлены на рис. 4, б.

Отметим следующее. Хотя механизм сглаживания один и тот же, выбор коэффициентов k_p существенно влияет на спектральную структуру сглаженной кривой. Так, при сильном сглаживании в уклонениях нормальных значений от сглаженных гармоники с частотами больше $0,0013\pi$ остаются практически с прежней амплитудой ($F^2(\omega) \gg 0,8$), в то время как для слабого сглаживания это имеет место, лишь начиная с частоты $0,0046\pi$. Очевидно, что в последнем случае мы уже не сможем исследовать область частот более низких, чем $0,0046\pi$.

Взяв уклонения нормальных значений от каждой из трех сглаженных кривых и найдя спектральное разложение корреляционных функций этих уклонений, мы получили их спектральные плотности $S_d(\omega)$, приведенные на рис. 4, а. Затем по формуле (13) вычислили спектральную плотность ошибок нормальных значений. Для тех частот, где $F^2(\omega) \geq 0,4$, функции $S(\omega)$ для указанных трех случаев сглаживания определены в областях частот от $0,0010\pi$, $0,0022\pi$, $0,0030\pi$ до $0,0060\pi$. Заметим, что в общей области они, как и должно быть, оказались настолько хорошо совпадающими, что изобразить их различными кривыми было бы крайне затруднительно, поэтому на рис. 4, в приведена одна кривая $S(\omega)$ — искомая спектральная плотность ошибок нормальных (средненедельных) значений широты. Несколько сгладив ее, видим, что на участке частот от $0,0010\pi$ до $0,0060\pi$, охватывающем $0,005\pi$, происходит падение функции $S(\omega)$ на $0''.0040$ (от $0''.0120$ до $0''.0080$).

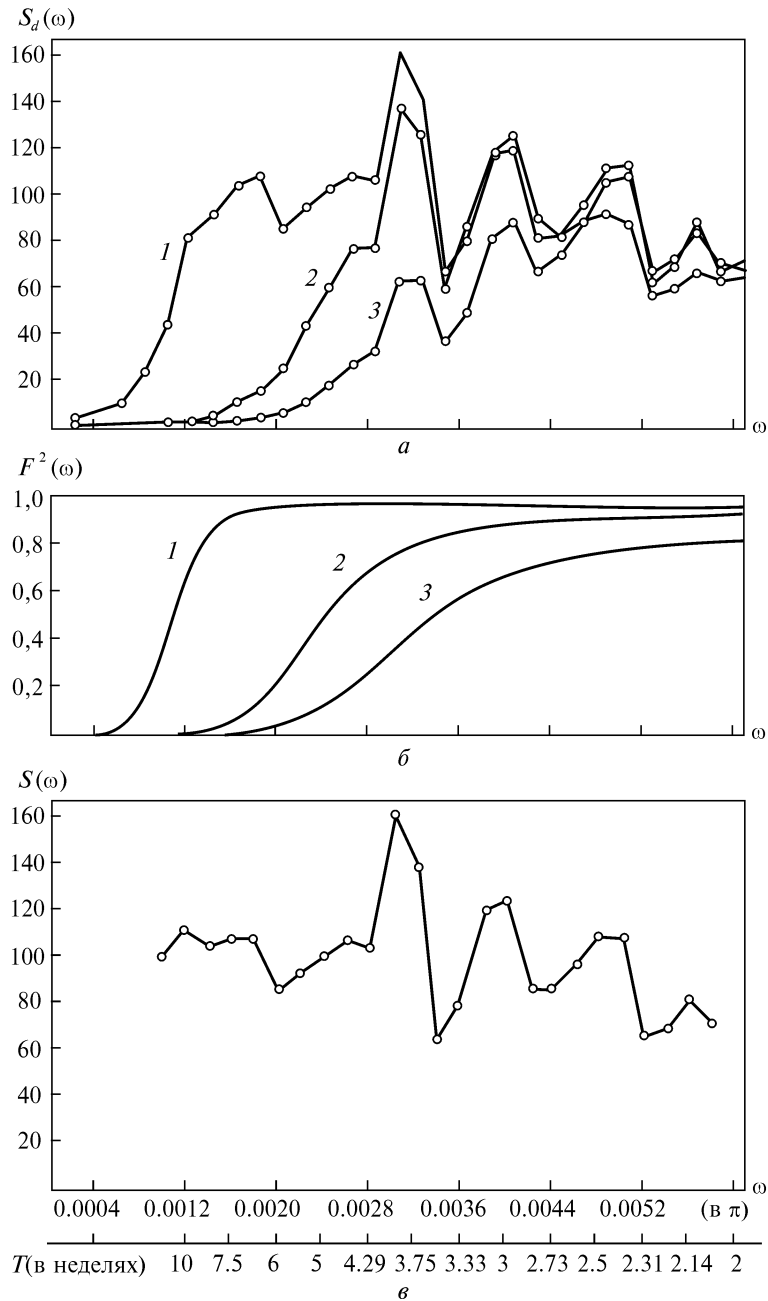


Рис. 4. *a* — спектральные плотности уклонений $\bar{\varphi} - u$, *b* — квадраты передаточных функций оператора $1 - L$, *v* — спектральная плотность ошибок нормальных значений широты. 1 — сильное, 2 — среднее, 3 — слабое сглаживание

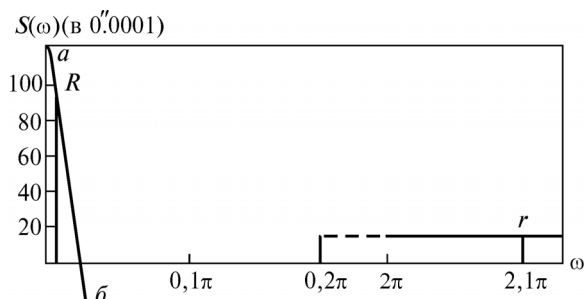


Рис. 5. Общий вид спектра ошибок широтных наблюдений (Ричмонд)

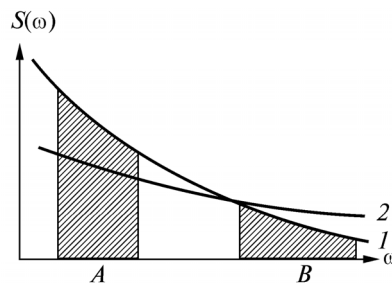


Рис. 6. Возможные различия в ходе кривых спектральной плотности

На рис. 5 отрезком $r = 0''.0016$ ($\bar{\omega} = 2,1\pi$) изображена средняя спектральная плотность на участке от $0,2\pi$ до 4π . Среднее значение функции $S(\omega)$, определенной на участке $0,0010\pi - 0,0060\pi$, изображено на этом рисунке отрезком R . Прямая ab , которую можно построить на основании рис. 4, ϵ , показывает общий ход функции на этом участке.

Как видно из этого примера, допущение о том, что ошибки широтных наблюдений независимы, т. е. представляют собой «белый шум», совершенно не соответствует действительности. В самом деле, их спектральная плотность $S(\omega)$ круто повышается в области низких частот. Поэтому вообще нельзя пользоваться ошибкой одного наблюдения σ (найденной по внутренней сходимости широт, полученных в течение ночи) для расчета дисперсии уклонений нормальных значений широты от сглаженной кривой. Это было бы ничем не оправданным распространением на область A (см. рис. 6) уровня спектральной плотности в области B .

Теперь нетрудно понять причину противоречия двух оценок качества широтных наблюдений, с которого мы начали эту статью. На рис. 6 схематически показаны спектральные плотности двух серий наблюдений. В области B кривая 1 идет ниже кривой 2. Значит, $\sigma_1 < \sigma_2$. Наоборот, в области A выше проходит кривая 1, и, стало быть, дисперсия уклонений нормальных значений широты от сглаженной кривой для серии 1 больше, чем для серии 2. А так как точность этой кривой зависит от поведения функции $S(\omega)$ именно в области низких частот, средняя ошибка одного наблюдения σ вообще не имеет прямого отношения к точности данных о колебании широты.

Главная астрономическая обсерватория
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
5 января 1964 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Е. П., Глаголева И. И. Сб. Результаты исследований колебаний широт и движения полюсов Земли, М., 1964.
2. Grenander U., Rosenblatt M. Statistical Analysis of stationary of stationary Time Series 96, Stockholm, 1956.
3. Astroom J., 56, N 1195, 185, 1952; Astron. J., 57, N 1200, 122, 1952; Astron. J. 57, N 1215, 132, 1954.

И. И. ГЛАГОЛЕВА, Е. П. ФЕДОРОВ

О ПОСТРОЕНИИ И ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ КРИВЫХ КОЛЕБАНИЙ ШИРОТЫ*

1. При оценке точности широтных наблюдений непосредственное значение должны иметь не ошибки отдельных результатов, а ошибки тех значений широты, которые снимаются со сглаженной кривой и затем используются при вычислении координат полюса. Обычно эту кривую строят следующим образом: сначала получают нормальные значения, т. е. арифметические средние из некоторого числа последовательных мгновенных широт, затем нормальные точки сглаживают графически. При таком способе вообще невозможно дать какую-либо количественную оценку точности полученной кривой. Поэтому мы предложили аналитический метод нахождения сглаженных значений [1].

В дальнейшем мы будем считать ошибки отдельных определений широты независимыми величинами. Это допущение, по-видимому, не соответствует действительности. Но оно позволит нам изучить влияние процесса сглаживания без учета осложняющего влияния корреляции между ошибками отдельных наблюдений и будет служить полезной подготовкой к изучению более сложного вопроса сглаживания наблюдений, отягченных коррелированными ошибками.

В рассматриваемом случае для оценки точности отдельных значений широты можно ограничиться нахождением их средней квадратической ошибки. Но для характеристики точности сглаженных значений этого будет уже недостаточно. Даже при независимости ошибок отдельных значений описанный процесс построения кривой изменения широты неизбежно вводит корреляцию между ошибками сглаженных величин. Следовательно, для характеристики точности этих величин нам придется находить автокорреляционную функцию их ошибок.

2. Сделаем следующее замечание общего характера. Пусть из измерения какой-либо физической величины x мы получили ряд несопадающих между собой результатов: $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$. Приближение среднего из ряда последовательных значений к некоторому постоянному пределу при увеличении числа измерений n не может, конечно, служить доказательством того, что величина x постоянна, а различия отдельных результатов измерений обусловлены только их ошибками. Достаточно сослаться хотя бы на то, что среднее будет

* Колебания широт и движение полюсов Земли, 1964. — № 3.

стремиться к нулю и в том случае, когда x — периодически изменяющаяся величина.

Таким образом, постоянство измеряемой величины никогда не может быть выводом из результатов ряда ее измерений, а является всегда предварительным допущением, которое мы делаем на основе тех или иных общих соображений о физической природе измеряемой величины.

Подобным образом, приступая к статистической обработке результатов измерений какой-либо переменной величины, мы не можем обойтись без некоторых предварительных допущений о характере изменений этой величины. Но желательно, конечно, чтобы эти допущения были возможно более общими.

3. В отношении результатов широтных наблюдений таким наиболее общим допущением является, по-видимому, то, что кривая колебаний широты должна быть «гладкой». Из дальнейшего будет понятно, какой математический смысл мы придаем свойству «гладкости» кривой.

Итак, при сделанных предположениях мы можем представить наблюдаемую широту $\varphi(t)$ в следующем виде:

$$\varphi(t) = F(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где $F(t)$ — гладкая функция времени, а $\xi(t)$ — последовательность случайных независимых величин.

В качестве исходных величин для последующего анализа возьмем мгновенные широты. Пусть в рассматриваемой серии наблюдений было получено N таких значений. Обозначая их через φ с номерами от 1 до N , имеем

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_j, \dots, \varphi_N \quad (2)$$

и, соответственно, последовательность независимых ошибок:

$$\xi_1, \xi_2, \xi_j, \dots, \xi_N. \quad (3)$$

Первым шагом при построении кривой колебаний широты является, как упоминалось, образование нормальных значений. С этой целью разобьем весь период наблюдений на s равных интервалов. Число отдельных значений φ_j будет в общем случае неодинаковым в разных интервалах. Пусть это число для i -го интервала равно n_i . Очевидно,

$$\sum_{i=1}^s n_i = N. \quad (4)$$

Для удобства дальнейшего изложения запишем ряд (2) в несколько иной форме, а именно: каждому значению φ (и ξ) дадим два индекса, из которых первый обозначает номер интервала, а второй — порядковый номер индивидуального значения φ в этом интервале. Например, φ_{24} — четвертое по порядку значение широты, полученное во втором интервале; k -е значение в i -м интервале запишется так:

$$\varphi_{ik}, \text{ причем } i = 1, 2, \dots, s; \quad k = 1, 2, \dots, n_i.$$

Чтобы перейти к записи в форме (2), достаточно воспользоваться очевидным соотношением:

$$j = n_1 + n_2 + \dots + n_{i-1} + k.$$

Нормальные значения получим путем осреднения индивидуальных значений в каждом интервале. Введем обозначения

$$u_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} \varphi_{ik}}{n_i}, \quad (5)$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}}{n_i}. \quad (6)$$

Таким образом, из (1) получаем

$$u_i = \bar{F}_i + v_i, \quad (7)$$

где \bar{F}_i — среднее значение F на i -м интервале. Вычитая (7) из (1) и заменяя $F(t)$ на F_{ik} , имеем

$$\varphi_{ik} - u_i = (F_{ik} - \bar{F}_i) + (\xi_{ik} - v_i).$$

Величина $|F_{ik} - \bar{F}_i|$ в общем случае будет тем больше, чем больше интервал осреднения. Нужно выбрать длину интервала так, чтобы это значение было малым.

Ранее мы приняли, что функция $F(t)$ является гладкой, но не указали, что будем понимать в дальнейшем под термином «гладкая» функция. Один из признаков таких функций состоит в следующем: всегда можно выбрать интервал осреднения, включающий несколько значений φ_{ik} , так, чтобы соблюдалось условие

$$\sum_{k=1}^{n_i} (F_{ik} - \bar{F}_i) \ll \sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2. \quad (8)$$

Тогда изменением функции $F(t)$ внутри интервала можно будет пренебречь по сравнению со случайными ошибками.

По отношению к широтным наблюдениям условие (8) соблюдается достаточно хорошо, если в качестве интервала осреднения взять неделю, но уже не будет соблюдаться, если мы возьмем месяц или десятую долю года. В этом состоит первое соображение, по которому мы будем в дальнейшем пользоваться именно недельными средними. Второе соображение состоит в том, что сводки недельных средних были той основной формой, в которой результаты широтных наблюдений сообщались в мировые центры данных Международного геофизического года.

Итак, считая, что u_i есть средние из значений широты, полученных в течение недели, можно принять

$$\sum_{k=1}^{n_i} (\varphi_{ik} - u_i)^2 = \sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2. \quad (9)$$

Найдем среднее значение квадрата разности $\xi_{ik} - v_i$. Имеем

$$\sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2 = \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 - 2v_i \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik} + n_i v_i^2.$$

Подставляя сюда значение v_i из уравнения (6), получаем

$$\sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2 = \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 - \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 + K_i,$$

где K_i — сумма произведений $\xi_{ik}\xi_{i, k+\tau}$ при $\tau \neq 0$. При большом n_i из этого соотношения немедленно получается формула для оценки дисперсии случайных величин ξ_k по их отклонениям от выборочного среднего v :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} (\xi_k - v)^2}{n - 1}.$$

Однако в нашем случае n_i не являются большими числами. Поэтому полагаем

$$\frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 = \sigma^2 + \eta_i, \quad (10)$$

причем η_i — случайная величина, математическое ожидание которой равно нулю. Кроме того, имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2 &= \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 - \frac{2}{n_i} v_i \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik} + v_i^2 = \\ &= \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 - \frac{1}{n_i^2} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 + K_i = \sigma^2 + \eta_i - \frac{\sigma^2 + \eta_i}{n_i} + K_i, \end{aligned}$$

отсюда

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2 = \sigma^2 \left(1 - \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i} \right). \quad (11)$$

Опускаем члены $\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \eta_i$, $\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{\eta_i}{n_i}$, $\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s K_i$, поскольку при увеличении s они стремятся к нулю.

Если все n_i равны между собой, то из (11) немедленно получаем

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{n_i} (\xi_{ik} - v_i)^2}{N - s}.$$

Разности $\xi_{ik} - v_i$ уже не будут случайными независимыми величинами. Чтобы найти их автокорреляционную функцию, рассмотрим выражение

$$\sum_{k=1}^{n_i-\tau} (\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i, k+\tau} - v_i) = K_i - v_i \sum_{k=1}^{n_i-\tau} \xi_{ik} - v_i \sum_{k=1}^{n_i-\tau} \xi_{i, k+\tau} + (n_i - \tau) v_i^2 =$$

$$= K'_i - \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i-\tau} \xi_{ik}^2 - \frac{1}{n_i} \sum_{k=\tau+1}^{n_i} \xi_{ik}^2 + \frac{(n_i - \tau)}{n_i^2} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2,$$

где K_i и K'_i — суммы членов, содержащих произведения $\xi_{ik}\xi_{i, k+\tau}$ при $\tau \neq 0$.
Можно принять

$$\frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i-\tau} \xi_{ik}^2 = \frac{n_i - \tau}{n_i} \sigma^2 + \zeta_i, \quad \frac{1}{n_i} \sum_{k=\tau+1}^{n_i} \xi_{ik}^2 = \frac{n_i - \tau}{n_i} \sigma^2 + \zeta'_i, \quad (12)$$

где ζ_i и ζ'_i — случайные величины, математические ожидания которых равны нулю. Следовательно,

$$\sum_{k=1}^{n_i-\tau} (\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i, k+\tau} - v_i) = -\frac{n_i - \tau}{n_i} \sigma^2 + \left(\frac{n_i - \tau}{n_i} v_i + \zeta_i + \zeta'_i + K'_i \right).$$

При осреднении по всем группам члены, стоящие в скобках, исчезают, и мы получаем

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{\sum_{k=1}^{n_i-\tau} (\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i, k+\tau} - v_i)}{n_i - \tau} = -\frac{\sigma^2}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i}. \quad (13)$$

Общее число слагаемых в левой части равно

$$\sum_{i=1}^s n_i - s\tau = N - s\tau.$$

Если во всех интервалах n_i равны между собой, то при большом s мы можем получить из (13) искомое выражение автокорреляционной функции:

$$b(\tau) = M(\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i, k+\tau} - v_i) = -\frac{\sigma^2}{n}. \quad (14)$$

Мы видим, что автокорреляционная функция разностей между индивидуальными и нормальными широтами при сделанных предположениях будет величиной постоянной и отрицательной.

Сделанный выше вывод об автокорреляционной функции $b(\tau)$ получен в том предположении, что наблюдаемая широта может быть представлена в виде суммы гладкой функции F и ошибок ξ , которые являются случайными независимыми величинами. Теперь мы можем проверить правильность сделанных допущений путем анализа ошибок ряда наблюдений широты. Возьмем, например, ряд наблюдений в Полтаве, выполненных на зенит-телескопе Цейсса во время МГГ [2]. Этот ряд состоит из 116 средненедельных значений u_i . Здесь для упрощения вычислений за исходные величины φ_{ik} при получении u_i примем не мгновенные, а среднесуточные значения широты. При этом, разумеется, все предыдущие выводы остаются в силе. В дальнейшем изложении под φ_{ik} мы снова будем иметь в виду мгновенные широты.

Заметим, что, поскольку мы вычисляем недельные средние, наибольшее значение n_i в этом случае равно 7. Тогда внутренняя сумма (13) будет иметь $7 - \tau$ слагаемых. Если в некоторые даты не было сделано ни одного наблюде-

ния, то мы получаем в данном интервале $n_i < 7$. Однако число слагаемых в упомянутой сумме может быть меньше $n_i - \tau$ вследствие того, что при сдвиге на τ мы будем попадать и на те даты, в которые не проводились наблюдения.

Поэтому в (13) величину $\sum_{k=1}^{n_i-\tau} (\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i,k+\tau} - v_i)/(n_i - \tau)$ приходится заменять

средним для каждого интервала значением произведения $(\xi_{ik} - v_i)(\xi_{i,k+\tau} - v_i)$.

Вычислив отклонения среднесуточных от соответствующих u_i и подставив их в (11), мы получили $\sigma^2 = 0''.0113$. Правая часть уравнения (13) с этим значением σ^2 будет равна $0''.0027$. С другой стороны, непосредственное вычисление левой части (13) по данным наблюдений дает $0''.0027$ при $\tau = 1$ и $0''.0040$ при $\tau = 2$. Согласие, как мы видим, оказывается вполне удовлетворительным.

Отсюда следует, что для рассматриваемых наблюдений отклонения $\varphi_{ik} - u_i$ являются действительно случайными независимыми величинами.

Значения φ_{ik} получены путем осреднения от одного до четырех результатов наблюдений широты (по звену). Оценим ошибку одного звена. Она получается равной $0,17$, что заметно больше ошибки, вычисленной тем способом, который обычно применяется при обработке наблюдений по программе полтавского типа [3]. При этом способе используются разности между широтами, полученными по наблюдениям двух звеньев одной и той же группы.

Отмеченное расхождение в точности наблюдений одного звена указывает на то, что ошибки широт, полученных в одну и ту же ночь, не являются независимыми случайными величинами.

4. Теперь, когда найдены нормальные значения широты u_i , мы можем перейти к построению сглаженной кривой. До сих пор сглаживание всегда выполнялось графически. Но такой способ делает невозможной последующую оценку точности сглаженных значений, а потому нам необходимо заменить его другим, достаточно строгим методом. В качестве такого метода мы избрали метод построения наиболее вероятной кривой по заданной совокупности наблюденных значений.

Вначале рассмотрим самый простой случай, когда все наблюденные значения имеют одинаковый вес. В этом случае мы можем воспользоваться названным методом в той форме, в которой он был развит Э. Уиттекером и Г. Робинсоном [4]. Вычисления по их схеме сводятся к подстановке несглаженных значений $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_s$ в следующую формулу для получения сглаженных значений:

$$u'_1 = k_p u_{i-p} + k_{p-1} u_{i-p+1} + \dots + k_0 u_i + \dots + k_p u_{i+p}. \quad (15)$$

Коэффициенты k_0, k_1, \dots, k_p зависят от некоторого произвольного числа ϵ , которое называется коэффициентом сглаживания. Выбор этого числа обусловливается тем, какую степень сглаживания мы хотим получить. Чем больше ϵ , тем ближе к нормальным точкам будет проходить сглаженная кривая. Для любого выбранного ϵ коэффициенты k_0, k_1, \dots, k_p можно вычислить по формулам, приведенным в [4]. В табл. 1 мы даем совокупности этих коэффициентов (в 0.0001) для ряда значений ϵ . Коэффициенты для некоторых других ϵ приведены также в [4] и [5]. В совокупности эти источники дают возможность сглаживать наблюдения практически с любой степенью ϵ .

τ	ε										
	0.002	0.004	0.006	0.008	0.03	0.04	0.06	0.08	0.2	0.3	0.4
0	1187	1333	1458	1494	1896	1997	2148	2248	2672	2868	3014
1	1149	1279	1390	1399	1741	1817	1924	1989	2250	2344	2404
2	1042	1132	1207	1199	1363	1386	1408	1406	1385	1332	1278
3	0881	931	947	951	895	875	818	764	552	429	334
4	702	696	675	652	462	411	319	247	9	-91	-154
5	518	466	418	377	132	75	-10	-67	-217	-250	-258
6	345	263	202	155	-72	-115	-2	-194	-223	-199	-170
7	195	101	40	-3	-163	-183	-195	-192	-134	-87	-52
8	75	-15	-65	-97	-173	-170	-151	-129	-39	0	21
9	-13	-87	-121	-139	-135	-117	-84	-56	20	37	42
10	-71	-122	-137	-141	-80	-58	-23	-1	39	37	30
11	-102	-127	-126	-119	-30	-10	15	28	33	21	12
12	-111	-114	-100	-84	6	20	32	34	17	5	-1
13	-105	-89	-67	-49	25	31	31	27	3	-4	-6
14	-89	-60	-36	-18	30	29	22	15	-22	-6	-5
15	-68	-33	-10	4	26	21	11	4	-6	-4	-2
16	-46	-11	8	18	18	11	2	-2	-4	-2	0
17	-26	6	19	24	9	3	-3	-5	-2	0	1
18	-8	17	24	24	2	-2	-5	-5	0	1	1
19	5	21	23	20	-2	-4	-5	-3	1	1	0
20	13	22	19	15	-4	-5	-3	-1	1	0	
21	18	20	14	9	-4	-4	-1	0	1		
22	19	15	9	4	-3	-2	0	1	0		
23	18	11	4	0	-2	-1	1	1			
24	16	6	0	-3	-1	0	1	1			
25	12	2	-2	-4	0	1	1	0			
26	8	-1	-3	-4	1	1	0				
27	5	-2	-4	-3	1	1					
28	2	-3	-3	-2	1	0					
29	0	-3	-3	-1	0						
30	-2	-3	-2	-1							
31	-3	-2	-1	0							
32	-3	-2	0	0							
33	-3	-1	0	1							
34	-3	0	0	1							
35	-2	0	1	1							
36	-1	0	1	0							
37	-1	1	0								
38	0	1									
39	0	1									
40	1	0									
41	0										

В качестве примера сгладим ряд случайных нормальных величин. Всего было взято 64 значения. Часть этой совокупности на рис. 1 изображена точками. Там же приведены кривые, полученные по формуле (15) при $\varepsilon = 1$ (кривая 1) и $\varepsilon = 0,01$ (кривая 2).

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 1

0.5	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	15	20	25
3158	3766	4120	4343	4655	4895	5010	5196	5505	5927	5993	6446	7012
2476	2652	2694	2709	2799	2710	2663	2624	2537	2576	2129	1984	1980
1241	854	806	677	614	378	338	247	104	30	-50	-253	-292
261	-210	-163	-246	-284	-390	-353	-360	-357	-361	-245	-220	-205
-201	-284	-292	-288	-270	-239	-193	-161	-109	-87	-15	18	24
-261	-155	-121	-84	-58	-3	6	22	39	45	35	34	30
-148	-7	13	35	43	61	48	44	35	30	10	3	1
-28	47	44	44	39	29	19	13	4	1	-3	-4	-3
34	34	24	16	10	-1	-2	-4	-5	-5	-2	-1	0
42	9	2	-3	-5	-8	-5	-4	-2	-1	0	0	
24	-4	-5	-6	-5	-3	-2	-1	0	0			
6	-5	-4	-3	-1	0	0	1					
-4	-2	-1	0	1	1	0	0					
-6	0	1	1	1	0							
-4	1	1	0	0								
-1	0	0										
1												
1												
1												
0												

Таким образом, форма сглаженной кривой зависит от выбора коэффициента ε . Однако величина, которой мы будем пользоваться для оценки точности нормальных значений u_i , не должна, разумеется, зависеть от этого выбора. Запишем (15) в следующей сокращенной форме:

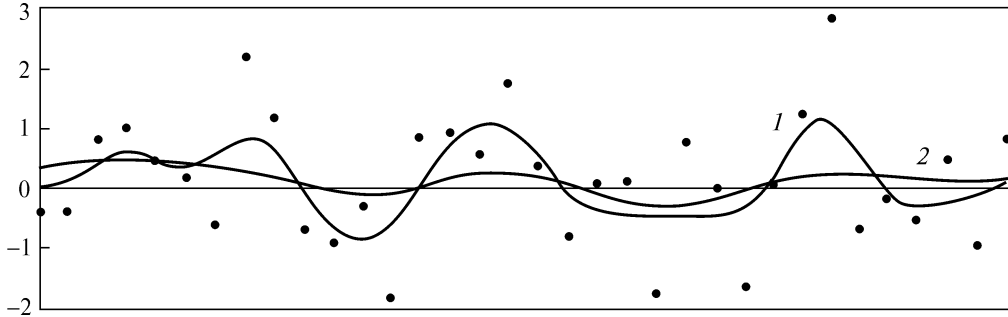


Рис. 1. Сглаженные кривые:
1 — при $\varepsilon = 1$; 2 — при $\varepsilon = 0,01$

$$u'_i = Hu_i, \quad (16)$$

где H — оператор скользящего суммирования с коэффициентами k_i ($i = 0, 1, \dots, p$). Одно из требований, которому должна удовлетворять функция F , чтобы ее можно было считать гладкой, было уже сформулировано ранее (см. условие (8)). Второе условие состоит в том, что применение оператора H к функции F практически не должно ее изменять. Иначе говоря, модуль разности $F - HF$ должен быть величиной пренебрежимо малой. Для колебаний широты с периодом от года и более это условие выполняется достаточно хорошо. Действительно, при сглаживании со значениями ε , равными 1; 0,1; 0,01, модуль разности $F - HF$ получается менее 0,002 F . Поэтому примем $F = HF$.

Если ввести обозначение

$$u'_i - F = v'_i, \quad (17)$$

то будем иметь

$$v'_i = Hu_i - F = Hv_i, \quad (18)$$

причем v_i — случайные независимые величины. С помощью (18) получаем из них последовательность величин v'_i , которые также будут случайными, но уже зависимыми. Поэтому для их полной характеристики нам придется найти не только их дисперсию, но и автокорреляционную функцию. Введем обозначения

$$Mv_i^2 = D, \quad Mv_i'^2 = D', \quad Mv'_i v'_{i+\tau} = B(\tau). \quad (19)$$

Пользуясь уравнением (18), получаем

$$D' = \left(k_0^2 + 2 \sum_{i=1}^p k_i^2 \right) D \quad (20)$$

и

$$B(\tau) = \sum_{i=-p}^{p-\tau} k_i k_{i+\tau}, \quad (21)$$

где $k_{-j} = k_j$.

Как и следовало ожидать, автокорреляционная функция $B(\tau)$ зависит от коэффициентов k_j , а следовательно, и от выбора коэффициента сглаживания ε . Однако масштаб корреляции

$$R = \frac{1}{2} D' + \sum_{\tau=1}^{2p} B(\tau) \quad (22)$$

при любых значениях ε получается одним и тем же. Действительно,

$$R = \left(\frac{k_0^2}{2} + \sum_{j=1}^p k_j^2 + \sum_{\tau=1}^{2p} \sum_{j=-p}^{p-\tau} k_j k_{j+\tau} \right) D.$$

Легко убедиться в том, что выражение в скобках равно

$$\frac{1}{2} \left(k_0 + 2 \sum_{j=1}^p k_j \right)^2,$$

но по условию сглаживания сумма коэффициентов k_j в правой части (16) равна единице. Поэтому получаем

$$R = \frac{D}{2}. \quad (23)$$

Полученное выражение имеет простой геометрический смысл. Пусть $O\tau$ и OB — оси прямоугольной системы координат (рис. 2). Нанесем на график значения $B(\tau)$, рассчитанные по (21), и соединим полученные точки кривой. Масштаб корреляции R приблизительно равен площади под этой кривой. Из (23) следует, что указанная площадь будет одной и той же при любой степени сглаживания: она всегда равна половине дисперсии уклонений исходных значений от гладкой функции $F(t)$.

При слабом сглаживании $\varepsilon = 1$ (кривая 1 на рис. 2) дисперсия сглаженных значений D' получается большой, но зато значения автокорреляционной функции быстро уменьшатся до нуля. Это значит, что зона связности мала, т. е. зависимость ошибок попарно взятых сглаженных значений u_i и $u_{i+\tau}$ быстро слабеет с увеличением интервала τ . При сильном сглаживании $\varepsilon = 0,01$ (кривая 2) мы имеем противоположную картину.

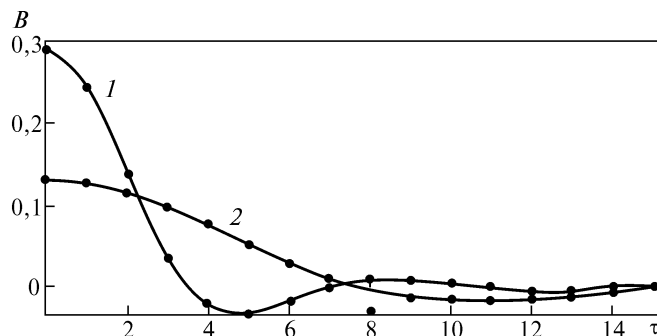


Рис. 2. Автокорреляционные функции:
1 — при $\varepsilon = 1$; 2 — при $\varepsilon = 0,01$

Т а б л и ц а 2

τ	$B_1(\tau)$	$\Lambda_1(\tau)$	$B_{0,01}(\tau)$	$\Lambda_2(0,6\tau)$	τ	$B_1(\tau)$	$\Lambda_1(\tau)$	$B_{0,01}(\tau)$	$\Lambda_2(0,6\tau)$
0	1,000	1,000	1,000	1,000	8	0,020	0,059	-0,021	0,040
1	0,841	0,880	0,967	0,970	9	0,020	0,054	-0,081	-0,024
2	0,474	0,577	0,874	0,885	10	0,009	0,010	-0,118	-0,054
3	0,124	0,226	0,734	0,756	11	0	0	-0,122	-0,057
4	-0,075	-0,033	0,564	0,599	12	—	—	-0,098	-0,043
5	-0,112	-0,131	0,388	0,432	13	—	—	-0,070	-0,021
6	-0,064	-0,092	0,222	0,275	14	—	—	-0,047	0
7	-0,008	-0,001	0,083	0,141	15	—	—	0	0,014

Отметим, что функцию $B(\tau)$ (21) можно аппроксимировать функциями Бесселя $\Lambda_k(x)$. В табл. 2 для примера даны нормированные значения $B(\tau)$, вычисленные для различных τ при $\varepsilon = 1$ ($B_1(\tau)$) и $\varepsilon = 0,01$ ($B_{0,01}(\tau)$). В соседних с ними столбцах приведены значения функций Бесселя $\Lambda_1(\tau)$ и $\Lambda_2(0,6\tau)$ соответственно. Как видно, согласие между $B_1(\tau)$ и $\Lambda_1(\tau)$, а также между $B_{0,01}(\tau)$ и $\Lambda_2(0,6\tau)$ такое, что практически при расчетах функции $B(\tau)$ можно заменять соответствующими функциями $\Lambda_k(x)$. Потеря в точности результатов из-за этого оказывается незначительной, вычисления же заметно упрощаются, поскольку $\Lambda_k(x)$ функции Бесселя табулированы.

Найти численно значение D с помощью (19) мы не можем, так как отклонения v_i нам неизвестны, но можно найти разности

$$v_i - v'_i = u_i - u'_i,$$

т. е. отклонения нормальных значений от сглаженной кривой. Нетрудно показать, что дисперсия этих отклонений связана с дисперсией D следующим соотношением:

$$\frac{M(u_i - u'_i)^2}{K} = D, \quad (24)$$

где

$$K = 1 - 2k_0 + k_0^2 + 2\sum_{j=1}^p k_j^2. \quad (25)$$

Величины K для различных степеней сглаживания ε , т. е. для различных совокупностей k_0, k_1, \dots, k_p , приведены в табл. 3. Значения K , которые рассчитаны для ε , взятых из [5], даны с точностью до 0,001.

Теперь можем характеризовать точность сглаженной кривой масштабом корреляции, который не зависит от выбора коэффициента сглаживания и вычисляется с помощью следующей формулы:

$$\frac{1}{2} D' + \sum_{\tau=1}^{2p} B(\tau) = \frac{1}{2K} \frac{\sum_{i=1}^s (u_i - u'_i)^2}{s}. \quad (26)$$

Т а б л и ц а 3

ε	K	ε	K	ε	K	ε	K
0,0001	0,916	0,008	0,8229	0,15	0,701	3	0,4533
0,0003	0,898	0,01	0,8160	0,2	0,6852	4	0,4146
0,0005	0,891	0,02	0,7925	0,25	0,6720	5	0,3964
0,001	0,876	0,03	0,7769	0,3	0,6601	6	0,3728
0,002	0,8599	0,04	0,7657	0,4	0,6410	8	0,3339
0,003	0,850	0,05	0,7559	0,5	0,6255	10	0,3015
0,004	0,8438	0,06	0,7471	1	0,5697	15	0,2526
0,005	0,837	0,07	0,741	1,5	0,5364	20	0,2073
0,006	0,8303	0,08	0,7345	2	0,5065	25	0,1709
0,007	0,826	0,1	0,7233	2,5	0,4790		

Затем вместо (21) можно записать

$$B(\tau) = \left(\sum_{j=-p}^{p-\tau} k_j k_{j+\tau} \right) \frac{1}{K} \frac{\sum_{i=1}^s (u_i - u'_i)^2}{s}. \quad (27)$$

Наконец, автокорреляционная функция разностей $u_i - u'_i$ при $\tau \neq 0$ будет иметь вид

$$M(u_i - u'_i)(u_{i+\tau} - u'_{i+\tau}) = B(\tau) - 2k_\tau D = \left(\sum_{j=-p}^{p-\tau} k_j k_{j+\tau} \right) \frac{1}{K} M(u_i - u'_i)^2.$$

Нетрудно убедиться, что

$$\frac{1}{2} M(u_i - u'_i)^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M(u_i - u'_i)(u_{i+\tau} - u'_{i+\tau}) = 0. \quad (28)$$

Мы видим, что площадь под кривой, графически представляющей автокорреляционную функцию уклонений нормальных значений от сглаженных, равна нулю.

5. Частным видом (15) является формула скользящего суммирования с постоянными коэффициентами. Для этого частного случая сразу же получим все интересующие нас величины, положив в формулах предыдущего параграфа

$$k_j = \frac{1}{2p+1}.$$

Так, из (20) и (21) имеем соответственно

$$D' = \frac{D}{2p+1}, \quad B(\tau) = \frac{2p+1-\tau}{(2p+1)^2} D. \quad (28a)$$

Однако при большом p операция скользящего суммирования будет заметно искажать функцию F ($HF \neq F$), и мы уже не сможем заменить $v_i - v'_i$ через $u_i - u'_i$, а следовательно, и пользоваться (26), (27) и (28). Поэтому скользящее

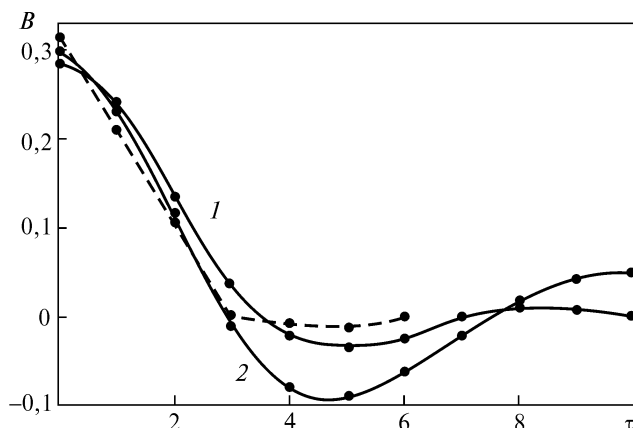


Рис. 3. Автокорреляционные функции, полученные по формуле (21) (кривая 1) и непосредственным расчетом по ряду 64 сглаженных случайных нормальных величин (кривая 2)

суммирование нецелесообразно применять для сглаживания широтных наблюдений.

Для примера мы взяли тот же, что и ранее, ряд случайных нормальных величин. Он был выравнен скользящим суммированием «по тройкам» ($2p + 1 = 3$). На рис. 3 пунктирной линией изображена автокорреляционная функция полученных сглаженных значений. Она представляет собой прямую, а при $\tau = 2p + 1$ равна нулю, что находится в полном согласии с (28а). При $\tau > 2p + 1$ функция $B(\tau)$ отличается от теоретической. Расхождения между ними можно объяснить малостью взятой выборки.

Заметим, что точность получения функции $B(\tau)$ в сильной степени зависит от длины обрабатываемого ряда. На рис. 3 приведены графики $B(\tau)$: вычисленная по формуле (21) кривая 1 и полученная непосредственным расчетом по ряду 64 сглаженных случайных нормальных величин кривая 2. Как видно, расхождения между ними довольно значительны и достигают 0,06 при дисперсии 0,30. Мы оценили погрешность $\sigma^2(\tau)$ полученных значений функции $B(\tau)$, которая обусловлена малостью взятого ряда. Соответствующие формулы вычисления $\sigma^2(\tau)$ приведены в [6]. Для разных s получаем:

s	$\sigma^2(0)$	$\sigma^2(5)$
60	0,10	0,08
100	0,08	0,06
500	0,04	0,03

Упомянутые выше расхождения находятся в пределах ошибок определения корреляционной функции по данному количеству исходных значений. Следовательно, согласие между кривыми 1 и 2 можно считать удовлетворительным.

6. Мы рассмотрели сглаживание нормальных значений с одинаковым весом, т. е. тот случай, при котором эти значения получены путем осреднения одного и того же числа индивидуальных широт. В этом случае дисперсия уклонений v_i связана с дисперсией ошибок индивидуальных значений известным соотношением:

$$D = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{s\sigma^2}{N}. \quad (29)$$

Имея в виду (11) и (24), получаем

$$\frac{1}{K} M(u_i - u'_i)^2 = \frac{s}{N - s} M(\varphi_{ik} - u_i)^2. \quad (30)$$

Этим равенством можно пользоваться для проверки правильности сделанного предположения о независимости индивидуальных широт.

Теперь перейдем к общему случаю, когда числа индивидуальных широт n_i различны. Допустим, что в этом случае мы воспользовались формулой сглаживания (16) и с помощью (24) нашли дисперсию D , т. е. значение среднего квадрата отклонений нормальных значений от функции F . Но теперь D и σ^2 уже будут связаны не соотношением (29), а другой формулой, которую мы получим ниже.

Рассмотрим величину

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s n_i^\alpha v_i^2,$$

где α — некоторое произвольное целое число. Положим

$$v_i^2 = \frac{1}{n_i^2} \sum_{k=1}^{n_i} \xi_{ik}^2 + K_i = \frac{1}{n_i(\sigma^2 + \eta_i)}.$$

Здесь η_i — случайная величина, математическое ожидание которой равно нулю. Следовательно,

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s n_i^\alpha v_i^2 = \frac{\sigma^2}{s} \sum_{i=1}^s n_i^{\alpha-1} + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s n_i^{\alpha-1} \eta_i.$$

При увеличении s второе слагаемое приближается к математическому ожиданию величины $n_i^{\alpha-1} \eta_i$, которое по теореме о математическом ожидании произведения некоррелированных сомножителей равно

$$M n_i^{\alpha-1} M \eta_i = 0.$$

Поэтому получаем следующее приближенное равенство:

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s n_i^\alpha v_i^2 = \frac{\sigma^2}{s} \sum_{i=1}^s n_i^{\alpha-1}.$$

Полагая $\alpha = 1$, приходим к формуле, аналогичной выражению ошибки наблюдения с единичным весом:

$$\sigma^2 = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s n_i v_i^2.$$

При $\alpha = 0$ получим

$$\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s v_i^2 = \frac{\sigma^2}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i}.$$

Слева имеем несмещенную оценку дисперсии отклонений нормальных значений от кривой колебаний широты $F(t)$. Итак, искомая формула, связываю-

шая дисперсию уклонений с ошибкой одного наблюдения, в рассматриваемом случае запишется так:

$$D = \frac{\sigma^2}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i} \quad (31)$$

Если все n_i равны между собой, то

$$\sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i} = \frac{s}{n},$$

и мы вновь получаем (29).

Оценим точность наблюдений на фотографической зенитной трубе в Ричмонде. Судя по [7], ошибку среднесуточных значений широты, вычисленную по уклонениям их от кривой колебаний широты, можно принять равной $0''.06$. Если учесть, что в среднем за ночь в Ричмонде наблюдается 15 звезд, то ошибка σ одного наблюдения будет около $0''.25$. Отсюда ошибка \sqrt{D} нормального (среднедневного) значения, рассчитанная по формуле (31), оказывается равной примерно $0''.03$ (величина $\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i}$ для этих наблюдений близка к $0,013$). С другой стороны, два ряда наблюдений в Ричмонде с 1957.00 по 1958.00 (I ряд) и с 1959.16 по 1960.28 (II ряд) мы сгладили каждый с $\varepsilon = 0,1$ и $\varepsilon = 1$, а затем из (24) определили для этих рядов величины \sqrt{D} . Результаты приведены в табл. 4.

Различия в значениях \sqrt{D} , найденных разными способами, вновь указывают на то, что ошибки мгновенных широт являются величинами зависимыми. Возможно, что из-за влияния каких-то причин результаты наблюдений оказываются на протяжении нескольких дней одинаково искаженными (завышенными или заниженными). Для примера возьмем из I ряда нормальное значение для 1957.112. Оно получено путем осреднения 123 мгновенных широт и равно $47''.78$, в то время как предыдущее и последующее значения равны соответственно $47''.30$ и $47''.55$. Уклонение этой нормальной точки от сглаженной кривой, которое равно $0''.30$, примерно в 10 раз больше ошибки среднего из 123 наблюдений. Такое расхождение было бы практически невозможно, если ошибки отдельных мгновенных широт были бы независимыми случайными величинами.

Т а б л и ц а 4

Ряды наблюдений	I		II	
	0,1	1	0,1	1
$M(u_i - u_i')^2$	0''.006820	0''.006035	0''.002830	0''.002282
K	0.7233	0.5697	0.7233	0.5697
\sqrt{D}	0.091	0.091	0.063	0.063

7. Если нормальные значения u_i имеют различные веса, то сглаженная кривая, полученная с помощью (15), уже не будет наилучшим образом удовлетворять совокупности результатов наблюдений. Для рассматриваемого случая нами была предложена другая схема сглаживания, состоящая из решения системы уравнений следующего вида [1]:

$$\varepsilon_i(u_i - u_i'') = a_3 u_{i-3}'' + a_2 u_{i-2}'' + a_1 u_{i-1}'' + a_0 u_i'' + a_1 u_{i+1}'' + a_2 u_{i+2}'' + a_3 u_{i+3}'' = Gu_i'', \quad (32)$$

где G — линейный оператор скользящего суммирования, а коэффициенты при последовательных значениях u_i'' имеют во всех уравнениях, кроме трех первых и трех последних, следующие численные значения: $a_3 = -1$, $a_1 = 6$, $a_1 = -15$, $a_0 = 20$.

Величины ε_i пропорциональны весам нормальных значений широты p_i , которые в свою очередь пропорциональны числам индивидуальных широт n_i . Следовательно, можно положить

$$\varepsilon_i = \varepsilon p_i, \quad (33)$$

причем ε играет ту же роль, что и коэффициент сглаживания в (15). Обозначим теперь сглаженные значения широты через u_i'' , чтобы показать, что в отличие от u_i' они будут получены с учетом весов.

Докажем, что формула (28) остается в силе и для рассматриваемого случая. Имеем

$$\varepsilon_{i+\tau}(u_{i+\tau} - u_{i+\tau}'') = Gu_{i+\tau}''$$

и

$$\varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau}(u_i - u_i'')(u_{i+\tau} - u_{i+\tau}'') = Gu_i'' Gu_{i+\tau}''$$

(математическое ожидание этой величины обозначим через S_τ). Общий член многочлена, стоящего в правой части, можно записать так:

$$a_k a_l u_{i+k}'' u_{i+l+\tau}'',$$

где k и l принимают значения: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Заметим, что

$$a_{-k} = a_k, \quad a_{-1} = a_1.$$

Разность $(i + l + \tau) - (i + k) = \tau + (l - k) = \tau + m$ может изменяться от $\tau - 6$ при $l = -3$, $k = +3$ до $\tau + 6$ при $l = +3$, $k = -3$.

Можно разбить все члены многочлена $Gu_i'' u_{i+\tau}''$ на группы, объединяя в каждой те члены, у которых m принимает какое-либо фиксированное значение. Выпишем в качестве примера группу членов с $m = 3$ ($l = 3 + k$):

$$a_3 a_0 u_{i-3}'' u_i'' + a_2 a_1 u_{i-2}'' u_{i+1}'' + a_1 a_2 u_{i-1}'' u_{i+2}'' + a_0 a_3 u_i'' u_{i+3}''.$$

Математическое ожидание этой суммы равно

$$(a_3 a_0 + a_2 a_1 + a_1 a_2 + a_0 a_3) \beta_3,$$

где β_3 — автокорреляционная функция сглаженных значений u_i'' , взятых со сдвигом 3.

Пусть в общем случае

$$Mu_{i+k}'' u_{i+l+\tau}'' = \beta_{\tau+m}. \quad (34)$$

Легко показать, что

$$S_{\tau} = A_0\beta_{\tau} + A_1(\beta_{\tau-1} + \beta_{\tau+1}) + A_2(\beta_{\tau-2} + \beta_{\tau+2}) + A_3(\beta_{\tau-3} + \beta_{\tau+3}) + \\ + A_4(\beta_{\tau-4} + \beta_{\tau+4}) + A_5(\beta_{\tau-5} + \beta_{\tau+5}) + A_6(\beta_{\tau-6} + \beta_{\tau+6}),$$

где

$$A_0 = a_0^2 + 2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2), \\ A_1 = 2(a_0a_1 + a_1a_2 + a_2a_3), \\ A_2 = a_1^2 + 2(a_0a_2 + a_1a_3), \\ A_3 = 2(a_0a_3 + a_1a_2), \\ A_4 = a_2^2 + 2a_1a_3, \\ A_5 = 2a_2a_3, \\ A_6 = a_3^2.$$

Запишем выражение для S_0 , считая $\beta_{-j} = \beta_j$:

$$S_0 = M\varepsilon_i^2(v_i - v_i'')^2 = A_0\beta_0 + 2(A_1\beta_1 + A_2\beta_2 + A_3\beta_3 + A_4\beta_4 + A_5\beta_5 + A_6\beta_6).$$

Заметим, что

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} (\beta_{\tau-k} + \beta_{\tau+k}) = \sum_{\tau=1}^{k-1} \beta_{k-\tau} + \beta_0 + \sum_{\tau=k+1}^{\infty} \beta_{\tau-k} + \sum_{\tau=1}^{\infty} \beta_{\tau+k} = \\ = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j + \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j + \sum_{j=k+1}^{\infty} \beta_j = \beta_0 - \beta_k + 2\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j.$$

Поэтому

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} S_{\tau} = A_1(\beta_0 - \beta_1) + A_2(\beta_0 - \beta_2) + A_3(\beta_0 - \beta_3) + A_4(\beta_0 - \beta_4) + \\ + A_5(\beta_0 - \beta_5) + A_6(\beta_0 - \beta_6) + A_0\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j + 2(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \\ + A_5 + A_6)\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j = (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6)\left(\beta_0 + 2\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j\right) + \\ + A_0\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j - (A_1\beta_1 + A_2\beta_2 + A_3\beta_3 + A_4\beta_4 + A_5\beta_5 + A_6\beta_6).$$

Но

$$A_1\beta_1 + A_2\beta_2 + A_3\beta_3 + A_4\beta_4 + A_5\beta_5 + A_6\beta_6 = \frac{1}{2}(S_0 - A_0\beta_0).$$

Отсюда

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} S_{\tau} = (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6)\left(\beta_0 + 2\sum_{j=1}^{\infty} \beta_j\right) +$$

$$+A_0 \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j - \frac{1}{2}(S_0 - A_0 \beta_0).$$

Легко вычислить, что

$$A_0 = 924, \quad A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 = -462,$$

поэтому можно заменить сумму $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$ через $-A_0/2$, после чего сразу же получим

$$\frac{1}{2}S_0 + \sum_{\tau=1}^{\infty} S_{\tau} = 0$$

или

$$\frac{1}{2}Mp_i^2(u_i - u_i'')^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} Mp_i p_{i+\tau}(u_i - u_i'')(u_{i+\tau} - u_{i+\tau}'') = 0. \quad (35)$$

Эта формула переходит в (28), если все p_i равны между собой. Следовательно, в случае сглаживания с учетом весов площадь под кривой, проведенной через точки с ординатами $Mp_i p_{i+\tau}(u_i - u_i'')(u_{i+\tau} - u_{i+\tau}'')$, приближенно равна нулю.

Приведем пример. Ряд наблюдений на фотографической зенитной трубе в Ричмонде в 1958—1959 гг. мы сгладили по (32), придав исходным нормальным значениям веса p_i и положив в (33) $\varepsilon_{p=1}$ равным 0,01; 0,1; 1 и 5. Затем рассчитали выражение (35) для каждой из четырех полученных кривых. Во второй и третьей строке табл. 5 приведены эти значения, когда число слагаемых во втором члене (35) равно 8 и 14 соответственно. Значения во второй строке заметно отличаются от значений в третьей строке, но в обоих случаях они малы по сравнению с первым членом (35), значения которого даны в первой строке.

8. Теперь нужно найти выражение масштаба корреляции уклонений v_i'' , получаемых при сглаживании с учетом весов. Для этого, заменив в правой части (32) $u_i - u_i''$ через $v_i - v_i''$ и умножив обе части этого уравнения на $\varepsilon_{i+\tau} \times v_{i+\tau}$, получим

$$\varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} (v_i - v_i'') v_{i+\tau}'' = \varepsilon_{i+\tau} v_{i+\tau} C u_i''.$$

Введем обозначение

$$M u_i'' \varepsilon_j v_j'' = c_{j-i}, \quad (36)$$

тогда

$$M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} (v_i - v_i'') v_{i+\tau}'' = M \varepsilon_{i+\tau} v_{i+\tau}'' C u_i'' = a_3 c_{\tau+3} + a_2 c_{\tau+2} + a_1 c_{\tau+1} + a_0 c_{\tau} + a_1 c_{\tau-1} + a_2 c_{\tau-2} + a_3 c_{\tau-3} = a_0 c_{\tau} + a_1 (c_{\tau+1} + c_{\tau-1}) + a_2 (c_{\tau+2} + c_{\tau-2}) + a_3 (c_{\tau+3} + c_{\tau-3}).$$

Т а б л и ц а 5

$\varepsilon_{p=1} = 0,01$	$\varepsilon_{p=1} = 0,1$	$\varepsilon_{p=1} = 1$	$\varepsilon_{p=1} = 5$
0".0289	0".0195	0".0119	0".0061
0.0028	0.0018	0.0014	-0.0005
0.0052	-0.0009	-0.0015	-0.0014

После несложных преобразований получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 (v_i - v_i'') v_i'' + \sum_{\tau=1}^{\infty} M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} (v_i - v_i'') v_{i+\tau}'' = \\ & = \left(\frac{a_0}{2} + a_1 + a_2 + a_3 \right) (c_0 + 2c_1 + 2c_2 + 2c_3) = 0, \end{aligned} \quad (37)$$

поскольку

$$\frac{a_0}{2} + a_1 + a_2 + a_3 = 0.$$

Таким же образом можно показать, что

$$\frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 (v_i - v_i'') v_i + \sum_{\tau=1}^{\infty} M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} (v_i - v_i'') v_{i+\tau}'' = 0. \quad (38)$$

Так как v_i — случайные независимые величины, некоррелированные со значением ε_i , то при $\tau \neq 0$

$$M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} v_i v_{i+\tau}'' = 0.$$

Следовательно, (38) можно записать так:

$$\frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 v_i^2 - \frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 v_i v_i'' - \sum_{\tau=1}^{\infty} M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = 0.$$

Складывая это равенство с (37) и принимая во внимание, что

$$M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} v_i v_{i+\tau}'' ,$$

получаем

$$\frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 v_i''^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M \varepsilon_i \varepsilon_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = \frac{1}{2} M \varepsilon_i^2 v_i^2. \quad (39)$$

Если все ε_i равны между собой, то вновь приходим к формуле (23).

Поскольку $\varepsilon_i \sim n_i$, то можем записать (39) так:

$$\frac{1}{2} M n_i^2 v_i''^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M n_i n_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = \frac{1}{2s} \sum_{i=1}^s n_i^2 v_i^2.$$

Полагая в уравнении (см. пункт б)

$$\sum_{i=1}^s n_i^\alpha v_i^2 = \sigma^2 \sum_{i=1}^s n_i^{\alpha-1}$$

$\alpha = 2$, имеем

$$\sum_{i=1}^s n_i^\alpha v_i^2 = N \sigma^2.$$

Отсюда

$$\frac{1}{2} M n_i^2 v_i''^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M n_i n_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = \frac{n}{2} \sigma^2, \quad (40)$$

где \bar{n} — среднее число наблюдений на интервале осреднения. Поделив обе части (40) на \bar{n}^2 и введя обозначение

$$\frac{n_i}{\bar{n}} = v_i,$$

получаем окончательно:

$$\frac{1}{2} M v_i^2 v_i''^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M v_i v_{i+\tau} v_i'' v_{i+\tau}'' = \frac{\sigma^2}{2n}. \quad (41)$$

Из уравнений (19), (22), (23) и (31) для случая сглаживания без учета весов следует

$$\frac{1}{2} M v_i'^2 + \sum_{\tau=1}^{\infty} M v_i' v_{i+\tau}' = \frac{\sigma^2}{2s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i}.$$

Для двух рядов наблюдений на фотографической зенитной трубе в Ричмонде мы определили величины $\frac{1}{\bar{n}}$ и $\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{1}{n_i}$. Они оказались равными соответственно 0,0112 и 0,0127 для наблюдений за время 1957.00—1958.00 и 0,0120 и 0,0134 — за время 1959.16—1960.28. Следовательно, масштаб корреляции сглаженных значений, вычисленных с учетом весов нормальных значений, меньше, чем в случае сглаживания по формуле (15).

Для этих рядов наблюдений из (41) мы получили следующие оценки масштаба корреляции сглаженной кривой: 0".0037 и 0".0017 соответственно. Их мы приняли в качестве характеристик точности построенных кривых изменения широты.

8. Приведем общую схему вычислений, которой рекомендуем пользоваться для оценки точности сглаженной кривой колебаний широты. Она состоит в последовательном выполнении следующих операций:

- а) с помощью (5) вычисляем нормальные значения широты u_i ;
- б) применяя (15), находим сглаженные значения u_i' . При этом веса отдельных значений не учитываются и можно пользоваться любым коэффициентом сглаживания, так как его выбор не влияет на окончательные результаты;
- в) с помощью (25) находим K ;
- г) вычисляем уклонения нормальных значений от сглаженных, т. е. разности $u_i - u_i'$;
- д) по (24) находим D , а по (31) — σ^2 ;
- е) чтобы получить наиболее вероятную кривую, вновь проводим сглаживание, на этот раз с учетом весов. Теперь сглаженные значения u_i'' можно найти решением системы уравнений вида (32). Желательная степень сглаживания достигается подбором коэффициента ε ;
- ж) точность кривой, полученной таким образом, характеризуется величиной, аналогичной масштабу корреляции. Эту величину находим подстановкой в (41) известных значений дисперсии ошибок одного наблюдения σ^2 и среднего числа наблюдений \bar{n} , по которым были получены нормальные значения.

Этот метод применим только в том случае, когда ошибки наблюдений являются величинами независимыми, поскольку в основе его лежит допущение, что наблюдаемые широты можно представить выражением (1). Выше мы привели несколько способов проверки правильности этого допущения. Если такая проверка дает отрицательный результат, то изложенным методом можно пользоваться только для приближенной оценки точности сглаженной кривой колебаний широты. Для строгой оценки метод нужно изменить так, чтобы учитывалась зависимость между ошибками наблюдений. Этот вопрос требует особого рассмотрения.

ABSTRACT

The moving-average process proposed by E. T. Whittaker has been applied to smoothing observational latitude curves. This enables the standard error of initial data to be computed from deviations of the means for certain intervals of time from the smoothed curve, provided the observational errors of individual latitudes are independent random values.

Then allowance has been made for the fact that usually the weights of the means are different, and the Whittaker's method has been modified so as to make it applicable to this case.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров Е. П., Глаголева И. И. Докл. АН УССР, 1962, № 4, 473—477.
2. Результаты наблюдений на зенит-телескопах. Сборник материалов широтных наблюдений за МГГ и МГС. М., 1963.
3. Федоров Е. П. Труды Полтавской гравиметр. обс. Киев, 1951, 4, 316—317.
4. Уиттекер Э., Робинсон Г. Математическая обработка результатов наблюдений. М.—Л., 1933.
5. Афанасьев Н. Л. Изв. АН СССР, серия геофиз., 1961, № 7, 994—1004.
6. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз, 1960.
7. *Astrophys. J.*, 1952, 56, N 1195, 185; 1952, 57, N 1200, 122; 1954, 59, N 1215, 132.

А. А. КОРСУНЬ, Е. П. ФЕДОРОВ

О НАЗНАЧЕНИИ ВЕСОВ ПРИ ВЫВОДЕ КООРДИНАТ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ ШИРОТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ*

Применять для вычисления координат полюса способ наименьших квадратов так, как это до сих пор всегда делалось, можно, строго говоря, только в том случае, если все используемые ряды широтных наблюдений имеют одинаковую точность, а ошибки наблюдений независимы и нормально распределены.

Действительно, пусть на n станциях значения широты снимаются со сглаженной кривой через равные промежутки времени, через одну десятую долю года. Введем следующие обозначения: I — порядковый номер станции ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), λ_i — долгота i -й станции, j — порядковый номер момента, для которого получено нормальное значение широты ($j = 1, 2, 3, \dots, N$), x_j , y_j — координаты полюса в j -й момент, u_{ij} — изменение широты i -й станции в j -й момент, т. е. разность между значением широты, снятым со сглаженной кривой, и средней широтой данной станции, $a_i = \cos \lambda_i$, $b_i = \sin \lambda_i$.

Тогда

$$u_{ij} = a_i x_j + b_i y_j + z_{ij}. \quad (1)$$

Чтобы системы (1) можно было решать способом наименьших квадратов, необходимо принять следующие допущения: а) остаточные отклонения z_{ij} — случайные величины с распределением, близким к нормальному; б) при фиксированном j величины z_{ij} попарно некоррелированы.

Казалось бы, что эти допущения неприемлемы, поскольку в неполярных колебаниях широт обнаруживаются довольно правильные годовые волны. Вследствие этого остаточные отклонения z_{ij} при фиксированном i (т. е. взятые для какой-либо одной станции) будут величинами коррелированными. Но наличие годовых волн в отдельных рядах не обязательно приводит к появлению корреляции между величинами z_{ij} при фиксированном j , что для нас существенно, поскольку системы (1) составляют и решают для каждого момента (т. е. для каждого значения j) независимо друг от друга. Несомненно, наши допущения не вполне соответствуют действительности, но мы все же их принимаем, как это и делалось всегда при выводе координат полюса по данным широтных наблюдений. Однако мы уже не будем считать, что все ряды широтных наблюдений имеют одинаковую точность. Тогда при выводе координат полюса различным рядам нужно будет придавать разные веса. Отсюда

* Сб. Изменяемость широт, 1967. — Вып. 2.

возникает необходимость вывести определенное правило назначения весов рядам широтных наблюдений.

В том случае, когда ошибки наблюдений — величины независимые, веса назначают обратно пропорционально дисперсиям этих ошибок. Но как показали Е. П. Федоров и И. И. Глаголева [1], ошибки широтных наблюдений образуют временные ряды связанных величин. Следовательно, одной дисперсии недостаточно, чтобы характеризовать их статические свойства. Таким образом, для оценки точности и назначения весов широтных наблюдений нельзя пользоваться просто средней квадратической ошибкой одного наблюдения или средним квадратическим отклонением нормальных значений от сглаженной кривой. Обе эти величины дают оценку той доли дисперсии, которая обусловлена высокочастотной частью спектра ошибок наблюдений, тогда как для оценки точности кривой колебания широты существенна низкочастотная часть (с периодом более месяца). Последнюю можно найти только по отклонениям наблюдаемых широт от вычисленных по координатам полюса, которые, таким образом, должны быть известны заранее. А между тем, веса рядов широтных наблюдений нужны именно для вычисления этих координат. При такой ситуации естественно попытаться применить метод последовательных приближений. В первом приближении мы решаем систему уравнений (1), придавая всем рядам наблюдений одинаковый вес. После подстановки полученных значений x_j и y_j находим остаточные отклонения z_{ij} . Так для i -й станции имеем

$$z_{i1}, z_{i2}, z_{i3}, \dots, z_{ij}, \dots, z_{iN}.$$

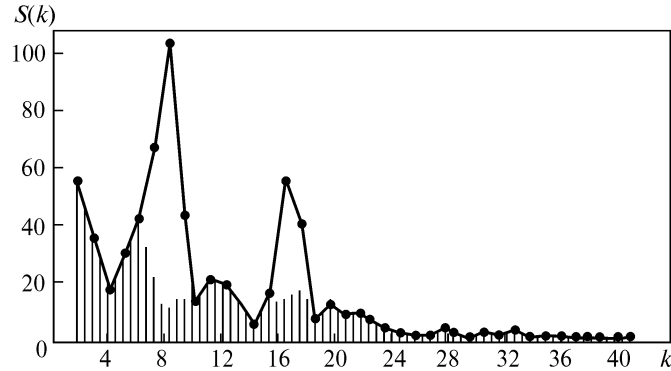
Дальнейшие вычисления можно вести двумя путями: либо сразу же получить дисперсию этих величин по формуле

$$D_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_{ij}^2, \quad (2)$$

либо попытаться предварительно найти в значениях z_{ij} правильную годовую волну и исключить ее из этих значений. Вторым путем приведет нас к тому критерию точности широтных наблюдений, которым пользовался А. Я. Орлов [2]. Его преимущество состоит в том, что после исключения годовой волны отклонения z_{ij} будут, по-видимому, лучше удовлетворять принятым ограничениям. Но если встать на этот путь, то естественно поступить так же не только с годовой, но и с другими возможными периодическими составляющими в отклонениях z_{ij} , в том числе с такими, периоды которых близки к году, что возможно только при анализе многолетних наблюдений.

Рассуждая на языке теории случайных функций, мы можем следующим образом пояснить различие двух способов вычисления дисперсии D_i . При первом способе вычисления (когда берутся непосредственно значения z_{ij}) мы получим всю площадь под кривой спектральной плотности (рисунок). Если же периодические составляющие из z_{ij} предварительно исключить, то получим только заштрихованную часть этой площади. В последующих выкладках можно пользоваться дисперсией вычисленной как одним, так и другим способами.

Поскольку основная цель настоящей работы — объяснить принцип учета весов при выводе координат полюса, то ограничимся здесь только вычисле-



нием дисперсии первым способом, т. е. без исключения периодических составляющих неполярных изменений широты.

В дополнение к уже сделанным допущениям о статистических свойствах величин z_{ij} будем считать, что при фиксированном i они образуют стационарную последовательность. Введем такое обозначение:

$$\bar{D} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n z_{ij}^2. \quad (3)$$

В силу последнего допущения эти суммы не будут зависеть от j и

$$n\bar{D} = \sum_{i=1}^n D_i. \quad (4)$$

В первом приближении для каждого j нужно найти такие значения x_j, y_j , при которых \bar{D} будет минимальным. Дисперсия координат x_i, y_j вычисляется по формулам

$$D(x) = \frac{\bar{D}}{p(x)}, \quad D(y) = \frac{\bar{D}}{p(y)}, \quad (5)$$

где

$$p(x) = [aa] - \frac{[ab]^2}{[bb]}, \quad p(y) = [bb] - \frac{[ab]^2}{[aa]}.$$

Для приближенной оценки можно воспользоваться тем, что при вычислении координат полюса сумма произведений $[ab]$ всегда оказывается величиной малой по сравнению с суммами квадратов $[aa]$ и $[bb]$, а последние близки между собой. Поэтому можно положить

$$p(x) = \frac{1}{2} \{p(x) + p(y)\} = \frac{1}{2} \{[aa] + [bb]\} = \frac{n}{2}, \quad (6)$$

$$D(x) = D(y) = \frac{2\bar{D}}{n} = \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n D_i.$$

Т а б л и ц а 1

Эпоха	$p(x)$	$p(y)$	$D(x)$	$D(y)$	n
1957.6	9.966	9.870	0".000260	0".000263	20
.8	12.541	10.309	179	218	23
58.2	12.644	11.278	155	173	24
59.0	10.735	9.409	191	218	23
.8	9.883	9.407	241	251	20
.9	9.281	9.227	279	280	19

В качестве примера в табл. 1 приведены значения $p(x)$, $p(y)$, $D(x)$, $D(y)$, вычисленные для разных комбинаций станций, участвовавших в наблюдениях по программе МГГ и МГС.

Введем теперь веса уравнений:

$$g_i = \frac{n}{\alpha D_i} = \frac{\rho}{D_i}, \quad (7)$$

где

$$\rho = \frac{n}{\alpha}, \quad \alpha = \sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i}.$$

Веса, полученные таким способом для широтных рядов с 1957.5 по 1960.0, приведены в табл. 2.

Теперь вместо систем (1) имеем системы следующих условных уравнений:

$$\sqrt{g_i} u_{ij} = \sqrt{g_i} a_i x'_j + \sqrt{g_i} b_i y'_j + \sqrt{g_i} z'_{ij}. \quad (8)$$

Новые значения координат x'_j , y'_j будут, конечно, несколько отличаться от прежних значений x_j , y_j , полученных в первом приближении (табл. 3). С этими значениями по формуле (1) были определены z_{ij} , а затем с помощью формулы (2) найдены дисперсии отдельных рядов. Этими дисперсиями мы и воспользуемся для получения координат полюса во втором приближении.

Величина

$$z'_{ij} = u_{ij} - (a_i x'_j + b_i y'_j)$$

Т а б л и ц а 2

Обсерватория	g_i	Обсерватория	g_i	Обсерватория	g_i
Гринвич	1.3	Полтава, Цейсс	0.5	Мидзусава, ПЗТ	0.8
Париж	1.1	Полтава, Бамберг	0.3	Мидзусава, ФЗТ	0.6
Алжир	1.1	Казань	0.9	Юкайя	1.0
Карлофорте	1.3	Китаб, Бамберг	1.4	Ричмонд	0.6
Потсдам	0.7	Китаб, ЗТЛ-180	1.4	Гейтерсберг	0.6
Дрезден	0.8	Иркутск	1.3	Вашингтон	0.2
Пулково, ЗТФ	3.1	Токио	0.4	Оттава	0.4
Пулково, ЗТЛ-180	1.6	Мидзусава, ВЗТ	2.1	Ла Плата	0.4

Т а б л и ц а 3

Эпоха	x	x'	y	y'	Эпоха	x	x'	y	y'
1957.5	23	23	12	12	1958.8	27	29	-14	-15
.6	26	27	-5	-7	.9	16	15	-23	-25
.7	24	23	-19	-20	1959.0	-1	-2	-28	-28
.8	12	12	-27	-29	.1	-14	-13	-23	-23
.9	-6	-6	-30	-30	.2	-23	-25	-11	-11
1958.0	-22	-23	-23	-22	.3	-26	-28	2	4
.1	-30	-31	5	-5	.4	-22	-24	14	16
.2	-28	-30	10	13	.5	-10	-12	22	24
.3	-19	-20	24	26	.6	5	5	23	23
.4	-6	-6	29	31	.7	20	21	18	17
.5	9	11	26	28	.8	25	25	8	6
.6	23	25	17	16	.9	23	21	-6	-5
.7	30	32	1	0	1960.0	14	14	-16	-14

также будет отличаться от z_{ij} . Можем записать, что

$$z'_{ij} = z_{ij} + r_{ij}, \quad (9)$$

где

$$r_{ij} = a_i(x_j - x'_j) + b_i(y_j - y'_j). \quad (10)$$

Далее находим

$$\bar{D}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i z'^2_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i z^2_{ij} + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n g_i z_{ij} r_{ij} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i r^2_{ij}.$$

Рассмотрим прежде всего вторую сумму. Мы можем записать

$$\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n g_i z_{ij} r_{ij} = \frac{2}{n} (x_j - x'_j) \sum_{i=1}^n g_i a_i z_{ij} + \frac{2}{n} (y_j - y'_j) \sum_{i=1}^n g_i b_i z_{ij}.$$

Допущение, что между произведениями $g_i a_i$, с одной стороны, и уклонениями z_{ij} , с другой, нет корреляции, по-видимому, соответствует действительности. А если это так, то все написанное выше выражение с увеличением n будет уменьшаться, и им можно пренебречь.

Теперь рассмотрим первый член. Подставляя в выражение

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i z'^2_{ij}$$

значение g_i из уравнения (7), получаем

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{n}{\alpha D_i} z'^2_{ij}. \quad (11)$$

Это выражение в силу условия стационарности z_{ij} можно записать так:

$$\frac{1}{nN} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{n}{\alpha D_i} z'^2_{ij} = \frac{1}{\alpha N} \sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i} \sum_{j=1}^N z'^2_{ij} = \frac{n}{\alpha}.$$

Остается рассмотреть последний член:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i z_{ij}^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_i \{a_i(x_j - x'_j) + b_i(y_i - y'_j)\}^2 = \\ &= \frac{1}{n} (x_j - x'_j)^2 [gaa] + \frac{1}{n} (y_j - y'_j)^2 [gbb] + \\ &\quad + \frac{2}{n} (x_j - x'_j)(y_j - y'_j) [gab]. \end{aligned}$$

Пусть $D(x')$, $D(y')$ — дисперсии координат x' , y' соответственно. При тех же допущениях, которые были сделаны относительно $p(x)$ и $p(y)$, имеем

$$p(x') = \frac{1}{2} \{[gaa] + [gbb]\}.$$

Поскольку

$$g_i a_i^2 + g_i b_i^2 = g_i$$

и

$$\sum_{i=1}^n g_i = n,$$

получаем

$$p(x') = p(y') = \frac{n}{2}.$$

Объединяя полученные результаты, имеем

$$\begin{aligned} D(x') &= \frac{2}{\alpha} + \frac{1}{n^2} \{[x_j - x'_j]^2 [gaa] + \\ &\quad + (y_j - y'_j)^2 [gbb] + 2(x_j - x'_j)(y_j - y'_j) [gab]\}, \end{aligned}$$

где при большом n вторым членом можно пренебречь.

Найдем теперь отношение

$$k = \frac{D(x')}{D(x)} = \frac{\frac{2}{\alpha}}{\frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n D_i} = \frac{n^2}{\alpha \sum_{i=1}^n D_i}.$$

Произведение, стоящее в знаменателе, можно записать так:

$$n + \left(\frac{D_1}{D_2} + \frac{D_2}{D_1} \right) + \left(\frac{D_1}{D_3} + \frac{D_3}{D_1} \right) + \dots$$

В этой сумме имеется $\frac{n^2 - n}{2}$ выражений вида

$$\frac{D_i}{D_k} + \frac{D_k}{D_i}.$$

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 4

Эпоха	$p(x')$	$p(y')$	$D(x')$	$D(y')$	$\frac{D(x')}{D(x)}$	$\frac{D(y')}{D(y)}$
1957.6	10.944	7.824	0".000153	0".000221	0,58	0,84
1958.8	13.373	8.578	145	190	.64	.87
1958.2	13.240	9.426	104	153	.67	.87
1959.0	13.184	9.174	114	172	.60	.79
1959.8	11.903	9.025	152	215	.63	.85
1959.9	11.190	8.782	174	234	.62	.84

Минимальное значение каждого из этих слагаемых равно 2 (при $D_i = D_k$). В общем случае каждое из них больше 2, а следовательно, их сумма больше $n^2 - n$. Отсюда следует, что

$$\alpha \sum_{i=1}^n D_i > n^2, \quad k < 1,$$

т. е. введение весов g_i приводит к уменьшению дисперсии координат полюса. Можно получить численные значения отношений $D(x')/D(x)$, $D(y')/D(y)$ по формулам

$$\frac{D(x')}{D(x)} = \frac{n}{\alpha \sum_{i=1}^n D_i} \cdot \frac{p(x)}{p(x')}, \quad \frac{D(y')}{D(y)} = \frac{n}{\alpha \sum_{i=1}^n D_i} \cdot \frac{p(y)}{p(y')}.$$

В табл. 4 приведены значения $p(x')$, $p(y')$, $D(x')$, $D(y')$. Из данных таблицы видно, что введение весов уменьшило дисперсию координат полюса за время 1957.5—1960.0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глаголева И. И., Федоров Е. П. — В кн.: Колебания широт и движение полюсов Земли. «Наука», М., 1964, 3, 15—33.
2. Орлов А. Я. Служба шпроты. М., 1958.
3. Яцкив Я. С. — В кн. Изменяемость широт. «Наукова думка», К., 1965, 75—95.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

A. A. KORSUN, E. P. FEDOROW

ON ATTACHING WEIGHTS TO THE SERIES OF LATITUDE OBSERVATIONS USED FOR DERIVING THE COORDINATES OF THE EARTH'S POLE

Summary

The paper deals with designation of the weights of the series of latitude observation. The authors propose a method based on the application of some results of spectral analysis of observational errors to the estimation of the accuracy of different series. The weights determined by this method are presented in Table 2 and are used when deducing the motion of the pole during the period from 1957.5 to 1960.0.

Е. П. ФЕДОРОВ, Я. С. ЯЦКИВ

О ПРИЧИНАХ КАЖУЩЕГОСЯ «РАЗДВОЕНИЯ» ПЕРИОДА СВОБОДНОЙ НУТАЦИИ ЗЕМЛИ*

В некоторых работах, посвященных анализу движения полюса, было принято, что свободная нутация состоит из двух движений с различными периодами. Авторы показывают, что причиной этого является изменение начальной фазы чандлерова движения, которое произошло в 1924—1926 гг.

ON THE CAUSE OF THE SPURIOUS «BIFURCATION» OF THE PERIOD OF TREE NUTATION, by *E. P. Fedorov* and *Y. S. Yatskiv*. — In some investigations dealing with the analysis of polar motion it was stated that free nutation is composed of two motions with different periods. It is shown that this is due to the change in the initial phase of the Chandler wobble which occurred in 1924—1926.

В теории вращения Земли рассматривались ее различные модели, но ни в одном случае не было получено указаний на то, что период свободной нутации может заметно изменяться или что эта нутация состоит из нескольких движений с различными периодами**. В то же время из анализа данных о движении полюса такие указания получались неоднократно.

В работе [1] В. Я. Яшков также приходит к выводу, что «в спектре движения полюса присутствуют три ярко выраженные периодические движения с периодами $T_1 = 1.00$, $T_2 = 1.17$ и $T_3 = 1.20$ года». Последние два периода относятся, очевидно, к свободной нутации. Ниже мы покажем, что такое «раздвоение» периода свободной нутации является кажущимся. Но прежде дадим сводку некоторых результатов определения периодических составляющих (кроме годовой волны) в движении полюса (табл. 1). Для этих определений применялись как методы периодограммного (спектрального) анализа в различных модификациях (метод I), так и корреляционный анализ (метод II).

Нас интересует именно «раздвоение» периода свободной нутации. Просматривая таблицу, мы видим, что из числа приведенных в ней результатов такое «раздвоение» получилось только у Лабрустов [7]. Так же, как В. Я. Яшков, вместо одного периода свободной нутации они нашли два близких периода: 1.170 и 1.208 года.

Обратимся теперь к рис. 4 статьи В. Я. Яшкова [1]. Никаких признаков разделения максимумов двух первых кривых *a* и *b* (1891.5—1916.5 и 1901.5—1926.5) не замечается. Зато на третьей кривой это разделение проявляется вполне отчетливо. Значит, его причину нужно искать в каких-то особенностях

* *Астрономический журнал*, 1964. — Том XLI, № 4.

** Мы не касаемся здесь периода, близкого суткам, который возникает в результате влияния жидкого ядра.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 1

Метод	Анализируемый интервал	Значения периодов в годах	Литературный источник	Метод	Анализируемый интервал	Значения периодов в годах	Литературный источник
I	1890—1915	1.13; 1.20; 1.27	[2]	I	1891—1945	1.196	[8]
I	1890—1924	1.20	[3]	II	1900—1920	1.193	[9]
I	1890—1924	1.19	[4]	I	1890—1924	1.191	[10]
I	1890—1922	(1.08); (1.14); 1.19; (1.27)*	[5]		1929—1953	1.172	
	1922—1938	1.13		II	1897—1957	1.186	[11]
II	1892—1933	1.223	[6]		1897—1922	1.190	
	1908—1921	1.202			1930—1957	1.180	
I	1900—1940	1.108; 1.170; 1.208; 1.250	[7]	II	1891—1952	1.193	[12]

* Значения в скобках найдены Валем из анализа не самих координат полюсов, а остатков, полученных после исключения основного движения с периодом 1.19 года.

движения полюса в интервале 1911.5—1936.5, причем таких, которые проявляются при анализе методом I.

Напомним, что именно в этом интервале произошло то явление, которое, по словам А. Я. Орлова, «совершенно изменило ход чандлерова движения полюса» [13]: в 1924—1926 гг. начальная фаза этого движения изменилась почти на 180°. Именно это изменение может быть причиной того, что при анализе движения полюса за время с 1911.5 по 1936.5 вместо одного получаются два периода свободной нутации.

Для подтверждения изложенного воспользуемся следующим элементарным примером. Пусть мы имеем простое гармоническое колебание, изменяющее свою начальную фазу в некоторый момент t_1 :

$$\begin{aligned} f(t) &= A \sin(\omega t + \alpha_1) \text{ при } 0 < t < t_1, \\ f(t) &= A \sin(\omega t + \alpha_2) \text{ при } t_1 < t < t_2. \end{aligned} \quad (1)$$

Ради упрощения дальнейших выкладок положим

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = 180^\circ; \quad t_2 = 2t_1.$$

Теперь, как это делается при периодограммном анализе, для различных значений пробной частоты ω нам нужно находить величины

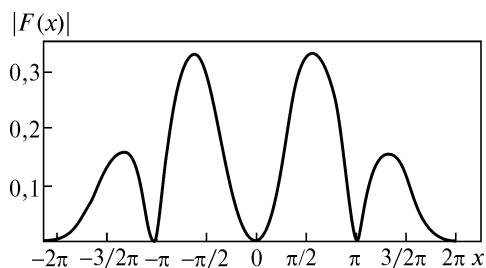
$$a(\omega) = \frac{1}{t_1} \int_0^{2t_1} f(t) \cos \omega t dt, \quad b(\omega) = \frac{1}{t_1} \int_0^{2t_1} f(t) \sin \omega t dt. \quad (2)$$

Величину $a(\omega)$ можно не рассматривать, так как с возрастанием t_1 она стремится к нулю. Подставляя во второе из этих уравнений значения $f(t)$ из (1), получаем

$$b(\omega) = \frac{A}{t_1} \int_0^{t_1} \sin \omega_0 t \sin \omega t dt - \frac{A}{t_1} \int_{t_1}^{2t_1} \sin \omega_0 t \sin \omega t dt.$$

Отсюда после выполнения интегрирования и несложных преобразований находим

$$b(\omega) = 2A[F(v) - F(u)], \quad (3)$$



причем

$$F(x) = \sin x / x [\sin^2(x/2)]; \quad (4)$$

$$u = (\omega_0 + \omega) t_1; \quad v = (\omega_0 - \omega) t_1. \quad (5)$$

График функции $|F(x)|$ показан на рисунке. Мы видим, что при $x = 0$ функция $|F(x)|$ имеет минимум. По обе стороны от него расположены максимумы (при $x = \pm 0.572\pi$, $x = \pm 1.288\pi$ и т. д.), причем по мере удаления x от начала отсчета максимальные значения $|F(x)|$ быстро уменьшаются.

При любых значениях t_1 и ω^* имеем

$$F(u) \ll 1 / (\omega_0 + \omega t_1) < 1 / \omega_0 t_1.$$

Заменяя ω_0 через $2\pi / T_0$, где T_0 — период функции $f(t)$, находим

$$F(u) \ll 1 / 2\pi n, \quad n = t_1 / T_0.$$

В нашем случае n — число периодов свободной нутации во взятом полуинтервале времени. Для 25-летнего интервала $t_1 = 12.5$, $n \approx 10$ и

$$F(u) \ll 0.016.$$

При $(\omega_0 - \omega) t_1 = \pm 0.572\pi$ функция $F(v)$ имеет максимальные значения, равные 0.32. Таким образом, в первом приближении можно пренебречь функцией $F(u)$, т. е. положить

$$b(\omega) = 2AF(v). \quad (6)$$

Итак, при T_0 амплитуда $b(\omega)$ имеет минимум, равный нулю. Максимумы получаются по бокам от этого минимума при $T_0 \pm \Delta T$, причем ΔT может быть найдено из следующего соотношения:

$$1/T_0 - 1/(T_0 + \Delta T) = 0.29/t_1,$$

или приближенно

$$\Delta T = (0.29/n)T_0, \quad (7)$$

что для 25-летнего интервала дает $\Delta T = 0.035$ года, что совпадает с половиной расстояния между максимумами кривой в рис. 4 в работе [1]. При увеличении t_1 максимумы будут сближаться и становиться острее.

Периоды 1.17 и 1.20 года В. Я. Яшков получил из анализа движения полюса с 1891.5 по 1962.0. Отмеченное выше изменение фазы чандлеровского движения полюса произошло почти в середине этого интервала, так что наш схематический пример подходит к этому случаю. Мы можем положить

$$t_1 \cong 35 \text{ лет}, \quad n \cong 29,$$

и тогда

$$\Delta T = 0.01 T_0 = 0.012 \text{ года.}$$

* Рассматриваются только положительные значения ω .

Если принять период свободной нутации $T_0 = 1.19$ года, то

$$T_0 - \Delta T = 1.178; \quad T_0 + \Delta T = 1.202,$$

что примерно совпадает с результатами В. Я. Яшкова.

Нам остается показать, какие результаты получатся при применении корреляционного анализа для определения периодических составляющих движения полюсов Земли. Для этого возвратимся к нашему примеру. Несмещенную оценку корреляционной функции получим по обычной формуле:

$$K(\tau) = \frac{1}{2t_1 - \tau} \int_0^{2t_1 - \tau} f(t)f(t + \tau) dt.$$

Интервал интегрирования приходится разбить на три части, так как

$$f(t)f(t + \tau) = A^2 \sin \omega_0 t \sin \omega_0(t + \tau) \quad \text{при } 0 < t < t_1 - \tau$$

и

$$t_1 < t < 2t_1 - \tau,$$

$$f(t)f(t + \tau) = -A^2 \sin \omega_0 t \sin \omega_0(t + \tau) \quad \text{при } t_1 - \tau < t < t_1.$$

Поэтому мы можем записать

$$K(\tau) = \frac{A^2}{2t_1 - \tau} \left\{ I(t) \Big|_0^{t_1 - \tau} - I(t) \Big|_{t_1 - \tau}^{t_1} + I(t) \Big|_{t_1}^{2t_1 - \tau} \right\},$$

где

$$I(t) = (t/2) \cos \omega_0 t - [\sin(2\omega_0 t + \omega_0 \tau)] / 4\omega_0.$$

После подстановки пределов интегрирования и несложных преобразований будем иметь

$$K(\tau) = (A^2/2) h(\tau) \cos \omega_0 \tau + \varepsilon,$$

где

$$\varepsilon = \frac{A^2}{4\omega_0(2t_1 - \tau)} \{ \sin \omega_0 \tau - 2 \sin \omega_0(2t_1 - \tau) + \{ 2 \sin \omega_0(2t_1 + \tau) - \sin \omega_0(4t_1 - \tau) \},$$

$$h(\tau) = \frac{2t_1 - 3\tau}{2t_1 - \tau}.$$

Теперь при $\tau \ll 2t_1$ имеем

$$\varepsilon \cong 0, \quad h(\tau) \cong 1$$

и, следовательно,

$$K(\tau) = (A^2/2) \cos \omega_0 \tau.$$

Совершенно очевидно, что в таком случае спектральное разложение функции $K(\tau)$ даст одну линию на истинной частоте ω_0 и «раздвоения» периода, обусловленного изменением фазы свободной нутации в 1924—1926 гг., не получится. Действительно, как видно из приведенной таблицы, при применении корреляционного анализа к данным о движении полюса получался один период свободной нутации, так как авторы всегда принимали $\tau \ll 2t_1$.

При увеличении τ для достаточно больших t_1 имеем

$$\varepsilon \cong 0, \quad h(\tau) \neq 0.$$

Например, при $\tau = 0$ имеем $h(\tau) = 1$, при $\tau = \frac{1}{2} t_1$ — $h(\tau) = \frac{1}{2}$, при $\tau = \frac{2}{3} t_1$ — $h(\tau) = 0$ и при $\tau = t_1$ — $h(\tau) = -1$.

Определим теперь вид спектра корреляционной функции $K(\tau)$ для этого случая. В интервале $0 < \tau < 2 \tau_0$ функцию $h(\tau)$ можно довольно хорошо представить в виде

$$h(\tau) = (2t_1 - 3\tau) / (2 t_1 - \tau) \approx \omega' \tau,$$

где $\omega' = \pi / 2\tau_0$; $\tau_0 = \frac{2}{3} t_1$.

Этим мы и воспользуемся для приближенного расчета спектра $S(\omega)$ функции $K(\tau)$ и получим

$$S(\omega) = \frac{1}{2\tau_0} \int_0^{2\tau_0} \frac{A^2}{2} \cos \omega' \tau \cos \omega_0 \tau \cos \omega \tau d\tau,$$

где ω — пробная частота.

После интегрирования и несложных преобразований, учитывая, что $2\omega' \tau_0 \approx \pi$, имеем

$$S(\omega) = \frac{A^2}{4} \frac{\sin 2(\omega - \omega_0)\tau_0 \cdot 2(\omega - \omega_0)\tau_0}{\{2(\omega - \omega_0)\tau_0\}^2 - (2\omega'\tau_0)^2}.$$

Мы видим, что при $\omega = \omega_0$ спектр $S(\omega) = 0$, а при $\omega = \omega_0 \pm \omega'$ спектр $S(\omega)$ терпит разрыв непрерывности. Таким образом, в этом случае спектральная плотность состоит из двух пиков на частотах $\omega = \omega_0 \pm \omega'$ и вместо одного периода $T = T_0$ мы получаем два $T_0 \pm \Delta T$, где

$$\Delta T = \frac{3}{8} (T_0^2 / t_1).$$

Так как $t_1 \approx 35$, имеем

$$\Delta T = 0.015 \text{ года},$$

и принимая $T_0 = 1.19$ года, получаем значения

$$T_0 + \Delta T = 1.205, \quad T_0 - \Delta T = 1.175,$$

совпадающие с приведенными выше результатами.

Следовательно, применяя корреляционный анализ к данным о движении полюсов Земли, в случае больших τ мы также должны получить «раздвоение» периода свободной нутации, которое вызывается изменением фазы чандлерова движения.

Мы выполнили корреляционным методом анализ данных о движении полюса с 1891.5 до 1960.0 г. Полученные результаты вполне подтвердили приведенные выше расчеты. Они будут опубликованы отдельно в другом сообщении. Здесь мы отметим только следующее.

Не служат ли доказательством наличия двух периодов данные, полученные из наблюдений изменения амплитуды свободной нутации, которые напоминают картину биений? Однако такая же картина имеет место и в случае

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

затухающей нутации, которая поддерживается и возбуждается случайными импульсами [6, 9, 12]. Разница состоит лишь в правильности повторения максимумов и минимумов огибающей результирующего колебания. К сожалению, данных о движении полюса за 70 лет, которыми мы располагаем в настоящее время, совершенно недостаточно для однозначного решения этой задачи. Но физические соображения свидетельствуют в пользу второй причины изменений амплитуды свободной нутации Земли.

Таким образом, работа В. Я. Яшкова [1] не доказывает наличие двух периодов чандлерова движения полюса. Формальное применение периодограммного анализа к этому движению приводит к «раздвоению» периода свободной нутации Земли.

Главная астрономическая обсерватория
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
7 октября 1963 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Яшков В. Я.* Астрон. ж., см. этот же том, (с. 760).
2. *Witting R.* Festkrift tillegned Anders Donner, Helsingfors, 1915.
3. *Pollak L. W.* Gerlands Beitrage, XVI, 1927.
4. *Stumpff A. K.* Astron. Nachr., 231, 1927.
5. *Wahl E.* Astron. Nachr., 267, 1938.
6. *Jeffreys H.* Monthly Notices Roy. Astron. Soc., **100**, № 2, 1940.
7. *Labrouste H. et J.* Ann. Geophys., **2**, 1946.
8. *Rudnik P.* Tran. Amer. Geoph. Un., **37**, № 2, 1956.
9. *Walker A., Young A.* Monthly Notices Roy. Astron. Soc., **117**, N 2, 1957.
10. *Danjon A., Guinot B., Acad G. R. Sei., Paris, 238*, 1954.
11. *Панченко Н. И.* Тр. 14-й Астрометрической конференции СССР, Изд-во АН СССР, 1960.
12. *Арато М., Колмогоров А. Н., Синай Я. С.* Докл. АН СССР, **146**, № 4, 1962.
13. *Орлов А. Я.* Избр. тр., I, Изд-во АН УССР, 1961, с. 189.

E. P. FEDOROV, A. A. KORSUN, S. P. MAJOR,
N. T. PANCHENKO, V. K. TARADY, Ya. S. YATSKIV

NEW DETERMINATION OF THE POLAR MOTION FROM 1890 TO 1969*

Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, USSR

ABSTRACT

To obtain the coordinates of the Earth's pole almost all series of systematic latitude observations that continued for more than two years have been utilized. They are listed in Table I which comprises 92 series of observation at 72 observatories.

Computation was made by the following stages. As initial data we used normal values of latitude $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, i.e. the means of instantaneous latitudes over successive intervals of time. These values were smoothed using Whittaker's numerical method which is capable of giving the most probable curve of latitude variation. The smoothed values φ' satisfy the following condition

$$\lambda^2 H + G = \min,$$

where

$$H = \sum_{i=1}^{n-3} (\Delta^3 \varphi_i)^2, \quad G = \sum_{i=1}^n h_i^2 (\varphi_i - \varphi'_i)^2,$$

h_i is a measure of precision, λ^2 an arbitrary number by means of which the degree of smoothing is set, and Δ^3 designates the third difference of φ' . Whittaker's method was applied in different modifications according to whether or not the normal values of φ'_i had an equal weight and were given at equidistant moments of time.

For the origin of the system of coordinates we adopted the mean pole of the epoch of observation. Because of this the data given in Table II represent only the periodic part of the polar motion in the region of frequency from 0.77 to 2 cycles per year. In this connection the sequence of φ' was subjected to filtration in order to eliminate variation of the mean latitude.

Coordinates of the pole were computed in two approximations. First, it was assumed that all the series are of the same accuracy and so they were taken with an equal weight.

The polar coordinates obtained on this assumption are denoted by x_1, y_1 and shown in the second and third columns of Table II. The divergences of the smoothed values φ'_i from the latitudes computed with x_1, y_1 , were denoted by z_{ki} where the index k designates the number of a series. Then for the second approximation

* Rotation of the Earth: IAU Symposium N 48 (Morioka, May 9—15, 1971). — Dordrecht etc., 1972.

each series of observation was taken with the weight inversely proportional to the mean value of z_{ki}^2 for this series. The polar coordinates obtained in the second approximation are denoted by x_2, y_2 and given in the last two columns of Table II.

The full paper with the tables will be published by the Ukrainian Academy of Sciences as a separate book.

DISCUSSION

R. O. Vicente: Besides the importance of local effects of the stations as emphasized by Fedorov, I agree with Fricke's comment that the errors in star positions are very important and therefore we should employ an up-to-date catalogue of the star positions for all the reductions.

E. P. Fedorov: Even the best meridian catalogues are not capable of giving the precision required for reduction of latitude observations, these observations themselves were used to improve declinations of observed stars which is a usual procedure. It is hoped that residual errors could be balanced out owing to the large number of series of observation.

P. Melchior: (1) Asks how the declination errors have been taken into account. (2) Says that the smoothing process using third order differences is a very good one. It depends upon the numerical value given to λ parameter.

E. P. Fedorov: The same as to Prof. Vicente's question.

W. Fricke: I wonder whether Professor Fedorov thinks that the observations for determining the polar motion from 1890 to 1969 would be reduced to a common system.

E. P. Fedorov: The same as the answer to Prof. Vicente's question.

H. Jeffreys: At what intervals of time are the values of φ ; taken in forming the differences $\Delta^3\varphi$?

E. P. Fedorov: If unequal intervals were dealt with divided differences were used.

E. P. FEDOROV, A. A. KORSUN, N. T. MIRONOV

NON-PERIODIC LATITUDE VARIATIONS AND THE SECULAR MOTION OF THE EARTH'S POLE*

*The Main Astronomical Observatory
of the Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, USSR*

1. The phenomenon known as the secular polar motion is, in essence, a relative displacement of the mean pole of the epoch of observation and the Conventional International Origin (CIO). The latter is attached to the zeniths of the five international latitude stations. If the zeniths were fixed relative to one another, or, in the terminology of A. Danjon, formed an invariable constellation, then the CIO could be considered as fixed with respect to such a constellation. But this is not the case: displacements of zeniths with respect to one another do occur. The question is how large they are.

In 1903 the CIO and the mean pole of the epoch of observation coincided; then they drifted apart and in 1970 were separated by approximately $0''.2$. We could neglect relative displacements of the zeniths provided that they were small enough in comparison with the above value. Whether it is really so should be checked first of all.

Let A_i, A_j be two points on the Earth's surface and s_{ij} the arc of the great circle between the zeniths Z_i, Z_j of these points (Fig. 1). Real changes of the arc s_{ij} could result from crustal displacements and changes in direction of gravity. Errors of the adopted proper motions of the observed stars and certain instrumental errors are capable of producing spurious variations. But the arc s_{ij} is completely independent of the polar motion.

Systematic latitude and time observations at the points A_i, A_j enable variation of s_{ij} to be found by the following equation

$$\Delta s_{ij} = -\cos a_i \cdot \Delta \varphi_i - \cos a_j \cdot \Delta \varphi_j - k_{ij} \cdot \Delta(\lambda_i - \lambda_j), \quad (1)$$

$$k_{ij} = \frac{\cos \varphi_i \cdot \cos \varphi_j - \sin(\lambda_i - \lambda_j)}{\sin s_{ij}}, \quad (2)$$

φ_i, φ_j and λ_i, λ_j are the latitudes and longitudes of the points A_i, A_j respectively, a_i, a_j are the azimuths of the arc s_{ij} at these points. If

$$|\cos a_i| \gg |k_{ij}| \ll |\cos a_j|,$$

the second term in (1) may be neglected and latitude variations alone used in computing Δs_{ij} .

* Rotation of the Earth: IAU Symposium N 48 (Morioka, May 9—15, 1971). — Dordrecht etc., 1972.

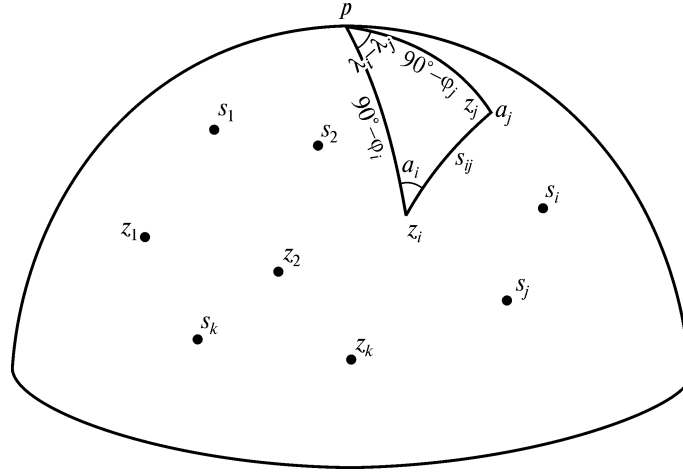


Fig. 1

For different combinations of observatories a total of 60 series of Δs_{ij} ranging from 5 to 37 yr has been obtained. It is sufficient to take from them several series as an example. Annual means of Δs_{ij} have been computed by the equation

$$\overline{\Delta s_{ij}} = -\cos a_i \cdot \overline{\Delta \varphi_i} - \cos a_j \cdot \overline{\Delta \varphi_j},$$

where $\overline{\Delta \varphi_i}, \overline{\Delta \varphi_j}$ are the annual means of latitude variations at the points A_i, A_j . One can see from Fig. 2 that the arc between the zenith of Ukiah and those of Poltava, Pulkovo and Kitab shortened from 1963 to 1968 by $0''.12$ on the average. This fact could not be ascribed to the errors of the proper motions of the stars, since all the curves are similar though the stars observed at the three above observatories are different. We may suppose that the changes in s_{ij} are due to the errors of the proper motions of the stars observed at Ukiah. Then, however, similar changes should have been observed at Geitersburg. But Fig. 3 shows that the trend of Geitersburg is opposite to that of Ukiah, as if Geitersburg has been moving away from Ottawa, Blagoveschensk and Irkutsk and coming nearer to Richmond and Washington. Though these displacements can not be considered as real, it is important that they are of the same order as the relative shift of the CIO and the mean pole of the epoch. It means that in studying the secular polar motion the relative displacements of the zeniths should not be neglected.

2. Let us take an arbitrary point 0 and draw from it unit vectors $\overline{0Z_1}, \overline{0Z_2}, \dots, \overline{0Z_n}$ parallel to the vertical lines at the points A_1, A_2, \dots, A_n . Now we have to decide how to attach the rotating axes $\xi\eta\zeta$ to the pencil of these vectors, if they do not maintain their direction relative to one another.

All further constructions will be made upon the surface of the auxiliary sphere of unit radius. The 'stars' S_1, S_2, \dots, S_N , the zeniths of the observatories Z_1, Z_2, \dots, Z_n and the poles are all situated on this surface. Let XYZ be a set of rigid axes in some way or other attached to the stars, and let α_i, δ_i the spherical

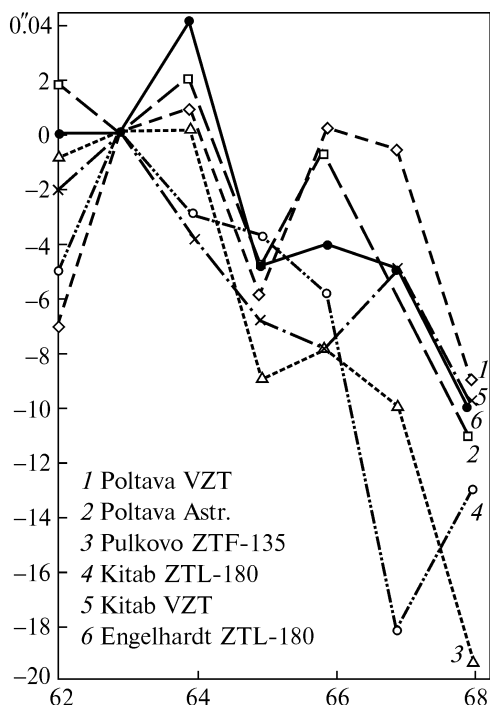


Fig. 2

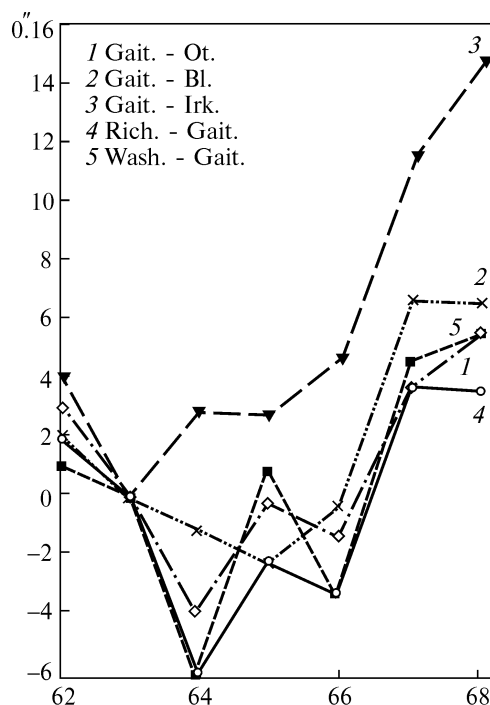


Fig. 3

coordinates of the zenith Z_i in the system XYZ . They can be determined from observation, for instance, with photographis zenith tubes. It is assumed that a catalogue of star positions is already available.

It is impossible to attach the rotating axes $\xi\eta\zeta$ to the zeniths rigidly for the zeniths themselves do not form a rigid constellation. But the following condition can be imposed on the displacements $\bar{\rho}_i$ of the zeniths Z_i in the system $\xi\eta\zeta$:

$$\sum_{i=1}^n \rho_i^2 = \min. \quad (3)$$

The motion of the axes $\xi\eta\zeta$ is governed by the condition (3) only. The choice remains of determining their initial position which is completely arbitrary. We may, for example, choose some initial values of the Eulerian angles ψ_0, θ_0, Φ_0 to define the position of these axes at thr moment t_0 . Then the relation linking the two sets of coordinates will be

$$s(t_0) \begin{Bmatrix} \cos \delta_i \cdot \cos \alpha_i \\ \cos \delta_i \cdot \sin \alpha_i \\ \sin \delta_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos b_i \cdot \cos l_i \\ \cos b_i \cdot \sin l_i \\ \sin b_i \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

where $S(t_0)$ is the rotation matrix and l_i, b_i are the spherical coordinates of the zenith Z_i at the moment t_0 .

In calculation of the elements of the matrix $S(t_0)$ it is convenient to represent it in the following form

$$s(t_0) = r(\Phi_0) \cdot p(\theta_0) \cdot r(\Psi_0), \quad (5)$$

where

$$p(\beta) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{Bmatrix}, \quad r(\beta) = \begin{Bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Since the matrix $S(t_0)$ is given and the coordinates α_i, δ_i are obtained from observation, the coordinates l_i, b_i can be found by means of (4). But we should keep in mind that they are not the coordinates on the Earth's surface of the point A_i itself, but the coordinates of its zenith on the auxiliary sphere.

For any other moment t we may write where

$$s(t) = r(\Phi) \cdot p(\theta) \cdot r(\Psi),$$

and

$$s(t) \begin{Bmatrix} \cos \delta_i \cdot \cos \alpha_i \\ \cos \delta_i \cdot \sin \alpha_i \\ \sin \delta_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos(b_i + \Delta b_i) \cdot \cos(l_i + \Delta l_i) \\ \cos(b_i + \Delta b_i) \cdot \sin(l_i + \Delta l_i) \\ \sin(b_i + \Delta b_i) \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

It is easy to express \bar{g}_i in terms of $\Delta b_i, \Delta l_i$ and then to find values of the angles Ψ, θ, Φ which satisfy the condition (3). But it is more practical, taking certain approximate values of the Eulerian angles, to search for small corrections to them. We denote by Ψ', θ', Φ' these approximate values computed using the theory of rotation of the rigid Earth, the angles Ψ^1, θ^1 fixing the orientation of its moment of momentum. Predicted values of these angles are published in the *Astronomical Ephemeris*. We shall call Ψ', θ', Φ' the ephemeris Eulerian angles. They define the position in space of the auxiliary axes $\xi'\eta'\zeta'$ which may be also called the ephemeris axes. Let λ_i, φ_i be the coordinates of the zenith Z_i in this system and $\lambda_i - l_i = \Delta\lambda_i, \varphi_i - b_i = \Delta\varphi_i$. To pass to the system $\xi\eta\zeta$ let us revolve the axes $\xi'\eta'\zeta'$ through the small angles u, v, w shown on Fig. 4. The matrix of transformation is $E + \sigma$ where by E we denote the unit matrix and

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

Then the displacement of the zenith Z_i relative to the system $\xi\eta\zeta$ is expressed as

$$\begin{Bmatrix} -\sin b_i \cdot \cos l_i \\ -\sin b_i \cdot \sin l_i \\ \cos b_i \end{Bmatrix} \Delta\varphi_i + \begin{Bmatrix} -\cos b_i \cdot \sin l_i \\ \cos b_i \cdot \cos l_i \\ 0 \end{Bmatrix} \Delta\lambda_i +$$

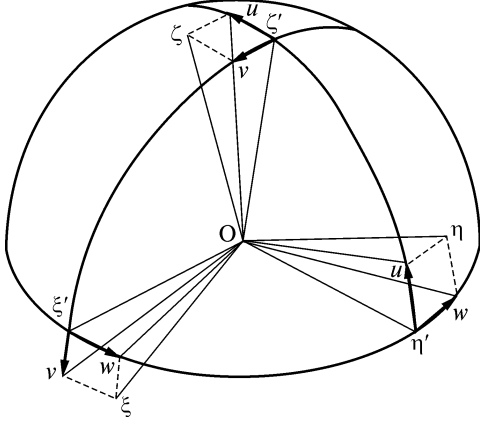


Fig. 4

$$+ \begin{Bmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -\cos b_i \cdot \cos l_i \\ \cos b_i \cdot \sin l_i \\ \sin b_i \end{Bmatrix} = \bar{g}_i. \quad (9)$$

Now our task is to find the values of the angles u , v , w which satisfy the condition (3).

For this to be done we should square the right side of (9), then take the sum from $i = 1$ to $i = n$ and equate to zero the partial derivatives of this sum by u , v , w . We obtain

$$A_{11}u + A_{12}v + A_{13}w = \sum_i \sin l_i \Delta \varphi_i - \sum_i \cos b_i \sin b_i \cos l_i \Delta \lambda_i,$$

$$A_{12}u + A_{22}v + A_{23}w = -\sum_i \cos l_i \Delta \varphi_i - \sum_i \cos b_i \sin b_i \sin l_i \Delta \lambda_i,$$

$$A_{31}u + A_{32}v + A_{33}w = \sum_i \cos^2 b_i \Delta \lambda_i, \quad (10)$$

where

$$A_{11} = \sum_i (1 - \cos^2 b_i \cdot \cos^2 l_i), \quad A_{12} = A_{21} = -\sum_i \cos^2 b_i \cdot \cos l_i \cdot \sin l_i,$$

$$A_{13} = A_{31} = -\sum_i \cos b_i \cdot \sin b_i \cdot \cos l_i, \quad A_{22} = \sum_i (1 - \cos^2 b_i \cdot \sin^2 l_i),$$

$$A_{23} = A_{32} = -\sum_i \cos b_i \cdot \sin b_i \cdot \sin l_i, \quad A_{33} = \sum_i \cos^2 b_i. \quad (11)$$

Equations (10) represent the general solution of the problem stated above: how to attach a system of coordinates to the pencil of vertical lines, if they are moving relative to one another. But usually two conditions are considered separately

$$\sum_i (\Delta b_i)^2 = \min, \quad \sum_i (\Delta l_i)^2 = \min. \quad (12)$$

From (12) we get

$$\sum_i \sin l_i \cdot \Delta \varphi_i - v \sum_i \cos l_i \cdot \sin l_i - u \sum_i \sin^2 l_i = 0,$$

$$\sum_i \cos l_i \cdot \Delta \varphi_i - v \sum_i \cos^2 l_i - u \sum_i \cos l_i \cdot \sin l_i = 0.$$

3. Thus, on the surface of the auxiliary sphere we have the following points:

The ephemeris ζ' (which is usually taken for the pole of rotation, the celestial or instantaneous pole). The position of the point ζ' is defined by the adopted equations of precession and nutation and is independent of the combination of observatories used.

The point ζ which may be called a conditional reference pole. It moves so as to keep variations of its angular distances from the zeniths of u number of observatories as small as possible. Each combination of observatories will have its own pole ζ . That of the five international stations is called the Conventional International Origin.

If the coordinates x, y on the sphere are drawn from the CIO in the direction of Greenwich and 90° east of Greenwich respectively,

$$x = -v, \quad y = u.$$

It has been noticed that at the observatories which are close in longitude only the periodic latitude variations are similar while the nonperiodic could be quite different. For this reason A. J. Orlov recommended that the mean pole of the epoch of observation be adopted as the origin of polar coordinates. This is the point which is defined so that instead of (12)

$$\sum_i (\Delta b_i - \psi_i)^2 = \min,$$

where ψ_i is the variation of the mean latitude. To obtain ψ_i one can use the well known methods of filtration of observational data, for example, Orlov's formula which seems to be the simplest one.

Now instead of (13) we can write

$$x \sum_i \cos l_i \cdot \sin l_i - y \sum_i \sin^2 l_i = \sum_i \Delta \varphi_i \cdot \sin l_i,$$

$$x \sum_i \cos l_i - y \sum_i \cos l_i \cdot \sin l_i = \sum_i \Delta \varphi_i \cdot \cos l_i$$

and substituting $\Delta \varphi_i - \psi_i$ for $\Delta \varphi_i$ we get the coordinates of the ephemeris pole ζ' relative to the mean pole of the epoch of observation. We denote them by x_p, y_p .

During the last 15 yr the number of observatories conducting latitude observations has considerably increased. This fact enables the comparison to be made of two systems of polar coordinates: the system/of the CIO and that of the mean pole of the epoch of observation in order to ascertain in which system the sum (12) is less.

We have computed for each observatory Δb_i using the following formulae according to the system of coordinates

$$\Delta b_i = \varphi_i - b_i - (x \cos l_i - y \sin l_i),$$

$$\Delta b_i = \varphi_i - b_i - (x_p \cos l_i - y_p \sin l_i),$$

where mean values of φ_i over the year 1962 were taken for the initial values of b . Then we formed the annual mean values of Δb_i . These were squared and averaged (the number of observatories was not the same over the whole period. It changes from 14 to 27). The results thus obtained are shown in Fig. 5.

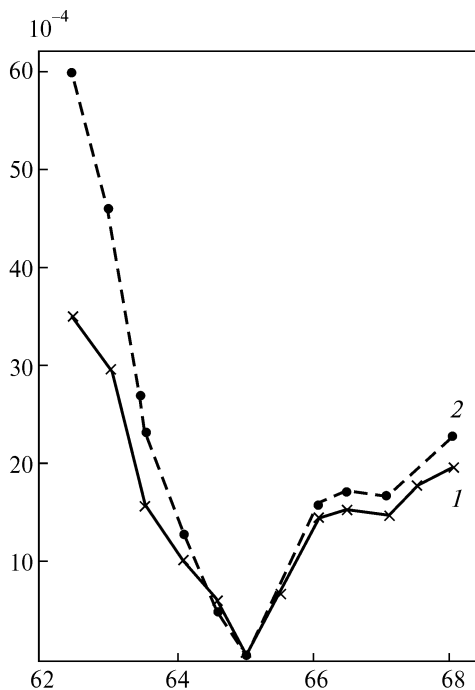


Fig. 5

The difference between the two curves is due solely to the fact that the variations Δb_i were obtained with respect to different origins. Other effects such as, for example, the effect of the errors of proper motions are the same in both cases.

Curve 2 is seen to pass above curve 1. It means that the condition (12) is better satisfied for the system of the mean pole of the epoch of observation than for the system of the CIO.

It is in agreement with what would be expected on the theory of the rotation of the Earth. For any model of the Earth the pole of rotation revolves about the pole of inertia, so that the mean position of the former is always very near to the latter. So if we would feel in necessary to name a 'fixed' pole and we have to decide between the above two poles, preference should be given to the mean pole of the epoch of observation.

The XIII Meeting of the IAU recommended that coordinates of the instantaneous pole should be defined relative to the CIO. This is quite reasonable as far as observations of the IPMS alone are dealt with. But for astronomical and geodetic usage in general the mean pole of the epoch of observation is preferable.

А. А. КОРСУНЬ, Е. П. ФЕДОРОВ

О СОВМЕСТНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ КООРДИНАТ ПОЛЮСА И НЕРАВНОМЕРНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ*

В настоящей статье используются две системы координат. Первая, $\xi'\eta'\zeta'$, которую можно назвать эфемеридной, строится следующим образом. Ось $O\zeta'$, направленная вдоль кинетического момента движения Земли, перемещается в пространстве в соответствии с принятыми уравнениями прецессии и нутации. Две другие оси вращаются вокруг $O\zeta'$ так, что угол Φ' между плоскостью $\xi'O\zeta'$ и кругом склонений среднего Солнца $S - 12^h$ равен всемирному координированному времени UTC .

Вторая система $\xi\eta\zeta$, которую мы называем условной, привязана к отвесным линиям в некотором числе точек поверхности Земли. Условия, наложенные на движение этой системы, $\sum_i \varepsilon_i^2 = \min$, где ε_i — смещение зенита i -й обсерватории относительно осей $\xi\eta\zeta$. Относительные положения этих двух систем определяются тремя малыми углами u, v, w , показанными на рис. 1. Эти углы определены из совместных наблюдений времени и широты на 12 обсерваториях с 1968 по 1970 г.

ON SIMULTANEOUS DETERMINATION OF THE POLAR COORDINATES AND IRREGULARITY OF THE EARTH'S ROTATION, by *A. A. Korsun, E. P. Fedorov*. — Two sets of axes are used in the paper. The first one, $\xi'\eta'\zeta'$ which may be called the ephemeris system, is constructed in the following way. The axis $O\zeta'$ in direction of the moment of momentum of the Earth moves in space in accordance with the adopted equations of precession and nutation. Two other axes rotate $O\zeta'$ around $O\zeta'$ so that the angle Φ' between the plane $\xi'O\zeta'$ and the declination circle of the fictitious mean Sun S is equal to Coordinated Universal Time $- 12^h$.

The second system, $\xi\eta\zeta$, which we call conditional system, is attached to the vertical lines at a number of points on the surface of the Earth. The condition imposed on the motion of this system is $\sum_i \varepsilon_i^2 = \min$, where ε_i is displacement of the zenith of i -th observatory relative to the $\xi\eta\zeta$ axes.

Relative positions of these two system are defined by three small angles u, v, w as shown on Fig. 1. These angles are determined from concurrent time and latitude observations at 12 observatories.

Наблюдения, по которым изучается вращение Земли, доставляются преимущественно службами времени и широты; наблюдения новыми средствами, например с помощью лазерных дальномеров, проходят пока стадию испытания.

Пусть обсерватории, находящиеся в точках $A_1, A_2 \dots A_n$ на поверхности Земли, ведут совместные определения времени и широты, например, на фотографических зенитных трубах или астролябиях Данжона. Осями координат, вращение которых можно найти непосредственно из этих наблюдений, будут

* *Астрономический журнал*, 1973. — Том 50, вып. 3.

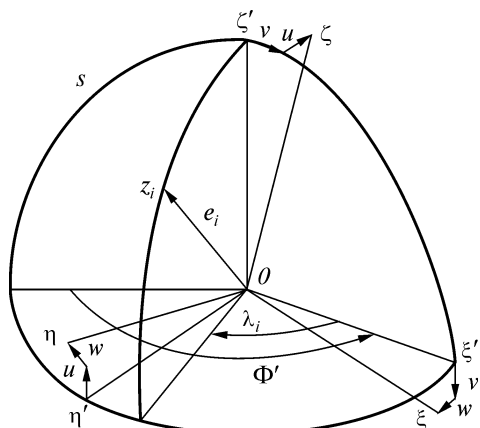


Рис. 1

всегда оси, связанные с отвесными линиями в указанных точках. Как именно осуществляется эта связь, должно быть четко определено.

Мы предлагаем сделать это путем введения следующего условия: оси, связанные с отвесными линиями, должны вращаться так, чтобы сумма квадратов перемещений зенитов точек $A_1, A_2 \dots A_n$ относительно этих осей всегда оставалась минимальной. Такие оси будем называть условными и обозначать $\xi\eta\zeta$. Задача наблюдений и состоит в конечном счете в нахождении углов, которые эти оси образуют с осями какой-либо неподвижной системы координат.

При решении этой задачи целесообразно идти следующим путем. На основании наблюдений за предшествующее время и динамической теории вращения Земли находятся уравнения движения осей $\xi\eta\zeta$; по этим уравнениям определяется их движение на последующее время. Такое движение мы будем называть эфемеридным. Действительное вращение условных осей будет, естественно, несколько отличаться от эфемеридного. Поэтому целесообразно ввести вспомогательную систему координат $\xi'\eta'\zeta'$, которая совершает эфемеридное вращение. Ось $O\xi'$ этой системы направим параллельно вектору кинетического момента Земли; тогда ее направление можно находить по известным формулам прецессии и нутации. Далее нужно задать еще зависимость от времени угла поворота двух других эфемеридных осей вокруг оси $O\xi'$. Это удобно сделать так. Пусть Φ' — угол между плоскостью круга склонений среднего фиктивного Солнца и плоскостью $\xi'\eta'\zeta'$, которую по аналогии с уже принятой терминологией можно назвать плоскостью начального эфемеридного меридиана [1]. Приравняем Φ' — 12^h всемирному координированному времени (UTC) [2]. Так будет задано движение осей $\xi'\eta'\zeta'$ в пространстве, и их направления можно будет определять для любого момента t , выраженного в координированном времени UTC. По отношению к осям $\xi'\eta'\zeta'$ условные оси повернуты на малые, так называемые самолетные углы u, v, w , как показано на рис. 1. Будем считать, что в начальный момент t_0 эти углы равны нулю, т. е. условные оси совпадают с эфемеридными.

Пусть \bar{e}_i — единичный вектор с началом в точке O , параллельный отвесной линии в точке A_i ; $\xi'_i, \eta'_i, \zeta'_i$ и ξ_i, η_i, ζ_i — проекции этого вектора на оси эфемеридной и условной систем соответственно. Можно показать, что

$$\begin{Bmatrix} \xi'_i \\ \eta'_i \\ \zeta'_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 & -w & u \\ w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Пусть, далее, вследствие небольшого поворота вектора \bar{e}_i он получил приращение $\bar{\varepsilon}_i$, причем, очевидно, $(\bar{e}_i \cdot \bar{\varepsilon}_i) = 0$. Обозначив проекции $\bar{\varepsilon}_i$ на эфемеридные и условные оси через $\Delta\xi'_i, \Delta\eta'_i, \Delta\zeta'_i$ и $\Delta\xi_i, \Delta\eta_i, \Delta\zeta_i$ соответственно, мы вместо (1) можем записать

$$\begin{Bmatrix} \xi'_i + \Delta\xi'_i \\ \eta'_i + \Delta\eta'_i \\ \zeta'_i + \Delta\zeta'_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta\xi_i \\ \Delta\eta_i \\ \Delta\zeta_i \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix}.$$

Произведением малых величин $\sigma\bar{\varepsilon}_i$ в правой части при этом мы пренебрегаем. Отсюда

$$\varepsilon_i = \begin{Bmatrix} \xi'_i + \Delta\xi'_i \\ \eta'_i + \Delta\eta'_i \\ \zeta'_i + \Delta\zeta'_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 & -w & v \\ w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \\ \zeta_i \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Условие минимума суммы квадратов перемещений зенитов в системе $\xi\eta\zeta$ теперь запишется так:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \min. \quad (4)$$

Чтобы определить из этого условия углы u, v, w , нужно, во-первых, возвести в квадрат правую часть (3), во-вторых, произвести суммирование по i от 1 до n и, наконец, взяв частные производные от полученного выражения по u, v, w , приравнять их нулю. Прделав все это, получим

$$\left. \begin{aligned} A_{11}u + A_{12}v + A_{13}w &= \sum_i [\eta_i(\zeta'_i + \Delta\zeta'_i) - \zeta_i(\eta'_i + \Delta\eta'_i)] = K_1 \\ A_{21}u + A_{22}v + A_{23}w &= \sum_i [\zeta_i(\xi'_i + \Delta\xi'_i) - \xi_i(\zeta'_i + \Delta\zeta'_i)] = K_2 \\ A_{31}u + A_{32}v + A_{33}w &= \sum_i [\xi_i(\eta'_i + \Delta\eta'_i) - \eta_i(\xi'_i + \Delta\xi'_i)] = K_3 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sum_i (\eta_i^2 + \zeta_i^2), & A_{12} = A_{21} &= -\sum_i \xi_i \eta_i, & A_{13} = A_{31} &= -\sum_i \xi_i \zeta_i, \\ A_{22} &= \sum_i (\zeta_i^2 + \xi_i^2), & A_{23} = A_{32} &= -\sum_i \eta_i \zeta_i, & A_{33} &= \sum_i (\xi_i^2 + \eta_i^2). \end{aligned}$$

Плоскость, проходящая через ось $O\zeta'$ и вектор $\bar{e}_i + \bar{\varepsilon}_i$, т. е. плоскость меридиана точки A_i , образует с плоскостью начального эфемеридного меридиана

$\xi'O\zeta'$ угол λ_i , который назовем эфемеридной долготой этой точки. Пусть далее φ_i — угол между вектором $\bar{e}_i + \bar{\varepsilon}_i$ и плоскостью эфемеридного экватора $\xi'O\zeta'$. Тогда

$$\xi'_i + \Delta\xi'_i = \cos \varphi_i \cos \lambda_i, \quad \eta'_i + \Delta\eta'_i = \cos \varphi_i \sin \lambda_i, \quad \zeta'_i + \Delta\zeta'_i = \sin \varphi_i.$$

Кроме того,

$$\xi_i = \cos b_i \cos l_i, \quad \eta_i = \cos b_i \sin l_i, \quad \zeta_i = \sin b_i.$$

Заменив φ_i через $(\varphi_i - b_i) + b_i$ и λ_i через $(\lambda_i - l_i) + l_i$, с точностью до $\varphi_i - b_i$ и $\lambda_i - l_i$ получим

$$\begin{aligned} \sin \varphi_i &= (\varphi_i - b_i) \cos b_i + \sin b_i, & \cos \varphi_i &= \cos b_i - (\varphi_i - b_i) \sin b_i, \\ \sin \lambda_i &= (\lambda_i - l_i) \cos l_i + \sin l_i, & \cos \lambda_i &= \cos l_i - (\lambda_i - l_i) \sin l_i. \end{aligned}$$

После подстановки приведенных выражений правые части (5) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} K_1 &= \sum_i \sin l_i (\varphi_i - b_i) - \sum_i \cos b_i \sin b_i \cos l_i (\lambda_i - l_i), \\ K_2 &= \sum_i \cos l_i (\varphi_i - b_i) - \sum_i \cos b_i \sin b_i \cos l_i (\lambda_i - l_i), \\ K_3 &= \cos^2 b_i (\lambda_i - l_i), \end{aligned} \tag{6}$$

где l_i, b_i — долгота и широта точки A_i в условной системе координат, $\Phi' - \lambda_i$ есть часовой угол среднего Солнца на меридиане i -й обсерватории, т. е. среднее солнечное время $T_i - 12^h$. По значениям T_i , полученным из наблюдений, определяется всемирное время UTO_i , равное $T_i + L_{0i}$, где L_{0i} — принятая долгота i -й обсерватории к западу от Гринвича. Таким образом, мы можем записать два выражения местного среднего времени:

$$\begin{aligned} T_i &= \Phi' - \lambda_i + 12^h = UTC - \lambda_i, \\ T_i &= UTO_i - L_{0i} = UTO_i - l_i + (l_i - L_{0i}), \end{aligned}$$

откуда

$$\lambda_i - l_i = UTC_i - UTO_i + (L_{0i} - l_i).$$

По определению условной системы координат, принятой выше, условный меридиан любой точки A_i в начальный момент совпадает с эфемеридным меридианом. Следовательно, в этот момент $\lambda_i - l_i = 0$. Обозначим через g_{0i} значение разности $UTC - UTO_i$ в этот момент. Тогда для любого момента мы будем иметь

$$\lambda_i - l_i = UTC - UTO_i - g_{0i}. \tag{7}$$

При вычислении условных широт Международное бюро времени (МБВ) пользовалось координатами полюса, отнесенными к условному международному началу (CIO), и данными широтных наблюдений за 1968 г. Полученные величины обозначены в [2] через φ_{0i} и сохраняются одними и теми же в последующие годы. В таблицах части IV [2] для каждой службы широты приведены мгновенные значения широт, обозначенные через FI.

Т а б л и ц а 1

Обсерватория	Приближенные значения координат		Инструмент	g_{0i}	h_{0i}
	l_i	b_i			
Херстмонсо	$-0^h01^m21^s$	$50^\circ52'18''$	ФЗТ	0".369	0".264
Париж	-0 09 21	48 50 09	астр.	0.182	0.300
Алжир	-0 12 08	36 48 07	астр.	0.044	0.648
Безансон	-0 23 56	47 14 57	астр.	0.261	0.264
Невшатель	-0 27 49	46 59 51	ФЗТ	0.258	0.056
Гамбург	-0 40 03	53 35 50	ФЗТ	0.183	-0.054
Потсдам	-0 52 16	52 22 54	астр.	0.094	0.710
Токио	-9 18 09	35 40 20	ФЗТ	-0.207	0.490
Мидзусава	-9 24 31	39 08 03	ФЗТ	-0.372	0.080
Мидзусава	-9 24 31	39 08 03	астр.	-0.225	0.551
Оттава	+5 02 51	45 23 37	ФЗТ	0.050	0.388
Вашингтон	+5 08 15	38 55 16	ФЗТ	-0.018	0.100
Ричмонд	+5 21 31	25 36 46	ФЗТ	-0.142	0.232

Мы можем записать

$$\varphi_i - b_i = \varphi_i - \varphi_{0i} - h_{0i}, \quad (8)$$

где

$$h_{0i} = b_i - \varphi_i.$$

Для иллюстрации предлагаемого метода мы определили углы u , v , w по наблюдениям обсерваторий, список которых приведен в табл. 1. Пусть g_i , h_i — среднемесячные значения разностей $UTO_i - UTC$ и $\varphi_i - \varphi_{0i}$ соответственно. Примем за начальный момент середину февраля 1968 г., т. е. положим $t_0 = 1968.12$. В этот момент углы u , v , w равны нулю, а средние значения разностей $UTO_i - UTC$ и $\varphi_i - \varphi_{0i}$ равны g_{0i} и h_{0i} соответственно. Для любого другого месяца имеем

$$\begin{aligned} \lambda_i - l_i &= g_{0i} - g_i, \\ \varphi_i - b_i &= h_i - h_{0i}. \end{aligned}$$

Значения правых частей этих уравнений, вычисленные по данным, взятым из [2], мы подставили в (6), после этого и решения системы (5) нашли углы u , v , w для каждого месяца с февраля 1968 по декабрь 1970 г. Результаты приведены в табл. 2.

Сравним эти результаты с координатами полюса и данными о неравномерности вращения Земли, полученными МБВ также по совместным определениям времени и широты [2]. При этом нужно иметь в виду следующее: w — это угол, на который условная система отстает от эфемеридной; он возрастет, когда действительное вращение Земли происходит медленнее предвычисленного. Взятый с обратным знаком, этот угол по кинетическому смыслу совпадает с величиной t , характеризующей в формулах Международного бюро времени неравномерность вращения Земли.

На рис. 2 показан участок поверхности вспомогательной сферы, на котором находятся мгновенный эфемеридный полюс ζ' и условный полюс ζ . Из

Т а б л и ц а 2

Эпоха	u	v	w	Эпоха	u	v	w
1968.12	0".000	0".000	0".000	1969.62	-0".075	-0".122	-0".543
1968.20	+0.025	-0.014	-0.051	1969.71	-0.110	-0.116	-0.610
1968.29	+0.029	+0.013	-0.023	1969.79	-0.160	-0.054	-0.517
1968.37	-0.029	+0.007	+0.042	1969.87	-0.159	-0.013	-0.366
1968.45	-0.030	-0.010	-0.062	1969.96	-0.152	-0.093	-0.184
1968.54	-0.062	-0.095	-0.291	1970.04	-0.011	+0.174	-0.028
1968.62	-0.073	-0.065	-0.630	1970.12	-0.083	+0.181	+0.153
1968.71	-0.063	-0.055	-0.701	1970.20	+0.146	+0.160	+0.321
1968.79	-0.088	+0.014	-0.727	1970.29	+0.201	+0.126	+0.636
1968.87	-0.0066	+0.060	-0.660	1970.37	+0.192	+0.069	+0.829
1968.96	-0.055	+0.061	-0.600	1970.45	+0.184	-0.033	+0.815
1969.04	+0.004	+0.127	-0.610	1970.54	+0.123	-0.158	+0.587
1969.12	+0.049	+0.120	-0.633	1970.62	+0.070	-0.230	+0.323
1969.20	+0.059	+0.078	-0.455	1970.71	-0.028	-0.230	+0.124
1969.29	+0.088	+0.033	-0.200	1970.79	-0.156	-0.185	+0.176
1969.37	+0.112	-0.002	-0.012	1970.87	-0.171	-0.092	+0.340
1969.45	+0.023	-0.078	-0.034	1970.96	-0.151	+0.026	+0.499
1969.54	-0.031	-0.131	-0.294				

этого рисунка видно, что $u = y$, $v = -x$. Далее нужно иметь в виду следующее. МБВ приняло за начало координат полюса условное международное начало (CIO). В этой системе она обозначается «1968 *BIH System*» — по наблюдениям за 1968 г. были найдены начальные широты φ_{0i} , которые в дальнейшем не изменялись, и координаты полюса x' , y' . В момент 1968.12 они были равны соответственно $-0".011$ и $+0".258$.

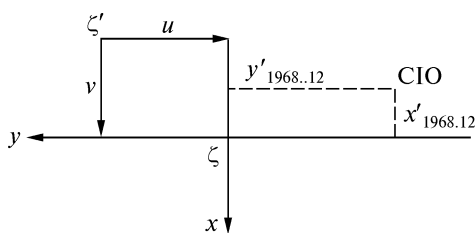
Эти величины и нужно вычесть из значений координат МБВ, чтобы перейти к началу координат в условном полюсе ζ , который у нас совмещен с мгновенным эфемеридным полюсом в начальный момент $t_0 = 1968.12$. Итак, окончательно имеем

$$u' = y' - 0".258, \quad v' = -(x' + 0".011). \tag{9}$$

Кроме того, с учетом различия систем

$$w' = -(t + 0".057). \tag{10}$$

На рис. 3 показаны изменения углов u , v , w , полученных из решения системы (5), и углов u' , v' , w' , которые мы нашли по значениям x' , y' , t' , взятых из [2]. Среднеквадратические значения разностей этих углов получились следующими:



$$s_u = \pm 0".030, \quad s_v = \pm 0".027, \quad s_w = \pm 0".036.$$

Однако было бы неверно на основании согласия кривых рис. 3 делать вы-

Рис. 2. ζ — условный полюс, ζ' — мгновенный эфемеридный полюс. Ось ζx лежит в плоскости $\zeta O \zeta$

Рис. 3. Сплошная линия — значения u, v, w , пунктирная — значения u', v', w'

вод о тождественности методов. Сами основания этих методов существенно различны. Мы исходим из условия (4), которое можно представить в следующей форме:

$$\sum_{i=1}^n [(\Delta\xi_i^2 + \Delta\eta_i^2 + \Delta\xi_i^2)] =$$

$$= \sum_{i=1}^n [(\Delta b_i)^2 + (\cos b_i \Delta l_i)^2] = \min ,$$

где Δb_i и $\cos b_i \Delta l_i$ — соответственно смещения зенита i -й обсерватории по меридиану и параллели условной системы координат. Если записать в наших обозначениях условие, наложенное на систему *ВН* 1968, то оно будет иметь такой вид (n_1 — число служб широты, n_2 — времени):

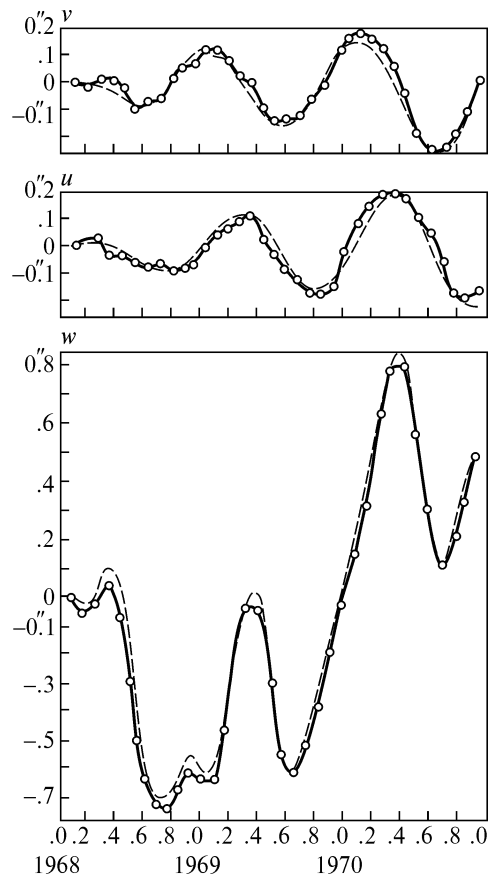
$$\sum_{i=1}^{n_1} [(\Delta b_i)^2] + \sum_{i=1}^{n_2} (\cos b_i \Delta l_i)^2 = \min .$$

Здесь сам способ привязки условных осей к зенитам обсерваторий не имеет того простого геометрического смысла, который выражается условием (4), так как у одних обсерваторий учитываются перемещения их зенитов только по параллелям, у других — только по меридианам и лишь у некоторых в обоих направлениях.

В заключение отметим, что некоторые авторы рассматривают также меридиан, проходящий через эфемеридный полюс ζ' и точку ξ на условном экваторе [3] или через зенит Гринвича [4]. Ни в методе МВБ, ни в нашем методе этот меридиан не фигурирует, и вообще он едва ли может понадобиться для приведения наблюдаемых широт и долгот к условным осям, поскольку теперь сигналы времени передаются в системе *UTC*.

Главная астрономическая обсерватория
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
13 апреля 1972 г.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Explanatory Supplement to the Ephemeris*, London, 1961.
2. *ВН Annual Reports for 1968, 1969, 1970*, Paris.
3. Жонголович И. Д. В сб. Системы координат в астрономии, **8**, изд-во «ФАН», Ташкент, 1971.
4. Изотов А. А. В сб. Системы координат в астрономии, **65**, изд-во «ФАН», Ташкент, 1971.

Е. П. ФЕДОРОВ

**О СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ
С ПЕРИОДОМ, БЛИЗКИМ К СУТКАМ — КАК НУЖНО
СРАВНИВАТЬ НАБЛЮДЕНИЯ С ТЕОРИЕЙ***

**ON THE NEARLY DIURNAL FREE WOBBLE —
HOW TO COMPARE OBSERVATION WITH THE THEORY**

Тумре (A. Toomre, Geophys. J. Roy, Astr. Soc., 38, 335, 1974). Рочестер и др. (M. G. Rochester et al., там же, 349) утверждают, что свободное близсуточное движение полюса Земли вообще нельзя выявить из наблюдений, так как его амплитуда менее $0''.001$, и что поэтому сообщения Н. А. Попова и других авторов об обнаружении этого движения не заслуживают доверия. Однако само приведенное утверждение ошибочно и, как мы покажем ниже, является следствием неправильной интерпретации данных наблюдений.

Проведем на единичном расстоянии от центра Земли плоскость, перпендикулярную кинетическому моменту \vec{H} (рис. 1). P, H, C — точки, в которых эта плоскость пересекает мгновенную ось вращения Земли OP , вектор \vec{H} и среднюю полярную ось инерции OC , соответственно. Расстояния $HC = c$ и $HP = p$ численно равны углам, которые \vec{H} образует с осями OC и OP . У идеально упругой Земли OP, \vec{H} и OC компланарны. Поэтому угловую скорость вращения Земли $\vec{\omega}$ можно разложить на две составляющие \vec{m} и \vec{n} , направленные соответственно по \vec{H} и OC . \vec{m} есть угловая скорость, с которой оси OC и OP вращаются в пространстве вокруг \vec{H} , делая немного более одного оборота в сутки. Среднее из двух положений OP , взятых через 12^h , практически совпадает с \vec{H} . Значит, из наблюдений звезд в верхних и нижних кульминациях в принципе получается положение кинетического момента \vec{H} , а не оси OP , как обычно считают.

Отложим от точек P, H, C векторы $\vec{\omega} = (\vec{m} + \vec{n})$, \vec{m} и \vec{n} . Поскольку углы между ними малы, можно воспользоваться правилом сложения угловых скоростей вращения вокруг параллельных осей. Тогда

$$cm = (c + p)\omega, \quad cn = -p\omega$$

или

$$\frac{m}{\omega} = 1 + \frac{p}{c}, \quad \frac{n}{\omega} = \frac{p}{c}.$$

* *Астрономический циркуляр, издаваемый Бюро астрономических сообщений Академии наук СССР, 1975, марта 10, № 861.*

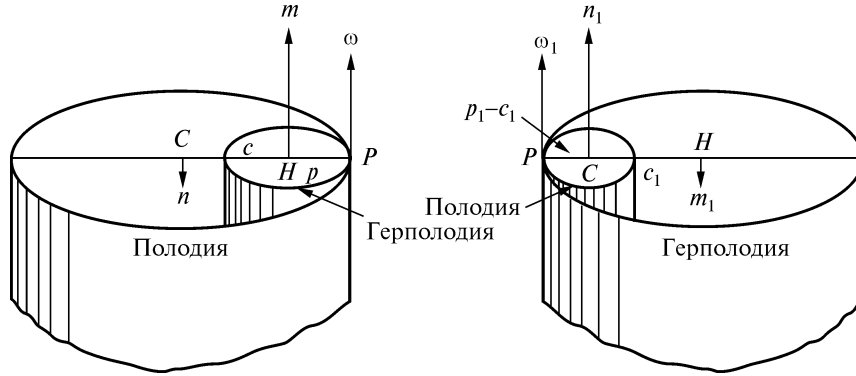


Рис. 1

Рис. 2

Службы времени и широты наблюдают движение звезд в системе координат, связанной с Землей, и из этих наблюдений находят движение в той же системе вектора \vec{N} , а не оси OP , как принято считать; \vec{n} есть угловая скорость этого движения (период $T = 430$ суток), c — его амплитуда; $p = c/430$ — величина настолько малая, что различие в направлении \vec{N} и OP несущественно.

У Земли с жидким ядром вектор \vec{N} может совершать еще одно движение относительно осей, связанных с оболочкой. Его период T_1 несколько меньше звездных суток. Угловая скорость оболочки $\vec{\omega}$ лежит в плоскости, проходящей через \vec{N} и OC . Значит, и в этом случае возможно такое же разложение, как в случае упругой Земли. Но поскольку теперь $n_1 > \omega_1$ (рис. 2), то

$$\frac{m_1}{\omega_1} = 1 - \frac{p_1}{c_1}, \quad \frac{n_1}{\omega_1} = \frac{p_1}{c_1}.$$

Согласно *Г. Джеффрису* и *М. С. Молоденскому* $T_1 = 23.^h95$ зв. врем., $n_1 / \omega_1 = 1.002$. Следовательно,

$$p_1 \approx c_1.$$

Теперь различие между направлениями \vec{N} и OP уже существенно. *Тумре, Рочестер и др.* считают, что колебания широт и долгот с периодом T_1 вызываются движением оси вращения OP , амплитуда которого равна $p_1 - c_1 = c_1 / 460$. На самом деле, как было разъяснено выше, из наблюдений получается движение вектора \vec{N} вокруг оси OC с тем же периодом, но со значительно большей амплитудой c_1 . Это движение и изучали *Н. А. Попов и др.* Заметим, что почти с такой же амплитудой, но с периодом $r = 2\pi/m_1 = 460$ суток ось OC вращается в пространстве вокруг \vec{N} . Понятно, что попытка обнаружить это движение в наблюдениях с йельской полярной трубой не удалась.

Е. П. ФЕДОРОВ

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ ВЕКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ?*

Вывод о том, что средние широты точек земной поверхности не постоянны, основан на результатах анализа длительных рядов широтных наблюдений, выполненных многими астрономическими обсерваториями. Существует мнение, что изменения средних широт вызываются в основном общей причиной — так называемым вековым движением полюса Земли. Если это так, то, определив параметры движения, мы могли бы вычислить по ним медленные изменения координат любой точки на Земле и учесть их, когда это необходимо, например при редукции астрономических определений координат геодезических пунктов. Однако при этом появляется риск ввести фиктивные поправки, поскольку уверенности в том, что непериодические изменения широт и долгот обусловлены вековым движением полюса, у нас нет. Действительно, возможна и альтернативная гипотеза, согласно которой рассматриваемые изменения вообще не вызываются какой-либо общей для всех пунктов наблюдения причиной. Ниже будет приведена более точная формулировка этой гипотезы и ее проверка. Отметим, что при рассмотрении вопроса о том, следует ли вводить поправки за вековое движение полюса, мы имеем дело с основной проблемой математической статистики — науки, которая, по определению Г. Чернова и Л. Мозеса, занимается «теорией принятия решений в условиях неопределенности» [1].

Все опубликованные до настоящего времени значения параметров векового движения полюса с 1900 г. получены по данным об изменениях широт тех международных станций, где наблюдения начаты в конце прошлого столетия и продолжаются в настоящее время. Это — Мидзусава, Карлофорте, Гейтерсберг и Юкайя. Иногда используются также наблюдения в Китабе, причем в качестве средней широты для эпохи 1903.0 берется то ее значение, которое было принято при определении условного международного начала. Но это значение получено не из наблюдений (они были начаты в Китабе только в 1931 г.), а в результате вычислений по ранее найденным параметрам векового движения полюса, так что пользоваться им для уточнения этих параметров вообще не имеет смысла.

Координаты полюса x , y и общий для всех международных станций член z обычно находят из решения уравнений вида

$$x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i + z = \varphi_i - m_i, \quad (1)$$

где λ_i — долгота, φ_i — широта i -й станции ($i = 1, 2, \dots, n$), m_i — ее произволь-

* Сб. Астрометрия и астрофизика. — К.: ГАО АН УССР, 1975. — Вып. 27.

ная начальная широта. Если получен большой ряд значений x , y , то можно выделить линейные составляющие, приняв

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + p(t - t_0) + g, \\ y &= y_0 + q(t - t_0) + h. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь t — время в столетиях, t_0 — начальная эпоха, g и h — нелинейные функции времени, p , q — проекции скорости векового движения на оси координат. Эти проекции можно найти и другим путем, выделив в изменениях широты каждой станции линейную часть, т. е. определив значения коэффициента b_i при $t - t_0$ в выражении

$$\varphi_i = a_i + b_i(t - t_0) + f_i, \quad (3)$$

где f_i — нелинейная часть изменений φ_i .

Из (1), (2) и (3) видно, что p и q зависят только от коэффициентов b_i , т. е. от скоростей линейных изменений широт, причем эта зависимость выражается уравнениями вида (1), которые можно записать в матричной форме:

$$MS = B, \quad (4)$$

где

$$M = \begin{Bmatrix} \cos \lambda_i & \sin \lambda_i & 1 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \cos \lambda_n & \sin \lambda_n & 1 \end{Bmatrix}; \quad S = \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix}, \quad B = \begin{Bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix}; \quad (5)$$

r — коэффициент при $t - t_0$ в неполярных изменениях широт, общих для всех станций.

Решение уравнений (4) имеет вид

$$S = C^{-1}M^TB, \quad (6)$$

где

$$C = M^TM.$$

Остаточные уклонения вычисляются по формуле

$$V = MC - B, \quad (7)$$

а сумма их квадратов

$$F = V^TV. \quad (8)$$

Рассмотренные способы вычисления p и q различаются только порядком операций. В первом случае сперва вычисляют координаты x и y , а затем находят их линейные части; во втором — сперва находят скорости линейных изменений широт b_i , а по ним с помощью формул (4) и (5) — проекции скорости векового движения полюса. Оба способа равноценны в том смысле, что они приводят к одним и тем же результатам при приблизительно одинаковой затрате труда. Однако у второго есть все же одно преимущество: он позволяет подойти к вопросу о том, насколько вероятно само существование векового движения полюса. Тот факт, что из решения уравнений (4) получаются отличные от нуля значения p и q , еще нельзя считать доказательством существования этого движения.

При малом числе станций такие значения будут получаться и тогда, когда линейные изменения средних широт вызываются не вековым движением полюса, а другими причинами. В частном случае b_i могут быть и случайными независимыми числами. Предположим также, что они распределены нормально. Это и есть та гипотеза, для проверки которой мы воспользуемся наблюдениями международных широтных станций Мидзусава, Карлофорте, Гейтерсберг и Юкайя. Обозначим их средние широты соответственно $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$. Для нахождения средних широт применяются различные линейные фильтры, но чаще всего просто вычисляют шестилетние средние. Именно так поступали Юми и Вако [2] при получении средних широт международных станций. Методом исключения общего для всех станций члена z они в значительной мере освободили результаты от скачков, обусловленных сменой программ.

Вообще же при наблюдениях по общим программам ошибки склонений и собственных движений звезд на координаты полюса почти не влияют. Поэтому для нашей цели мы могли непосредственно воспользоваться значениями средних широт международных станций за 1903—1963 гг., опубликованными в [2]. К ним были добавлены значения для 1969 г., которые мы вычислили по данным годовых отчетов МСДП [3].

Придав начальным широтам следующие значения:

$$\begin{aligned} m_1 &= 39^{\circ}8'3''.400 \text{ — Мидзусава,} \\ m_2 &= 39\ 8\ 8\ .900 \text{ — Карлофорте,} \\ m_3 &= 39\ 8\ 13.200 \text{ — Гейтерсберг,} \\ m_4 &= 39\ 8\ 12.100 \text{ — Юкайя,} \end{aligned}$$

мы получили разности $\psi_i - m_i$, приведенные в таблице, и с их помощью, решая систему (4) по способу наименьших квадратов, нашли следующие значения (в $0''.001$):

$$b_1 = -330, \quad b_2 = 49, \quad b_3 = 241, \quad b_4 = 345.$$

При выводе векового движения полюса некоторые авторы ограничивались данными об изменениях широт только станций Мидзусава, Карлофорте и

t	$\psi_1 - m_1$	$\psi_2 - m_2$	$\psi_4 - m_4$	t	$\psi_3 - m_3$
1903	202	42	-5	1903	3
9	191	27	27	9	56
15	152	31	61	—	—
21	122	89	13	—	—
27	122	69	39	—	—
33	90	44	106	—	—
39	74	53	111	37	148
45	46	83	98	43	128
51	41	106	73	49	129
57	42	78	110	—	—
63	-4	44	203	63	196
1969	-25	62	314	1969	146

Юкайя, поскольку лишь на этих трех станциях наблюдения велось с 1899 г. почти непрерывно. Тогда решение системы (4) получается точным при любых b_i . Никакой оценки проверяемой гипотезы о их случайности при этом вообще сделать нельзя, а значит, нельзя получить аргументы ни в пользу допущения существования векового движения полюса, ни против этого допущения.

Рассмотрим теперь, какие выводы можно сделать, если присоединить еще наблюдения в Гейтерсберге. Тогда выражение (8) имеет вид

$$F = 0,068b_1^2 + 0,087b_2^2 + 0,444b_3^2 + 0,401b_4^2 - 0,154b_1b_2 + 0,348b_1b_3 - 0,328b_1b_4 - 0,390b_2b_3 + 0,374b_2b_4 - 0,844b_3b_4. \quad (9)$$

Из теории способа наименьших квадратов известно, что случайная величина $\frac{1}{\sigma_v^2} V^T V$, где σ_v^2 — дисперсия остаточных уклонений, распределена как χ_{n-N}^2 [4]. В нашем случае число уравнений n равно четырем, а число неизвестных N — трем. Следовательно, χ_1^2 — распределение с одной степенью свободы.

Согласно проверяемой гипотезе, b_i образуют выборку из генеральной совокупности $\beta \in N(0, \sigma)$. Отсюда следует, что и случайная величина $\frac{F}{\sigma^2}$ распределена как χ_1^2 . График ее функции распределения показан на рисунке.

Подставляя полученные значения b_i в (9), находим $F_0 = 248$. Если бы нам была известна дисперсия σ^2 , то мы могли бы сразу же оценить вероятность того, что при сделанной гипотезе $\frac{F}{\sigma^2}$ не превышает $\frac{F_0}{\sigma^2}$, т. е. найти

$$P = P\left(\frac{F}{\sigma^2} \leq \frac{248}{\sigma^2}\right).$$

Так, при $\sigma^2 = 100$ по аргументу $\frac{F_0}{\sigma^2} = \frac{248}{100}$ находим $P = 0,88$.

Однако значение дисперсии σ^2 нам неизвестно. Поэтому введем величину

$$u = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^4 (b_i - \bar{b})^2, \quad (10)$$

где \bar{b} — среднее из b_i . Случайная величина u распределена как χ_3^2 , т. е. имеет плотность вероятности

$$k(u) = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \sqrt{u} e^{-\frac{u}{2}} \cong 0,4 \sqrt{u} e^{-\frac{u}{2}}. \quad (11)$$

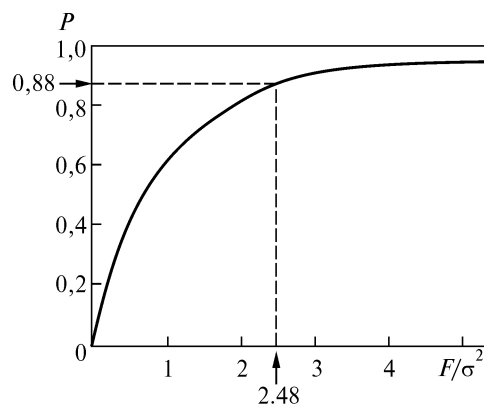


График функции распределения случайной величины $\frac{F}{\sigma^2}$

При тех значениях коэффициентов b_i линейных членов, которые мы получили из анализа изменений средних широт четырех международных станций, определяем

$$s^2 = \sum_{i=1}^4 (b_i - \bar{b})^2 = 2654.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{u}{2654},$$

и вероятность P нужно находить по аргументу

$$\frac{F_0}{\sigma^2} = \frac{248}{\sigma^2} = \frac{248}{2654} = 0,094u.$$

Теперь можно подсчитать полную вероятность того, что при $s^2 = 2654$ соотношение $\frac{F}{\sigma^2} \leq 248$. Эту вероятность находим по формуле

$$P_0 = \int_0^{\infty} P(0,094u) k(u) du. \quad (12)$$

Вычисляя интеграл, получаем $P_0 \cong 0,38$.

При статистической проверке гипотеза отвергается, если при заданном уровне значимости значение критерия попадает в критическую область. Обычно используют уровни значимости, не превышающие 10 %. Вероятность P_0 , найденная нами, почти в четыре раза превышает этот уровень. Поэтому можно с полным основанием считать, что полученные нами оценки s^2 и F не противоречат проверяемой гипотезе, согласно которой скорости линейных изменений широт четырех международных станций — случайные величины. Это, разумеется, нельзя считать ответом на вопрос, поставленный в заглавии настоящей статьи. Более того, выясняется, что дать строго обоснованный ответ на этот вопрос в настоящее время вообще нельзя. Приходится признать, что на основании наблюдений международных широтных станций пока невозможно сделать окончательный вывод о том, происходило ли вековое движение полюса в нашем столетии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. М.: Советское радио, 1962.
2. Yumi S., Wako Y. Mizusawa Int. Lat. Obs. Publications, 1966, 5, 2, 74.
3. Annual Reports of the International Polar Motion Service for the years 1966—1971. Mizusawa, 1968—1973.
4. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов. М.: Физматгиз, 1962.

Главная астрономическая обсерватория
АН УССР

Поступила в редколлегию
в июне 1974 г

E. P. FEDOROV

ON THE COORDINATE SYSTEMS USED IN THE STUDY OF POLAR MOTION*

*Main Astronomical Observatory
Ukrainian Academy of Sciences, Kiev, USSR*

IAU Symposium N 78 «Nutation and the Rotation of the Earth» held in Kiev in 1977 revealed a certain lack of precision in the fundamental concepts and some looseness of terminology employed in the treatment of this problem. When talking about polar motion we should give, first of all, rigorous conceptual definitions of both the pole and a reference frame in which it moves. The selection of a reference system was the topic of an IAU Colloquium held in Torun in 1974. Although the discussion there was thorough and comprehensive, it did not result in the removal of all ambiguities which have tarnished discussion of the problems in the understanding of the Earth's rotation.

«Since distances are not directly measured in classical astronomy but have to be inferred by indirect methods, the systems of coordinates in common use are those that specify only directions» (Clemence, 1963). Since direction is completely given by a pair of angular coordinates, the space in which such systems are realized is a two-dimensional space. To emphasize this point Brandt (1975) suggested that astronomers may make use of the terminology employed in geometrical optics, where the real three dimensional space in which physical bodies are located is called the object space and the space in which images of these bodies are located is called the image space. Three dimensional coordinate systems in the object space may be either inertial or non-inertial, but the very conception of «inertiality» has no meaning for systems realized in the image space. In that case we may only discuss rotating and non-rotating systems. The image space used in astronomy is the two dimensional surface of a unit sphere. Recently, however, some authors have used other representations (Fedorov, 1976a; Zhongolovitch, 1977; Murray, 1978).

Assume that we have in the object space several direct lines connecting some points of different celestial bodies (Fig. 1). Let us take in the image space an arbitrary point, 0 , and draw from it unit vectors, \bar{s}_i , parallel to these lines. Obviously, several parallel lines in the object space will be represented by only one vector in the image space.

Directions from the observer to extragalactic sources are practically independent of the observer's motion on the Earth, together with the Earth, or in space about the Earth (assuming that correction for aberration is taken into account). The proper motions of extragalactic sources also being negligible, the unit vectors along the directions from the observer to the object can be assumed to be fixed in the ima-

* IAU «Time and the Earth's Rotation», 1979. — 82. — P. 89—101.

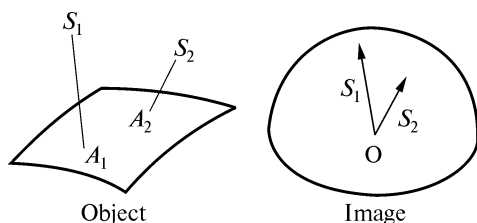


Fig. 1. Object and image spaces

ge space. On the other hand, we have the following directions linked to the Earth and rotating with it: geocentric position vectors of the points on the Earth's surface, plumb lines at these points, chords connecting these points (baselines of radio interferometers). We may draw from 0 in the image space unit vectors, \bar{e}_j , parallel to these directions.

Astronomical observations of stars, planets, the Moon, artificial satellites, or radio sources enable the rotation of the pencil of vectors, \bar{e}_j , with respect to the vectors, \bar{s}_i , to be monitored. Measurement of either the angles or distances (with laser ranging techniques) are capable of providing the necessary data (Fedorov, 1976b). These data would comprise sufficient information on the rotation of the Earth so that this phenomenon could be studied without the use of coordinates (Veis, 1976), but the use of coordinates simplifies analysis. Since the angles between the unit vectors, \bar{s}_i , are practically constant, a celestial coordinate system, XYZ , can be rigidly linked to them. The following resolution concerning this matter was adopted at the Torun Colloquium:

The celestial system will be defined by a catalog of adopted conventional coordinates of extragalactic sources. These coordinates could be obtained from the best available observations and reduced to a given epoch in the existing celestial system (FK4 or FK5). After such a catalog is constructed and adopted, reference to the original celestial system may be dropped. Further improvements in the realization of the system would come through the compilation of better catalogs of extragalactic sources (e. g. with no reference to any plane or direction pertaining to the Earth or Solar System).

It is quite natural that a three dimensional reference coordinate system in the object space is needed for description of various phenomena dealt with in Earth dynamics. However, to study the Earth's rotation one can use systems realized in the same two dimensional space as the non-rotating system, XYZ . Then relative orientation of the terrestrial and celestial systems would be defined only by the angles between their axes. The phenomenon called the rotation of the Earth is, in essence, the variation of these angles.

Any terrestrial system in the image space may be attached to the pencil of the unit vectors \bar{e}_j , but not rigidly since these vectors (in the case of a non-rigid Earth) do not maintain their directions relative to one another. For the non-rigid attachment to be realized, certain conditions should be imposed on the relationship of a system, xyz , with respect to the vectors \bar{e}_j . Such a system may be called the conventional terrestrial system. Its rotation is not exactly predictable since it is affected by excitation by some geophysical processes. So it is convenient to introduce an intermediate system, $\xi\eta\zeta$, whose rotation approximates as close as possible that of the system, xyz , and at the same time is precisely predictable. It may be called the terrestrial ephemeris system. This system as well as the system, xyz , can be transformed into the non-rotating celestial frame by means of the equations:

$$(X, Y, Z) = M_0(\xi, \eta, \zeta) = M(x, y, z), \quad (1)$$

where M_0 is the matrix of precession, nutation, and the «ephemeris» diurnal rotation of the Earth. We may write

$$M = M_0(I + \sigma), \quad (2)$$

where I is the unit matrix, and

$$\sigma = \begin{vmatrix} 0 & -w & v \\ w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{vmatrix}, \quad (3)$$

u, v, w being small rotation angles about the x, y, z -axes respectively (Fedorov et al., 1972). From (2) we have

$$M - M_0 = M_0\sigma. \quad (4)$$

It should be noted that the elements of the matrix change with nearly diurnal periods.

Proceed now to possible realizations of different coordinate systems, and consider first the selection of the ζ -axis of the ephemeris terrestrial system. For this axis the following directions may be adopted.

1. The axis of the total angular momentum of the Earth, \bar{H}

We denote the unit vector parallel to \bar{H} by \bar{h} . The motion of \bar{h} with respect to the non-rotating system XYZ is independent of all properties of the Earth other than its moments of inertia. This means that the motion of the angular momentum vector derived for a rigid Earth may be applied to any other reasonable model.

2. The instantaneous rotation axis of the Earth

A rigorous definition of this axis is valid only in the case of a rigid Earth. The equations of motion of this axis can be obtained by small changes of the coefficients of the periodic terms in the equations governing the motion of the angular momentum vector. In just this manner the ζ -axis of the terrestrial ephemeris has been defined in textbooks and astronomical ephemerides.

3. The Jeffreys—Atkinson axis

The gravitational torques exerted by the Moon and the Sun on the Earth's equatorial bulge not only force the angular momentum vector of the Earth to change its orientation in space, but they also cause a small departure of the axis of figure (i. e. the axis of maximum inertia) from the unit vector \bar{h} . The action of each of these bodies can be treated separately.

Let \bar{m} be the unit vector in the direction of the Moon or Sun, and \bar{f} be the unit vector along the axis of figure of the Earth. The vectors \bar{m}, \bar{h} and \bar{f} can be shown to lie approximately in the same plane, whose position is defined by the known coordinates of the disturbing body (Fig. 2). In the case of a rigid Earth the

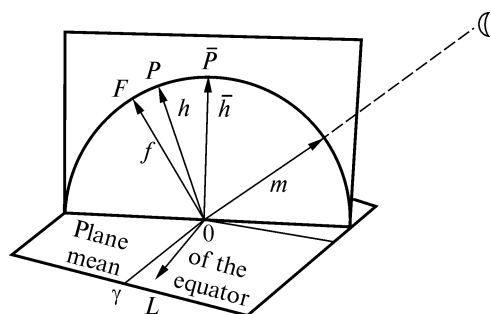
angle between the unit vectors \bar{h} and \bar{f} can be computed for any moment of time. This enables the direction of \bar{f} to be predicted and used as the ζ -axis of the terrestrial reference system. This idea was first suggested by Jeffreys (1963), and then elaborated by Atkinson (1973, 1975). Murray (1978) thinks that the same ephemeris axis should if possible be retained for other Earth models.

The benefit of such a choice is that the unit vector \bar{f} does not move rapidly with respect either to the xyz system rotating with the Earth or to a non-rotating frame attached to remote sources. The IAU General Assambly in Grenoble, 1976, recommended that the ephemeris axis, ζ , should be redefined in the manner proposed by Atkinson but avoided using the term «axis of figure». This was done because the motion of this axis is known to consist of free and forced components while the ζ -axis defined in accordance with Jeffreys' and Atkinson's suggestions is affected by only the forced motion and does not coincide with the axis of figure. Atkinson (1975) sometimes uses the term «axis of figure» in referring to the forced motion of the axis of figure and at other times to refer to the conventional z -axis. He writes, «We now define as the 'pole of figure' the adopted mean pole from which meridian observers reckon their colatitudes ... any constant adopted colatitudes will be adequate, assuming that they are roughly correct». It may be due to this lack of consistency in terminology that the following resolution was adopted in Kiev in 1977:

IAU Symposium N 78 recommends that the decision of the sixteenth General Assembly of the IAU that «the tabular nutation shall include the forced periodic terms listed by Woolard for the axis of figure» shall be annulled and that the nutation of the true pole of date with respect to the mean pole of date should be computed for the motion of the instantaneous axis of rotation.

It has been mentioned that the direction of the angular momentum vector, \bar{H} , (or of the unit vector, \bar{h}) is the same for the rigid, elastic, or any other reasonable Earth model. However, the relative motion of the vectors \bar{h} and \bar{f} substantially depends on the mechanical properties of the Earth. According to McClure (1973) the effect of fidal deformation of the elastic Earth manifests itself in the relative motion of these vectors with an amplitude reaching two seconds of arc.

It has been pointed out already that the Jeffreys—Atkinson axis can be defined as an axis that would have no short-period motion either in space of relative to the terrestrial frame. This conceptual definition was first applied to the rigid Earth, but



it can be extended to elastic models with a liquid core. The problem now is to replace the rigid Earth, but it can be extended to elastic models with a liquid core. The problem now is to replace the rigid Earth in the theory of precession

Fig. 2. Relationship among the axis of figure, angular momentum vector, and the direction to the Moon or Sun

and nutation with another model better fitted to our current knowledge of the mechanical properties of the Earth and to derive for this model the equations of motion of the axis which satisfy the requirement that it should only change its direction slowly on the time scale of a day with respect to both the celestial and terrestrial frames of reference. It is to be expected that the equations of transition from the vector \bar{h} to this axis be somewhat different from Woolard's (54). To monitor the motion of the ephemeris ζ -axis with respect to the conventional xyz -system special observations are conducted.

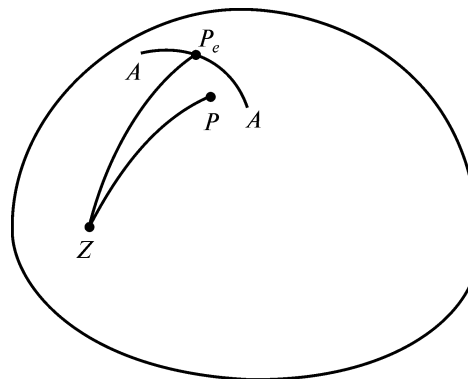


Fig. 3. The auxiliary unit sphere

We may pass to the more familiar geometrical representation by constructing the auxiliary unit sphere of Fig. 3.

The point at which the ζ -axis passes through this sphere is the instantaneous ephemeris pole, P . Any conventional system in which the motion of this pole is monitored is linked to the unit vectors \bar{e}_j . To define the orientation of the z -axis of this system it is sufficient to adopt two angles which this axis forms with each unit vector \bar{e}_j . If we use more than two vectors the values of the angles cannot be prescribed arbitrarily. These angles should be derived from observations.

THE CONVENTIONAL INTERNATIONAL ORIGIN

The IPMS uses the conventional axis attached to the plumb lines at five points on the Earth's surface. The unit vectors, \bar{e}_j , parallel to these plumb lines define the zeniths, \bar{z}_j , on the auxiliary sphere. Let us take one of the latitude stations and assume that its longitude is known. Then, deriving from an observation at time, t , the instantaneous latitude, φ , of the station, we obtain the position of the zenith in the ephemeris system $\xi\eta\zeta$ measuring from the pole P the arc PZ along the meridian of the station equal to its colatitude, $90^\circ - \varphi$. By definition the CIO is the point P_e located at the angular distance, $ZP_e = 90^\circ - \varphi$, from the zenith Z , where φ is the adopted constant value of the mean latitude of the station. In other words, the locus of the conventional pole P_e is a circle, AA described on the auxiliary sphere with Z as the center and spherical radius, $90^\circ - \varphi$.

Considering a small region on the sphere in the vicinity of P (Fig. 4) we may replace the arc AA by a straight line located at a distance $(90^\circ - \varphi) - (90^\circ - \varphi) = \varphi - \varphi$ from the instantaneous ephemeris pole, P , and called the line of position. The CIO is believed to be the point at which all the lines of position of the five international stations always cross. However, from inspection of the observational data we can satisfy ourselves that such a point situated at the constant defining angular distances from the zeniths of the five International Latitude Service stations. The very definition on the CIO should be changed.

It is easy to show that the CIO is the point for which the following always exists:

$$m^2 + k^2 + c^2 + g^2 + u^2 = \text{minimum.} \quad (5)$$

In this condition m , k , c , g , and u represent the distances from the lines of positions of the stations Mizusawa, Kitab, Carloforte, Gaithersburg, and Ukiah respectively.

THE POLE OF THE BIH 1968 SYSTEM

Time observations are also capable of giving the position of the conventional pole, P_e , relative to the ephemeris pole, P . Taking two stations we can obtain the line of position, BB , (Fig. 5) such that any point on the line assumed for P_e will preserve the longitude difference of the selected stations. If the zeniths of the stations were fixed to one another all such lines of position will cross at a single point which may be taken for the conventional pole, P_e . This is not the case, and we have to determine the position of P_e by means of a condition similar to (5).

The realization of the terrestrial reference system adopted by the BIH is achieved by assigning mean longitudes and latitudes to a number of stations. This means that the z -axis is related to the lines of position derived from both time and latitude observations. However, it is not fixed with respect to the unit vectors \bar{e}_j since they do not maintain their directions relative to one another.

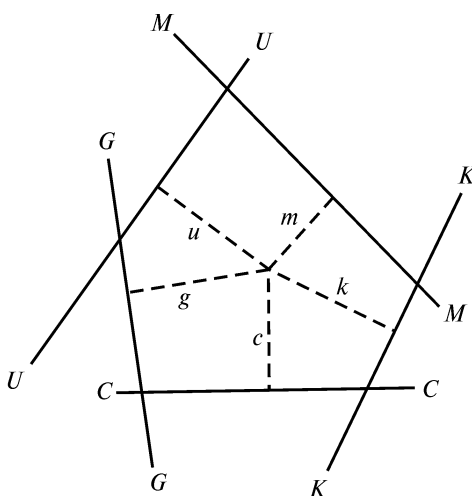


Fig. 4. Lines of position defining the CIO

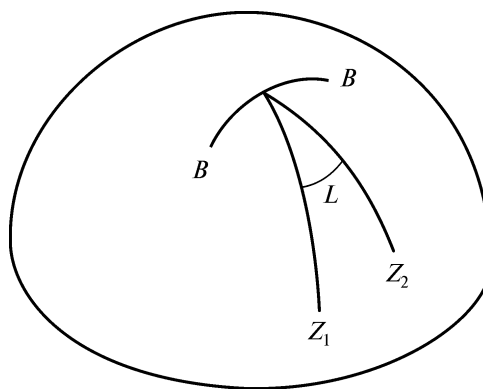


Fig. 5. Line of position for the BIH 1968 System

THE MEAN POLE OF THE EPOCH OF OBSERVATION (ORLOV'S POLE)

The fact that sum (5) nearly always differs significantly from zero is considered an indication of a nonpolar component in the latitude variations. To separate this component Orlov (1941) compared observations at observatories with nearly the same (or differing by 180°) longitudes. Periodic variations of latitudes proved to be

nearly identical, while variations of the mean latitudes (obtained by filtering out periodic components) were quite different.

This has been confirmed by Mironov (1974) who obtained correlation coefficients for a number of pairs of stations with nearly equal longitudes. For periodic variations the correlation coefficients proved to be always positive and only in rare cases smaller than 0.75. On the other hand, divergent values ranging from -0.90 to $+0.90$ have been obtained for the non-periodic variations. That is a forceful argument in favor of the opinion that variations of the mean latitude are of a non-polar origin and that these variations should be excluded from observations prior to using them for the computation of polar motion. Then, proceeding in the same way as in the case of the determination of the CIO, we shall arrive at the mean pole of the epoch of observation, P_0 . The BIH used this pole from 1959 to 1967.

The relative displacement of the CIO and P_0 is called the secular polar motion. Several authors have tried to determine the rate and direction of this motion. The agreement of their results is easily explained since all of them have applied the same methods to the same initial data from the ILS Stations. To estimate the reliability of the results obtained we have derived linear trends from observations from 1900 to 1972 (Fedorov, 1975). The following centennial rates have been obtained:

Mizusawa	$-0''.7330$
Carloforte	$+0.049$
Gaithersburg	$+0.241$
Ukiah	$+0.345$

Observations at Kitab commenced in 1931 and have been found to be useless for our discussion.

The following null hypothesis has been considered: the observed linear trends are independent random values. Using known methods of statistical testing we have found that the probability of this hypothesis is equal to 0.38 which means the hypothesis does not contradict observations at these four international stations. These data are too scanty for a definite answer as to whether or not the secular motion of the pole has taken place during the last century.

These considerations lead me to believe that the motion of the ephemeris pole should be related to the mean pole of epoch rather than to the CIO. In other words, the z -axis of the conventional terrestrial system should be directed toward P_0 . Now we shall consider the general principles of the observations from which the polar motion can be derived.

CLASSICAL ASTRONOMICAL METHODS

Let \bar{e} be the unit vector parallel to the vertical defined in the conventional terrestrial system by its coordinates. The matrix $M(t)$ is not known in advance. Thus, to convert to the non-rotating frame XYZ we must use the «ephemeris» matrix M_0 . If \bar{s} is a unit vector directed towards the observed star we may obtain the «ephemeris» or predicted cosine of the angle between \bar{s} and \bar{e} by a scalar multiplication of $M_0\bar{e}$ by \bar{s} :

$$\cos \gamma_0 = \bar{s}M_0\bar{e}.$$

The observed value of the cosine is

$$\cos \gamma = \bar{s}(M\bar{e} + \bar{\Sigma}),$$

where $\bar{\Sigma}$ is the sum of errors independent of the relative orientation of the coordinate systems. Therefore

$$\cos \gamma - \cos \gamma_0 = \bar{s}(M - M_0)\bar{e} + \bar{s}\bar{\Sigma} = \bar{s}M_0\sigma\bar{e} + \bar{s}\bar{\Sigma}. \quad (6)$$

From (6) one can obtain equations for deriving coordinates of the pole from astronomical observations as well as the difference between universal and atomic time.

RADIO INTERFEROMETRY

The conventional terrestrial system may also be attached to the unit vector, \bar{e} , of the baseline of a radio interferometer. Zhongolovitch (1976) emphasizes that such a system will be based on a much more rigid foundation than any using the directions of the plumb lines of several bservations.

The method of observation is based on the same equation (6). If D is the length of the baseline connecting the two antennas and c is the velocity of light, then we immediately obtain from (6)

$$\tau - \tau_0 = s \frac{D}{c} M_0 \sigma \bar{e} + s \bar{\Sigma}, \quad (7)$$

where $\tau - \tau_0$ is the difference in the time of arrival of the signal at the two antennas.

LASER RANGING TO SATELLITES AND REFLECTORS ON THE MOON

In this case \bar{e} refers to the unit vector along the geocentric position vector of the observing station. The construction shown in Fig. 6 is made in the object space, but the only information required for Earth rotation is the variation in the direction of \bar{e} (or the attached xyz system) in the image space.

We denote by ρ the distance from the station to the satellite and by R the modulus of the position vector of the station. Then we may write the basic equation,

$$\rho\bar{s} = \bar{r} - RM\bar{e} + \bar{\Sigma}. \quad (8)$$

For the «ephemeris» value of the «station-satellite» vector we have

$$\rho_0 s_0 = r_0 - RM_0 \bar{e}. \quad (9)$$

Hence

$$\rho\bar{s} - \rho_0\bar{s}_0 = \rho(\bar{s} - \bar{s}_0) + (\rho - \rho_0)\bar{s}_0 = -M_0\sigma\bar{e} + \bar{\Sigma}, \quad (10)$$

where the difference $r - r_0$ is included in $\bar{\Sigma}$. Scalar multiplication of (10) by s_0 taking into account that $s(s - s_0) = 0$ leads to

$$(\rho - \rho_0) = -\bar{s}_0 RM_0 \sigma \bar{e} + s_0 \bar{\Sigma}. \quad (11)$$

This equation underlies the methods of deriving the coordinates of the pole from laser ranging results. Scalar multiplication of (10) by a vector, \bar{n} , normal to \bar{s} leads to the expression,

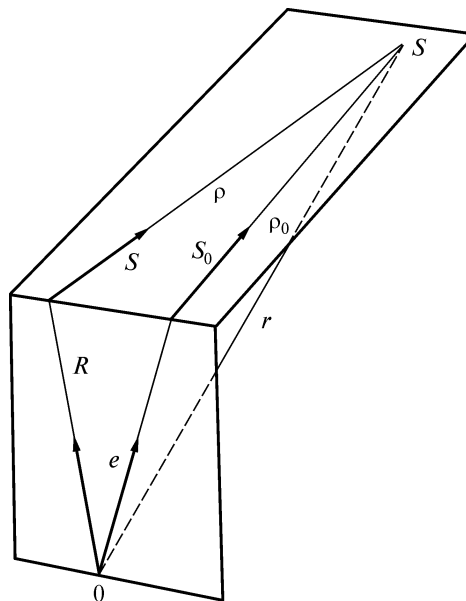
Fig. 6. Geometry used in the determination of Earth rotation by laser ranging

$$n(\bar{s} - \bar{s}_0) = \frac{R}{\rho} \bar{n} M_0 \sigma e + \frac{\bar{n}}{\rho} \bar{\Sigma}. \quad (12)$$

The dynamical method by which polar coordinates can be determined from observations of the directions to satellites are based on the general expression (12).

It should be realized that the coordinates of the pole enter equations (7), (11), and (12) through the matrix σ . Since the right-hand parts of these equations contain the matrix M_0 quasi-diurnal variations should be seen in the differences $\rho - \rho_0$, $\tau - \tau_0$, and $(\bar{s} - \bar{s}_0)$.

Depending on the methods and techniques employed, the axes of the conventional terrestrial system are related to different unit vectors. Comparison of the polar coordinates obtained in different systems is capable of giving information on the relative motion of the z -axis of these systems since the position of the ephemeris pole in space is independent of the choice of the conventional terrestrial reference frame.



REFERENCES

- Atkinson R. 1973. *Astron. J.* **78**, p. 147.
 Atkinson R. 1975. *Mon. Notices Roy. Astron. Soc.* **171**, p. 381.
 Brandt W. E. 1975. *Astron. Zu. Moskva*, **52**, p. 1096.
 Clemence G. M. 1963. *Stars and Stellar Systems*, **3**, p. 1.
 Fedorov E. P., Korsun A. A., Mironov N. T. 1972. In P. Melchior and S. Yumi (eds.): *Rotation of the Earth*, D. Reidel Co., Dordrecht, p. 78.
 Fedorov E. P. 1975. *Astrometrija i Astrofizika*, Kiev, N 27, p. 3.
 Fedorov E. P. 1976a. *Astrometrija i Astrofizika*, Kiev, N 29, p. 18.
 Fedorov E. P. 1976b. *Nabludenija Iskustvennykh Nebesnykh Tel.*, N 15, Moskva, p. 253.
 Jeffreys H. 1963. Foreward to E. P. Fedorov. *Nutation and Forced Motion of the Earth's Pole*, Pergamon Press, London.
 McClure P. 1973. *Diurnal Polar Motion*, Goddard Space Flight Center Report X-592-73-259.
 Mironov N. T., Korsun A. A. In: *Proc. Second Int. Symposium of Geodesy and Physics of the Earth*, Potsdam, p. 173.
 Murray C. A. 1978, in press.
 Orlov A. J. 1941. *Bull. Gos. Inst. Sternberg, Moskva*, N 8.
 Veis G. 1976. In: *Proc. IAU Colloquium N 26*, p. 261.
 Zhongolovitch I. D. 1976. In: *Proc. IAU Colloquium N 26*, p. 293.
 Zhongolovitch I. D. 1977. *Trudy Inst. Teor. Astron. Leningrad*, N 16, p. 19.

Е. П. ФЕДОРОВ, Р. М. РАСУЛОВ

МОЖНО ЛИ УТВЕРЖДАТЬ, ЧТО ВЕКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ СУЩЕСТВУЕТ?*

В связи с вопросом о том, вызываются ли изменения средних широт вековым движением полюса, методами математической статистики проведено испытание следующей нулевой гипотезы: скорости линейных трендов в полученных из наблюдений изменениях широт являются случайными независимыми величинами. Показано, что наблюдения на станциях МСШ Мицузава, Карлофорте, Гейтерсберг, Юкайя с 1899 по 1978 г. и на станции Китаб с 1931 по 1978 г. не противоречат этой гипотезе.

MAY WE ASSERT THAT THE SECULAR POLAR MOTION EXISTS?, by E. P. Fedorov and R. M. Rasulov. In connection with the question whether or not variations of the mean latitudes are due to the secular polar motion the following null hypothesis is tested: the rates of the linear trends in observed latitude variations are independent random values. Observations at the ILS stations Mizusava, Carloforte, Gaithersburg, Ukiah from 1899 to 1978 and Kitab from 1931 to 1978 are shown not to contradict the above hypothesis.

При анализе многолетних рядов широтных наблюдений всегда обнаруживаются кроме периодических колебаний также медленные изменения средних широт. Существует мнение, что эти изменения вызываются общей причиной — так называемым вековым движением полюса Земли**. Наиболее естественным способом проверки правильности этого мнения было бы сравнение параметров векового движения полюса, полученных по нескольким независимым комбинациям рядов наблюдений. К сожалению, это неосуществимо, так как для вывода движения среднего полюса мы располагаем только наблюдениями станций Международной службы широты (МСШ). Имеющиеся данные об изменениях широт других обсерваторий для этого непригодны, поскольку ошибки принятых собственных движений влияют на них по-разному.

Таким образом, все опубликованные до настоящего времени значения параметров векового движения полюса основываются на данных об изменениях широт тех станций МСШ, которые начали наблюдения в самом конце прошлого столетия и продолжают их до сих пор. Поскольку и способы вычислений, которыми пользовались разные авторы, мало в чем друг от друга отличались, результаты также получались между собою близкими, что, разумеется, нельзя считать подтверждением их достоверности.

При уравнивании геодезических сетей нужно знать, как изменяются со временем астрономические координаты отдельных пунктов. Получать данные об этом из повторных наблюдений на каждом пункте — задача практически

* Письма в АЖ, 1981. — Том. 7, № 4.

** Михайлов (1970) пишет: «Не подлежит сомнению, что среднее, т. е. освобожденное от чандлерова и годового периодических движений, положение земных полюсов имело за последние 60—70 лет некоторое смещение».

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 1

<i>t</i>	Мицузава	Карлофорте	Гейтерсберг	Юкайя	<i>t</i>	Китаб
1903	3681	9036	13 239	12 190		
1909	57	09	13 360	92		
1915	47	40	—	12 252		
1921	08	78	—	12 192		
1927	34	83	—	12 254		
1933	22	73	—	12 331	1934	1882
1939	10	92	13 478	45	1940	97
1945	06	—	68	52	1946	1939
1951	07	9179	13 518	58	1952	10
1957	00	38	43	65	1958	1871
1963	3566	15	52	12 474	1964	90
1969	65	53	36	12 602	1970	67
1975	80	9225	90	12 565	1976	76

невыполнимая. Приходится пользоваться координатами полюса, основанными на систематических наблюдениях в нескольких точках поверхности Земли, и известными зависимостями от этих координат широты и долготы любой точки. Возникает вопрос, следует ли при этом учитывать вековое движение полюса, поскольку достаточной уверенности в его существовании у нас нет. Мы стоим, таким образом, перед необходимостью принять решение в условиях неопределенности, которое, согласно Чернову и Мозесу (1962), является основной задачей математической статистики.

Попытка использовать методы статистики уже была сделана одним из авторов ранее (Федоров, 1975). Мы возвращаемся к этому вопросу прежде всего потому, что располагаем теперь лучшими исходными данными для его решения: результатами МСШ с 1899 по 1978 г., заново переработанными и приведенными в единую систему склонений и собственных движений и опубликованными Юми и Иокояма (1980). В связи с этим приобрело смысл использовать также наблюдения в Китабе с 1931 г. Отличается от прежнего и принятый нами в настоящей работе метод испытания гипотез — он более строго обоснован.

Чтобы получить вековые изменения широт станций МСШ, мы взяли среднемесячные значения широт и образовали по ним шестилетние средние. В табл. 1 приведены их отклонения от $39^{\circ}8'$ в $0''.001$.

Изменение средней широты ψ_i любой точки на поверхности Земли можно представить следующей функцией времени t :

$$\psi_i = a_i + b_i (t - t_0) + \xi_i, \quad (1)$$

где a_i и b_i — постоянные; t_0 — начальная эпоха; ξ_i — нелинейная часть изменений ψ_i . Необходимое (но не достаточное) условие того, чтобы можно было принять предположение о вековом движении полюса, сводится к следующему: отвергается альтернативная нулевая гипотеза:

$$H_0: b \in N(0, \sigma) \quad (2)$$

— скорости линейных изменений широт точек поверхности Земли являются независимыми нормально распределенными случайными величинами. Эту гипотезу мы и подвергнем испытанию.

Т а б л и ц а 2

Станция МСШ	b_i		$10^{-2}(b_i - \bar{b})^2$		$10^{-2} \cdot v_i^2$	
	I	II	I	II	I	II
Мицузава	-136	-128	1529	1096	27	88
Китаб	—	-75	—	773	—	2
Карлофорте	235	265	4	38	34	71
Гейтерсберг	377	302	149	98	174	455
Юкайя	544	654	835	2034	157	437
С у м м а	1020	1018	2517	4039	392	1053

Прежде всего по данным табл. 1 мы, используя способ наименьших квадратов, получили значения b_i (в 0".001 в столетие). Вычисления велись отдельно для двух промежутков времени: (I) 1899—1978 гг. и (II) 1931—1978 гг. Результаты приведены в двух первых цифровых столбцах табл. 2. Их можно рассматривать как выборку из некоторой генеральной совокупности. На основании этой выборки нам и предстоит, воспользовавшись соответствующим статистическим критерием, решить, следует или нет отвергнуть гипотезу (2).

Пусть p и q — проекции скорости среднего полюса на оси координат, r — скорость векового изменения средних широт неполярного происхождения, общего для всех станций. Эти параметры связаны со скоростями линейных изменений средних широт i -й станции следующим соотношением:

$$p \cos \lambda_i + q \sin \lambda_i + r = b_i. \quad (3)$$

Для интервала (I) можно составить систему из четырех таких уравнений, для интервала (II) — из пяти. Оценки \tilde{p} , \tilde{q} и \tilde{r} , полученные из решения этих систем, будут отличаться от нуля и в том случае, когда b_i — случайные величины. Вопрос состоит в том, значимо ли это отличие.

Пусть \bar{b} — среднее из b_i , $s^2 = \sum_1^v (b_i - \bar{b})^2$ и $s_r^2 = \sum_1^v v_i^2$, где

$$v_i = b_i - (\tilde{p} \cos \lambda_i + \tilde{q} \sin \lambda_i + \tilde{r}).$$

Очевидно, что и в том случае, когда \tilde{p} и \tilde{q} незначимы, все же имеет место неравенство

$$s^2 / s_r^2 > 1.$$

Но воспользоваться этой статистикой для проверки нулевой гипотезы все же нельзя, поскольку s^2 и s_r^2 зависимы. Однако, как показано Шеффе (1963), а также Калининой и Шубиной (1976), s_r^2 и $s^2 - s_r^2$ независимы, а статистика

$$f = \frac{s^2 - s_r^2}{s_r^2} \frac{v - n}{n - 1} \quad (4)$$

имеет распределение Фишера $F_{n-1, v-n}$, где n — число неизвестных, в нашем случае равное трем.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Задавшись уровнем значимости β (%), мы можем по таблицам верхних пределов уклонений величины F найти для этого уровня границу критической области f_β . Остается сравнить величину f , полученную по наблюдаемым значениям b_i , с f_β . Если окажется, что

$$f > f_\beta, \quad (5)$$

то гипотеза H_0 должна быть отвергнута. Обычно пользуются 1%- или 5%-уровнями значимости. Мы остановились на последнем.

Сопоставим результаты, полученные для двух интервалов:

	I	II		I	II
n	3	3	f	2.71	2.83
ν	4	5	f_β	200	19
$\nu - n$	1	2	$f_\beta = 0.2$	24	4

В обоих случаях

$$f \ll f_\beta.$$

Затем мы вычислили верхние пределы уклонений величины F и для 20%-уровня значимости. Функция распределения Фишера при $\nu = 4$, $n = 3$ имеет следующий вид:

$$F_{2,1} = 1 - (x + 1)^{-1/2},$$

а при $\nu = 5$, $n = 3$:

$$F_{2,2} = 1 - (x + 1)^{-1},$$

откуда непосредственно получаются значения $f_{\beta = 0,2}$, приведенные выше.

Таким образом, даже при столь высоком уровне значимости сохраняется неравенство (5), а отсюда следует, что нулевая гипотеза (2) не противоречит наблюдениям МСШ. Иначе говоря, эти наблюдения не дают оснований отказаться от предположения, что изменения средних широт точек поверхности Земли вызываются не вековым движением полюса, а иными причинами. И, во всяком случае, на вопрос поставленный в заглавии этой статьи, следует дать отрицательный ответ: утверждать, что вековое движение полюса Земли существует, нельзя. Приходится, таким образом, признать, что на основании имеющихся у нас данных наблюдений невозможно сделать окончательный вывод о том, происходило ли перемещение среднего полюса в нашем столетии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Калинина В. И., Шубина М. Д.* Экономика и матем. методы, 1976, **12**, 405.
Михайлов А. А. Астрон. ж., 1970, **47**, 1296.
Федоров Е. П. Астрометрия и астрофизика: Респ. межвед. сб., 1975, вып. 27, 3.
Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. — М.: Советское радио, 1962.
Шеффе Г. Дисперсионный анализ. — М.: Физматгиз, 1963.
Юми, Йокояма (Yumi S., Yokoyama K.). Results of the International Latitude Service in a Homogeneous System. — Mizusawa, 1980.

Главная астрономическая обсерватория
АН УССР, Голосеево

Поступила в редакцию
3 ноября 1980 г.

Е. П. ФЕДОРОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ ИЗ НАБЛЮДЕНИЙ*

Выбор оси, для которой должна вычисляться нутация, обсуждается с 1976 г., причем особое внимание обращается на возможность получения из наблюдений направления различных осей. При этом рассматриваются главным образом фундаментальные астрономические наблюдения, из которых получается только среднее положение оси за промежуток времени в 12 ч. В настоящей статье задача обобщается на любой конечный интервал.

Различного рода наблюдения дают направления в пространстве тех или иных прямых, связанных с Землей, например отвесных линий или баз радиоинтерферометров. Проведем от произвольного начала орты \mathbf{e}_i , параллельные этим прямым. Тогда их положения в момент t_0 и t можно связать посредством матрицы (6) или в случае деформируемой Земли посредством (28), что дает возможность находить из наблюдений в указанные моменты направляющие косинусы оси a , b и угол поворота φ . В общем случае ось не лежит в плоскости, проходящей через положения орты \mathbf{e}_i в моменты t_0 и t .

ON THE DETERMINATION OF THE EARTH ROTATION PARAMETERS FROM OBSERVATIONS, by *E. P. Fedorov*. — The choice of the axis for which the nutation should be computed has been extensively discussed since 1976 with special consideration paid to the observability of different axes. Attention has been focused mainly on fundamental astronomical observations which are capable of giving only the mean on of the axis for the twelve-hour time span. In the present paper, the problem generalized for any finite time span. Observations of different kinds yield the space-fixed positions of some directions attached to the Earth, e. g. plumb lines, baselines of radio interferometers etc. Let unit vectors \mathbf{e}_i parallel to these lines be drawn from an arbitrary origin. The positions of these vectors at the moments t_0 and t may be linked by the matrix (6) or in the case of a non-rigid Earth, by (28). This enables the direction cosines a , b of the axis and the angle of rotation φ to be derived from observations at the moments t_0 and t . In a general case, the positions of any vector \mathbf{e}_i at these moments and the axis proved to be non-coplanar.

1. В 1976—1980 гг. как на съездах и симпозиумах Международного астрономического союза, так и в печати обсуждался вопрос о выборе «эфемеридной» оси вращения Земли, т. е. такой прямой, движение которой должны описывать уравнения прецессии и нутации, применяемые при редуцированных вычислениях в астрономии. Отмечалось, что предпочтительнее выбрать эту ось так, чтобы ее направление можно было находить из наблюдений. Было далее показано [1, 2], что мгновенная ось вращения и кинетического момента Земли, которыми традиционно пользовались в теории ее вращения и в астрометрии, такому требованию «наблюдаемости» не удовлетворяют, так как из наблюдений получают направления не этих осей, а географической оси или

* Астрономический журнал, 1981. — Том 58, вып. 6.

оси фигуры средней внешней поверхности Земли по Тиссерану. (Ее определение, предложенное Смитом и Варом, приводится в [3].)

Однако этот вывод основан на рассмотрении только меридианных наблюдений звезд [4, 5], причем в качестве невращающейся системы отсчета почти всегда применялась экваториальная система координат некоторой начальной эпохи. В этой системе и находится направление географической оси из наблюдений какой-либо незаходящей звезды в верхней и нижней кульминациях, т. е. через промежутки времени, равные $12n$ ч, где n — целое нечетное число. Здесь мы рассмотрим более общий вопрос: направление какой оси получается из наблюдений через другие промежутки времени, как это бывает, например, в радиоастрометрии [6]. Чтобы выделить принципиальную сторону задачи, введем три упрощающих допущения.

Пусть s_j — орт, параллельный направлению от наблюдателя на Земле к какому-либо удаленному источнику излучения. Условно мы будем называть все источники звездами и обозначать символом S_j . Первое допущение состоит в том, что углы между ортами s_j постоянны, т. е. что собственные движения и параллаксы источников S_j пренебрежимо малы. Второе допущение: углы между ортами s_j измерены заранее с высокой точностью. Тогда с этими ортами можно жестко связать оси невращающейся «небесной» системы координат XYZ . Пусть далее e_i — орты, параллельные прямым, связанным с Землей: геоцентрическим радиус-векторам точек на поверхности Земли, хордам, соединяющим эти точки, отвесным линиям и пр. Орты s_j и e_i отложены от общего начала — центра вспомогательной сферы. Каковы бы ни были наблюдения, применяемые при изучении вращения Земли, их результаты всегда сводятся к определению положения земных ортов e_i в небесной системе XYZ . Третье допущение состоит в том, что имеется возможность поручать из наблюдений одновременно положения всех ортов e_i , как было бы, например, при синхронном фотографировании неба несколькими фотографическими зенитными трубами, расположенными в разных точках поверхности Земли. Получался как бы единый моментальный снимок, дающий возможность определить положения зенитов этих точек относительно звезд.

Пусть направление каждого орта e_i в системе XYZ определено дважды: первый раз в начальный момент t_0 , второй раз в какой-либо другой момент t . Введем обозначения

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i(t_0) &= (x_{0i} y_{0i} z_{0i})^T, \\ \mathbf{e}_i(t) &= (x_i y_i z_i)^T. \end{aligned} \quad (1)$$

(Предполагается, что ход часов, по которым отсчитывается время t , устанавливается не вращением Земли, а каким-либо иным процессом.)

Будем пока считать, что углы между ортами e_i за время $t - t_0$ не изменялись, т. е. что «пучок» этих ортов вращался как твердое тело¹. Известно, что переход твердого тела, имеющего неподвижную точку, из одного положения

¹ Даже если бы Земля была абсолютно твердым телом, углы между отвесными линиями все же не оставались бы постоянными, а изменялись под влиянием приливообразующей силы. Но эти изменения можно было бы точно рассчитать и исключить, придав таким образом жесткость пучку ортов отвесных линий.

в другое может быть осуществлен одним поворотом вокруг некоторой оси, проходящей через указанную точку (теорема Даламбера—Эйлера). Чтобы отличить эту ось от мгновенной оси вращения, мы будем называть ее средней осью поворота, а ее орт обозначать символом \mathbf{k} .

Пусть α_k, δ_k — сферические координаты этого орта; a, b, c — его направляющие косинусы в системе XYZ :

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_k \cos \alpha_k \\ \cos \delta_k \sin \alpha_k \\ \sin \delta_k \end{pmatrix}, \quad (2)$$

φ — угол поворота пучка ортов \mathbf{e}_i . Тогда

$$\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{R}(t_0, t) \mathbf{e}_i(t_0), \quad (3)$$

где \mathbf{R} — матрица поворота, зависящая от трех величин: координат a_k, δ_k (или каких-либо двух из трех направляющих косинусов оси поворота) и угла φ . Эти параметры поворота в свою очередь — суть функции начального и конечного моментов времени.

Чтобы найти элементы матрицы \mathbf{R} , представим рассматриваемый поворот следующим образом. Сперва повернем пучок ортов \mathbf{e}_i вокруг оси OZ на угол, α_k и вокруг оси OY на угол $90^\circ - \delta_k$. Тогда новая ось OZ совместится с ортом \mathbf{k} . Затем повернем орты \mathbf{e}_i вокруг этой оси на угол φ . Наконец, выполним обратный поворот на угол $\delta_k - 90^\circ$ вокруг оси OY и на угол $-\alpha_k$ вокруг оси OZ . Так мы получим

$$\mathbf{R} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{Z}(\varphi)\mathbf{B}, \quad (4)$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{Y}(90^\circ - \delta_k) \mathbf{Z}(\alpha_k)$, (5)

а \mathbf{Y} и \mathbf{Z} — матрицы поворота вокруг координатных осей, имеющие следующий вид:

$$\mathbf{Y}(\eta) = \begin{pmatrix} \cos \eta & 0 & -\sin \eta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \eta & 0 & \cos \eta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}(\eta) = \begin{pmatrix} \cos \eta & \sin \eta & 0 \\ -\sin \eta & \cos \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выполнив перемножение матрицы в (4), будем иметь

$$\mathbf{R} = \cos \varphi \mathbf{I} + (1 - \cos \varphi) \mathbf{II} - \sin \varphi \mathbf{III}, \quad (6)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица, а

$$\mathbf{II} = \begin{pmatrix} aa & ab & ac \\ ba & bb & bc \\ ca & cb & cc \end{pmatrix}, \quad \mathbf{III} = \begin{pmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

(Эти и другие формулы, описывающие поворот твердого тела на конечный угол, можно найти в [7, с. 392].)

Подставив (6) в (3), после некоторых преобразований придем к следующему уравнению, связывающему положения земных ортов \mathbf{e}_i до и после их поворота относительно небесной системы отсчета:

$$\mathbf{e}_i(t) = \cos\varphi \mathbf{e}_i(t_0) + (1 - \cos\varphi)(\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i(t_0)) \mathbf{k} + \sin\varphi (\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i(t_0)). \quad (8)$$

Чтобы сделать вполне понятным геометрический смысл этого уравнения, введем следующие обозначения: g_i — угол между ортами \mathbf{k} и \mathbf{e}_i ; \mathbf{n}_i — орт, перпендикулярный \mathbf{k} и \mathbf{e}_i . Тогда

$$\mathbf{e}_i(t) = \cos\varphi \mathbf{e}_i(t_0) + (1 - \cos\varphi) \cos g_i \mathbf{k} + \sin\varphi \sin g_i \mathbf{n}_i. \quad (9)$$

При $t \rightarrow t_0$ угол $\varphi \rightarrow 0$, и из (9) сразу же получается известное соотношение между линейной вращательной и угловой скоростями:

$$\dot{\mathbf{e}}_i(t) = \varphi (\mathbf{k} \times \mathbf{e}_i(t)) = \omega \times \mathbf{e}_i(t).$$

Воспользовавшись этим соотношением, Абраменко [8] рассмотрел возможные схемы определения параметров осевого вращения планеты по наблюдениям с ее поверхности двух звезд. При этом он считал, что вектор угловой скорости планеты постоянен — допущение, при котором мгновенная и средняя угловая скорости совпадают.

2. При описании вращения Земли возможно существенное упрощение, состоящее в таком выборе оси OZ , при котором угол ϑ между этой осью и ортом \mathbf{k} становится и остается малой величиной первого порядка. Тогда, пренебрегая величинами порядка ϑ^2 , вместо (7) мы будем иметь

$$\mathbf{II} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & b \\ a & b & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{III} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -b \\ -1 & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Для определения a , b и φ достаточно взять два орта, например \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , и, воспользовавшись (8), написать три уравнения в проекциях:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{01} \cos\varphi - y_{01} \sin\varphi + z_{01}m, \\ y_1 &= y_{01} \cos\varphi + x_{01} \sin\varphi + z_{01}n, \\ x_2 &= x_{02} \cos\varphi - y_{02} \sin\varphi + z_{02}m, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$m = a - a \cos\varphi + b \sin\varphi, \quad n = b - b \cos\varphi - a \sin\varphi. \quad (12)$$

Получить оценку точности параметров поворота из решения системы (11), разумеется, нельзя. Для этого нужно взять большее число ортов \mathbf{e}_i . Далее можно пойти тем путем, которым часто пользуются в астрометрии и теоретической астрономии, например при определении орбит: сперва получить предварительные значения параметров поворота по минимальному достаточному числу наблюдений, а затем поправки к ним по всем наблюдениям.

Пусть \mathbf{R}^0 — матрица (6), содержащая предварительные значения угла φ и направляющих косинусов оси поворота, например те значения, которые найдены из решения системы (11). Тогда мы можем записать

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^0 + \Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}^0 + \frac{\partial\mathbf{R}^0}{\partial\varphi}\Delta\varphi + \frac{\partial\mathbf{R}^0}{\partial a}\Delta a + \frac{\partial\mathbf{R}^0}{\partial b}\Delta b \quad (13)$$

и заменить уравнение (3) следующим:

$$\mathbf{e}_i(t) = (\mathbf{R}^0 + \Delta\mathbf{R}) \mathbf{e}_i(t_0) + \mu_i, \quad (14)$$

где μ_i — случайный вектор ошибок наблюдений.

Согласно сделанному ранее допущению наблюдения дают возможность получать одновременно положения всех ортов \mathbf{e} в системе XYZ , а значит, и находить углы между ними, которые при переходе к другой системе координат, разумеется, не изменятся. Если, кроме того, как мы пока считаем, они не изменяются и со временем, то с ортами \mathbf{e}_i можно жестко связать оси системы координат $X'Y'Z'$, которую будем называть «земной условной». Орт \mathbf{e}_i , если он задан проекциями на оси этой системы, обозначим так:

$$\mathbf{e}'_i = (x'_i y'_i z'_i)^T, \quad (15)$$

причем x'_i, y'_i, z'_i — величины постоянные. Связь между \mathbf{e}'_i и \mathbf{e}_i в начальный момент выражается так:

$$\mathbf{e}'_i = \mathbf{M}(t_0)\mathbf{e}_i(t_0). \quad (16)$$

Три угла поворота, от которых зависят элементы матрицы $\mathbf{M}(t_0)$, можно задать произвольно, но их удобно выбрать так, чтобы угол между осью OZ' земной системы и осью OZ небесной системы был малой величиной порядка ϑ . Далее, выберем начальную эпоху так, чтобы при $t - t_0$ угол поворота $\varphi = 0$. Тогда, поскольку $\mathbf{Z}(0) = \mathbf{I}$, то

$$\mathbf{M}(t_0) = \mathbf{I} + \sigma(t_0), \quad (17)$$

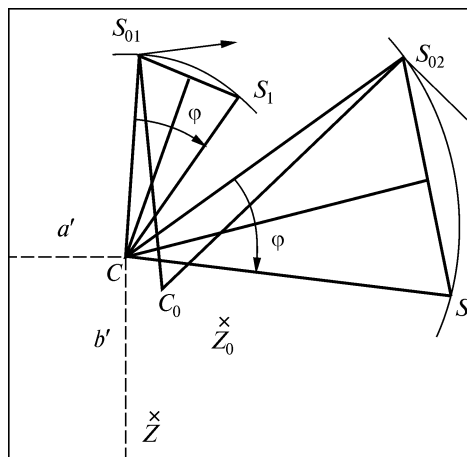
где σ — антисимметричная матрица, все элементы которой имеют порядок ϑ . Поскольку, как мы считаем, координаты ортов $\mathbf{e}_i(t_0)$ получены из наблюдений в системе XYZ , а матрица $\mathbf{M}(t_0)$ задана, то, пользуясь (16), можем найти положение любого орта \mathbf{e}_i и в земной системе $X'Y'Z'$, т. е. его проекции на оси этой системы. Вот наиболее простой способ задания матрицы $\mathbf{M}(t_0)$. Выбираются два орта \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , задаются произвольно их сферические координаты в земной системе (три из четырех, например L_1, B_1, B_2), а координаты в небесной системе ($\alpha, \delta_1, \delta_2$) находятся из наблюдений в момент t_0 . Так осуществляется привязка осей XYZ и $X'Y'Z'$ к одним и тем же базисным ортам \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , что дает возможность составить три уравнения для определения углов, задающих относительное положение этих осей, а значит, и элементы матрицы $\mathbf{M}(t_0)$.

Вращение Земли приводит к изменению относительного положения систем XXZ и $X'Y'Z'$, а стало быть, и матрицы, связывающей эти системы:

$$\mathbf{e}'_i = \mathbf{M}(t) \mathbf{e}_i(t). \quad (18)$$

Преобразование (18) можно осуществить и следующим путем: сперва повер-

Рис. 1. Вид фотопластинки со стороны объектива. Показаны следы звезд S_1 и S_2 и касательные к ним в момент t_0 , когда мгновенный центр вращения C_0 находится в точке пересечения перпендикуляров к этим касательным. Полус системы XYZ занимает неизменное положение относительно звезд S_1 и S_2 , но перемещается по пластинке. Z_0 и Z — его положения в моменты t_0 и t соответственно. $C(a', b')$ — центр среднего поворота за время $t - t_0$. Он находится в точке пересечения перпендикуляров к отрезкам $S_{01}S_1$ и $S_{02}S_2$, восстановленных в их серединах (Теорема Шаля)



нуть орты \mathbf{e}_i так, чтобы они перешли в то положение, которое занимали в небесной системе XYZ в момент t_0 ; затем перейти к системе $X'Y'Z'$. Тогда

$$\mathbf{e}'_i = \mathbf{M}(t_0)\mathbf{R}^{-1}(t, t_0)\mathbf{e}_i(t_0), \quad (19)$$

где \mathbf{R}^{-1} — матрица, обратная \mathbf{R} в (3). Это дает возможность находить положение ортов \mathbf{e}_i в земной системе координат, определяя из наблюдений их положения в небесной системе XYZ в любой момент t , а не только в начальный момент t_0 . По существу именно такая возможность используется при определении астрономических координат — долгот и широт — точек земной поверхности.

Поясним теперь изложенные выше соображения примером из практики астрономических наблюдений. Но прежде отметим, что эти наблюдения служат для решения задачи, в некотором отношении обратной той, которой мы занимались до сих пор: из них получаются данные о движении ортов \mathbf{s}_j в земной системе $X'Y'Z'$, а не ортов \mathbf{e}_i в небесной системе. Однако приведенные выше формулы можно применять и в этом случае, если внести в них следующие изменения. Во-первых, заменить \mathbf{e}_i на \mathbf{s}_j ; во-вторых, изменить на обратное направление поворота, а следовательно, и знак при $\sin \varphi$; в-третьих, снабдить штрихами символы a , b , c , чтобы показать, что они будут обозначать проекции орта \mathbf{k} на оси $X'Y'Z'$, а не XYZ , как до сих пор.

Геометрические построения выполняются наиболее просто в случае фотографирования близполюсной области неподвижной трубой². Эта область настолько мала, что для находящихся в ней звезд можно принять $z = 1$ и свести задачу к построениям на плоскости (рис. 1). При этом роль земной системы координат будет выполнять двумерная система осей $X'OY'$ на пластинке, а уравнения (11) примут следующий вид:

² Описание этого инструмента, наблюдений с ним можно найти, например, в [9]. Отметим, что мы рассматриваем способ определения параметров поворота, отличающийся от тех способов, которые применялись на практике.

$$\begin{aligned}x'_i - a' &= (x'_{01} - a') \cos \varphi + (y'_{01} - b') \sin \varphi, \\y'_i - b' &= (y'_{01} - b') \cos \varphi - (x'_{01} - a') \sin \varphi, \\x_2 - a' &= (x'_{02} - a') \cos \varphi + (y'_{02} - b') \sin \varphi.\end{aligned}\tag{20}$$

Здесь a' , b' — координаты центра поворота, в результате которого первая звезда переходит из точки $S_{01}(x_{01}, y_{01})$ в точку $S_1(x_1, y_1)$, а вторая — из точки $S_{02}(x_{02})$ в точку S_2 . (В скобках указаны измеренные координаты, исправленные за абберрацию и рефракцию, но не за прецессию и нутацию.) Система (20) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= \frac{(x'_2 - x'_1)(y'_{02} - y'_{01}) - (x'_{02} - x'_{01})(y'_2 - y'_1)}{l^2}, \\ \cos \varphi &= \frac{(x'_2 - x'_1)(x'_{02} - x'_{01}) - (y'_{02} - y'_{01})(y'_2 - y'_1)}{l^2},\end{aligned}\tag{21}$$

где l — постоянное расстояние между звездами S_1 и S_2 , равное

$$[(x'_{02} - x'_{01})^2 + (y'_{02} - y'_{01})^2]^{1/2}.$$

Координаты центра поворота C выражаются так:

$$\begin{aligned}a' &= \frac{x'_1 + x'_{01}}{2} + \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} \frac{y'_1 - y'_{01}}{2}, \\ b' &= \frac{y'_1 - y'_{01}}{2} - \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} \frac{x'_1 - x'_{01}}{2}.\end{aligned}\tag{22}$$

При наблюдениях звезд на меридианных инструментах в верхней и нижней кульминациях угол поворота системы XYZ относительно земной условной близок к $(2n + 1)\pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), так что мы можем положить

$$\varphi = (2n + 1)\pi + \Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi$ — малая величина. Поэтому приближенно

$$a = \frac{x'_1 + x'_{01}}{2}, \quad b' = \frac{y'_1 - y'_{01}}{2},$$

откуда видно, что центр поворота C находится в средней точке дуги, соединяющей положения звезд в моменты t и $t_0 + (2n + 1) \cdot 12^h$ звездного времени. Через эту точку и проходит «ось фигуры Земли», движение которой по предложению Джеффриса и Аткинсона должны описывать уравнения прецессии и нутации. Ее основное преимущество состоит в том, что эта ось не совершает квазисуточного движения ни в земной системе $X'Y'Z'$, ни в небесной системе XYZ . В том случае, когда наблюдаются звезды, находящиеся на больших расстояниях от полюса, мы можем, воспользовавшись (11), получить

$$a' = \frac{x'_1 + x'_{01}}{2z'_{01}}, \quad b' = \frac{y'_1 + y'_{01}}{2z'_{01}}.$$

3. Как было показано выше, предварительные значения параметров поворота можно находить, определяя в небесной системе отсчета положения двух земных ортов. Но возможен и другой путь, состоящий в следующем. Вводится вспомогательная «эфемеридная» система координат $\xi\eta\zeta$; положение ее полярной оси $O\zeta$ в любой момент времени t задается принятыми уравнениями прецессии и нутации; угол поворота вокруг этой оси получается путем умножения угловой скорости вращения Земли, найденной из предшествующих наблюдений, на промежуток времени $t - t_0$, отсчитанный по атомным часам [10, с. 266]. Пусть $\mathbf{E}(t)$ — матрица перехода от системы XYZ к эфемеридной системе $\xi\eta\zeta$. Мы можем представить ее так:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{Z}(\varphi) (\mathbf{I} + \mathbf{N}(t)), \quad (23)$$

где \mathbf{N} — матрица прецессии и нутации. Положив

$$v = \theta + \Delta\psi \sin \varepsilon, \quad u = -\Delta\varepsilon, \quad (24)$$

где θ — прецессионное движение эфемеридного полюса, $\Delta\psi$ — нутация в долготе, $\Delta\varepsilon$ — нутация в наклоне, будем иметь

$$\mathbf{N}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v \\ 0 & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

По тем же соображениям, которыми мы пользовались при выводе уравнения (17), можем написать

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{I} + \mathbf{N}(t_0).$$

Если допустить, что за промежуток времени $t - t_0$ положение земных ортов в эфемеридной системе не изменяется, матрицу \mathbf{R}^0 можно приравнять произведению двух матриц, из которых первая осуществляет переход от системы XYZ к системе $\xi\eta\zeta$ в момент t_0 , а вторая — обратный переход к системе XYZ в момент t :

$$\mathbf{R}^0(t_0, t) = \mathbf{E}^{-1}(t) \mathbf{E}(t_0) = \mathbf{Z}(-\varphi) - \mathbf{N}(t) \mathbf{Z}(-\varphi) + \mathbf{Z}(-\varphi) \mathbf{N}(t_0). \quad (26)$$

Воспользуемся этим уравнением, чтобы выразить предварительные параметры поворота через углы u_0, v_0, u, v , которые вычисляются по формулам прецессии и нутации. Для этого достаточно приравнять соответственные элементы матриц, стоящих в правой и левой частях уравнений (26). Так, в частности, мы получим

$$\begin{aligned} a^0(1 - \cos \varphi) + b^0 \sin \varphi &= v - v_0 \cos \varphi - u_0 \sin \varphi, \\ a^0 \sin \varphi - b^0(1 - \cos \varphi) &= u + v_0 \sin \varphi - u_0 \cos \varphi, \end{aligned}$$

из решения этих уравнений найдем

$$a^0 = \frac{v + v_0}{2} + \frac{u + u_0}{2} \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi},$$

$$b^0 = \frac{u + u_0}{2} + \frac{v - v_0}{2} + \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} . \quad (27)$$

Только в тех случаях, когда

$$t - t_0 = 12^h + 24^h n \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

орт \mathbf{k}^0 оси поворота Земли, согласно (27), лежит в плоскости, проходящей через положения мгновенной эфемеридной оси в моменты первого и второго наблюдений, по которым находятся параметры поворота. Это и имеет место при наблюдениях незаходящей звезды в верхней и нижней кульминациях, которые рассматривал Аткинсон. При других интервалах между наблюдениями орт \mathbf{k}^0 от названной плоскости отклоняется, причем наиболее значительно, когда

$$t - t_0 = 6^h + 12^h n.$$

Это отклонение нужно учитывать, так как даже при интервале в шесть часов разности нутационных смещений эфемеридной полярной оси $u - u_0$ и $v - v_0$ могут достигать $0,01''$.

Отличие полученных из наблюдений параметров a и b от вычисленных по формулам (27) может вызываться следующими причинами: во-первых, несовершенством теории, описывающей движение эфемеридных осей и погрешностями постоянных, полученных из прежних наблюдений; во-вторых, тем, что земные условные оси изменяют свое положение по отношению к эфемеридным осям. (Эти изменения обычно трактуются как движение полюса и вариации разности между всемирным и атомным временем.) Третья причина — ошибки наблюдений, по которым определяются параметры поворота a , b и φ .

Разности $a - a^0$, $b - b^0$ и представляют собой тот исходный материал, который используется для вывода движения полюса Земли и уточнения постоянных, входящих в уравнение прецессии и нутации.

4. До сих пор считали, что углы между ортами \mathbf{e}_i постоянны. В этом случае безразлично, какие два из ортов взяты для определения предварительных значений направляющих косинусов оси поворота — результаты будут отличаться друг от друга только вследствие ошибок наблюдений. Однако в действительности углы между ортами \mathbf{e}_i не остаются постоянными — они изменяются периодически под действием приливообразующих сил. По-видимому, происходят и непериодические изменения, вызванные тектоническими явлениями. Вследствие изменений углов как того, так и другого рода параметры поворота осей земной системы координат будут получаться разными для разных комбинаций ортов.

Значит, отказавшись от допущения жесткости пучка ортов \mathbf{e}_i , мы уже не сможем представить их перемещения в небесной системе XYZ как поворот всех этих ортов на один и тот же угол вокруг общей оси. Тем не менее понятия оси и угла поворота целесообразно сохранить и в этом случае, несколько изменив их содержание.

Возьмем два орта \mathbf{e}_i и \mathbf{e}_{i+1} ; пусть γ_0 и γ — углы между ними в моменты t_0 и t соответственно. Обозначим через ψ_i угол, на который нужно повернуть орт

\mathbf{e}_i , чтобы перевести его из положения $\mathbf{e}_i(t_0)$ в положение $\mathbf{e}_i(t)$. В общем случае

$$\gamma - \gamma_0 \ll \psi_i.$$

На этом основании мы можем представить перемещение орта \mathbf{e}_i в системе XYZ следующим образом:

$$\mathbf{e}_i(t) = \mathbf{R}(t_0, t) \mathbf{e}_i(t_0) + \Delta \mathbf{e}_i(t_0, t), \quad (28)$$

где \mathbf{R} — матрица вида (6), преобразующая орты \mathbf{e}_i так, что все их дополнительные «собственные» перемещения

$$\Delta \mathbf{e}_i = (\Delta x_i \Delta y_i \Delta z_i)^T \quad (29)$$

оказываются малыми величинами. Элементы матрицы \mathbf{R} можно определить, налагая некоторые условия на орты $\Delta \mathbf{e}_i$, например находить такие параметры поворота, при которых

$$\sum_i [\Delta x_i'^2 + \Delta y_i'^2 + \Delta z_i'^2] = \min. \quad (30)$$

Формально это приводит к решению системы уравнений

$$\mathbf{e}_i(t) - \mathbf{R}(a, b, \varphi) \mathbf{e}_i(t_0) = \Delta \mathbf{e}_i \quad (31)$$

по схеме способа наименьших квадратов, хотя мы и не рассматриваем $\Delta \mathbf{e}_i$ как нормально распределенные случайные величины. Если они включают такие перемещения, которые для принятой модели Земли можно рассчитать, эти перемещения целесообразно сперва исключить и только потом наложить условие (30) на остаточные уклонения. Понятно, что для определения трех параметров поворота a, b, φ векторные уравнения (31) заменяются уравнениями в проекциях на оси. Число таких уравнений равняется удвоенному числу ортов \mathbf{e}_i . Сферические координаты этих ортов в системе XYZ определяются из наблюдений в моменты t_0 и t . Полученные таким путем параметры a, b, φ задают поворот земных условных осей $X'Y'Z'$ в том случае, когда, они привязаны к ортам \mathbf{e}_i не жестко, а сами эти орты перемещаются один относительно другого.

Одно из допущений, сделанных в начале статьи, состояло в том, что имеется возможность одновременно получать из наблюдений положения всех земных ортов \mathbf{e}_i относительно небесных ортов \mathbf{s}_j . То, что в действительности такой возможности нет, существенно затрудняет получение параметров вращения Земли из наблюдений сравнительно с тем, как это было описано выше. Но с появлением новых способов наблюдений намечаются и новые пути преодоления указанной трудности.

Автор выражает благодарность Б. И. Власову и Я. С. Яцкиву за полезное обсуждение рассмотренных в настоящей работе задач.

Е.П. ФЕДОРОВ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jeffreys H.* In: Nutation and forced motion of the Earth Pole/by Fedorov E. P. New York: Pergamon Press. 1963.
2. *Atkinson R.* Astron. J., 1973, **78**, 147.
3. *Яцкив Я. С.* Препринт Ин-та теоретической физики АН УССР № 80-95Р. Киев, 1980.
4. *Atkinson R.* Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 1975, **71**, 147.
5. *Leick A.* The observability of the Celestial Pole and its Nutations. Columbus, Ohio, 1978.
6. *Hemenway P. D.* Astron. J., 1978, **83**, 1003.
7. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1970.
8. *Абраменко А. Л.* Вестн. Ленингр. ун-та, 1974, № 19, 151.
9. *Михайлов А. А.* В кн.: Тр. XI астрометрич. конференции СССР. Л., 1955, с. 175.
10. *Nutation and the Earth's Rotation / Eds Fedorov E. P., Smith M. L., Bender P. L.* Reidel, Dordrecht, 1980.

Главная астрономическая обсерватория
Академия наук УССР

Поступила в редакцию
4.I.1981

Часть III

АСТРОМЕТРИЧЕСКИЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ



*Астрономия
начинается — и исторически,
и логически — с построения
геометрической
и кинематической
модели Вселенной.
Важные исходные данные
для этого доставляют
позиционные наблюдения
небесных тел, которые некогда
занимали основное место
в работе астрономических
обсерваторий...
С таких наблюдений
начала свою
деятельность
и Главная
астрономическая
обсерватория
АН УССР...*



Е.П. Федоров

Н.А. ПОПОВ, Е.П. ФЕДОРОВ

**К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ
НАБЛЮДЕНИЙ ОТКЛОНЕНИЯ
СВЕТОВОГО ЛУЧА
В ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ СОЛНЦА***

Полтавская обсерватория имела возможность проводить наблюдения солнечного затмения 30 июня 1954 г. на месте, в самой Полтаве, где продолжительность полной фазы равнялась 100 секундам.

В качестве основной задачи были намечены наблюдения отклонения световых лучей в поле тяготения Солнца (эффект Эйнштейна). Изготовленная для этой цели специальная установка в основном подобна той, которую впервые применил А.А. Михайлов при наблюдении солнечного затмения в 1936 г. Наиболее существенные отличия нашей установки заключаются в том, что для впечатывания масштаба применялась не плоскопараллельная прозрачная пластинка над объективом, а зеркала. Кроме того, фотографирование производилось одновременно двумя объективами, установленными в одной общей трубе, разделенной продольной перегородкой, именно: объективом с отверстием 332 мм и фокусным расстоянием в 3,4 м, предоставленным во временное пользование ГАО АН СССР, и объективом с отверстием 100 мм и фокусным расстоянием 4,0 м, полученным во временное пользование от Одесской обсерватории.

Против центра большого объектива было установлено зеркало, закрывающее около 1/8 его площади. Таким образом фотографирование поля затмения и контрольного поля производилось одновременно. Зеркало малого объектива было прикреплено к металлической пластинке, которая поворачивалась на шарнирах. Этим объективом мы сперва фотографировали поле затмения, затем поворачивали пластинку с зеркалом на заранее выверенный упор так, что оно устанавливалось наклонно перед объективом, и дополнительно снимали контрольное поле на ту же фотопластинку. По совету А.А. Михайлова зеркала были изготовлены из плавленого кварца.

Во время затмения за 2 минуты до начала полной фазы облака закрыли Солнце; контрольное поле (созвездие Волосы Вероники) оставалось чистым. На проявленных пластинках виден контур хромосферы и звезды контрольного поля.

* *Астрономический циркуляр*, 1954. — № 151.

Е.П. ФЕДОРОВ

ного поля. Качество изображений звезд удовлетворительное. Это дает основание считать, что испытанная нами методика впечатывания контрольного поля может успешно применяться при такого рода наблюдениях.

Установка изготовлена в Полтаве механиками обсерватории Б.А. Соколовым и Е.А. Нестеренко.

Большую помощь в окончательной проверке установки оказал научный сотрудник ГАИШ Ю.И. Продан, который принимал участие и в самих наблюдениях во время затмения. Помощь оказывали также почти все научные сотрудники Полтавской обсерватории, особенно: А.Е. Филиппов, С.В. Дроздов, Е.В. Лаврентьева и И.П. Огородник.

Полтавская обсерватория АН УССР

10 июля 1954 г.

К.С. МАНСУРОВА, Е.П. ФЕДОРОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СИСТЕМ СКЛОНЕНИЙ ЗВЕЗД ШИРОТНЫХ ПРОГРАММ*

Определение ошибок склонений не является необходимым элементом обработки наблюдений Международной службы широты: поскольку станции, лежащие на одной параллели, ведут наблюдения по общей программе, эти ошибки исключаются при вычислении координат полюса.

С иным положением мы встречались при попытке воспользоваться для вывода координат полюса наблюдениями на изолированных обсерваториях. В этом случае определение поправок склонений становится неизбежным, причем его приходится делать для каждой станции независимо. Но поскольку по одним только данным наблюдений на зенит-телескопе (или зенитной трубе) отделить влияние ошибок вида $\Delta\delta_\alpha$ от неполярных колебаний широты годичного периода не представляется возможным, эти ошибки могут получиться на разных станциях существенно различными, что в свою очередь может привести к заметному искажению годовой составляющей движения полюса.

В этом и состоит основное возражение против использования наблюдений на изолированных станциях для вывода координат полюса. Чтобы устранить это возражение, было бы достаточно сравнить между собой систематические ошибки склонений вида $\Delta\delta_\alpha$, полученные из широтных наблюдений на разных станциях. Когда такое сравнение сделано, не представит трудностей привести склонения звезд всех широтных программ к некоторой общей системе. Систематические же ошибки вида $\Delta\delta_\alpha$, если они на всех станциях одинаковы, уже не будут, как известно, оказывать заметного влияния на координаты полюса.

Для сравнения систематических ошибок склонений звезд различных широтных программ можно наметить два пути. Во-первых, это сравнение можно выполнить через посредство какого-либо фундаментального каталога, для чего нужно сравнивать склонения центров пар, полученные из самих широтных наблюдений (цепным способом или каким-нибудь другим путем) со склонениями, взятыми из этого фундаментального каталога. Мы имеем здесь в виду только программы, составленные из звездных пар, так как изучать ошибки склонений зенитных программ указанным способом, по крайней мере, в настоящее время невозможно: в этих программах слишком мало общих звезд даже с каталогом Босса (GS). То, что зенитные программы позволяют

* Труды 13-й Астрометрической конференции СССР (Пулково, 23—25 августа 1956 г.). — М. — Л., 1958.

получать склонения отдельных звезд, а не только склонения пар, как это имеет место в обычных программах, — несущественно, поскольку для нашей цели вполне достаточно рассматривать склонения пар: ведь звезды, составляющие пару, всегда расположены очень близко по прямому восхождению и различаются не более чем на 40° по склонению, так что систематические ошибки их склонений вида $\Delta\delta_\alpha$ можно считать одинаковыми.

Второй путь состоит в перенаблюдении склонений звезд широтных программ на меридианных инструментах, т. е. по существу в составлении специального сводного каталога склонений широтных звезд. Такой каталог будет, конечно, иметь свои систематические ошибки вида $\Delta\delta_\alpha$. Однако это обстоятельство не создаст каких-либо затруднений, поскольку указанные ошибки будут общими для всех широтных программ, из которых составлен список звезд для наблюдений на меридианных инструментах.

Удачный опыт сравнения склонений звезд широтных программ первым из намеченных выше способов выполнил В.Р. Берг [1]. Он сравнил склонения центров пар, полученных из широтных наблюдений в Пулкове, Гринвиче и на станциях Международной службы широты, со склонениями, взятыми из GC и FK3. Мы с этой же целью рассмотрели еще несколько широтных рядов. Сравнение с GC проводилось непосредственно, так как в нем имеются все звезды рассмотренных широтных программ, а с FK3 — при помощи систематических разностей «FK3—GC», опубликованных Копфом [2]. Результаты получились следующие.

Наблюдения в Казани [3] и Нью-Йорке [4] (средняя эпоха — 1896 г.) дали заметную волну Доа относительно GC, которая почти исчезла при переходе к FK3. Наблюдения, обработанные Бергом (средняя эпоха — 1925 г.), также дают лучшее согласие с FK3. Интересны наблюдения в Токио (1928—1930 гг.) [5], программа которых состояла из большого числа пар: 258. Мы исключили из полученных в Токио изменений широты полярные колебания, воспользовавшись для этого известными координатами полюса [6], и оставшуюся часть представили синусоидой вида $A \sin(\alpha + \beta)$, где α — прямое восхождение, A и β — постоянные. Со склонениями GC амплитуда A получилась равной $0''.10$, а со склонениями FK3 — $0''.02$. Однако новейшие ряды (Полтава, АОЭ, Мицузава — плавающий зенит-телескоп) уже не дают возможности сделать сколько-нибудь уверенных выводов в отношении погрешностей фундаментальных каталогов, так как при малом числе звезд в программах систематические ошибки вида $\Delta\delta_\alpha$ поглощаются случайными из-за «расползания системы каталога» вследствие неточности собственных движений.

Естественным выходом из этого затруднения является увеличение числа пар, входящих в программу. Если составить программу не из 50—100 пар, как обычно, а из значительно большего числа пар — порядка 500—1000, подобранных из звезд какого-либо фундаментального каталога, влияние случайных ошибок склонений на положения нормальных точек будет значительно ослаблено. Конечно, обработку наблюдений по такой программе уже нельзя будет вести обычным цепным способом, так как каждую пару удастся наблюдать в среднем только 2—3 раза в год. Поэтому значения широты придется вычислять со склонениями, взятыми непосредственно из каталога. Если пользоваться на разных обсерваториях одним и тем же каталогом, значения

широты будут получаться в общей системе склонений и, следовательно, ошибки вида $\Delta\delta_\alpha$ будут влиять на результаты наблюдений на всех станциях приблизительно одинаково.

Если известны координаты полюса, наблюдения по описанной программе можно использовать для изучения зависимости годового z -члена от местных условий. С другой стороны, подобные наблюдения могут служить и для решения обратной задачи — улучшения системы склонений фундаментальных каталогов. Действительно, исключив из наблюденных изменений широты полярные колебания, мы получим кривую $\Delta\delta_\alpha$ взятого каталога в системе данного зенит-телескопа. Привлечение наблюдений на зенит-телескопах к построению фундаментальной системы имеет большое значение уже потому, что в этих наблюдениях осуществляется принцип зенитной симметрии. Упомянутые выше исследования показали, что зенит-телескопы дают хорошую точность не только в случайном, но и в систематическом отношении.

Эти общие соображения были положены в основу программы, по которой один из докладчиков (К.С. Мансурова) начал в марте 1956 г. наблюдения на зенит-телескопе Бамберга в Полтаве. Пары подобраны из каталогов GC (660) и AGK₂A (430). Каждая пара наблюдается в год в среднем 2 раза. Предполагается получить две кривые колебаний широты в системах GC и AGK₂A прямо с каталожными значениями склонений. Поскольку в каждую нормальную точку будет входить 50 различных пар, влияние случайных ошибок склонений на нормальное значение широты, как можно рассчитывать, уменьшится до $\pm 0''.02$ — $\pm 0''.04$.

Разность кривых в системах GC и AGK₂A будет сопоставлена с разностью $\Delta\delta_\alpha$, полученной из непосредственного сравнения этих каталогов по общим звездам. Это позволит решить вопрос, насколько определенно проявляется в широтных наблюдениях система склонений звезд. Эти же наблюдения предполагается сравнить с кривой колебаний широты, полученной цепным методом. Возможно, таким путем удастся выяснить систематические ошибки $\Delta\delta_\alpha$ склонений, полученных цепным способом.

К настоящему моменту уже получено более 800 наблюдений.

Описанная работа имеет целью прежде всего испытание новой программы как одного из методов улучшения системы склонений. После окончания этой работы, возможно, будет целесообразно рассмотреть вопрос о применении предложенного метода для изучения систематических ошибок склонений КСЗ.

По поводу перенаблюдения звезд широтных программ на меридианных инструментах ограничимся следующими замечаниями.

Для уверенного определения систематических ошибок каталогов вида $\Delta\delta_\alpha$ склонения центров двухчасовых групп нужно определить с ошибкой около $+0''.02$. Исходя из того, что в группу входит обычно 12—20 звезд, и принимая ошибку одного определения склонений $\pm 0''.30$, находим, что для получения заданной точности понадобится 10—20 меридианных наблюдений. Для ослабления систематических ошибок наблюдения нужно провести на нескольких инструментах.

Желательно поставить наблюдения звезд по широтным программам на следующих обсерваториях: 1) Пулковской, 2) Полтавской. 3) АОЭ, 4) Ир-

кутской и Познанской, 5) Благовещенской, 6) Международной службы широты (программа 1935 и 1955 гг.). Представляло бы интерес провести также определение склонений звезд, входящих в программы наблюдений зенитных труб (Вашингтон, Римчонд, Оттава, Мицузава, Пулково, ГАИШ). Число звезд в общем списке в этом случае будет ориентировочно 1500—2000.

Когда склонения этих звезд будут определены по наблюдениям на одних и тех же меридианных инструментах, колебания широт перечисленных обсерваторий можно будет получить в единой системе склонений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Берг В.Р.* Цирк. ГАО. — 1941. — 31.
2. *Kopff A.* Abhandlungen der Preussischen Academie der Wissenschaften, Math.-naturw. Klasse, Nr 18, 1939.
3. *Gratschew M.A.* Тр. Астр. общ. Казанского университета. — 1911. — 23.
4. *Rees J.K., Jacoby H., Davis H.S.* Contributions from the observatory of Columbia University. — 1906. — 9.
5. *Kaburaki M., Nakano S.* Travaux de l'Association Intern. de Géodesie, II, fasc. 1934. — 3.
6. *Орлов А.Я.* Бюлл. ГАИШ. — 1941. — № 8.

K.S. MANSUROVA, E.P. FEDOROV

THE DETERMINATION OF THE SYSTEMS OF LATITUDE STAR DECLINATIONS

1. It is impossible to separate the systematic errors of declinations $\Delta\delta_\alpha$ from the nonpolar annual term in latitude variations only on the basis of latitude observations. As the number of stars in latitude programs is small any reliable conclusion about these errors can hardly be made by comparing the declinations derived from latitude observations with those taken from fundamental catalogues.

2. Such a conclusion will be possible if special meridian observations are undertaken to improve the declinations of the stars of latitude programs.

3. It is suggested that special latitude observations be made for the same object on programs that differ substantially from the usual ones. The program designed for the determinations of the systems of declinations should include 500—1000 pairs and each pair should be observed 1—3 times annually.

Е.П. ФЕДОРОВ

О ВНУТРЕННЕЙ И ВНЕШНЕЙ ОШИБКАХ НАБЛЮДЕНИЙ*

На последней широтной конференции было отмечено, что для оценки качества широтных наблюдений мы еще не имеем достаточно надежных критериев, вследствие чего нам бывает иногда трудно решить, каким инструментам, методам и программам наблюдений следует отдать предпочтение. Понятно, что выработка таких критериев должна быть основана на внимательном изучении и сравнении ошибок различных рядов наблюдений. Некоторые работы в этом направлении ведутся теперь в Главной астрономической обсерватории АН УССР, и настоящий доклад должен служить как бы введением к тем сообщениям о результатах упомянутых работ, которые нам предстоит здесь обсудить.

В отличие, например, от физика, астроном при выполнении наблюдений не имеет возможности защититься от влияния внешних условий, которые непрерывно меняются и тем самым увеличивают разброс результатов наблюдений. Для уменьшения этого разброса стремятся, во-первых, совершенствовать конструкцию инструментов так, чтобы они в меньшей степени реагировали на внешние влияния, во-вторых, применять такие способы наблюдений, при которых это влияние ослабляется или исключается. Можно, наконец, изучив, как именно влияют на наблюдения те или иные внешние условия, вводить при обработке наблюдений соответствующие поправки в их окончательные результаты.

Пусть мы ввели какое-либо улучшение в технику или методы наблюдений. Затем нужно, конечно, проверить, что эта мера оказалась действенной, т. е. что качество наблюдений действительно повысилось. При этом существенно, чтобы ответ был однозначным, не допускающим различных толкований. Так было бы, если бы мы могли характеризовать качество наблюдений какой-либо численной величиной, оценивать его в баллах.

Обычно для такой оценки пользуются средней (или вероятной) квадратической ошибкой, различая при этом «внутреннюю» и «внешнюю» ошибки. Однако такого деления, да и самого понятия внешней ошибки в теории ошибок не существует. Проследим, как оно возникает в астрометрии, и попытаемся выяснить, можно ли с помощью внутренней или внешней ошибки оценить качество наблюдений однозначно.

* Вращение Земли / Материалы расширенного пленума Комиссии по изучению вращения Земли Астрономического совета АН СССР (Киев, 10—13 апреля, 1962 г.). — К.: Изд-во АН УССР, 1963.

Начнем с простейшего случая многократных определений какой-либо постоянной величины x . Пусть из наблюдений мы получили N ее значений:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N. \quad (1)$$

Наиболее вероятным значением x будет их среднее арифметическое:

$$m = \frac{1}{N} \sum_1^N x_i. \quad (2)$$

Далее находим отклонения каждого наблюденного значения от m , т. е.

$$\xi_i = x_i - m, \quad (3)$$

и, наконец, статистическую дисперсию значений x , которую мы обозначим через σ_1^2 . Имеем

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_1^N \xi_i^2. \quad (4)$$

Заметим, что здесь было бы правильнее написать в знаменателе $N - 1$, но, поскольку мы считаем N большим числом, единицу можно отбросить.

Пусть σ_N — ошибка среднего, т. е. величины m . Она находится по формуле

$$\sigma_N^2 =: \frac{1}{N^2} \sum_1^N \xi_i^2 = \frac{\sigma_1^2}{N}. \quad (5)$$

Если хотят проверить, не подвержена ли определяемая величина каким-либо систематическим изменениям, то обычно разбивают все наблюдения на группы и находят среднее для каждой группы. Так получают нормальные точки, по которым затем строят график изменений x . Хотя в нашем случае известно, что величина x постоянна, мы проделаем эти действия над числами ряда (1). Разобьем его на s групп по n наблюдений в каждой. Мы можем получить следующий ряд нормальных значений:

$$X_1 = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i, \quad X_2 = \frac{1}{n} \sum_{n+1}^{2n} x_i, \dots, \quad X_k = \frac{1}{n} \sum_{(k-1)n+1}^{kn} x_i. \quad (6)$$

По формуле (5) мы можем найти дисперсии всех этих значений. Если n велико, они будут отличаться друг от друга незначительно. Обычно в качестве общей меры точности всей совокупности нормальных значений берут среднее из дисперсий, полученных для каждого из них. Обозначим это среднее через σ_n^2 . Имеем

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{s} \sum_1^s \frac{1}{n^2} \sum_{(k-1)n+1}^{kn} \xi_i^2 = \frac{1}{Nn} \sum_1^N \xi_i^2. \quad (7)$$

Хотя в нашем случае нет систематического хода в значениях

$$X_1, X_2, \dots, X_N,$$

из-за случайных ошибок они не будут равны друг другу и общему среднему

m . Естественно возникает мысль, нельзя ли непосредственно по разностям $X_k - m$ оценить точность нормальных значений. Действительно, поскольку эти разности являются случайными величинами, к ним можно применить формулу (4). Обозначая через σ_s^2 дисперсию нормальных значений, имеем

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{s} \sum_1^s (X_k - m)^2. \quad (8)$$

Рассмотрим k -е слагаемое суммы правой части этого равенства:

$$\begin{aligned} (X_k - m)^2 &= \left(\sum_{(k-1)n+1}^{kn} \frac{x_i}{n} - m \right)^2 = \frac{1}{n^2} (x_{(k-1)n+1} - m + x_{(k-1)n+2} - m + \dots + x_{kn} - m)^2 = \\ &= \frac{1}{n^2} (\xi_{(k-1)n+1} + \xi_{(k-1)n+2} + \dots + \xi_{kn})^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{(k-1)n+1}^{kn} \xi_i^2 + \frac{2}{n^2} \sum_{i>j} \xi_i \xi_j. \end{aligned}$$

Введем обозначения (для k -й группы):

$$\sum_{i<j} \xi_i \xi_j = R_k, \quad (9)$$

тогда

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{Nn} \sum_1^N \xi_i^2 + \frac{1}{s} \sum_1^s R_k. \quad (10)$$

Мы видим, что σ_s равно σ_n только для тех наблюдений, ошибки которых удовлетворяют условию

$$\sum_{i<j} \xi_i \xi_j = 0. \quad (11)$$

Наоборот, если два изложенных выше способа вычисления средней квадратической ошибки одного нормального значения дают различные результаты, это прямо указывает на то, что для рассматриваемых наблюдений условие (11) не соблюдается. Величину σ_n называют «внутренней ошибкой» нормального значения; σ_s — «внешней ошибкой». Против последнего утверждения можно было бы возразить, что при вычислении внешней ошибки значения определяемой величины, полученные из одного ряда наблюдений, всегда сравниваются со значениями той же величины, полученными из других наблюдений. Допустим, что определяемая величина x не постоянна, а подвержена систематическим изменениям. Тогда для оценки точности нормальных значений мы уже не сможем воспользоваться разностями $X_k - m$, поскольку в них также будет содержаться систематическая часть. Выход найдется в том случае, когда не из рассматриваемых наблюдений, а каким-либо иным путем мы можем получить точные значения X_k . Обозначим их через $X'_1, X'_2, X'_3, \dots, X'_s$. Называя эти значения «точными», мы имеем в виду, что их средние ошибки значительно меньше ошибок X_k так же, как в рассмотренном ранее случае ошибка общего среднего m была значительно меньше ошибок отдельных нормальных значений. Теперь вместо формулы (8) мы имеем следующую:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{s} \sum_1^s (X_k - X'_k)^2. \quad (12)$$

Этой формулой пользуются, например, для вычисления внешней ошибки определений времени, причем подставляют вместо X_k наблюдаемые поправки часов, а вместо X'_k — поправки, принятые в системе эталонного времени. Таким способом В.М. Васильев получил внешнюю ошибку среднего за вечер и сравнил ее с внутренней ошибкой [1]. Во всех рассмотренных В.М. Васильевым случаях первая ошибка получилась больше второй, т. е. разность

$$\sigma_s^2 - \sigma_n^2 = e^2,$$

где e — «ошибка вечера», оказалась величиной, отличной от нуля и всегда положительной. Такая же ошибка обнаруживается и в широтных наблюдениях, если в качестве точных значений широты брать значения, вычисленные по координатам полюса.

И.И. Глаголева определила «ошибку ночи» в широтных наблюдениях другим способом, именно по разностям широт, полученных в соседние ночи [2]. Из приведенного следует, что ошибки определений времени и широты относятся к категории таких случайных величин, для которых сумма

$$\sum_{i < j} \xi_i \xi_j$$

обычно не равна нулю. Нам нужно теперь рассмотреть некоторые общие свойства таких случайных величин.

Для этого мы воспользуемся следующей простой статистической моделью.

Пусть в урне находятся билетки с числами 0, 1, 2, 3 в равном числе каждого разряда. Будем вынимать одновременно по три билета, записывать сумму стоящих на них чисел и класть билеты обратно в урну. Так мы получим ряд случайных чисел:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N. \quad (13)$$

Наименьшее значение, которое может иметь величина x , очевидно, равно нулю. Оно получается тогда, когда мы имеем нули на всех трех билетках, вынутых из урны: $0 + 0 + 0$. Единицы будут появляться в три раза чаще, чем нуль, поскольку сумма чисел на трех билетах может оказаться равной единице в трех следующих случаях:

$$0 + 0 + 1, \quad 0 + 1 + 0, \quad 1 + 0 + 0.$$

Таким образом, приняв условно частоту появления нуля за 1, мы можем теоретически подсчитать частоты p_i появления других чисел, т. е. получить такой статистический ряд *:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_i	1	3	6	10	12	12	10	6	3	1

* Число билетиков предполагается настолько большим, что вероятность вынуть три билета с одинаковыми числами практически равна вероятности появления трех заданных неравных чисел.

Значения, превосходящие 9, величина x вообще принимать не может. Поскольку рассматриваемое распределение симметрично, вполне очевидно, что математическое ожидание x , равно просто среднему арифметическому из всех возможных значений этой величины, т. е.

$$Mx_i = 4,5.$$

Далее по формуле (4) находим дисперсию чисел x_i :

$$\sigma_1^2 = M(x_i - Mx_i)^2 = \frac{\sum p_i (x_i - 4,5)^2}{\sum p_i} = 3,75.$$

Ошибка среднего из N значений x будет приблизительно равна

$$\sigma_N = \frac{\sigma_1}{\sqrt{N}}. \quad (14)$$

Эта формула тем точнее, чем больше N .

Теперь несколько изменим порядок проведения опыта. Именно, вынув из урны три билетика и записав сумму стоящих на них чисел, мы положим обратно в урну только первый билетик, возьмем вместо него другой и опять запишем сумму трех чисел. Повторяя эту операцию, получим новый ряд:

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_N. \quad (15)$$

Совершенно очевидно, что распределение этих чисел будет таким же, как чисел ряда (13). Значит, их математическое ожидание и дисперсия будут также иметь прежние значения: 4,5 и 3,75 соответственно. Если ограничиваться только этими характеристиками, то никакого различия между рассматриваемыми рядами случайных величин вообще нельзя будет заметить. В действительности же они друг от друга отличаются и притом существенно. Покажем это хотя бы на таком примере. Вероятность того, что взятое наугад из ряда (13) число окажется нулем, всегда равна

$$\frac{p_0}{\sum p_i} = \frac{1}{64},$$

независимо от того, какое число было получено при предыдущем испытании. В то же время число, взятое из ряда (15), может оказаться нулем только при том условии, что предыдущее число было не более 3. Мы замечаем, что между последовательными числами ряда (15) существует зависимость, которой не было у чисел ряда (13). Е.Е. Слуцкий назвал ряды вида (13) *бессвязными*, а ряда (15) — *связными* рядами случайных величин [3].

Изучение свойств связанных рядов составляет теперь содержание обширного раздела теории вероятностей, именно теории случайных процессов. В этой теории доказывается, что только для рядов случайных независимых величин математическое ожидание произведения $(x_i - m)(x_j - m)$ равно нулю. Значит, только в указанном случае для вычисления квадратической ошибки арифметического среднего мы имеем право пользоваться формулами (5) или (14). К зависимым случайным величинам эти формулы вообще неприменимы. Общее выражение ошибки арифметического среднего N членов любого ряда зависимых случайных величин приведем ниже, но пока укажем, что для

ряда (15) это выражение принимает вид

$$\sigma_N = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\frac{N}{3}}}$$

Видим, что для получения арифметического среднего с заданной точностью нам теперь понадобится в три раза больше членов, чем в случае бесвязного ряда (13), хотя разброс отдельных значений у обоих рассмотренных рядов одинаков. Обобщая этот вывод, можно сказать, что наличие связи между членами ряда обычно приводит к увеличению ошибки арифметического среднего. Для пояснения этой мысли Е.Е. Слуцкий воспользовался следующим остроумным сравнением. «Я бы сравнил бессвязный ряд, — писал он, — со свидетелями, которые не сговорились между собою и вообще не находятся под влиянием условий, побуждающих их искажать истину в одном каком-либо направлении; связный же ряд — это свидетели, сговорившиеся «врать заодно». Чем больше «сговорившиеся» группы, тем при прочих равных условиях большее число свидетелей нужно допросить, чтобы установить истину».

Если внутренняя ошибка нормальных значений, вычисленная по формуле (5), отличается от внешней ошибки, вычисленной по формуле (8) или (12), это указывает на то, что ошибки отдельных значений определяемой величины связаны между собою. В статистической модели (15) связь между последовательными членами ряда обуславливалась тем, что они были получены путем скользящего суммирования. В астрометрии при оценке точности в качестве исходных данных обычно пользуются несглаженными результатами отдельных наблюдений. Для объяснения того, что случайные ошибки этих наблюдений также оказываются величинами связанными, приходится допустить существование некоторого механизма сглаживания, действующего независимо от желания наблюдателя. Касаясь этого вопроса, Е.Е. Слуцкий писал [4]: «Особенно выдающуюся роль должен играть в природе процесс скользящего сложения с теми или иными весами. Пусть, например, причины $\dots x_{i-2}, x_{i-1}, x_i, \dots$ порождают следствия $\dots y_{i-2}, y_{i-1}, y_i, \dots$, причем размер каждого следствия пусть определяется влиянием не одной только, а целого ряда предшествующих причин, подобно тому, как, например, величина урожая, помимо других обстоятельств, обуславливается не одним только, а целым рядом дождей. Если влияние причин выражается весами $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$, то мы будем иметь

$$\begin{aligned} y_i &= A_0 x_i + A_1 x_{i-1} + \dots + A_{n-1} x_{i-(n-1)}, \\ y_{i-1} &= A_0 x_{i-1} + A_1 x_{i-2} + \dots + A_{n-1} x_{i-1}, \\ &\dots \end{aligned}$$

Каждые два соседних следствия имеют по одной отдельной причине и по $n - 1$ общих. В силу этого между следствиями возникает корреляционная связь, даже если бы ряд причин был бессвязным».

Кривые колебаний широты или поправки часов строятся по нормальным точкам. Значит, в том и другом случаях существенной является не средняя ошибка одного наблюдения, а ошибка нормальных значений. Отсюда следу-

ет, что средняя ошибка отдельного значения широты или поправки часов не может применяться для однозначной оценки качества наблюдений, поскольку эта ошибка не определяет однозначно точность нормальных значений в случае связанных рядов случайных величин. Мы приходим к выводу, что пользоваться внутренней ошибкой как критерием качества рассматриваемых наблюдений нельзя.

Оценить точность наблюдений с помощью внешней ошибки вполне однозначно также не представляется возможным. Объясняется это прежде всего тем, что случайные ошибки нормальных значений сами могут оказаться величинами зависимыми. Тогда мы встретимся со следующей трудностью. Пусть, например, мы получили два ряда нормальных значений, разбив все наблюдения сперва на s , а потом на $4s$ равных групп. Внешняя ошибка нормальных значений, вычисленная по формуле (12), для второго ряда не будет равна удвоенной ошибке для первого ряда, как получилось бы в случае независимых случайных величин. Но по большей части приходится сравнивать ряды с различным числом по-разному сгруппированных наблюдений. По указанной выше причине из сопоставления внешних ошибок нормальных значений также нельзя сделать вполне определенного вывода о сравнительной точности рассматриваемых рядов наблюдений.

Другая трудность при оценке точности наблюдений по их внешней ошибке обусловлена способностью рядов зависимых случайных величин имитировать систематические, в частности периодические, изменения. Это можно иллюстрировать хотя бы следующим примером. На рис. 1 показаны две кривые. Одна из них взята из работы А. Данжона [5] и изображает разность между продолжительностью астрономических и эфемеридных суток. На основании анализа этой кривой А. Данжон сделал вывод о влиянии процессов на Солнце на скорость суточного вращения Земли, вокруг которого недавно разгорелась оживленная дискуссия. Другая кривая заимствована из статьи Е.Е. Слущкого [4]. Она получена следующим образом. Были выписаны крайние справа цифры из таблицы выигрышного займа (составленной в том порядке, в каком выходили номера облигаций при розыгрыше). К этому ряду случайных однозначных чисел была несколько раз применена операция скользящего суммирования, в результате чего получился новый ряд чисел, тоже, разумеется, случайных, но уже статистически связанных. Именно эти случайные числа изображаются второй кривой. Между тем две кривые по своему виду настолько схожи, что без подписи под чертежом едва ли возможно отличить график реального периодического процесса от его имитации.

В свойстве статистических рядов принимать вид периодических функций таится особая опасность при анализе неполярных колебаний широты. Внешней ошибкой широтных наблю-

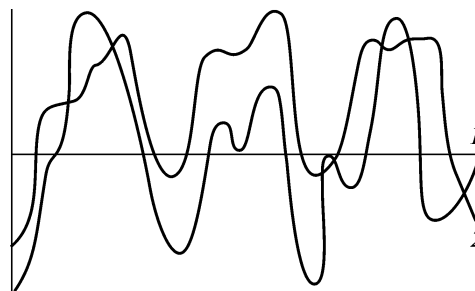


Рис. 1. Кривые:

1 — разности между продолжительностью астрономических и эфемеридных суток по А. Данжону;
2 — случайных чисел, сглаженных скользящим суммированием

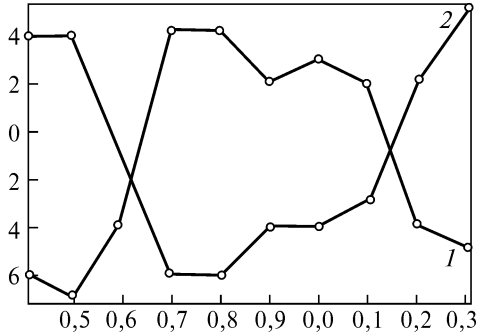


Рис. 2. Неполярные колебания широты Пулковова:
1 — с 1935,4 по 1936,3; 2 — с 1939,4 по 1940,3

дений будет, очевидно, среднее квадратическое из разностей между наблюдаемыми широтами и широтами, вычисленными по координатам полюса. Если получить эти разности на каждую десятую долю года для достаточно продолжительного промежутка времени, в них можно заметить годовую волну. Следует ли эту волну исключать? Ответ будет положительным, если объяснять появления периодических неполярных колебаний, во-первых, влиянием систематических ошибок склонений наблюдаемых звезд, а во-вторых, сезонными изменениями условий наблюдений, которые повторяются из года в год с приблизительной правильностью. До сих пор в правильности такого объяснения, кажется, никто не сомневался. Поэтому А.Я. Орлов, применявший тот способ определения внешней ошибки широтных наблюдений, который мы здесь рассматриваем, исключал годовой z -член из разностей наблюдаемых и вычисленных широт и только после этого находил сумму квадратов остаточных уклонений [6]. Как это обычно делается, он получал на каждую десятую долю года средние значения z -члена за несколько лет.

При таком осреднении часто обнаруживается одно любопытное обстоятельство: чем больше продолжительный ряд наблюдений, тем меньше получается амплитуда z -члена. Это можно, по-видимому, объяснить изменением начальной фазы колебаний. Их легко заметить при просмотре любой сводки разностей между наблюдаемыми и вычисленными широтами. На рис. 2 показаны два графика этих разностей, построенные по данным С.В. Романской [7]. Мы видим, что неполярные колебания широты Пулковова в 1935—1936 и 1939—1940 гг. были почти противоположными по фазе.

Уменьшение амплитуды z -члена при удлинении анализируемого ряда может объясняться также тем, что период основного колебания не равен году*. Тогда, тем более, неполярную составляющую колебаний широты нельзя приписывать ошибкам склонений или влиянию сезонных изменений условий наблюдений; поскольку обе эти причины имеют годовую цикличность. Так возникает вопрос: не являются ли разности между наблюдаемыми и вычисленными широтами случайными величинами, только имитирующими периодические колебания в силу существующей между ними связи? Если это так, то исключать их при вычислении внешней ошибки нет никаких оснований. Но, скорее всего, в неполярных колебаниях широты содержится и систематическая составляющая, обусловленная прежде всего ошибками склонений, и

Уменьшение амплитуды z -члена при удлинении анализируемого ряда может объясняться также тем, что период основного колебания не равен году*. Тогда, тем более, неполярную составляющую колебаний широты нельзя приписывать ошибкам склонений или влиянию сезонных изменений условий наблюдений; поскольку обе эти причины имеют годовую цикличность. Так возникает вопрос: не являются ли разности между наблюдаемыми и вычисленными широтами случайными величинами, только имитирующими периодические колебания в силу существующей между ними связи? Если это так, то исключать их при вычислении внешней ошибки нет никаких оснований. Но, скорее всего, в неполярных колебаниях широты содержится и систематическая составляющая, обусловленная прежде всего ошибками склонений, и

* С помощью вычисления автокорреляционных функций И.И. Глаголева нашла, что главный член в неполярных колебаниях широты Вашингтона в 1916—1928 гг. имел период 0,8 года [8].

случайная квазипериодическая составляющая. Из-за того, что их нельзя уверенно разделить, оценка точности широтных наблюдений по их внешней ошибке становится неопределенной.

Теперь понятно, что «ошибка ночи» появляется вследствие применения к ряду случайных зависимых величин формул, правильных только в случае величин независимых. С таким же основанием, как «ошибку ночи», можно было бы ввести «ошибку недели», «ошибку месяца» и вообще любого промежутка времени, за который проводится осреднение результатов наблюдений. Однако все эти ошибки окажутся лишними и просто потеряют смысл, если при оценке точности нормальных значений применять ту формулу, которой только и следует пользоваться, когда мы имеем дело со случайными зависимыми величинами, поскольку тогда различие между внутренними и внешними ошибками вообще исчезнет.

Мы приведем здесь эту формулу без вывода. Пусть

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots$$

— стационарный ряд случайных величин, связанных корреляционной зависимостью. Обозначим через $r(\tau)$ коэффициент корреляции между x_i и $x_{i+\tau}$. Величина σ_1^2 , как и ранее, будет обозначать дисперсию отдельных значений рассматриваемого ряда. Тогда для определения средней квадратической ошибки арифметического среднего из n членов ряда мы будем иметь следующую формулу*:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}} \sqrt{\sum_{-\tau=n-1}^{n-1} r(\tau) - \frac{2}{n} \sum_1^{n-1} \tau r(\tau)}. \quad (16)$$

Если величины x независимы, то вторая сумма исчезает полностью, а в первой сумме остается только один член

$$r(0) = 1.$$

Следовательно, формула (16) переходит в (5).

Чтобы иметь возможность пользоваться формулой (16), мы должны знать функцию $r(\tau)$. При ее вычислении могут встретиться специфические трудности, обусловленные некоторыми особенностями исходных данных, в нашем случае результатов определения широты и поправки часов. Мы не собираемся останавливаться здесь на рассмотрении этих трудностей и возможных путей их преодоления. Мы поставили себе целью только показать, что без изучения корреляционной зависимости между ошибками наблюдений нельзя

* Е.Е. Слуцкий [3] привел формулу (16) с таким примечанием: «Эта формула мне как будто нигде не попадалась. Е.С. Rhodes, например, упустил ее (см. The Precision of Means and Standard Deviations, when the Individual Errors are Correlated. T. Roy. Statist. Soc., 90, 1927, 136). Ее очень легко получить как непосредственно из условий задачи, так и из более общего выражения, например, у Маркова. Исчисление вероятностей, 3-е изд. 1913 г., с. 78».

Добавим от себя, что в работе [9] мы не сослались на Е.Е. Слуцкого, так как цитируемая статья тогда нам не была известна, и формулу (16) мы получили независимо в несколько ином виде.

получить правильной оценки их точности, а значит, и однозначного ответа на вопрос о сравнительных преимуществах различных инструментов и методов, как и о действенности тех или иных мер по их улучшению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев В.М.* Труды 12-й астрометрической конференции. — Изд-во АН СССР, 1957.
2. *Глаголева И.И.* Труды 15-й астрометрической конференции. — Изд-во АН СССР, 1963.
3. *Слуцкий Е.Е.* Избранные труды. — М.: Изд-во АН СССР, 1960. — С. 145.
4. *Слуцкий Е.Е.* Там же. — С. 99.
5. *Dañjon A.* C.R. Académie des Sciences, 252, 2343, 1961.
6. *Орлов А.Я.* ДАН СССР, **67** (1), 37, 1949.
7. *Романская С.В.* Труды ГАО АН СССР, **70**, сер. 2, 1954.
8. *Глаголева И.И.* АЖ, **4**, 773—775, 1961.
9. *Рубашевский А.А., Федоров Е.П.* Сб. «Предварительные результаты исследований колебаний широт и движения полюсов Земли», № 1, Изд-во АН СССР, 1960.

Wm. MARKOWITZ, N. STOYKO, E.P. FEDOROV

LONGITUDE AND LATITUDE*

1. Introduction

Astronomy deals with objects far removed from the earth. There are, however, geophysical and geodetic problems whose solution depends on astronomical observations either wholly or in part. These include: (a) the periodic and secular motion of the pole, (b) drift of continents, and (c) variations in speed of rotation of the earth.

Several speculative theories have been proposed to account for climatic changes in the distant past. Some call for large-scale notions of the pole, of the order of 90° . A. Wegener proposed early in this century that continents now separated had once formed a single mass. Some geophysicists have accepted these theories. Others, however, have pointed out formidable difficulties involved in assuming that wide-scale wandering of the pole and drift of continents has occurred [14].

Astronomical longitude and latitude are defined with respect to the direction of gravity at a station. Each coordinate may be determined with high precision, about 5 meters at the surface of the earth in one night. A higher precision is obtained by smoothing observations over weeks, months, and years. These coordinates do not give the position of a station with respect to the center of mass of the earth, but they do have the important property that differential changes may be measured with high precision. Such changes may be due to a change in the orientation of the earth relative to its axis of rotation, possible drift of continents, possible drift of individual stations, systematic changes in refraction, or to local changes in the direction of gravity. The problem is to disentangle various effects. Reference [11] describes in further detail the determination of longitude and latitude and the motion of the pole.

The determination of longitude and latitude are continuing astronomical operations, carried on at a number of permanent stations. The motion of the pole has been determined from latitude observations since 1900 by the ILS (the International Latitude Service; since 1962, the International Polar Motion Service).

World-wide longitude campaigns (not including latitude) were carried out in 1926 and 1933. One of the objectives of the campaigns was to determine continental drift. The time interval between the campaigns was too short, however, to permit detection of a shift within the errors of observation. New techniques of higher precision were introduced after the completion of these campaigns. The photographic zenith tube (PZT) was adopted for time as well as latitude determination in 1934.

* Research in Geophysics, 1964. — 2.

The Danjon astrolabe was developed during 1950—1957. Observations for time with the classical instrument for observing transits were improved by a wider introduction of the impersonal micrometer. The monitoring of time signals was also improved. About 1955 the oscilloscope was introduced for the measurement of times of reception. This provided an accuracy of about 1 millisecond, compared to about 5—10 milliseconds with magnetic chronographs.

Discussions for a third longitude campaign began as early as 1948. The program was expanded to include the determination of latitudes as well as longitudes. The construction of the dual-rate moon camera in 1952 enabled a photographic moon position program to be included. The purpose of the moon program was to determine geocentric latitudes and longitudes, the size and shape of the earth, and variations in speed of rotation of the earth.

During the IGY emphasis increased on studying the polar motion, continental drift, and the rotation of the earth. The construction of the cesium-beam atomic clock in June, 1955 provided a superior standard of reference for determining variations in speed of the rotation of the earth. Photographic observations of the moon made between 1955 and 1958 were used for determining the fundamental frequency of atomic oscillators with respect to the second of Ephemeris Time. The launching of an artificial satellite on 4 October 1957 created a technique of improved precision for determining geocentric positions.

In addition to fostering observing programs, the IGY stimulated theoretical and analytical studies of the motion of the pole and the rotation of the earth. In particular, a symposium on the motion of the pole was held at Helsinki in 1960: papers prepared in advance were published by Fedorov [5]; additional papers and the proceedings were published by Melchior [13].

2. Polar Motion

The variation in latitude was found in 1890 by F. Küstner. In 1891—1892, S. Chandler found the 12-month and 14-month motions of the instantaneous pole of rotation about its mean position. An international program was begun by the ILS in September, 1899, to study the polar motion. In the Northern Hemisphere 5 stations were established on the parallel $39^{\circ}08'$: Carloforte, Italy; Gaithersburg, Maryland; Ukiah, California; Mizusawa, Japan; and Kitab, U. S. S. R. If the same stars are observed during each month, it is possible to solve for x , y , the coordinates of the pole, and the error in declination of each star. The results of 6-year programs are analyzed to determine the polar motion.

B. Wanach sought to determine the secular motion of the pole, using observations made from 1900 to 1915. He found a motion of $0.003/\text{yr}$ of the North Pole, moving along the meridian 55°W longitude. Similar results were found by later investigators using ILS results from 1900 up to 1959 [11].

An important development in the study of the polar motion was the derivation of the motion of the mean pole by N. Sekiguchi in 1954 from the ILS observations (see Fig. 1). Melchior noted that the changes in direction coincided very nearly with changes in the list of stars observed. It appeared, thus, that the motion found by Sekiguchi might be due to errors in star positions. In 1960 Markowitz confirmed the motion found by Sekiguchi and resolved it into two components, a progressive,

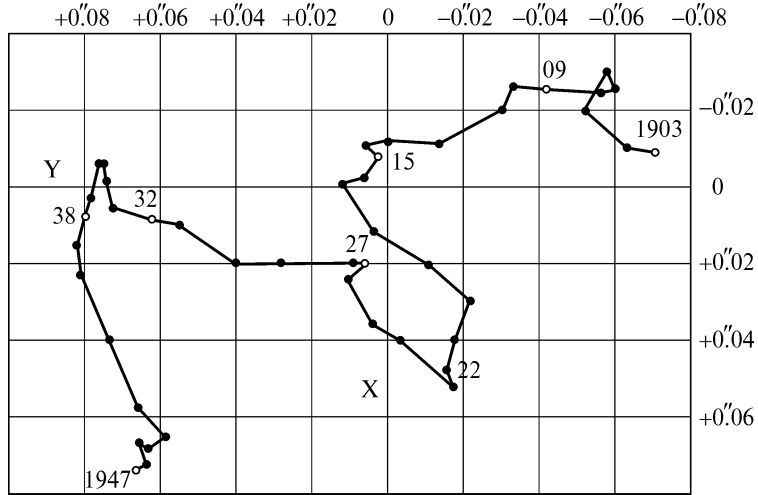


Fig. 1. Motion of mean pole, derived by N. Sekiguchi in 1954 from ILS results

secular motion and a side to side libration of period 24 years [11] (see Fig. 2). It should be noted that the libration term is empirical. It will be very interesting to see where the mean pole will be about 1975.

Later in 1960 Markowitz developed a method of deriving Control Latitudes [12]. The polar motion obtained from Control Latitudes is independent of errors in the star places or of the micrometer scale values. Markowitz and R.G. Hall computed the Control Latitudes of the ILS for the 6-year programs, whose mean epochs are 1903 and 1938, and then the coordinates of the mean pole for these epochs. The difference between the coordinates based upon the ILS and the Control Latitudes was $0''.000$. This shows that the motions found by Wanach and Sekiguchi are not due to errors in star positions.

The motions, however, could be due to displacements of one or more stations. Ukiah and Mizusawa were designated by some investigators as moving. Recently Fedorov stated that the apparent secular motion of the pole could be explained by a secular displacement of Ukiah [13]. Markowitz, however, considers that the eviden-

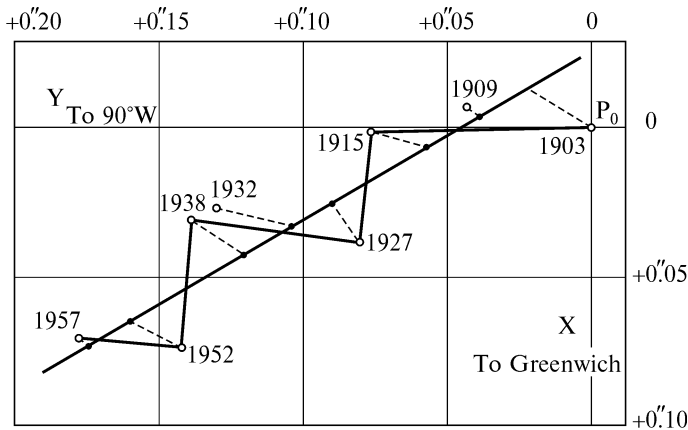


Fig. 2. Position of mean pole for the mean epoch of 6-year intervals, derived by W. Markowitz in 1960 from ILS results

ce indicates that the stations are effectively fixed and that the secular motion is real [12]. This difference in views, based on the same observational material, illustrates the difficulty of determining the secular motion.

Carbon-14 dating indicates that the last ice age in Wisconsin took place about 10,000 years ago. If the secular motion of $0''.003$ per year is real then the displacement of the pole in 10,000 years would be $30''$, far too small to have a direct effect on climate. The astronomical evidence therefore contradicts the hypothesis that ice ages are due to polar wandering.

3. Continental Drift

The hypothesis of large-scale continental migration was proposed by G.I. Taylor in 1908 and A. Wegener in 1912 [14]. The name of the latter is usually associated with this theory. Astronomy can offer only evidence collected over a relatively brief interval of time. Comparisons of latitudes and longitudes determined in places such as Greenland, Cuba, and South America at different epochs have lent support to the theory that the continents were drifting. However, these comparisons, in many cases, depended upon measurements made with different techniques at the earlier and later epochs. Also, different star systems were used. A study made in 1945 showed that the changes were zero within the errors of observation [10].

A question sometimes asked is for how long must observations of latitude and longitude be made before relative shifts of continents can be determined. Astronomical latitude and longitude may each be determined with a probable error of about 1 meter after 1 year of observation. The distance from North and South America to Europe and Africa is about 5×10^6 meters. If the two hemispheres were together 10^8 years ago and have been separating at a constant rate since then, the rate is 0.05 meter per year. To detect this rate of drift with some degree of certainty would require about 50—100 years. If the drift rate is zero, then no interval of time will show a drift.

4. Variations in Speed of Rotation of the Earth

It is known that the earth is subject to changes in speed of rotation which are classified as follows: (a) secular retardation, due to tidal friction; (b) irregular variation; (c) periodic variations, of the order of 1 year or less. Of these variations, the irregular is the most mysterious. We have some plausible explanations for the secular retardation and for the periodic variations but not for the irregular variation.

It was formerly thought that irregular changes in speed occurred about every 5 to 10 years. In 1952, however, Brouwer proposed the hypothesis that the changes in speed are the result of cumulative, small, random variations [1]. In consequence, sudden changes in speed of rotation would not occur but sudden changes in acceleration could occur. The construction of the cesium-beam atomic clock in 1955 at the National Physical Laboratory, Teddington, made it possible to determine details of the irregular variation for the first time.

Universal Time (UT2), determined with the PZT's of the U.S. Naval Observatory at Washington and Richmond, was compared with atomic time [4]. Fig. 3 shows a practically constant increase in the cesium frequency with respect to the se-

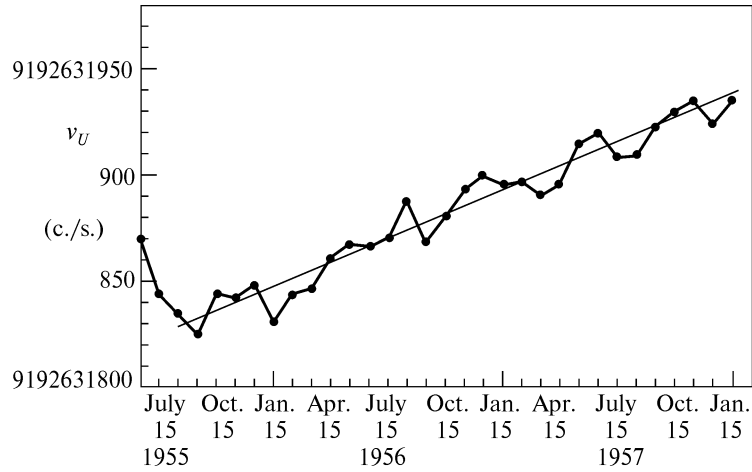


Fig. 3. Frequency of cesium with respect to the second of mean solar time (UT2), 1955.5 to 1958.0, determined by National Physical Laboratory and U.S. Naval Observatory. The observations cannot be well represented by a horizontal line, that is a constant speed of rotation in this interval

cond of mean solar time from 1955.6 to 1958.0. This is interpreted as a constant deceleration in the earth's rotation and thus furnished the first support for Brouwer's hypothesis. A longer interval of comparison is shown in Fig. 4. The observations are well represented by a deceleration from June, 1955, until about September, 1957, an acceleration until about January, 1962, and a deceleration since then. We do not know how long this deceleration will continue.

Some authors have analyzed the difference between UT2 and atomic time by assuming that sudden changes in speed occur rather than in acceleration [8]. Although Fig. 3 and 4 indicate strongly that it is changes in acceleration which occur, additional observations are desired.

5. Moon Program

With the cooperation of the Office of Naval Research, 20 dual-rate moon cameras and 4 measuring engines were constructed. Plates were received principally from the following observatories: Canberra, Cape, Curacao, Greenwich, Honolulu, Naini Tal, Ottawa, Paris, Perth, San Diego, San Fernando, Sao Paulo, Tokyo, Washington, D.C., Helsinki and Uppsala found difficulty in obtaining suitable plates because of their high latitudes. A total of about 3000 plates were measured at the Cape, Greenwich, Paris, and Naval Observatories.

The reduction of the measures was made at the U.S. Naval Observatory under the direction of R.G. Hall. The data obtained from each plate are the apparent right ascension and declination of the moon referred to the mean equinox of date for the Universal Time of observation. These results have been distributed.

Corrections for irregularity in the limb of the moon based on the charts derived by Watts [18] are now being applied. Solutions will be made for Ephemeris Time and for the geocentric coordinates of the stations.

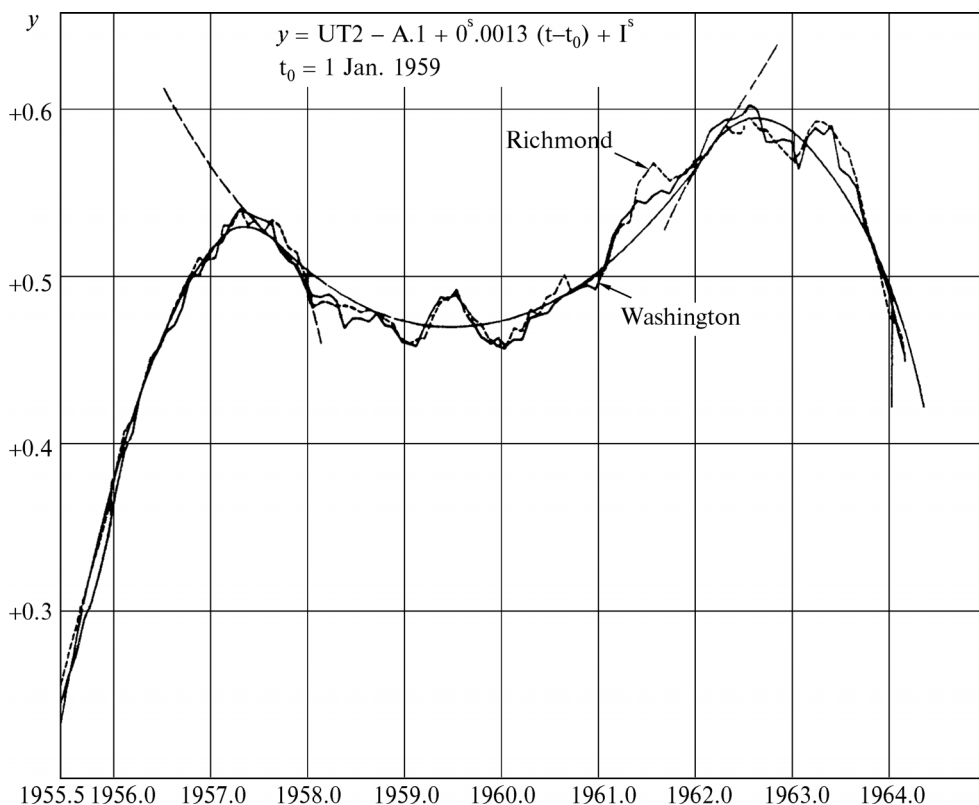


Fig. 4. Monthly means of UT2 — A.1 corrected for slope, etc., derived by Wm. Markowitz and R.G. Hall, March 1964. A.1 is atomic time based on cesium beam atomic oscillators located internationally. Parabolic arcs with common tangents have been drawn through the points

From photographs taken at the U.S. Naval Observatory the frequency of the cesium-beam atomic oscillator was determined in 1958 jointly with the National Physical Laboratory, Teddington. The value determined was $9\ 192\ 631\ 770 \pm 20$ cps of Ephemeris Time.

6. Artificial Satellites

Artificial satellites offer considerable advantages for determining geocentric positions of stations on the earth. The satellites are close to the earth so that their parallactic displacements are large. The objects are pointlike and therefore easier to measure than the moon. Problems in the use of artificial satellites include the difficulty of tracking and the effects of air drag and gravitational anomalies of the earth. It appears, however, that these problems can be solved. The Smithsonian Astrophysical Observatory has reduced the observations for the early satellites made at 12 observing stations.

The IGY/IGC programs led to the launching of geodetic satellites, both for the determination of the dynamical properties of the earth and for the positions

of stations. In 1962 the artificial satellite ANNA IIB was launched. This contains a flashing light which simplifies timing of the observations. Another satellite which has found wide use is Echo I. A chopping shutter is used for timing the observations. Observations are being carried out by France and by the United States. NASA has under consideration the launching of other geodetic satellites.

7. Longitudes

Before presenting the preliminary results of the Third Operation of World Longitudes (III), which took place from 1 July 1957 to 31 December 1958 (IGY) with the extension of 1 January 1959 to 31 December 1959 (IGC), we shall review the two Operations of World Longitudes which preceded it. The two first Operations, 1 October to 30 November 1926 (I) and 1 October to 30 November 1933 (II), had for their aim the precise determination of longitudes. Earlier determinations of longitudes were affected by errors due to the use of instruments of insufficient quality, different methods of observations, etc.

By employing astronomical instruments of identical models, clocks of high quality, similar methods of observation and reduction, and the same system of fundamental stars it was expected to determine the longitudes in 1926 and in 1933 with increased precision. The number of stations participating was 43 in 1926 and 71 in 1933. The results of longitude campaigns I and II have been discussed by Lambert, Dubois, and Stoyko [9, 17]. An attempt was made to test the hypothesis of Wegener. The discussion of the results, however, showed that the interval of time between the two operations (7 years) was too short to arrive at a conclusion.

The Third Operation of World Longitudes envisaged «the precise determination of astronomical coordinates by observatories as well as the study of variations of these coordinates». There would result: (a) an improvement of the determination of time, (b) the precise determination of the irregularities of the rotation of the earth, and (c) an improvement of catalogs of stars. In the Third Operation, 52 stations took part, 40 permanent and 12 temporary. These stations used 98 astronomical instruments, as follows: passage instrument, 72; astrolabe, 15; PZT, 8; meridian circle, 3. The passage instruments had an impersonal micrometer or photoelectric registration. Quartz-crystal clocks were used at all stations; some used atomic clocks. Oscilloscopes and electronic counters were used for comparing clocks and monitoring time signals. The utilization of these electronic methods strongly distinguished the third campaign from the two preceding.

The number of astronomical observations made and the number of time signals received (last line, approximate) are the following:

Campaign	Observations	Time Signals
I, 1926	1716	7381
II, 1933	2495	16,260
III, 1957—1959	40,000	1,000,000

The first calculation of longitudes was made with coordinates of the instantaneous pole determined by the Rapid Latitude Service of Paris (RLS). A. and N. Stoy-

ko recalculated the coordinates of the instantaneous pole of RLS with respect to the mean pole of the epoch for 1 July 1957 to 31 December 1959.

The meridian adopted as origin for longitudes is that of Greenwich. In 1957 the Royal Greenwich Observatory, then on this meridian, was moved to Herstmonceux. Thus, during the third longitude campaign it was impossible to determine directly the longitudes with respect to the original meridian. For this reason, the B.I.H. chose an ensemble of time services to form a *mean observatory* and determined the correction of the mean observatory to the original meridian.

Preliminary results of the IGY/IGC longitude campaign have been given by A. Stoyko [15]. Included are the preliminary longitudes (1958) for 43 stations; also the 1926 and 1933 longitudes (if determined).

8. Latitudes

During campaigns I and II latitudes were not generally determined. They were determined, however, in 1926 at the 5 ILS stations, at Greenwich, Pulkovo, and Washington, and at 4 temporary stations, Alger, Paris, San Diego, and Zi-Ka-Wei. During 1933 latitudes were determined at these stations and at Adelaide, Batavia, and Kasan.

With the introduction in recent years of instruments which determine time and latitude simultaneously, the PZT and astrolabe of Danjon, the number of stations which determine latitude has increased considerably. During the IGY/IGC a large proportion of the stations determined both longitude and latitude. There are now in operation about 35 permanent stations which determine latitude, of which 27 participate in the work of the Rapid Latitude Service of Paris (RLS).

The B.I.H. reduced the IGY/IGC observations for latitude made at 37 stations which utilized 45 instruments, as follows: zenith telescope (visual), 23; astrolabe, 12; PZT 9; floating zenith telescope, 1.

The symposium on the future of the ILS [13], recommended «that the coordinates of the pole shall be given in the following forms:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + x_1, \\y &= y_0 + y_1,\end{aligned}$$

where x and y are computed using fixed initial latitudes and x_1 and y_1 are computed using the mean latitude of epoch, the coordinates of the mean pole of epoch being x_0 and y_0 . The quantities x_1 and y_1 contain only periodic terms, Chandlerian, annual, semiannual, etc., whereas x and y include also the displacement of the mean pole from its initial position.

In 1959 the Director of the ILS, G. Cecchini, adopted initial mean latitudes for the ILS stations, called the New System 1900—1905. These define a fixed origin, with respect to which x and y are measured. Fig. 5 shows the polar motion derived by Cecchini for 1955.0 to 1962.0 on the New System from the ILS observations [2]. It will be noted that the mean position of the pole is displaced from the origin, which was the mean position during 1900—1905. N. Stoyko determined x , y , x_0 , y_0 , and x_1 , y_1 for 1957,5 to 1960,0, using 29 stations in all. The method of A.I. Orlov was used for determining x_0 , y_0 . These results will be published in detail elsewhere.

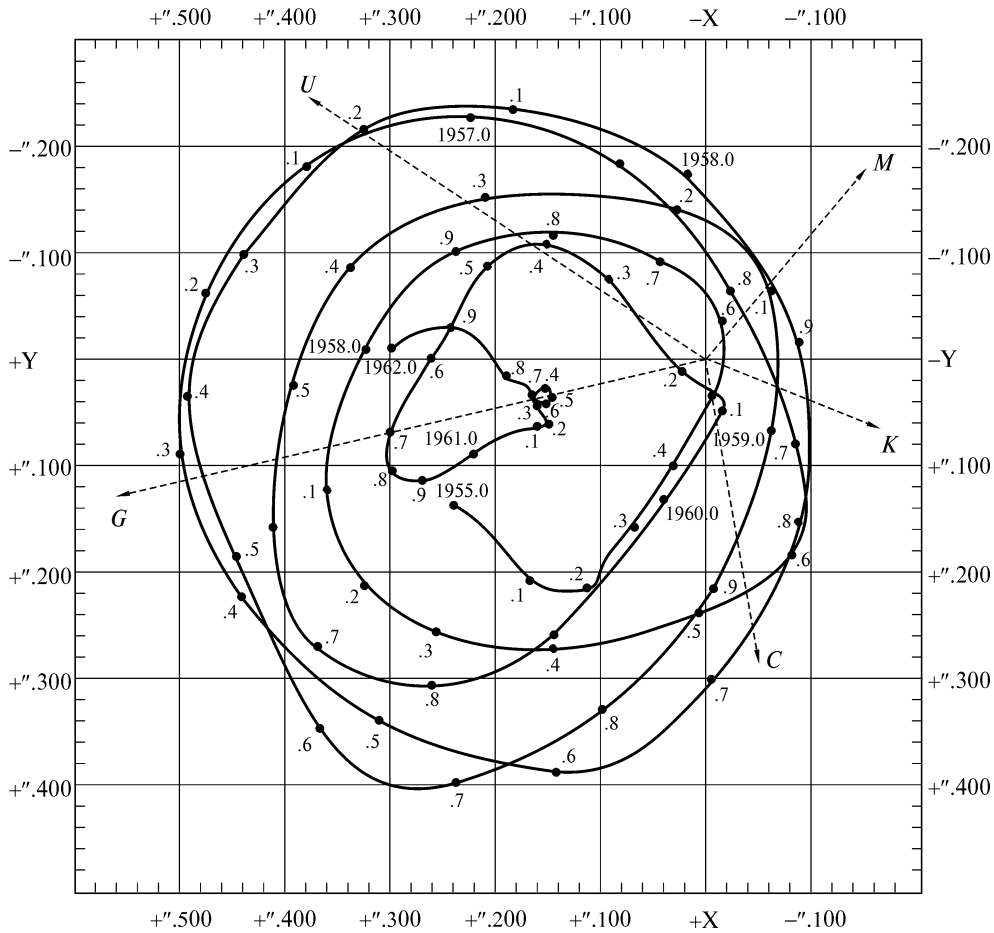


Fig. 5. Motion of the instantaneous pole from 1955,0 to 1962,0 on the new system 1900–1905, derived by G. Cecchini from ILS observations

9. Secular Motion of the Pole

N. Stoyko has recalculated the motion of the mean pole on the New System, using 6 combinations of the ILS stations for the years 1900 to 1901. The general motion from all solutions is sensibly the same as that found by Sekiguchi, although the details differ for the various solutions.

The polar motion may also be determined from observations for time. Using the results of 14 time services since 1940, Mme. Stoyko found a displacement of $0''.004$ per year along the meridian 101° East. The latitude results of the ILS give a motion along the meridian 67° West. Thus, the utilization of these time observations does not clear up the problem of the secular motion of the pole.

It should be noted that the time results are based on nonhomogeneous material. Different instruments and star systems were used by the various observatories at the different epochs. One result of the IGY/IGC program is to ensure that the time observations will be more homogeneous in the future.

10. Polar Motion During IGY/IGC

(a) Latitude observations with zenith telescopes (visual) were carried on at 14 stations. These were the 5 ILS stations and the following 9: Beograd, Borowiec, Gorky, Irkutsk (K), Kazan (K), La Plata, Moskow (K), Poltava (K), Pulkovo (K). Some of the results have been published in detail. Those denoted by (K) and the ILS station Kitab will be published in one volume, prepared by the Main Astronomical Observatory of the Ukrainian Academy of Sciences (Kiev) in accordance with the recommendation of the IAU. This volume is now in the press.

(b) Latitude observations were reported to the World Data Centers in the form of weekly means. The customary process of deriving the latitude variation involves two procedures: taking means for certain intervals of time and smoothing the means thus obtained. For smoothing, a freehand graphical method is usually applied. Here some ambiguity is inevitable, for the position of the best curve depends on personal judgment. Because of this, it is impossible to make use of strict statistical methods for estimating the accuracy of the latitude variation thus obtained.

For this to be possible, I. Glagoleva has applied to the smoothing of latitude observations a numerical method proposed by E.T. Whittaker. It is, in essence, a moving-average process that yields a curve which is both smooth and best fitted to the observational data. In practice the weekly means usually have different weights. The method of smoothing outlined above has been modified by Fedorov and Glagoleva to make allowance for the weights [6]. This process involves the solution of systems of linear equations, each system comprising about 50 equations. The solution presents no difficulty when an electronic computer is used. This method was applied by Glagoleva to all series of latitude observations made during the IGY and its prolongation during 1959. The results are now in the press.

(c) The variation of latitude at several observatories having been obtained, we can derive the polar motion. The suggestion of Danjon that the coordinates of the pole should be computed first from observations at stations taken in pairs was used [3]. Formulas for finding the coordinates of the pole were derived by Fedorov.

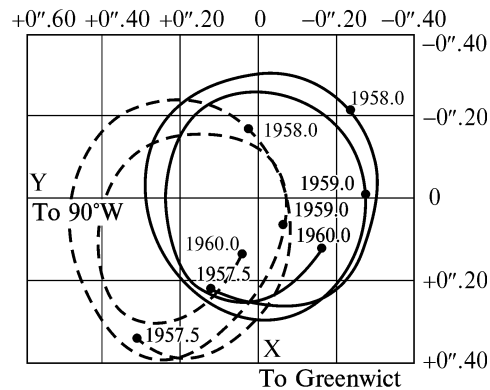
Although the results will be identical to those obtained by least square fitting, this method has some advantages. It is especially convenient when the number of participating stations is not constant or when they are taken in different combinations in order to reveal systematic errors. In addition, a statistical treatment can be used to estimate the accuracy of the polar coordinates.

The standard error can be determined from comparison of individual values of the coordinates. Then it is possible to define an ellipse such that there will be the assigned confidence α that the pole lies within this ellipse. Formulas for computing the semiaxes of the confidence ellipse have been given by Fedorov [7]. The semiaxes depend on the standard error and on the geographical distribution of the stations but not on the position of the pole.

Following the method just outlined, A. Korsun computed the polar coordinates x_a , y_a from latitude observations made during the IGY/IGC at 19 observatories, with 6 PZT's, 14 zenith telescopes, 3 Danjon astrolabes, and 1 transit instrument. The values x_a , y_a may be regarded as the coordinates of the center of the confidence ellipse. Putting $\alpha = 0,97$, Korsun found that the semiaxes are $0''.030$ and $0''.027$. The major axis lies in longitude $112^\circ.6$. The assertion that the pole lies within this ellipse will be true in 97 cases of 100 on the average.

Fig. 6. Polar motion during IGY/IGC, 1957.5 to 1960.0. Solid curve, motion derived by A. Korsun from 19 stations using the method of E.P. Fedorov. Dashed curve, motion derived by G. Cecchini from 5 ILS stations (included in Fig. 5)

In Fig. 6, x_a and y_a for 1957.5 to 1960.0 are plotted. Also shown are x and y obtained by R. Cecchini from the ILS stations for the same interval. The displacement of the two curves is due to the fact that x_a, y_a are referred to the mean pole of epoch whereas x, y are referred to the mean pole for 1900—1905.



11. Survey of the Programs

The IGY/IGC longitude and latitude programs were in effect extensions of the programs normally carried out at many observatories. What the IGY/IGC accomplished was to initiate a coordinated campaign for the study of problems such as the motion of the pole, the variable speed of rotation of the earth, and the drift of continents. It is evident that these problems could not be solved during the course of the IGY/IGC. However, the groundwork has been laid for making further studies. As a result of the IGY/IGC, many observatories have acquired improved telescopes, clocks, and electronic equipment needed for determining longitude and latitude with high precision.

About 50 stations in about 25 countries participated in the longitude and latitude programs of the IGY/IGC. The principal task of reducing the observations fell to the Bureau International de l'Heure, which is deriving the astronomical longitudes and latitudes. Preliminary values have already been published. One important accomplishment thus far by the B.I.H. was the revision of the conventional longitudes of the various national time services as of 1 January 1962 [16]. This revision was made necessary by the international coordination of time signal transmissions.

The U.S. Naval Observatory reduced the photographic moon observations and is now deriving definitive results. In the Soviet Union an extensive campaign for determining astronomical longitudes and latitudes was carried out, using specially built zenith telescopes. Special campaigns were also carried out in many countries. The details are described in the publications of these countries. Mention may be made, for example, of the studies of the Mizusawa and Tokyo Observatories as given in the volumes of the Japanese Contribution to the IGY/IGC.

Much work still remains to be done to obtain, substantially, the final results of the IGY/IGC. We may begin, however, to consider future programs. The effects we are looking for, such as the secular motion of the pole or continental drift, are small. Clearly then, observations must be of the highest accuracy and the observing programs must be carefully planned. The International Association of Geodesy of the IUGG has established a Commission on Recent Crustal Movements which is concerned, in part, with the planning of the astronomical programs involved.

ACKNOWLEDGMENTS

Sections 7, 8, and 9 of this paper are based on material provided by A. and N. Stoyko; Section 10, on material prepared by E.P. Fedorov.

REFERENCES

1. *Brouwer D.* A study of the changes in the rate of rotation of the earth // *Astron. J.* — 1952. — **57**. — P. 125.
2. *Cechini G.* Relazione sull'attività del Servizio Internazionale delle Latitudini, dal 1961.05 al 1961.97, Comm. Naz. Italiana per la Coop. Geofis. Jntn'l. Pubblicazione, N 19 (Consiglio Nazionale delle Ricerche, Rome, 1962).
3. *Danjon A.* Le mouvement du pole // *Bull. Astronomique.* — 1962. — **23**. — P. 187.
4. *Essen L., Parry J.V.L., Markowitz W., Hall R.G.* Variation in the speed of rotation of the earth since June 1955 // *Nature.* — 1958. — **181**. — P. 1054.
5. *Fedorov E.P.* On the Present State and the Future of Latitude Investigations. — Moscow, 1960.
6. *Fedorov E.P., I.I. Glagoleva.* Dopovidi Akad. Nauk UkSSR. — Kiev, 1962. — N 4. — P. 473.
7. *Fedorov E.P.* In: Rotation of the Earth. — Kiev, 1963.
8. *Iijima S., Okazaki S.* Variation in the rate of rotation of the earth from 1956 to 1962 // Japanese Contribution to the IGY and IGC, **5**, 109 (Science Council of Japan, Tokyo, 1963).
9. *Lambert A., Mme Dubois P., Stoyko N.* La Deuxième Opération internationale des longitudes. — Paris: Bureau International Horaire, 1938.
10. *Markowitz W.* Redeterminations of latitude and longitude // *Trans. Amer. Geophys. Un.* — 1945. — **26**. — P. 197.
11. *Markowitz W.* Latitude and longitude, and the secular motion of the pole. Methods and Techniques in Geophysics, S.K. Runcorn (ed.) // Interscience. — 1961. — P. 325.
12. *Markowitz W.* International determination of the total motion of the pole // *Bull. Géodésique.* — 1961. — N 59. — P. 29.
13. *Melchior P.* The future of the International Latitude Service // *Bull. Géodésique.* — 1961. — N 59.
14. *Munk W., MacDonald G.J.F.* The Rotation of the Earth. — Cambridge Univ. Press, 1960. — P. 250.
15. *Mme Stoyko A.* Operation des longitudes: Résultats préliminaires, Berichtsbuch des VI // International Kongresses für Chronometrie. — 1959. — **1**. — P. 97.
16. *Stoyko N., Mme Stoyko A.* Bulletin Horaire, N 19, Series G. — Paris: Bureau International Horaire, 1962.
17. *Stoyko N., Mme Stoyko A.* La Deuxième Opération internationale des longitudes — Résultats, conclusions, etc. — Paris: Bureau International Horaire, 1952.
18. *Watts C.B.* The marginal zone of the moon // *Astronomical Papers of the American Ephemeris and Nautical Almanac.* — 1963. — **17**.

Н.Т. МИРОНОВ, Е.П. ФЕДОРОВ

О СИСТЕМАХ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ*

В теории прецессии и нутации рассматривается движение главных осей инерции Земли относительно системы осей, фиксированных в пространстве. Относительные положения этих систем не могут быть, однако, определены непосредственно из наблюдений, поскольку астрономическое наблюдение может дать только положение зенита обсерватории среди звезд. Поэтому в астрономическую практику была введена промежуточная система движущегося экватора, а поскольку координаты звезд даются в этой системе, в той же системе будут получаться положения зенитов. Вращающаяся система, связанная с Землей, может быть построена путем привязки ее осей к зенитам нескольких избранных обсерваторий. Экваториальная плоскость этой системы проводится так, что ее угловые расстояния от указанных зенитов наименее уклоняются от некоторых принятых постоянных. Резолюцию XIII съезда МАС о Международном условном начале координат полюса можно считать практической реализацией этой идеи, а упомянутая система может быть названа системой условного экватора. Ее движение относительно системы главных осей инерции может быть найдено из анализа движения полюса.

ON THE SYSTEMS OF COORDINATES USED IN THE STUDY OF THE EARTH'S ROTATION, by *N.T. Mironov, E.P. Fedorov*. — Theory of precession and nutation deals with the motion of the principal axes of inertia of the Earth relative to the system of axes fixed in space. Relative positions of these systems cannot be, however, derived directly from the observation, for astronomical observation is capable of giving only the position of the zenith of the observatory among stars. So the intermediate system of the moving equator was introduced in astronomical practice and as far as the coordinates of the stars are given in this system the positions of the zenith will be obtained in the same system too.

A rotating frame of reference fixed to the Earth may be constructed by attaching its axes to the zeniths of several selected observatories. The equatorial plane of the system passes so that its angular distances from the zeniths are always as near as possible to some adopted constants. The Resolution of the XIII IAU Meeting about the International Conventional Origin of polar coordinates could be considered as a practical implication of this idea, and the above system may be called the system of the conventional equator. Its motion relative to the system of the principal axes of inertia can be derived from the analysis of the polar motion.

В теории прецессии и нутации рассматривается движение главных осей инерции Земли относительно инерциальной системы координат. Однако выполнить непосредственное измерение углов между осями той и другой системы средствами астрометрии нельзя, так как эти оси ни в пространстве, ни на Земле ничем не отмечены. Поэтому приходится пользоваться иными системами координат, такими, у которых оси каким-либо заданным способом привязаны к избранным физическим точкам [1]. Можно, например, задать сис-

* Астрономический журнал, 1969. — 46, № 6.

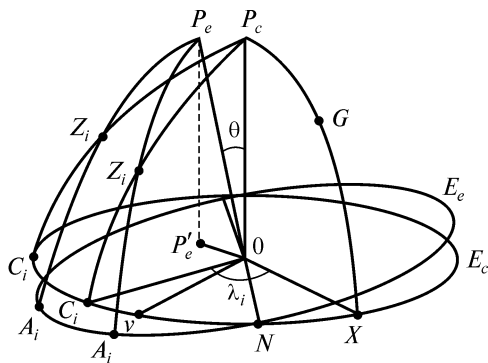


Рис. 1. $Z_i C_i = c_i$ — условная начальная широта i -й обсерватории, $Z_i A_i = \varphi(f)$ — наблюдаемая широта той же обсерватории в момент t

тему «неподвижных» сферических координат так: выбрать две звезды, совместить с одной из них полюс системы и провести через другую главный круг.

С другой стороны, А. Данжон обратил внимание на то, что подвижные, т. е. вращающиеся вместе с Землей, оси привязываются не к каким-либо точкам на ее поверхности, а к

зенитам обсерваторий. Далее он писал, что «астрономические методы, каковы бы они ни были, имеют единственную и вполне определенную цель: установить в определенный момент положение зенита по отношению к звездам. Поскольку все построения выполняются на небесной сфере, которую ось вращения Земли пересекает в полюсе P , на этой же сфере следует представлять станции наблюдений при помощи их зенитов» [2]. Понятно, что координаты зенитов получаются в той же системе, в какой даны координаты звезд. Будь это инерциальная система, мы сразу же нашли бы положения подвижных осей относительно этой системы. Но в действительности дело обстоит иначе. Теперь в астрономических ежегодниках координаты звезд даются в экваториальной системе, которая сама сложным образом перемещается относительно инерциальной. Недавно Г. Джеффрис высказался в том смысле, что подобная промежуточная система вообще не нужна, а ее введение в астрометрию только затруднило изучение вращения Земли [3]. Например, если в наблюдаемых изменениях широт обнаруживается какое-либо периодическое колебание, остается неясным, чему следует его приписать: неточности уравнений прецессии и нутации или перемещениям оси вращения в теле Земли. Но можно ли действительно при наблюдениях с Земли обойтись без экваториальной системы координат? На этом вопросе мы остановимся позднее, теперь же подчеркнем одно существенное обстоятельство.

По определению экваториальной системы ее основной плоскостью служит плоскость экватора E_e , перпендикулярная мгновенной оси вращения. Положение названной плоскости относительно неподвижной эклиптики определяется двумя углами: наклонностью ε и долготой восходящего узла ψ_r (обозначения Э. Вуларда [4]). При редукции позиционных наблюдений эти углы вычисляются по готовым формулам, которые были получены на основании теории вращения абсолютно твердой Земли и в которых используются значения фундаментальных постоянных, выведенные из предшествующих наблюдений. Понятно, что эти формулы не могут быть абсолютно точными, значит, и плоскость E_e , положение которой определяется углами ε и ψ_r , не будет совпадать с истинной плоскостью мгновенного экватора. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, мы будем называть E_e эфемеридным экватором. Если видимые склонения звезд, которые публикуются в астрономических ежегодниках, исправить за годичную aberrацию, мы получим угловые рас-

стояния звезд от эфемеридного экватора. Пусть из астрономических наблюдений определено положение зенита i -й обсерватории относительно звезд. Этого достаточно, чтобы найти угловое расстояние зенита от эфемеридного экватора, т. е. широту, которую мы можем также назвать эфемеридной. Обозначим ее через $\varphi_i(t)$. Пусть в выбранный нами начальный момент t_0 при $\varepsilon(t_0)$, $\psi_r(t_0)$ (рис. 1)

$$\varphi_i(t_0) = c_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где n — число обсерваторий. Для другого момента найдем по формулам прецессии и нутации

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \Delta\varepsilon,$$

$$\psi_r(t) = \psi_r(t_0) + \Delta\psi_r,$$

а из наблюдений будем иметь

$$\varphi_i(t) = \varphi_i(t_0) + \Delta\varphi_i = c_i + \Delta\varphi_i.$$

Если взаимное положение зенитов не изменяется, т. е. «созвездие зенитов» не деформируется, с ними можно жестко связать систему координат, взяв в качестве основной координатной плоскости этой системы плоскость большого круга E_c , проходящего на угловых расстояниях c_1, c_2, \dots, c_n от зенитов обсерваторий. Этот большой круг будем называть условным экватором, широты c_1, c_2, \dots, c_n — условными начальными широтами, а точку P_c — условным началом; P_c — это та точка, которую обычно называют мгновенным полюсом вращения. Дуга большого круга P_cGX проведена через зенит Гринвичской обсерватории G .

Долгота i -й обсерватории λ_i измеряется дугой $XС_i$. Очевидно, что

$$\varphi_i - c_i = \theta \sin(\lambda_i - \psi).$$

Если обозначить

$$x = -\theta \sin \psi, \quad y = \theta \cos \psi, \tag{1}$$

мы сразу же получаем обычное выражение, связывающее изменение широты с координатами полюса:

$$\varphi_i - c_i = x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i. \tag{2}$$

Допустим, что мы имеем только две обсерватории. Из наблюдений определяются широты φ_i, φ_j . Вычитая постоянные величины c_i и c_j , получаем

$$\varphi_i - c_i = x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i,$$

$$\varphi_j - c_j = x \cos \lambda_j + y \sin \lambda_j.$$

Отсюда определяются координаты x, y мгновенного полюса вращения относительно условного начала P_c , а следовательно, и взаимное положение эфемеридного и условного экваторов.

Так получается, когда зениты жестко связаны друг с другом. Но известно, что вследствие неполярных колебаний широт созвездие, образованное на сфере зенитами различных станций, не сохраняет всегда одну и ту же форму. Как построить условный экватор в этом случае? Начнем с простейшего примера.

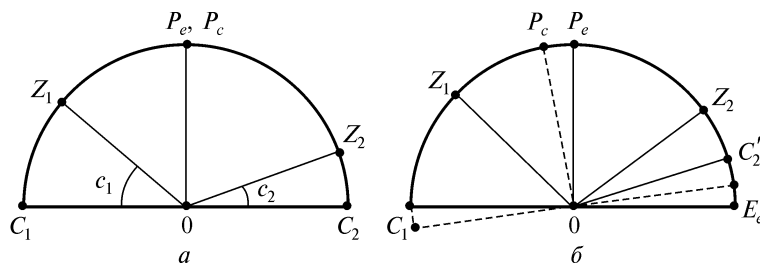


Рис. 2. *a* — в момент t_0 условный и эфемеридный экватор совпадают. C_1OC_2 — прямая, по которой их плоскости пересекают плоскость чертежа; *b* — в момент t наблюдаемая широта первой обсерватории равна $\varphi_1 = Z_1C_1 = c_1$, второй $\varphi_2 = Z_2C'_2 = c_2$; C_1E_e — эфемеридный экватор

Пусть обсерватории находятся на одном меридиане $C_1P_cC_2$, проходящем в момент t_0 через эфемеридный полюс (рис. 2). C_1OC_2 — сечение плоскости этого меридиана плоскостью эфемеридного экватора. В начальный момент $\varphi_1 = Z_1C_1 = c_1$ и $\varphi_2 = Z_2C_2 = c_2$, следовательно, плоскости условного и эфемеридного экваторов совпадают. Допустим, что в рассматриваемом случае за время $t - t_0$ изменилась широта только одной обсерватории, т. е. $\varphi_1(t) = c_1$, $\varphi_2(t) \neq c_2$ (рис. 2, б). Таким образом, если от точки Z_2 мы отложим дугу, равную c_2 , то попадем не в точку C_2 , а в некоторую другую точку C'_2 . Но построить большой круг, проходящий через точки C'_2 , O , C_1 , невозможно. За исключением особых случаев его нельзя построить и тогда, когда мы имеем не две, а несколько станций и $\varphi_i(t) \neq \varphi_i(t_0) = c_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. В связи с этим нам придется несколько изменить определение условного экватора. Мы определим его теперь как большой круг, проведенный так, чтобы угловые расстояния последнего от зенитов обсерваторий возможно менее уклонялись от условных начальных широт этих обсерваторий. Чтобы найти точки, лежащие на большом круге, добавим к расстояниям от эфемеридного экватора $\varphi_i - c_i$ некоторые величины u_i , т. е. получим $\varphi_i - c_i + u_i$. Условным экватором мы будем называть такой большой круг, для которого

$$\sum_{i=1}^n u_i^2 = \min.$$

Поэтому x , y находятся по способу наименьших квадратов из уравнений следующего вида:

$$x \cos \lambda_i + y \sin \lambda_i - (\varphi_i - c_i) = u_i. \quad (3)$$

Чтобы придать наибольшую наглядность полученным соотношениям, спроектируем экваториальный пояс небесной сферы на цилиндрическую поверхность, перпендикулярную плоскости эфемеридного экватора. На рис. 3 показана развертка этой поверхности. Условный экватор изображается синусоидой. В рассматриваемом случае все точки Z лежат над условным экватором ($\varphi_i > c_i$), т. е. все $\Delta\varphi_i$ положительны, что указывает на неполярное смещение всех станций к северу. С таким положением, когда большая часть $\Delta\varphi_i$ (или все) имеют одинаковый знак, приходится встречаться часто. Именно поэтому Кимура предложил дополнить уравнение (3) еще одним неизвест-

ным z , т. е. писать

$$x' \cos \lambda_i + y' \sin \lambda_i + z - (\varphi_i - c_i) = u'_i. \quad (4)$$

Мы поставили штрих над координатами полюса и остаточными отклонениями, так как при решении системы с учетом z -члена мы, очевидно, получим несколько иные значения этих величин, чем при решении системы (3). Геометрически это означает следующее: снимается требование, заключающееся в том, что синусоида, изображающая условный экватор, должна располагаться симметрично относительно эфемеридного экватора. На расстоянии z от эфемеридного экватора проводится параллельный ему малый круг и тогда «условный экватор» изобразится синусоидой, симметрично расположенной относительно этого малого круга. Мы поставили здесь «условный экватор» в кавычки, так как он тоже будет малым кругом. Можно поступить иначе. Вычитая из всех $\varphi_i - c_i$ значение z , мы добиваемся того, что синусоида, изображающая условный экватор, располагается симметрично относительно эфемеридного экватора и представляет собой большой круг небесной сферы.

Откладывая от зенитов обсерваторий дуги $\Delta\varphi_i - z$, мы всегда должны в принципе получать точки, лежащие на большом круге, именно на эфемеридном экваторе. Поэтому в качестве начальных широт c_i можно (и даже лучше) принять не $\varphi_i(t_0)$, а среднее из большого числа наблюдаемых значений широт:

$$c_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \varphi_i(t_k);$$

N — общее число наблюдений на i -й станции за время осреднения.

Именно так получены значения c_i для международных станций, принятые в 1967 г. на XIII съезде МАС в Праге, где было решено координаты полюса относить к условному международному началу, которое определяется следующими значениями средних широт:

Мидзусава	39°08'03"602
Китаб	01 850
Карлофорте	08 941
Гейтсбург	13 202
Юкайя	12 095

Итак, система осей, к которой решено относить положение полюса Земли, строится следующим образом. Основная плоскость этой системы ориенти-

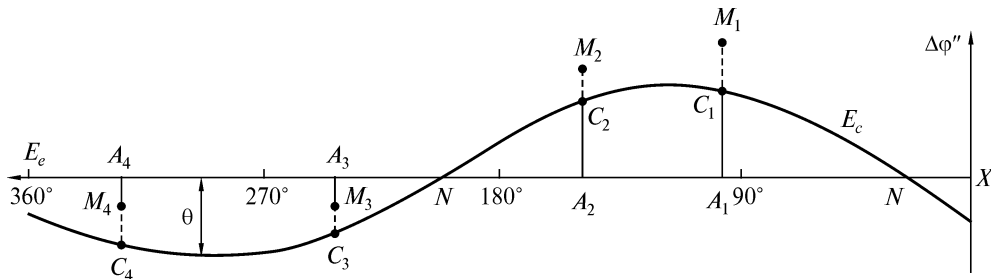


Рис. 3. Развертка экваториального пояса — вид снаружи. Масштаб по оси φ значительно увеличен, $NX - \psi$, $XA_1 = \lambda_1$, $A_1M_1 = \Delta\varphi_1 = \varphi_1 - c_1$, $C_1M_1 = u_1$

руется так, что углы, которые она образует с направлениями отвеса в пяти указанных пунктах Земли, менее всего уклоняются от приведенных выше величин c_i (тоже налагается условие, чтобы сумма квадратов уклонений была минимальной). Нулевой меридиан проводится через зенит Гринвича, и точка, находящаяся на нем на расстоянии 90° от основной плоскости, принимается за условное начало координат полюса. Такую систему осей обычно называют осями, жестко связанными с Землей, — неудачное название, так как оси связаны не с Землей, а с зенитами шести точек на ее поверхности и притом не жестко. Координаты полюса можно, разумеется, откладывать не на сфере единичного радиуса, а на плоскости, касательной к ней в точке P_c . Мы поставили себе цель проследить, как с помощью астрономических наблюдений можно найти направления главных осей инерции Земли в инерциальной системе координат. Для достижения этой цели нам остается теперь показать возможность перехода от условного международного начала к полюсу инерции Земли.

Из теории вращения Земли известно, что полюс вращения движется вокруг полюса инерции по траектории, близкой к круговой [5]. Иначе говоря, полюс инерции I всегда находится вблизи центра тяжести полудня (рис. 4). Чтобы его найти, нужно вычислить средние значения координат полюса (простые или взвешенные) за время с $t - \Delta t/2$ до $t + \Delta t/2$. Обозначим эти средние $X(t)$, $Y(t)$. Вопрос о выборе интервала и способа осреднения мы здесь не рассматриваем; заметим только, что чаще всего берут $\Delta t = 6$ лет. Конечно, полюс инерции в общем случае не будет совпадать со средним полюсом эпохи t . Поэтому X , Y следует рассматривать лишь как приближенные значения координат точки I . В эту точку нужно теперь перенести начало координат. Тогда мы получим координаты полюса вращения в новой системе:

$$x = x_c - X, \quad y = y_c - Y, \quad (5)$$

которыми следует пользоваться для приведения долгот, широт и азимутов, а также результатов служб времени к системе главных осей инерции Земли. Если координаты точки P_c в этой системе, т. е. $-X$, $-Y$, изменяются со временем, а наблюдения показывают, что это действительно так, значит, условное международное начало перемещается относительно полюса инерции. Такое перемещение можно объяснить тем, что в движении зенитов всех или некоторых международных широтных станций относительно эфемеридного экватора кроме периодических присутствуют и вековые составляющие. Это легко подтвердить следующим путем. Возьмем только некоторые из пяти международных широтных станций и построим условный экватор так, чтобы угловые расстояния от него зенитов лишь этих станций наименее отличались от заданных значений c_i . Нетрудно найти углы θ' и ψ' , определяющие положение плоскости этого нового условного экватора относительно плоскости эфемеридного экватора. Так мы получим новое условное начало P'_c .

Описанное построение мы выполнили для комбинации Мидзусава — Карлофорте — Юкайя. Воспользовавшись данными Юми и Вако [6], мы нашли годограф вектора $\overline{P_c P'_c}$, показанный на рис. 5. Мы не случайно избегали здесь такого привычного выражения, как «движение полюса Земли по ее поверх-

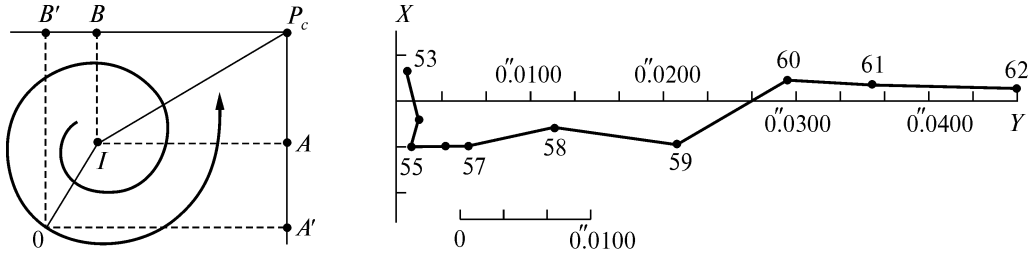


Рис. 4. P_c — условное международное начало, $P(x_c, y_c)$ — мгновенный полюс вращения, $I(X, Y)$ — полюс инерции, $AA' = x$, $BB' = y$

Рис. 5. Годограф вектора $\overline{P_c P_c'}$, соединяющего полюс инерции Земли с условным международным началом

ности». Дело в том, что часто предлог «по» неявно заменяется в нем на «относительно». Но выражение «движение полюса относительно поверхности Земли» лишено строгого смысла. Оно могло бы иметь смысл только в том случае, если бы, во-первых, поверхность Земли не деформировалась и, во-вторых, мы располагали бы способом привязки полюса непосредственно к осям, нанесенным на этой поверхности, а не к зенитам обсерваторий.

Насколько нам удалось установить, авторы, писавшие о вековом движении полюсов Земли, обычно понимали под этим перемещение среднего полюса именно относительно поверхности Земли, хотя и не объясняли, как в этом случае можно определять его положение. «А недоговоренные фразы, — пишет А.И. Китайгородский, — в которых забыта необходимость указать, от какого места и в каком направлении отсчитываются расстояния, не несут никакой информации и полностью бесполезны» [7].

В нашем понимании вопрос этот решается так. Начало координат полюса вращения всегда совмещено с полюсом инерции, с которым практически совпадает и средний полюс эпохи наблюдений. Поэтому в принятой системе координат, осями которой являются главные оси инерции, вековое движение полюса невозможно. То, что обнаруживается наблюдениями, есть вековое движение условного международного начала, связанного с зенитами всего лишь пяти точек поверхности Земли. Достаточных оснований видеть в этом проявление общего движения земной коры относительно главных осей инерции, по нашему мнению, нет. Итак, переход от неподвижной системы координат к системе главных осей инерции Земли осуществляется по следующей схеме: 1) эклиптика начальной эпохи; 2) средний экватор начальной эпохи; 3) средний экватор эпохи наблюдений; 4) эфемеридный экватор, который обычно (но неточно) называют истинным экватором; 5) условный экватор; 6) главные оси инерции.

Теперь мы возвращаемся к вопросу о том, можно ли прямо перейти от системы 1 к системе 6, минуя промежуточные системы, как это предлагает Джеффрис. Но этот вопрос влечет за собой другой: обязательно ли связывать неподвижную систему с эклипстикой и экватором начальной эпохи? Нельзя ли сделать лучший выбор, особенно в предвидении того, что в будущем на-

блюдения с поверхности Земли уже не будут единственным способом определения положений небесных тел?

Здесь уместно вспомнить следующее высказывание Коперника: «...должно не места звезд относить к изменяющимся со временем равноденственным точкам, а, наоборот, равноденственные точки к сфере неподвижных звезд» [8]. В согласии с этим Коперник в своем «Каталоге знаков зодиака и звезд» принимал за начало счета долгот звезду γ Овна («Передняя из двух на рогах и первая из всех звезд»).

О простейшем способе построения системы координат, привязанной к звездам, мы упомянули в начале этой статьи. Такая система, разумеется, не будет инерциальной. Но ее преимущество заключается в том, что она вращается относительно инерциальной системы с практически постоянной угловой скоростью $\bar{\Omega}$. Величину и направление вектора $\bar{\Omega}$ можно найти, определяя в принятой системе положения внегалактических туманностей. Если в той же системе определена из наблюдений мгновенная скорость вращения главных осей инерции Земли $\bar{\omega}$, вектор $\bar{\omega} + \bar{\Omega}$ будет представлять собой угловую скорость вращения этих осей относительно инерциальной системы, а плоскость, перпендикулярная этому вектору, будет плоскостью истинного (а не эфемеридного) экватора.

Построение системы, привязанной к двум звездам, можно в принципе осуществить так. Установить универсальный инструмент на борту искусственного спутника, снабженного двумя гидами, постоянно направленными на эти звезды. Тогда по отсчетам кругов универсального инструмента можно непосредственно получать координаты объекта в указанной системе.

Главная астрономическая обсерватория
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
20 января 1969 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Veis G.* Scientific Horizons from Satellite Tracking, Smithsonian Inst., Publ. Cambridge, Mass., 1966.
2. *Danjon H.* Bull. Astron., **23**, 187, 1962.
3. *Jeffreys H.* Foreword to the «Nutation and the Forced Motion of the Earth's Pole» by Ye.P. Fedorov. — Pergamon Press, 1963.
4. *Вуллард Э.* Теория вращения Земли вокруг центра масс. — М.: Физматгиз, 1963.
5. *Манк У., Макдональд Г.* Вращение Земли. — М.: Мир, 1964.
6. *Yumi S., Wako Y.* Mizusama Intern. Latitude Observ., Public. **5**, N 2, 1966.
7. *Китайгородский А.И.* Реникса. — М.: Молодая гвардия, 1967. — С. 105.
8. *Коперник Н.* О вращениях небесных сфер. — М.: Наука, 1964. — С. 108.

Е.П. ФЕДОРОВ

О ПРИНЦИПАХ ПОСТРОЕНИЯ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В АСТРОМЕТРИИ*

1. Изучение Вселенной начинается — и исторически, и логически — с попыток создания ее геометрической и кинематической модели. Мы понимаем под этим получение, взаимное согласование и представление в наиболее удобном виде данных о размерах, форме, относительном положении в пространстве и движении небесных тел. Пополнением и уточнением этих данных занимается астрометрия. Однако для построения геометрической модели Вселенной одних только средств астрометрии недостаточно; постоянно приходится обращаться к арсеналу небесной механики, звездной астрономии, физики звезд, постепенно переходя от менее сложных к более сложным моделям.

Простейшей будет, по-видимому, модель, в которой небесные тела заменены точками. Их относительное расположение и движение в пространстве — это все, что требуется для полного описания такой модели.

Пусть имеется $N + 1$ небесных тел: S_0, S_1, \dots, S_N . Вектор, соединяющий какие-либо два тела S_i и S_j , обозначим \vec{r}_{ij} (рис. 1). Для определения относительного положения точек в пространстве можно измерять длины векторов \vec{r}_{ij} и углы между ними. Остановимся на том случае, когда измеряются только длины векторов. Правда, возможности в этом отношении пока еще очень ограничены: непосредственно измерять удастся только расстояния от Земли до ближайших — естественных и искусственных — тел солнечной системы (с помощью радио- и лазерной локации). И все же представляет интерес рассмотреть в качестве вспомогательной задачи использование такого рода измерений.

Всего можно построить $\frac{(N + 1)N}{2}$ векторов. Из них достаточно измерить $3(N - 1)$, чтобы затем найти все остальные. Результаты удобно представить в форме таблицы, где вместо обозначений векторов нужно вписать численные значения их длин, полученные из измерений.

У векторов, проведенных из точки S_0 , первый индекс опущен, т. е. вместо \vec{r}_{0i} написано просто \vec{r}_i .

* В кн.: Системы координат в астрономии. — Ташкент: ФАН, 1971.

0	S_0	S_1	S_i	S_N
S_0	0	\bar{r}_1		\bar{r}_i		\bar{r}_N
S_1		0		\bar{r}_{1i}		\bar{r}_{1N}
⋮						⋮
S_i				0		\bar{r}_{iN}
⋮						
⋮						
S_N						0

Пусть каждое из расстояний r_{ij} измерялось несколько раз через некоторые промежутки времени. Тогда можно попытаться найти зависимость r_{ij} от времени и воспользоваться ею для приведения результатов измерений различных расстояний к общей эпохе. Таблица таких приведенных расстояний вместе с таблицей скоростей, с которыми они изменяются, и будет представлять собою геометрическое и кинематическое описание рассматриваемой модели.

Однако определять относительное положение точек описанным выше способом неудобно. Лучше делать это путем введения какой-либо системы координат. Для любой декартовой системы можно записать следующее:

$$(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 = r_{ij}^2, \quad (1.1)$$

$$i, j = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Итак, мы имеем $3(N + 1)$ неизвестных координат и $3(N - 1)$ независимых уравнений, связывающих эти координаты с измеренными расстояниями между точками. Следовательно, для определения всех координат необходимо ввести шесть дополнительных условий. Сделав это, зададим положение начала и направление осей относительно точек S_i .

По-видимому, целесообразно поступать так: сначала ввести исходную систему координат, связанную только с тремя точками — это наименьшее возможное число, потом перейти к системе, связанной с большим числом точек. Положение исходной системы проще всего определить следующим об-

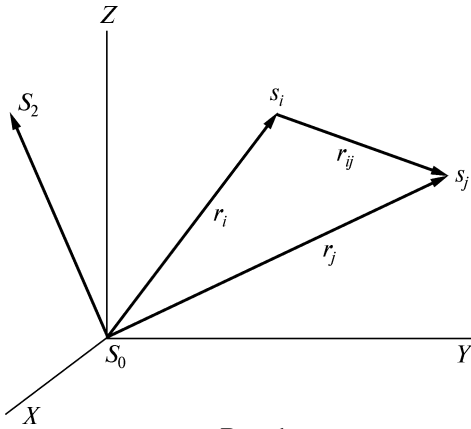


Рис. 1

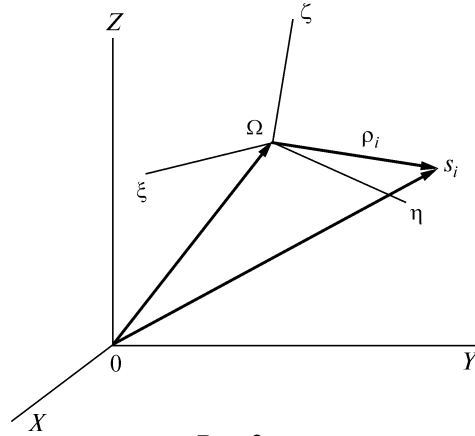


Рис. 2

разом: совместить начало координат с точкой S_0 , ось OZ провести через точку S_1 , а плоскость XOZ — через точку S_2 . Тогда дополнительные уравнения будут иметь вид

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0, \quad x_1 = y_1 = 0, \quad y_2 = 0, \quad (1.2)$$

и координаты всех точек можно будет определить, решая совместно уравнения (1.1) и (1.2). Если число измеренных расстояний больше $3(N - 1)$, то получим систему с избыточным числом уравнений. Эти уравнения можно привести к линейному виду и затем решить по способу наименьших квадратов. Повторяя измерения расстояний r_{ij} , можно найти их изменения, а затем определить проекции скорости $\dot{\vec{r}}_{ij}$, т. е. величины $\dot{x}_i - \dot{x}_j$, $\dot{y}_i - \dot{y}_j$, $\dot{z}_i - \dot{z}_j$.

2. Перейдем к построению системы, связанной с большим числом точек. Под этим будем понимать систему, имеющую такие поступательное и вращательное движения, при которых сумма квадратов относительных скоростей всех точек, кроме нулевой, минимальна. Обозначим эту систему $\Omega\xi\eta\zeta$. Пусть $R(X, Y, Z)$ — радиус-вектор начала Ω в исходной системе, $\bar{\rho}_i(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ — радиус-вектор точки S_i в системе $\Omega\xi\eta\zeta$, $\bar{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ — угловая скорость вращения этой системы относительно исходной (рис. 2). Тогда

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{R}} + \bar{\omega} \times \bar{\rho}_i + \dot{\bar{\rho}}_i. \quad (2.1)$$

Движение системы $\Omega\xi\eta\zeta$ определится из условия

$$\sum_{i=1}^N \dot{\rho}_i^2 = \min, \quad (2.2)$$

которое в частном случае ($R = 0$ при $t = 0$) можно записать так:

$$\sum_{i=1}^N \left[(\dot{x}_i - \dot{X} - \omega_y z_i + \omega_z y_i)^2 + (\dot{y}_i - \dot{Y} - \omega_z x_i + \omega_x z_i)^2 + (\dot{z}_i - \dot{Z} - \omega_x y_i + \omega_y x_i)^2 \right] = \min. \quad (2.3)$$

Взяв частные производные от левой части этого уравнения по $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ и приравняв их нулю, получим систему шести уравнений, которые в векторной форме имеют вид

$$\dot{\bar{R}} + \bar{\omega} \times \bar{M} = \dot{\bar{M}}, \quad (2.4)$$

$$\bar{M} \times \dot{\bar{R}} + I \bar{\omega} = \bar{H}, \quad (2.5)$$

где \bar{M} — радиус-вектор центра масс N точек в исходной системе координат, I — матрица с компонентами

$$\left. \begin{aligned} I_{xx} &= \sum_{i=1}^N (y_i^2 + z_i^2), & I_{xy} &= I_{yx} = -\sum_{i=1}^N x_i y_i \\ I_{yy} &= \sum_{i=1}^N (x_i^2 + z_i^2), & I_{yz} &= I_{zy} = -\sum_{i=1}^N y_i z_i \\ I_{zz} &= \sum_{i=1}^N (y_i^2 + x_i^2), & I_{xz} &= I_{zx} = -\sum_{i=1}^N x_i z_i \end{aligned} \right\}, \quad (2.6)$$

$$\bar{H} = \sum_{i=1}^N \bar{r}_i \times \dot{\bar{r}}_i. \quad (2.7)$$

Компоненты вектора \bar{M} и матрицы I вычисляются по известным координатам и скоростям точек в исходной системе.

Подставив значение $\dot{\bar{R}}$ из (2.4) в (2.5), после некоторых преобразований получим

$$(I + K) \bar{\omega} = \bar{H} - \bar{M} \times \dot{\bar{M}}; \quad (2.8)$$

здесь K — матрица с элементами

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= -(M_y^2 + M_z^2), & K_{xy} &= K_{yx} = M_x M_y \\ K_{xz} &= K_{zx} = M_x M_z, & K_{yy} &= -(M_z^2 + M_x^2) \\ K_{yz} &= K_{zy} = M_y M_z, & K_{zz} &= -(M_x^2 + M_y^2) \end{aligned} \right\}. \quad (2.9)$$

Векторное уравнение (2.8) эквивалентно трем скалярным уравнениям, линейным относительно проекций угловой скорости $\bar{\omega}$.

Решая эти уравнения, находим $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, а подставляя полученные выражения в (2.4), приходим к системе трех уравнений, линейных относительно $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$. После их решения мы будем иметь шесть уравнений движения системы $\Omega\xi\eta\zeta$ относительно $OXYZ$. Три из них дают зависимость от времени проекций линейной скорости начала Ω , три других — проекций угловой скорости вращения осей $\Omega\xi\eta\zeta$. При интегрировании этих уравнений появятся шесть произвольных постоянных, задающих положение системы $\Omega\xi\eta\zeta$ в начальный момент. Проще всего принять, что все они равны нулю, т. е. положить, что в начальный момент обе системы совпадают.

Так, в принципе, можно было бы построить в пространстве систему координат, связанную с совокупностью звезд, и затем определять в этой системе положения и движения отдельных объектов.

3. Рассмотрим второй случай, когда измеряются не длины векторов \vec{r}_{ij} , а углы между ними. Будем считать, что S_0 — это тело, на котором находится наблюдатель: Земля, космический корабль или Луна. Выясним, какие данные о строении Вселенной он может получить из измерения углов между радиусами-векторами, проведенными от точки S_0 к другим небесным телам.

На ранней стадии развития астрономии такого рода измерения были в числе основных способов определения положений небесных тел. Для этого применялись так называемые поперечные жезлы и секстанты. Интересно, что первым инструментом Гринвичской обсерватории был именно 7-футовый секстант. С этим инструментом Флемстид выполнил в 1676—1688 гг. большое число измерений угловых расстояний между звездами. Работать с секстантом приходилось двум наблюдателям: первый из них движением всего инструмента наводил одну трубу на какую-либо звезду, второй, перемещая вторую трубу по градуированному кругу, наводил ее на другую звезду. Все это было далеко не легким делом. Понятно, что подобные визуальные измерения угловых расстояний между звездами были заброшены.

Однако новые средства наблюдений устраняют неудобства этого способа и могут во много раз повысить его точность. Имеются в виду изобретение телескопов на параллактической установке с часовым механизмом и замена визуальных наблюдений фотографическими. Правда, даже с широкоугольными инструментами можно непосредственно измерять углы только в несколько градусов, а для измерения больших углов приходится пользоваться несколькими перекрывающимися пластинками, что, естественно, снижает точность результатов. Однако недавно А.А. Михайлов предложил идею фотографического инструмента для непосредственного измерения углов в несколько десятков градусов.

Итак, пусть u_{ij} — угол между векторами \vec{r}_i и \vec{r}_j . Общее число углов u_{ij} равно $\frac{(N+1)N}{2}$, но только $2N-3$ из них независимы. Измерив эти углы и вписав полученные значения в квадратную таблицу такого же вида, как таблица расстояний r_{ij} , будем иметь каталог звезд, содержащий столь же полные данные об относительных положениях их изображений на небесной сфере, как и любой звездный каталог. Но пользоваться такой таблицей углов u_{ij} неудобно, и здесь вновь целесообразно ввести какую-либо систему координат.

Для любой системы прямоугольных координат с началом в точке S_0 имеем

$$x_i = r_i \cos h_i \cos g_i, \quad y_i = r_i \cos h_i \sin g_i, \quad z_i = r_i \sin h_i, \quad (3.1)$$

причем углы g_i , h_i отсчитываются так, как это обычно делается в сферической астрономии. Имея в виду, что скалярное произведение векторов \vec{r}_i , \vec{r}_j равно $r_i r_j \cos u_{ij}$, можем записать следующее:

$$\cos u_{ij} = \frac{x_i x_j + y_i y_j + z_i z_j}{r_i r_j} =$$

$$= \cos h_i \cos h_j \cos (g_j - g_i) + \sin h_i \sin h_j. \quad (3.2)$$

Общее число координат g_j, h_i равно $2N$. Уравнениями вида (3.2) они связываются с измеренными углами u_{ij} . Но мы имеем всего $2N - 3$ таких уравнений. Этого, конечно, недостаточно. Значит, опять приходится вводить дополнительные условия. По аналогии с (1.2) положим

$$h_1 = \frac{\pi}{2}, \quad g_2 = 0. \quad (3.3)$$

Третье условие не понадобится, так как g_1 можно придавать любое значение от 0 до 2π .

Заменим в (2.1) $\bar{\rho}_i$ на $\bar{r}_i - \bar{R}$, но сохраним для локальной производной символ $\dot{\bar{\rho}}_i$, чтобы избежать путаницы с производной в системе $OXYZ$. Тогда

$$\dot{\bar{r}}_i = \dot{\bar{R}} + \bar{\omega} \times \bar{r}_i - \bar{\omega} \times \bar{R} + \dot{\bar{\rho}}_i;$$

после деления на r_i и некоторых преобразований получаем

$$\frac{\dot{\bar{r}}_i}{r_i} - \bar{\omega} \times \frac{\bar{r}_i}{r_i} = \frac{\dot{\bar{\rho}}_i}{r_i} - \frac{\bar{v}}{r_i}, \quad (3.4)$$

где

$$\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{R} - \dot{\bar{R}}. \quad (3.5)$$

Заметим, что \bar{v} — скорость точки O в системе $\Omega\xi\eta\zeta$. Действительно, оси $OXYZ$ вращаются относительно этой системы с угловой скоростью $\bar{\omega}$, а вектор, проведенный от Ω к O , равен \bar{R} .

Теперь несколько изменим условия, налагаемые на систему, связанную со звездами, а именно: придадим ей такую угловую скорость, при которой

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{\dot{\bar{\rho}}_i - \bar{v}}{r_i} \right) = \min. \quad (3.6)$$

Это условие отличается от (2.2) тем, что вместо суммы квадратов относительных скоростей звезд берется сумма квадратов разностей между относительными скоростями каждой звезды и наблюдателя, деленных на расстояния r_i . Систему, подчиняющуюся этому условию, обозначим $\Omega'\xi'\eta'\zeta'$, а ее угловую скорость относительно исходной системы — $\bar{\omega}'$. Для определения проекций $\bar{\omega}'$ на оси системы $OXYZ$ имеем уравнения

$$\frac{\partial F}{\partial \omega'_x} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \omega'_y} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \omega'_z} = 0,$$

где

$$F = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\dot{\bar{r}}_i}{r_i} - \bar{\omega}' \times \frac{\bar{r}_i}{r_i} \right)^2. \quad (3.7)$$

Выпишем в качестве примера первое из уравнений, служащих для определе-

ния $\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z$. При его выводе воспользуемся выражениями (3.1) для x_i, y_i, z_i и производными по времени от этих выражений. Тогда получим

$$\begin{aligned} & \omega'_x \sum_{i=1}^N (\sin^2 h_i + \cos^2 h_i \sin^2 g_i) - \\ & - \omega'_y \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \cos g_i \sin g_i - \\ & - \omega'_z \sum_{i=1}^N \cos h_i \cos g_i \sin h_i = \sum_{i=1}^N \sin g_i \dot{h}_i - \\ & - \sum_{i=1}^N \cos h_i \sin h_i \cos g_i \dot{g}_i. \end{aligned}$$

В векторной форме систему трех уравнений можно записать так:

$$I' \bar{\omega}' = \bar{H}'; \quad (3.8)$$

здесь I' — матрица с элементами

$$\left. \begin{aligned} I'_{xx} &= N - \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \cos^2 g_i, & I'_{xy} &= I'_{yx} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \sin 2g_i \\ I'_{xz} &= I'_{zx} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sin 2h_i \cos g_i, & I'_{yy} &= N - \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \sin^2 g_i \\ I'_{yz} &= I'_{zy} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sin 2h_i \sin g_i, & I'_{zz} &= \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \end{aligned} \right\}, \quad (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} H'_x &= \sum_{i=1}^N \left(\sin g_i \dot{h}_i - \frac{1}{2} \sin 2h_i \cos g_i \dot{g}_i \right) \\ H'_y &= \sum_{i=1}^N \left(\cos g_i \dot{h}_i + \frac{1}{2} \sin 2h_i \sin g_i \dot{g}_i \right) \\ H'_z &= \sum_{i=1}^N \cos^2 h_i \dot{g}_i \end{aligned} \right\}. \quad (3.10)$$

4. Таким образом, проекции угловой скорости $\omega'_x, \omega'_y, \omega'_z$ находятся из решения векторного уравнения (3.8), после чего можно получить самолетные углы P, Q, R , на которые за время t оси системы $\Omega' \xi' \eta' \zeta'$ поворачиваются относительно осей исходной системы $OXYZ$:

$$P = \int_0^t \omega'_x dt, \quad Q = \int_0^t \omega'_y dt, \quad R = \int_0^t \omega'_z dt. \quad (4.1)$$

Прямоугольные координаты точки S_i в этих двух системах связаны следующим уравнением:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon'_i \\ \eta'_i \\ \zeta'_i \end{Bmatrix} = L \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}, \quad (4.2)$$

где L — матрица, зависящая от углов P, Q, R . Если эти углы малы и можно пренебречь их квадратами и произведениями, то матрица L принимает вид

$$L = \begin{Bmatrix} 1 & R & -Q \\ -R & 1 & P \\ Q & -P & 1 \end{Bmatrix}. \quad (4.3)$$

Легко получить выражение этой матрицы и для больших самолетных углов.

Заметим, что \dot{g}_i, \dot{h}_i — составляющие вектора собственного движения i -й звезды в исходной системе координат. Во многих случаях их можно считать величинами постоянными. Можно также пренебрегать изменениями углов g_i, h_i . Тогда, как это видно из (3.9) и (3.10), и вектор \bar{H} , и матрица I не будут зависеть от времени, а это значит, что и угловую скорость $\bar{\omega}'$ можно считать величиной постоянной.

Допустим далее, что в системе $\Omega'\xi'\eta'\zeta'$ получены положения не только звезд, но и внегалактических объектов. Из-за вращения этой системы названные объекты будут иметь собственные движения, разумеется, фиктивные. Подставляя эти собственные движения в (3.10) и решая уравнение (3.8), находим компоненты угловой скорости $\bar{\omega}'$, с которой система, связанная со звездами, вращается относительно внегалактических объектов.

5. Для построений, которыми мы занимались в п. 3, удобно пользоваться вспомогательной сферой. Ее начало помещается в произвольной точке, из которой проводятся прямые, параллельные векторам $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_i \dots$. Они пересекают поверхность сферы в точках $A_1, A_2, \dots, A_i \dots$ соответственно. Эти точки можно было бы назвать изображениями звезд на вспомогательной сфере, но чаще их называют просто «звездами».

Как мы отметили ранее, астрометрические наблюдения проводятся в конечном счете для того, чтобы определять положения небесных тел в пространстве. Но наблюдатель, постоянно связанный с одним небесным телом, сделать этого с помощью измерения углов, естественно, не может. Он решает лишь вспомогательную задачу: определяет относительные положения изображений наблюдаемых тел на вспомогательной сфере. Для того, чтобы определить положения самих этих тел в пространстве, нужно одновременно проводить такие же измерения хотя бы еще из одной точки космического пространства. По наблюдениям из второй точки можно сделать те же построения, что и по наблюдениям из точки S_0 . Тогда мы получим две вспомогательные сферы, причем дуга большого круга, соединяющая изображения двух каких-либо звезд на одной сфере, не будет в общем случае равна дуге, соединяющей изображения тех же звезд на другой сфере. Иначе говоря, из-за параллактических смещений относительные положения звезд на двух сферах будут несколько различаться. Этим и можно воспользоваться для определения относительных положений звезд в пространстве.

Мы не останавливаемся здесь на способе вычислений, поскольку он близок к тому, который применяется при определении расстояний до ближайших звезд по их тригонометрическим параллаксам. Разница состоит лишь в том, что вместо одновременных наблюдений из двух точек космического

пространства в последнем случае используются только наблюдения с Земли, но в разные моменты времени. При этом считается, что перемещение Земли за время, прошедшее от одного момента до другого, известно. Здесь уже нельзя ограничиваться одними только средствами астрометрии. Некоторые данные приходится заимствовать из небесной механики. Это же относится и к учету абберационных смещений.

6. До сих пор мы рассматривали простейшую модель Вселенной, в которой все небесные тела были заменены точками. Теперь перейдем к несколько измененной модели. В ней точками заменяются все тела, кроме того, с которым связан наблюдатель. Именно такой моделью чаще всего пользуются в астрометрии, которая со времени Коперника была наукой о том, как, находясь на поверхности одного быстро летящего и вращающегося тела, определять положения как других тел, так и того, на котором находится сам наблюдатель, т. е. Земли. Однако, если иметь в виду только такие удаленные тела, как звезды, то можно сказать, что определение их положений в пространстве не было основной целью большинства астрометрических наблюдений. Гораздо больше труда затрачивают астрометристы на определение положений изображений звезд на вспомогательной сфере, т. е. на решение задачи, рассмотренной в п. 3.

Теперь, когда мы несколько изменили модель, к этой задаче добавляется новая: изучение вращения и фигуры Земли. Иногда ее поясняют рисунком, на котором Земля изображается в виде маленького шарика или слабо сжатого сфероида, окруженного большой небесной сферой. Через их общий центр проходит ось вращения Земли; она пересекает поверхность Земли в двух точках, которые называют полюсами Земли, и, продолжаясь далее, проходит через небесную сферу в двух других точках — полюсах Мира.

По существу эта картина отражает геоцентрические представления о строении Вселенной, но она так проста и наглядна, что ею пользуются и в наши дни. Однако в этом таится и некоторая опасность, поскольку иногда на небесной сфере, окружающей Землю, делают те же построения, что и на вспомогательной сфере единичного радиуса. Нужно помнить, что вспомогательная сфера вводится лишь для того, чтобы было удобнее оперировать с углами между различными прямыми и плоскостями, проходящими через одну общую точку — центр сферы — и только между ними. А на рисунке, изображающем Землю внутри небесной сферы, проводятся и такие прямые, которые через центр этой сферы заведомо не проходят. Чтобы это не приводило к ошибкам, а также для того, чтобы прямые, соединяющие наблюдателей в разных точках поверхности Земли с небесным полюсом, были между собой параллельны, приходится считать, что радиус небесной сферы бесконечно велик. Так и поступают авторы многих руководств по сферической астрономии, например, Клеменс и Вуллард [1]. Но поскольку в таком случае все построения приходится выполнять на поверхности бесконечно большой сферы, их наглядность в значительной мере теряется. Поэтому предпочтительнее вообще не пользоваться небесной сферой, окружающей Землю, а делать эти построения, как и ранее, на вспомогательной сфере единичного радиуса. Так мы и будем поступать в дальнейшем.

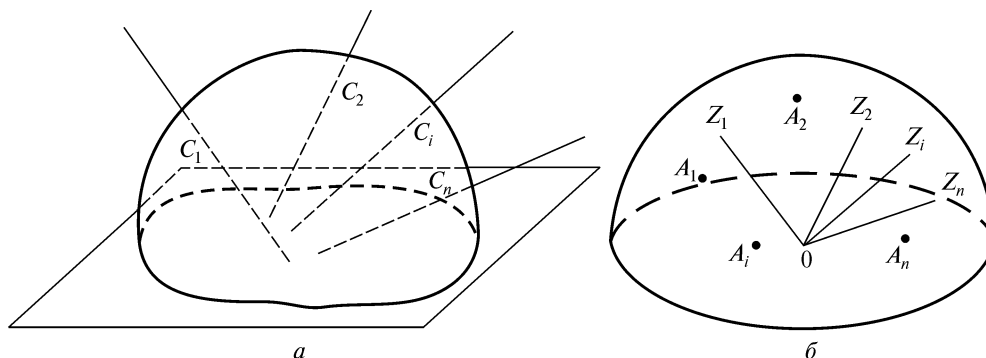


Рис. 3

7. Пусть в пунктах C_1, C_2, \dots, C_n поверхности Земли (рис. 3, а) установлены фотографические зенитные трубы или астролябии Данжона и с их помощью по наблюдениям звезд находятся направления отвесных линий. Эти линии не проходят через одну точку и вообще друг с другом не пересекаются. Но из центра вспомогательной сферы O можно провести прямые, параллельные отвесным линиям. Они пересекут поверхность сферы в точках Z_1, Z_2, \dots, Z_n , которые мы будем называть зенитами пунктов C_1, C_2, \dots, C_n соответственно.

Итак, на вспомогательной сфере мы имеем «звезды» A_1, A_2, \dots, A_N и зениты Z_1, Z_2, \dots, Z_n (рис. 3, б). Будем считать, что система координат, привязанная к звездам, уже построена так, как это было описано в п. 3, и в этой системе определены координаты всех N звезд. Наблюдая с инструментами, которые имеют уровни или ртутные горизонты, находим положения зенитов относительно звезд, а затем и координаты зенитов g_i, h_j в той же системе $\xi'\eta'\zeta'$. Наблюдения показывают, что зениты, почти не изменяя своего относительного положения, быстро перемещаются среди звезд, причем так, что движение «созвездия зенитов» (термин А. Данжона [2]) можно представить как простое вращение. А это значит, что можно построить еще одну координатную систему, в которой будут неподвижны зениты. Обозначим ее $X'Y'Z'$, а сферические координаты зенитов в этой системе — L_j, B_j . По определению они постоянны, а их связь с переменными координатами g_i, h_j можно представить так:

$$T(t) \bar{\rho}_j(t) = \begin{Bmatrix} \cos B_j \cos L_j \\ \cos B_j \sin L_j \\ \sin B_j \end{Bmatrix}, \quad (7.1)$$

где $T(t)$ — матрица поворота, зависящая от времени, а $\bar{\rho}_j(t)$ — единичный вектор, направленный вдоль отвесной линии j -м пункте. Имеем

$$\bar{\rho}_j = \begin{Bmatrix} \cos h_j \cos g_j \\ \cos h_j \sin g_j \\ \sin h_j \end{Bmatrix}.$$

Допустим, что в какой-либо момент t из наблюдений определены координаты зенитов m точек в системе $\xi'\eta'\zeta'$. Тогда, воспользовавшись (7.1), можно составить $2m$ уравнений, в которые войдут следующие неизвестные: координаты B_j, L_j ($j = 1, 2 \dots m$) и три величины, определяющие относительную ориентировку осей $\xi'\eta'\zeta'$ и $X'Y'Z'$ (это могут быть либо углы Эйлера, либо самолетные углы, либо какие-нибудь другие величины, в функции которых можно выразить элементы матрицы T). Всего получается $2m + 3$ неизвестных, что на три больше числа уравнений. Значит, нужны еще три дополнительных условия. Их можно ввести, например, так: задать произвольно координату L_1 , зенита Z_1 и координаты B_2 и B_3 зенитов Z_2 и Z_3 (рис. 4).

Поясним, как будут привязаны к этим точкам оси $X'Y'Z'$. На вспомогательной сфере проводятся два малых круга сферических радиусов B_2 и B_3 с центрами в точках Z_2 (g_2, h_2) и Z_3 (g_3, h_3) соответственно. Затем проводится большой круг EE , касательный к двум упомянутым малым кругам. Он и принимается за основной круг вращающейся системы сферических координат. Начальный круг этой системы проводится через зенит Z_1 перпендикулярно EE .

Представим, что из наблюдений для ряда последовательных моментов времени получены координаты g_j, h_j нескольких зенитов. Тогда для каждого из этих моментов на вспомогательной сфере можно выполнить описанное выше построение и найти ориентировку осей $X'Y'Z'$, связанных с зенитами, относительно осей $\xi'\eta'\zeta'$. Этим, по существу, и завершается получение средствами астрометрии наблюдательных данных о вращении Земли.

Однако чтобы осуществить все это на практике, нужно иметь возможность синхронно определять координаты нескольких, самое меньшее двух, зенитов путем их привязки к звездам. Такой возможности у астрономов, по существу, нет. Поэтому возникает необходимость приводить к одному моменту результаты наблюдений, выполненных в разное время. А для этого уже нужно было бы знать, как изменяются углы между осями двух координатных систем: одной, привязанной к зенитам, другой — к звездам. Получается как бы порочный круг, выйти из которого удастся следующим образом.

Если рассматривать движение созвездия зенитов только за короткие интервалы времени (несколько часов), то можно в первом приближении считать это движение равномерным вращением вокруг некоторой оси OP , не изменяющей своего направления ни в системе $\xi'\eta'\zeta'$, ни в системе $X'Y'Z'$.

Введем следующие обозначения: ν — угол, который ось OP образует с плоскостью $\xi'O\eta'$; $\frac{3\pi}{2} - u$ — угол, который проекция OP на эту плоскость образует с осью $O\xi'$; w — угол поворота пучка отвесных линий вокруг оси OP .

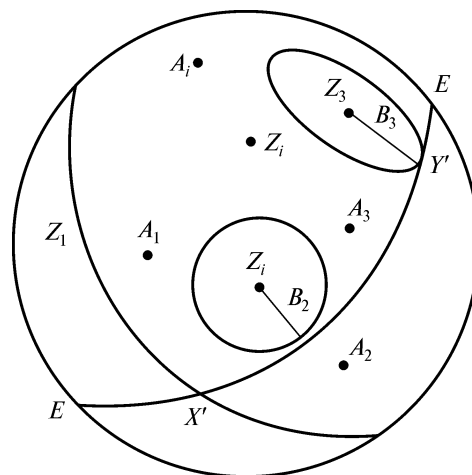


Рис. 4

В соответствии со сделанным допущением о характере движения углы u и v постоянны, а угол w пропорционален времени:

$$w = a + \omega(t - t_0). \quad (7.2)$$

Пусть из наблюдений получены координаты зенита какого-либо пункта $g_j(t)$, $h_j(t)$ для трех моментов t_0 , t_1 , t_2 . Зависимость между ними можно представить так:

$$\bar{p}_j(t_1) = \tau(t_1)\bar{p}_j(t_0); \quad \bar{p}_j(t_2) = \tau(t_2)\bar{p}_j(t_0), \quad (7.3)$$

где $\tau(t)$ — матрица поворота. Имеем

$$\tau(t) = r(w)p(v)r(u); \quad (7.4)$$

здесь

$$p(v) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos v & \sin v \\ 0 & -\sin v & \cos v \end{Bmatrix}, \quad p(u) = \begin{Bmatrix} \cos u & \sin u & 0 \\ -\sin u & \cos u & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (7.5)$$

Векторные уравнения (7.3) эквивалентны четырем скалярным. В них входят четыре неизвестных: u , v , a , w . Мы видим, что трех определений положения зенита относительно звезд (например, трех наблюдений с фотографической зенитной трубой) достаточно для нахождения направления оси и скорости суточного вращения Земли. А когда это сделано, т. е. элементы матрицы получены, приведение к одному моменту всех наблюдений, выполненных в любых местах интервала (t_0, t_2) , уже не представляет затруднений.

8. По существу нам пришлось ввести экваториальную систему координат, правда, лишь в качестве вспомогательного средства для решения частной задачи. Совсем иное место занимает эта система в классической астрометрии: при наблюдениях с поверхности Земли положения небесных тел чаще всего получают именно в системе мгновенного экватора. Затем приходится приводить к одной эпохе наблюдения, отделенные друг от друга не часами, а многими днями и годами. При этом уже нельзя, конечно, считать, что плоскость мгновенного экватора занимает неизменное положение в системе координат $\xi'\eta'\zeta'$, связанной со звездами. Учесть ее движение удобно путем добавления к u и v малых углов Δu и Δv соответственно. Если пренебречь их квадратами и произведениями, то матрице перехода от системы $\xi'\eta'\zeta'$ к мгновенной экваториальной системе можно придать вид

$$K = p(v)r(u) + \frac{dp(v)}{dv}r(u)\Delta v + p(v)\frac{dr(u)}{du}\Delta u. \quad (8.1)$$

Точность элементов этой матрицы зависит от того, на сколько хорошо известна зависимость углов Δu и Δv от времени, т. е., в конечном счете, прецессия и нутация. Однако за «неподвижную» систему сферических координат в астрометрии и небесной механике обычно принимают не систему, тем или иным условным способом непосредственно связанную со звездами, а систему эклиптики какой-либо начальной эпохи. Обозначим долготу и широту звезды в этой системе через λ и β соответственно. С помощью матрицы K можно

сразу же перейти от этих координат к истинному прямому восхождению α и склонению δ . Если для простоты пренебречь прецессией от планет, то переход от эклиптической системы к экваториальной можно осуществить двумя поворотами, а именно: вокруг нормали к эклиптике на угол $\Delta\psi$ и вокруг мгновенной линии узлов на угол $(\varepsilon + \Delta\varepsilon)$. Поэтому в (8.1) нужно положить

$$u = 0, \quad v = -\varepsilon, \quad \Delta u = -\Delta\psi, \quad \Delta v = -\Delta\varepsilon.$$

Заметим, что

$$\frac{dp(-\varepsilon)}{d\varepsilon} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \varepsilon & -\cos \varepsilon \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \end{Bmatrix},$$

при $\psi = 0$ матрица $r(\psi)$ превращается в единичную, а

$$\frac{dr(\psi)}{d\psi} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}.$$

Теперь, пользуясь формулой (8.1), можно получить выражение матрицы K , как функции ε , $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$, и подставить его в уравнение

$$\begin{Bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{Bmatrix} = K \begin{Bmatrix} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{Bmatrix}. \quad (8.2)$$

в котором уже заключены формулы приведения на истинное место. Например, можно сразу же записать

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda + \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \cos \beta \cos \lambda \Delta\psi + \\ &+ (\cos \varepsilon \cos \beta \sin \lambda - \sin \varepsilon \sin \beta) \Delta\varepsilon. \end{aligned}$$

Первые два члена в правой части заменяются на $\sin \delta_0$, где δ_0 — склонение звезды в начальный момент. Тогда путем несложных преобразований придем к следующей формуле, хорошо известной из сферической астрономии:

$$\delta - \delta_0 = \sin \varepsilon \cos \alpha \Delta\psi + \sin \alpha \Delta\varepsilon.$$

Вывод формул прецессии и нутации, с помощью которых вычисляются углы $\Delta\psi$ и $\Delta\varepsilon$, дается в теории вращения Земли на основе тех или иных представлений и ее механических свойств. Численные значения некоторых постоянных, входящих в эти формулы, находятся путем сравнения теории с наблюдаемым вращением Земли (а также с ее орбитальным движением) или, точнее, с наблюдаемым движением зенитов по отношению к звездам. Понятно, что заниматься привязкой зенитов к звездам стоит только тогда, когда положения самих звезд уже определены в какой-либо «неподвижной» системе, например, в системе эклиптики или экватора начальной эпохи. Но для этого нужно иметь возможность приводить все наблюдения к одной эпохе, что, в свою очередь, требует знания уравнений вращения Земли с уже найденными численными значениями всех постоянных. Вновь получается по-

рочный круг, который В.В. Подобед называет «комплексом сложных задач, пути решения которых тесно переплетаются между собою» [3]. Выделить из этого переплетения какую-либо одну задачу, например, определение координат звезд в экваториальной системе, оказывается невозможным. Поэтому построение фундаментального каталога требует параллельных наблюдений большого числа звезд, обязательных наблюдений Солнца, дополненных наблюдениями планет за продолжительное время. «Тысячи наблюдений сотен звезд необходимы прежде, чем станет возможным определить положение хотя бы одной звезды» [1, с. 879].

Г. Джефффриз [4] считает, что сложность и даже путаницу в астрометрию вносит система координат, связанная с мгновенным экватором. Он пишет: «То направление, по которому видна звезда, определяется из астрономических наблюдений в системе координат, заданной направлением отвеса в пункте наблюдения, и фиксированным азимутом. Для абсолютно твердой Земли эта система будет жестко связана с Землей и, в частности, с такой системой координат, которая определяется осью наибольшего момента инерции и фиксированным меридианом».

Рассматривая затем определение широты φ по измеренному в меридиане зенитному расстоянию звезды z , Г. Джефффриз продолжает: «Я думаю, что формальное применение уравнения

$$\varphi = z + \delta$$

ведет к дальнейшей путанице. Широту φ принято считать в геодезии координатой места и не изменяющейся со временем величиной, за исключением, может быть, тектонических возмущений земной поверхности. Склонение звезды δ дается в каталогах в форме $a + bt$, где a — значение склонения в начальную эпоху, b — собственное движение. Мне представляется нежелательным включать периодические члены ни в φ , ни в δ . О 14-месячном и годовом членах в движении Земной оси обычно говорят, как о «вариациях широты», но до недавнего времени мне никогда не приходило в голову, что мы имеем здесь дело с выражением, в котором отсутствует важное слово «кажущиеся». Я думаю, что ясность можно было бы внести, переписав уравнение так:

$$z = \varphi - \delta + \text{периодические члены,}$$

где φ — постоянная величина, а δ — линейная функция времени.

Здесь при рассмотрении частной задачи Джефффриз исходит по существу из таких же соображений, какими пользовались и мы при построении координатных систем, связанных со звездами и зенитами обсерваторий. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев рис. 5. На нем изображено сечение вспомогательной сферы плоскостью, проходящей через отвесную линию OZ_j и прямую OI , параллельную полярной оси инерции Земли (Джефффриз называет ее также осью фигуры). OD — плоскость экватора фигуры, OE — плоскость среднего экватора эпохи t , $O\zeta$ — перпендикуляр к этой плоскости, S — звезда в момент кульминации. Джефффриз обозначает символом δ именно угол SOE , т. е. среднее склонение звезды. Тогда склонение зенита δ_z будет равно углу EOZ_j , причем

$$\delta_z = \delta + z.$$

Широтой φ Джеффрис называет постоянный угол DOZ_j , который отвесная линия образует с экватором фигуры. Обозначим этот угол символом B . Из рис. 5 видно, что

$$\delta + z = B + \gamma,$$

где γ — периодически изменяющийся угол между плоскостями среднего экватора фигуры.

Напрашивается вопрос: необходима ли фундаментальная (экваториальная) система координат? Именно так С. Клюбс назвал доклад, с которым он выступил на астрометрическом семинаре в Херстмонсо [5].

Экваториальную систему можно назвать динамической, поскольку направление ее осей задается орбитальным и вращательным движением Земли. Обращение к динамике небесных тел, по-видимому, неизбежно при построении любой системы координат в космическом пространстве. Однако Клюбс считает, что система координат будет тем лучше, чем меньшую роль при ее построении играют заимствования из динамики. Опереться на внегалактические объекты имеет смысл не потому, «что динамика галактик проще, чем, скажем, динамика солнечной системы, а потому, что ее наблюдаемые эффекты лежат ниже предела точности, достижимой в современной астрометрии».

Далее, экваториальная система выступает в астрономии в роли некоторого воображаемого образца для координатных систем, применяемых на практике, хотя сами эти системы строятся совсем не так, как их образец. Вот, что пишут об этом Вулард и Клеменс [1, с. 376]: «Операции, которые выполняются в действительности для нахождения прямых восхождений и склонений фундаментальных звезд, представляют собою прямую противоположность тому, чего следовало бы ожидать, если исходить из принятого определения этих координат. Непосредственный результат, который дают упомянутые операции, — это определение положения экватора и точки весеннего равноденствия относительно звезд. Не звезды относятся к экватору и равноденственной точке, которые нельзя видеть, но наоборот, экватор прослеживается среди звезд, и положение точки весеннего равноденствия определяется относительно звезд».

Если так, то обязательно ли, чтобы основной круг координатной системы, в которой даются положения звезд, совпадал (или, точнее, был близок) к экватору? Не лучше ли сразу же от этого отказаться и связать оси координат со звездами каким-либо более простым способом? И, наконец, можно ли вообще обойтись без экваториальной системы координат? Ответ на последний вопрос нами уже подготовлен: при определении положения звезд — можно, при определении углов между отвесными линиями в разных точках Земли — нельзя. Но и в этом последнем случае система мгновенного экватора играет лишь вспомогательную роль. Ответить столь же определенно на два первых вопроса мы пока не можем. Правда, в п. 3 были описаны такие координатные системы, привязка которых к звездам осуществляется проще, чем привязка экваториальной системы. Они имеют еще одно важное преимущество:

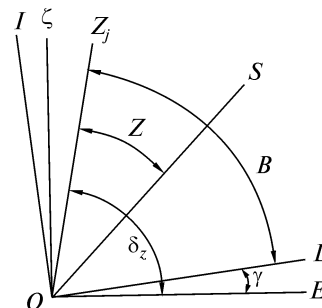


Рис. 5

положения звезд в таких системах можно находить, не занимаясь одновременно изучением вращения Земли (или вообще того тела, с которым связан наблюдатель); эти задачи разделяются.

Приведенных выше общих соображений, конечно, недостаточно для окончательного выбора такой системы, которая была бы наиболее удобной для наблюдателей и на Земле, и на других планетах Солнечной системы (естественных и искусственных). Этот выбор можно будет сделать только на основании практических опытов построения различных систем.

9. Ранее, в п. 7, мы ввели систему координат $X'Y'Z'$, в которой не изменяют своего положения зениты точек земной поверхности. Это было возможно потому, что согласно сделанному допущению углы между отвесными линиями в этих точках остаются постоянными, а созвездие зенитов не деформируется. Однако это допущение не соответствует действительности: относительные перемещения зенитов, хотя и незначительные, по-видимому, происходят. Значит, нам нужно как-либо иначе связать с зенитами вращающуюся систему координат.

Ее построение мы осуществим двумя этапами. Обозначение $X'Y'Z'$ сохраним для системы, в которой, как и ранее, постоянны L_1 , B_2 и B_3 , что возможно и в том случае, когда углы между отвесными линиями в первой, второй и третьей точках изменяются. Элементы матрицы T можно определить, если положение зенитов этих точек относительно звезд найдено из наблюдений. Но уравнение (7.1) теряет свою силу.

Сохраним символы B_j , L_j для обозначения начальных значений координат зенита j -й точки. Ее координаты в момент t будут уже другими, и мы обозначим их $B_j + \Delta B_j$, $L_j + \Delta L_j$, где ΔB_j , ΔL_j — малые величины, зависящие от времени. Тогда вместо (7.1) можно записать

$$T\bar{\rho}_j(t) = \begin{cases} \cos(B_j + \Delta B_j) \cos(L_j + \Delta L_j) \\ \cos(B_j + \Delta B_j) \sin(L_j + \Delta L_j) \\ \sin(B_j + \Delta B_j) \end{cases} \quad (9.1)$$

или

$$T\bar{\rho}_j(t) = \bar{R}_j + \bar{b}_j \Delta B_j + \bar{l}_j \Delta L_j, \quad (9.2)$$

где

$$\bar{b}_j = \frac{\partial T\bar{\rho}_j}{\partial B_j} = \begin{cases} -\sin B_j \cos L_j \\ -\sin B_j \sin L_j \\ \cos B_j \end{cases}, \quad \bar{l}_j = \frac{\partial T\bar{\rho}_j}{\partial L_j} = \begin{cases} -\cos B_j \sin L_j \\ \cos B_j \cos L_j \\ 0 \end{cases}. \quad (9.3)$$

Повернем теперь оси $X'Y'Z'$ на малые самолетные углы ε_x , ε_y , ε_z . Координаты j -й точки получат вследствие этого небольшие приращения, которые легко найти, если умножить обе части (9.2) на матрицу $E + e$, где E — единичная матрица, а

$$e = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 0 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (9.4)$$

Таким образом, вместо (9.2) будем иметь

$$(E + e)T\bar{\rho}_j(t) = \bar{R}_j + \bar{b}_j\Delta B_j + \bar{l}_j\Delta L_j + e\bar{R}_j, \quad (9.5)$$

причем

$$e\bar{R}_j = \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_z \cos B_j \sin L_j - \varepsilon_y \sin B_j \\ -\varepsilon_z \cos B_j \cos L_j + \varepsilon_x \sin B_j \\ \varepsilon_y \cos B_j \cos L_j - \varepsilon_x \cos B_j \sin L_j \end{array} \right\}.$$

Заметим, что

$$\bar{b}_j\Delta B_j + \bar{l}_j\Delta L_j + \varepsilon R_j \quad (9.6)$$

есть смещение зенита j -й точки относительно системы координат, которая получается путем поворота осей $X'Y'Z'$ на малые углы $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$. Можно найти такие значения этих углов, при которых будет выполняться условие

$$F = \sum_{j=1}^n (\bar{b}_j\Delta B_j + \bar{l}_j\Delta L_j + \varepsilon\bar{R}_j)^2 = \min. \quad (9.7)$$

Для этого нужно взять частные производные от F по $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ и приравнять их нулю. После необходимых выкладок

$$A\bar{\varepsilon} = \sum_{j=1}^n \bar{b}'_j\Delta B_j + \sum_{j=1}^n \bar{l}'_j\Delta L_j, \quad (9.8)$$

где A — симметричная матрица с такими элементами:

$$\left. \begin{array}{l} a_{xx} = \sum_{j=1}^n (1 - \cos^2 B_j \cos^2 L_j) \\ a_{xy} = a_{yx} = -\sum_{j=1}^n \cos^2 B_j \sin L_j \cos L_j \\ a_{xz} = a_{zx} = -\sum_{j=1}^n \sin B_j \cos B_j \cos L_j \\ a_{yy} = \sum_{j=1}^n (1 - \cos^2 B_j \sin^2 L_j) \\ a_{yz} = a_{zy} = -\sum_{j=1}^n \sin B_j \cos B_j \sin L_j, \quad a_{zz} = \sum_{j=1}^n \cos^2 B_j \end{array} \right\}, \quad (9.9)$$

$$\bar{b}'_j = \left\{ \begin{array}{l} \sin L_j \\ -\cos L_j \\ 0 \end{array} \right\}, \quad \bar{l}'_j = \left\{ \begin{array}{l} -\sin B_j \cos B_j \cos L_j \\ -\sin B_j \cos B_j \sin L_j \\ -\cos^2 B_j \end{array} \right\}. \quad (9.10)$$

Элементы матрицы A только буквенными обозначениями отличаются от элементов матрицы I' , рассмотренной в п. 3. Это вполне понятно, так как в обоих случаях решалась, по существу, одна и та же задача о привязке коор-

динатных осей к совокупности точек, перемещающихся на сфере единичного радиуса.

В одном случае это были изображения звезд, в другом — зениты. В обоих случаях вводятся матрицы, по форме совпадающие с тензорами инерции системы материальных точек единичной массы.

Самолетные углы ε_x , ε_y , ε_z находятся из решения уравнения (9.8), в которое нужно предварительно подставить численные значения элементов матрицы A , составляющих векторов \vec{b}'_j , \vec{l}'_j и смещений ΔB_j , ΔL_j .

Заметим, что, приравняв (9.6) нулю, мы можем сразу же получить зависимость приращений координат любой точки от углов поворота осей системы $X'Y'Z'$. Вот эти соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 B_j &= \varepsilon_x \sin L_j - \varepsilon_y \cos L_j \\ \Delta_1 L_j &= \operatorname{tg} B_j (\varepsilon_x \cos L_j + \varepsilon_y \sin L_j) \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

10. В данной статье мы попытались наметить возможные пути раздельного решения двух задач, которые до сих пор решались совместно: одна из них состоит в определении положений звезд, вторая — в изучении вращения того тела, с поверхности которого проводятся астрономические наблюдения. Понятно, что система координат, которая применяется в первой задаче, должна быть независима от этого вращения. Тогда наблюдатели на Земле, Луне или искусственных небесных телах смогут пользоваться при составлении звездных каталогов одной и той же координатной системой.

При решении второй задачи, в частности, при изучении вращения Земли приходится вводить координатную систему, привязанную к зенитам. Это удобно сделать так: сначала связать оси вращающейся системы с зенитами только трех точек земной поверхности, затем находить малые дополнительные углы поворота вокруг трех координатных осей.

Окончательной системой предлагается считать такую, в которой минимальна сумма квадратов относительных перемещений зенитов всех рассматриваемых точек (обсерваторий).

Выяснилось, что в изложенной схеме без системы мгновенного полюса все же обойтись нельзя, однако ей отводится лишь вспомогательная роль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Woolard E.W., Clemence G.M. Spherical Astronomy. — New York; London, 1960.
2. Danjon A. Bull. Astronomique. — 1902. — 23. — P. 187.
3. Подобед В.В. Фундаментальная астрометрия. — М.: Наука, 1968.
4. Jeffreys H. Foreword to «Nutation» by Ye.P. Fedorov. — Pergamon Press, 1963.
5. The Observatory. — 1969. — 89, N 972. — P. 171.

А.Н. КУРЬЯНОВА, Е.П. ФЕДОРОВ

О СИСТЕМАТИЧЕСКИХ И СЛУЧАЙНЫХ РАЗНОСТЯХ ЗВЕЗДНЫХ КАТАЛОГОВ*

§ 1. При составлении сводных каталогов координат звезд приходится давать оценку точности исходных каталогов и назначать им веса. Было бы желательно иметь метод решения этих задач, устраняющий тот произвол, от которого не свободны применяемые обычно способы. Мы не имеем в виду предлагать здесь такой метод в окончательной форме, а остановимся лишь на некоторых соображениях, связанных с его разработкой.

Ошибки координат звезд принято делить на систематические и случайные. Чтобы это сделать, нужно, во-первых, точно определить, что именно следует понимать под ошибками того и другого рода, и, во-вторых, применять такой способ оценки ошибок, который соответствует принятым определениям. Это особенно важно потому, что с систематическими и случайными ошибками поступают по-разному: первые стремятся исключить, а вторые используют для вывода весов.

В литературе по астрометрии можно найти различные определения термина «систематическая ошибка». С одной стороны, так называют ошибки, которые «сохраняют свое значение при повторных наблюдениях в аналогичных условиях». С другой стороны, «систематической ошибкой каталога называется ошибка, которая искажает одинаковым образом координаты всех звезд на некотором участке небесной сферы» и изменяется плавно от участка к участку [1].

Эти определения принципиально различаются, а сам способ вычисления систематической ошибки должен зависеть от того, какое из них мы примем. Поясним приведенное следующим образом. Представим ошибку $x(t)$ в виде суммы двух функций некоторого аргумента t : детерминированной $F(t)$ и случайной $\varphi(t)$:

$$x(t) = F(t) + \varphi(t). \quad (1.1)$$

Пусть мы имеем несколько реализаций функции $X(t)$, именно

$$x_1(t) = F(t) + \xi_1(t),$$

$$x_2(t) = F(t) + \xi_2(t),$$

.....

* Труды 18-й Астрометрической конференции СССР (Пулково, 2—5 июня 1969 г.). — Л., 1972.

$$\dots\dots\dots$$

$$x_n(t) = F(t) + \xi_n(t).$$

Здесь $F(t)$ является систематической ошибкой, которая сохраняет свое значение при всех реализациях, или, иначе говоря, при всех повторных наблюдениях. Если принять, как обычно, что математическое ожидание случайной части $M\varphi(t)$ равно нулю, то

$$F(t) = Mx(t), \tag{1.2}$$

и в качестве оценки систематической ошибки мы можем пользоваться средним $\bar{x}(t)$, взятым по всем имеющимся реализациям. Тогда случайная ошибка находится по отклонениям

$$x_i(t) - \bar{x}(t). \tag{1.3}$$

Экспериментатор, повторяя опыт, может получить такое число реализаций случайного процесса, какое он считает необходимым для надежной оценки измеряемой величины. Астроном такой возможности обычно не имеет.

Перейдем теперь ко второму определению систематической ошибки. Согласно этому определению мы должны, взяв всего одну реализацию $x(t)$, выделить ее медленно изменяющуюся часть. Пусть значения функции $x(t)$ получены в $2N$ точках, причем интервал между соседними точками равен τ . Представим $x(t)$ рядом Фурье:

$$x(t) = a_0 + \sum_{l=1}^N (a_l c \cos lt + b_l c \sin lt). \tag{1.4}$$

Коэффициенты a_0, a_l, b_l вычисляются по известным формулам Бесселя. Например,

$$a_l = \frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{2N\tau} x(t) \cos lt = a'_l + a''_l,$$

где

$$a'_l = \frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{2N\tau} F(t) \cos lt; \quad a''_l = \frac{1}{N} \sum_{\tau=0}^{2N\tau} \xi(t) \cos lt,$$

причем a'_l имеет одно и то же значение для всех реализаций; a''_l изменяется случайным образом от реализации к реализации.

Аналогично

$$a_0 = a'_0 + a''_0; \quad b_l = b'_l + b''_l.$$

Теперь нужно условиться о том, что следует понимать под «плавно» изменяющейся составляющей функции $x(t)$. Это можно сделать путем задания некоторого предельного значения L частоты l (вопрос о выборе L будет рассмотрен позже). Тогда

$$x_L(t) = a_0 + \sum_{l=1}^L (a'_l \cos lt + b'_l \sin lt) + \sum_{l=1}^L (a''_l \cos lt + b''_l \sin lt), \tag{1.5}$$

т. е. сумму нескольких долгопериодических членов в разложении функции $x(t)$ и можно считать плавно изменяющейся составляющей этой функции.

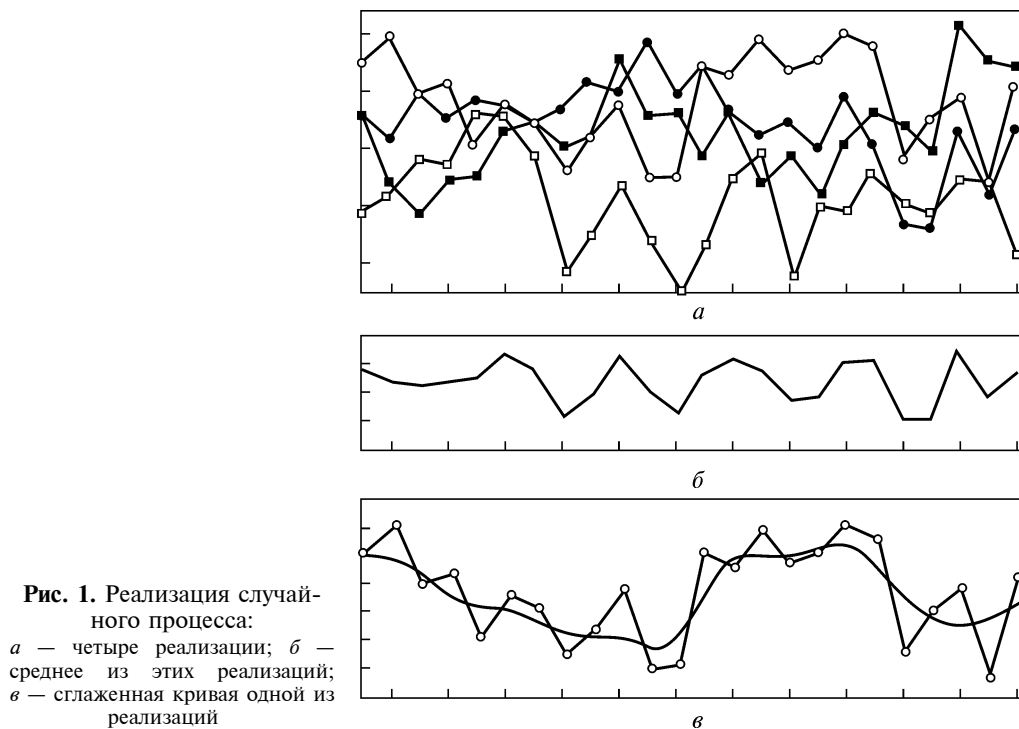


Рис. 1. Реализация случайного процесса:
a — четыре реализации; *б* — среднее из этих реализаций;
в — сглаженная кривая одной из реализаций

Мы видим, что $x_L(t)$ не совпадает с $F(t)$. Отсюда следует, что термином «систематическая ошибка» действительно обозначают принципиально различные величины, а этого во избежание путаницы не следовало бы делать.

Приведенные рассуждения иллюстрирует рис. 1. При осреднении по четырем реализациям систематическая часть проявляется в виде кривой, напоминающей синусоиду (рис. 1, *б*). Сглаживание одной из реализаций дает кривую совсем иного вида (рис. 1, *в*).

Пусть при разложении последовательности $x(t)$ в ряд (1.4) обнаруживается, что амплитуды некоторых гармоник заметно превосходят другие. Имеются статистические критерии, позволяющие установить, значимо ли это различие. Если ответ положителен, можно допустить, что сумма «значимых» членов ряда (1.4) дает оценку систематической ошибки, т. е. что такие же члены будут обнаруживаться всякий раз при повторении наблюдений на том же инструменте и в тех же условиях.

Такой подход к разделению систематических и случайных ошибок последовательно осуществляется в работе П. Броше [2], причем он рассматривает зависимость ошибок координат звезд от их прямых восхождений и склонений совместно, иначе говоря, изучает поле ошибок. Это поле П. Броше представляет в виде суммы сферических функций, из которых выделяет «значимые», а остаточные отклонения принимает за случайные независимые величины.

Здесь мы ограничимся изучением зависимости ошибок координат только от прямого восхождения. Это значительно сокращает выкладки и позволяет более просто разъяснить принципиальную сторону задачи.

§ 2. Изучение систематических ошибок каталогов начинается с их сравнения. Изложенные выше соображения мы применим теперь к разностям координат звезд ($\Delta\alpha$ или $\Delta\delta$) в двух каталогах. Разности, подученные после исключения ошибок, зависящих от δ , мы обозначим через x_i , где i — номер звезды с прямым восхождением α_i :

$$i = 0, 1, 2, \dots, 2N - 1,$$

где $2N$ — общее число сравниваемых звезд.

Мы проделаем с последовательностью x_i те операции, которые обычно делаются для определения «систематической» разности каталогов вида $x(\alpha)$, и покажем, что по существу эти операции представляют собой фильтрацию, т. е. разделение (хотя и неполное) долгопериодических и короткопериодических составляющих. Вычисления ведутся в два этапа: сперва все x_i разбиваются на часовые или двухчасовые группы и находятся средние для каждой группы. Потом эти средние сглаживаются тем или иным способом: графически, скользящим суммированием по тройкам и пр. Сглаженную кривую и называют «систематической» разностью каталогов.

Рассмотрим последовательно оба этапа.

Первый этап — образование групповых средних

Заметим, что

$$x[(2N + i)\tau] = x(i\tau).$$

Разобьем $2N$ разностей на $2m$ групп по n звезд в каждой так, что в нулевую группу войдут звезды с номерами $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, в первую — $n, n + 1 \dots \dots 2n - 1$ и т. д. В общем случае

$$i = jn + k,$$

где

$$k = 0, 1, 2, \dots, n - 1,$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, 2m - 1, m = \frac{N}{n}.$$

Последовательность $x(i\tau)$ можно представить тригонометрическим многочленом:

$$\begin{aligned} x(i\tau) &= a_0 + \sum_{l=1}^N [a_l \cos l(jn + k)\tau + b_l \sin l_l(jn + k)\tau] = \\ &= a_0 + \sum_{l=1}^N (a_l \cos lk\tau \cos ljn\tau - a_l \sin lk\tau \sin ljn\tau + \\ &\quad + b_l \sin lk\tau \cos ljn\tau + b_l \cos lk\tau \sin ljn\tau). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Образуем групповые средние:

$$x_j = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} x[(jn + k)\tau]. \quad (2.2)$$

Выясним, как влияет такое осреднение на коэффициенты членов суммы (2.1). Для этого выберем из последовательности $x(it)$ значения при каком-либо фиксированном k . Мы получим $2m$ значений, равномерно распределенных с интервалом

$$T = n\tau,$$

т. е. новую последовательность:

$$x(jT) = x(jn\tau), \quad j = 0, 1, 2, \dots, 2m - 1,$$

которую мы также можем представить в виде суммы тригонометрических членов:

$$x(jT) = A_0 + \sum_{r=1}^m [A_r \cos rjT + B_r \sin rjT].$$

Коэффициенты A_0, A_r, B_r вычисляются по следующим формулам Бесселя:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2m} \sum_{j=0}^{2m-1} x(jT), \\ A_r &= \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{2m-1} x(jT) \cos rjT, \\ B_r &= \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{2m-1} x(jT) \sin rjT. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Сюда нужно подставить значения $x(jT)$ из (2.1) и затем провести осреднение по всем k от 0 до $n - 1$. Опуская элементарные, но довольно громоздкие выкладки, приведем окончательные значения коэффициентов, которые получаются при разложении последовательности (2.2) в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} \bar{A}_r &= \frac{1}{n} \left\{ a_r \sum_{k=0}^{n-1} \cos rk\tau + b_r \sum_{k=0}^{n-1} \sin rk\tau + \right. \\ &+ \left. \sum_p a_{r+pm} \sum_{k=0}^{n-1} \cos(r+pm)k\tau + \sum_p b_{r+pm} \sum_{k=0}^{n-1} \sin(r+pm)k\tau \right\}, \\ \bar{B}_r &= \frac{1}{n} \left\{ -a_r \sum_{k=0}^{n-1} \sin rk\tau + b_r \sum_{k=0}^{n-1} \cos rk\tau - \right. \\ &- \left. \sum_p a_{r+pm} \sum_{k=0}^{n-1} \sin(r+pm)k\tau + \sum_p b_{r+pm} \sum_{k=0}^{n-1} \cos(r+pm)k\tau \right\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Воспользовавшись известными формулами сумм синусов и косинусов кратных дуг, мы из (2.4) получим

$$\begin{aligned} \bar{A}_r &= C_r a_r + S_r b_r + \sum_p C_{r+pm} a_{r+pm} + \sum_p S_{r+pm} b_{r+pm}, \\ \bar{B}_r &= C_r b_r - S_r a_r + \sum_p C_{r+pm} b_{r+pm} - \sum_p S_{r+pm} a_{r+pm}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где

$$C_{r+pm} = \cos \beta_{r+pm} \frac{\sin n \beta_{r+pm}}{n \sin \beta_{r+pm}}, \quad (2.6)$$

$$S_{r+pm} = C_{r+pm} \operatorname{tg} \beta_{r+pm};$$

$$\beta_{r+pm} = \frac{(r+pm)\tau}{2}. \quad (2.7)$$

Таким образом, в разложении групповых средних в ряд Фурье содержатся только гармоники от первой до гармоники порядка m , где $2m$ — число групп. Однако, как видно из (2.5), амплитуда любой из этих гармоник

$$H_r = \sqrt{A_r^2 + B_r^2} \quad (2.8)$$

будет зависеть не только от амплитуды гармоники того же порядка в исходной последовательности, но и от коэффициентов гармоник более высокого порядка $r+pm$. Только в том случае, когда вклад этих гармоник пренебрежимо мал, осреднение по группам превращается в простую фильтрацию с передаточной функцией

$$K = \frac{\sin n \frac{r\tau}{2}}{n \sin \frac{r\tau}{2}}. \quad (2.9)$$

Тогда мы имеем

$$H_r = K h_r, \quad (2.10)$$

где

$$h_r = \sqrt{a_r^2 + b_r^2}.$$

Второй этап — сглаживание групповых средних

Итак, мы получили последовательность групповых средних

$$\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_j, \dots, x_{2m-1}, \quad (2.11)$$

причем интервал по α между двумя соседними членами последовательности равен

$$T = \frac{2\pi}{2m},$$

а среднее значение прямого восхождения j -й группы

$$\alpha_j = jT.$$

Последовательность (2.11) можно также представить тригонометрическим многочленом:

$$x(jT) = \bar{A}_0 + \sum_{r=1}^m (\bar{A}_r \cos rjT + \bar{B}_r \sin rjT),$$

а коэффициенты $\bar{A}_0, \bar{A}_r, \bar{B}_r$ вычислить либо по формулам (2.5), если известны

коэффициенты разложения исходной последовательности, либо по формулам Бесселя (2.3), в которых x заменено на \bar{x} .

Теперь задача состоит в том, чтобы, применяя к (2.11) ту или иную операцию сглаживания, выделить долгопериодическую часть в разностях координат звезд. Часто для этого применяется скользящее суммирование по тройкам. Тогда, обозначая сглаженное значение через \tilde{x}_j , имеем

$$\tilde{x}_j = \frac{1}{3}(\bar{x}_{j-1} + \bar{x}_j + \bar{x}_{j+1}).$$

Передаточная функция такого сглаживания имеет такой вид

$$f(\omega_r) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos \omega_r.$$

Она равна 1 при $\omega_r = 0$, переходит через нуль при $\omega_r = 120^\circ$ и отрицательная при больших значениях ω_r . Значит, с увеличением порядка гармоник их амплитуды будут последовательно уменьшаться. В Гейдельбергском астрономическом институте [3] сглаживание проводится по формуле

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) = & 0,1\bar{x}(t - 2^h) + 0,2\bar{x}(t - 1^h) + 0,4\bar{x}(t) + \\ & + 0,2\bar{x}(t + 1^h) + 0,1\bar{x}(t + 2^h), \end{aligned}$$

полученной путем подбора таких коэффициентов c_i , при которых достигается наилучшее согласие с графическим выравниванием. Передаточная функция применяемого оператора

$$f(\omega_r) = 0,4 + 0,4 \cos \omega_r + 0,2 \cos 2\omega_r$$

не имеет действительных корней. Но для нас было бы важно найти такой линейный оператор, который, по возможности не искажая долгопериодические гармоники до некоторого предельного порядка L , полностью отфильтровывал бы гармоники более высоких порядков так, чтобы короткопериодические колебания вообще не содержались в сглаженной кривой. Теперь мы и займемся этой задачей.

Общая формула скользящего суммирования записывается так:

$$\tilde{x}_j = \sum_{i=-\mu}^{\mu} c_i \bar{x}_j + i, \quad (2.12)$$

причем

$$c_{-i} = c_i, \quad \sum_{i=-\mu}^{\mu} c_i = 1.$$

Последовательность сглаженных значений представим также в форме тригонометрического полинома:

$$\tilde{x}(jT) = \bar{A}_0 + \sum_{r=1}^m (\bar{A}_r \cos rjT + \bar{B}_r \sin rjT).$$

Коэффициенты $\bar{A}_0, \bar{A}_r, \bar{B}_r$ выражаются через $\tilde{x}(jT)$ с помощью формул вида (2.3).

После несложных преобразований получаем следующие соотношения между коэффициентами сглаженной и несглаженной последовательностей:

$$\begin{cases} \tilde{A}_r = \sum_{i=-\mu}^{\mu} c_i v_{ir}, \\ \tilde{B}_r = \sum_{i=-\mu}^{\mu} c_i w_{ir}; \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\begin{cases} v_{ir} \bar{A}_r \cos irT + \bar{B}_r \sin irT, \\ w_{ir} = -\bar{A}_r \sin irT + \bar{B}_r \cos irT. \end{cases} \quad (2.14)$$

Теперь задачу можно формулировать так. Нужно найти такие значения коэффициентов c_i выражения (2.12), чтобы по возможности удовлетворялись следующие условия:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_r + \bar{A}_r, \quad \tilde{B}_r = \bar{B}_r \quad \text{при } r \leq L, \\ \tilde{A}_r = \tilde{B}_r = 0 \quad \text{при } r > L. \end{aligned} \quad (2.15)$$

После подстановки (2.14) в (2.13) и некоторых преобразований эти условия приводят нас к следующей системе уравнений:

$$c_0 + 2 \sum_{i=1}^{\mu} c_i \cos irT = \delta_r, \quad (2.16)$$

причем

$$\begin{aligned} \delta = 1 \quad \text{при } r \leq L, \\ \delta = 0 \quad \text{при } r > L. \end{aligned}$$

Поскольку r принимает значение от 1 до m , мы будем иметь всего m уравнений вида (2.16). К ним добавляется условие

$$c_0 + 2 \sum_{i=1}^{\mu} c_i = 1.$$

Следовательно, точное решение возможно при $\mu = m$. При этом сглаживание с помощью (2.12) делается по всем членам исходной последовательности. Задавшись предельным порядком L , мы полностью сохраняем в сглаженной кривой гармоники, порядок которых не превосходит L , и исключаем все остальные. Если взять меньшее число коэффициентов c_i , то число уравнений будет больше числа неизвестных и удовлетворить условиям (2.15) уже не удастся. В этом случае мы поступаем с (2.16) так же, как при решении условных уравнений в способе наименьших квадратов при наложении обязательного условия (2.17). Связь между амплитудами гармоник сглаженной и исходной последовательностей имеет такой вид:

$$\tilde{H}(\omega_r) = f(\omega_r)H(\omega_r),$$

причем передаточная функция $f(\omega_r)$ находится по формуле

$$f(\omega_r) = c_0 + 2 \sum_{i=1}^{\mu} c_i \cos i\omega_r.$$

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

c_i	L				
	1	3	6	9	11
$2\mu + 1 = 3$					
c_0	0,352	0,373	0,485	0,708	0,900
c_1	0,324	0,313	0,257	0,146	0,050
$2\mu + 1 = 13$					
c_0	0,111	0,300	0,533	0,790	0,950
c_1	0,109	0,261	0,307	0,188	0,058
c_2	0,100	0,164	-0,051	-0,157	-0,050
c_3	0,088	0,050	-0,110	0,094	0,058
c_4	0,069	-0,033	0,074	-0,043	-0,050
c_5	0,050	-0,060	0,052	-0,016	0,058
c_6	0,028	-0,033	-0,040	0,040	-0,050
$2\mu + 1 = 25$					
c_0	0,125	0,292	0,542	0,792	0,958
c_1	0,122	0,253	0,316	0,194	0,042
c_2	0,114	0,156	-0,04	-0,156	-0,042
c_3	0,101	0,042	-0,101	0,101	0,042
c_4	0,083	-0,042	0,042	-0,042	-0,042
c_5	0,063	-0,068	0,054	-0,009	0,042
c_6	0,042	-0,042	-0,042	0,042	-0,042
c_7	0,020	0,007	-0,032	-0,052	0,042
c_8	0	0,042	0,042	0,042	-0,042
c_9	-0,017	0,042	0,017	-0,017	0,042
c_{10}	-0,030	0,011	-0,042	-0,011	-0,042
c_{11}	-0,039	-0,026	-0,005	0,033	0,042
c_{12}	-0,021	-0,021	0,021	-0,021	-0,021

Обычно сглаживаются двухчасовые ($m = 6$) или часовые ($m = 12$) групповые средние, для последнего случая нами и были вычислены коэффициенты c_i при значениях $2\mu + 1$ от 3 до 25 и L от 1 до 11 (см. таблицу).

Графики функций $f(\omega_r)$ для $\mu = 1, 6, 12$ и $L = 3$ показаны на рис. 2, хотя при $\mu < m$ полного разделения долго- и короткопериодических гармоник не достигается, всегда можно количественно оценить, какое влияние оказывает сглаживание на их амплитуды.

§ 3. Чтобы пояснить практическое применение изложенной выше методики, мы воспользовались данными сравнения каталогов $\mu\alpha\Phi$ 678 с FK4. В работе [4] приводятся разности прямых восхождений 292 звезд, имеющих в обоих каталогах ($2N = 292$).

В последовательности этих разностей, как показал их спектральный анализ по схеме Тюки [5], выделяются гармоники с периодами 12^h и 8^h или частотами 2 и 3 (рис. 3). Для определения их амплитуд и фаз мы разделили все разности $x(\alpha)$ сперва по фазам первой, затем по фазам второй волны (рис. 4). Таким образом были выделены следующие основные гармоники (коэффициенты даны в $0^s.001$):

$$-2,8 \cos 2\alpha + 1,6 \sin 2\alpha + 3,1 \cos 3\alpha + 1,6 \sin 3\alpha. \quad (3.1)$$

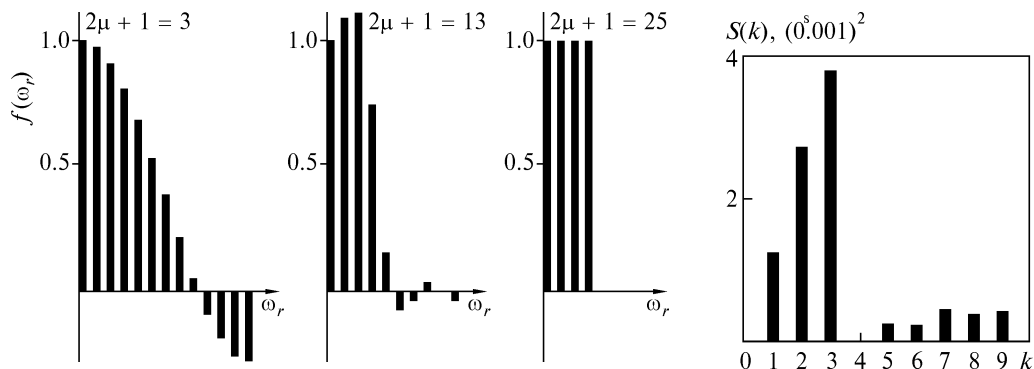


Рис. 2. Передаточная функция $f\omega_r$ при $L = 3$: ω_r — частота r -й гармоники в разложении в ряд Фурье; $2\mu + 1$ — число членов последовательности, участвующих в получении сглаженного значения

Рис. 3. Спектр мощности разности прямых восхождений: k — номер гармоники; $S(k)$ — квадрат относительной амплитуды k -й гармоники. В области больших значений k амплитуды колеблются около среднего уровня

Амплитуды остальных волн изменяются от нуля до $0^{\circ}.002$, но без какой-либо заметной закономерности, имея вид спектра «белого шума». Затем, следуя принятой методике, все разности были разбиты на 24 часовых группы ($2m = 24$) и для каждой группы получено среднее значение $\bar{x}_j(\alpha)$. В нашем случае из (2.9) имеем

$$K_2 = 0,989; \quad K_3 = 0,975,$$

так что амплитуды гармоник с аргументами 2α и 3α практически не изменяются. Непосредственное разложение $x(\alpha)$ в ряд Фурье дает

$$\bar{x}(\alpha) = \tilde{x}(\alpha) + \bar{\eta}(\alpha), \tag{3.2}$$

где $\tilde{x}(\alpha) = -3,0 \cos 2\alpha + 1,6 \sin 2\alpha + 2,9 \cos 3\alpha + 0,9 \sin 3\alpha$; $\bar{\eta}(\alpha)$ — вклад гармоник более высоких порядков.

Для того чтобы проверить, насколько хорошо последовательность $\bar{x}(\alpha)$ представляется только двумя периодическими членами, мы воспользовались

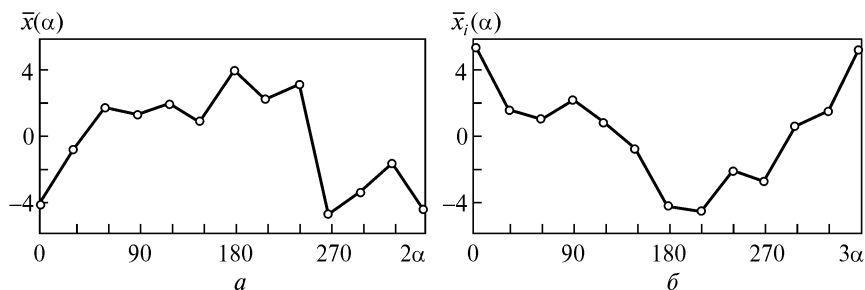


Рис. 4. Волны с периодами 12^h (а) и 8^h (б) в разностях $x(\alpha)$

v^2 -критерием. С этой целью вычислялись две независимые оценки дисперсии:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2N - n} \sum_{i=1}^{2N} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2,$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{n - 5} \sum_{j=1}^n n_j (\bar{x}_j - \tilde{x}_j)^2,$$

где n_j — число звезд в j -й часовой группе.

Оценка дисперсии σ_1^2 характеризует меру рассеяния индивидуальных значений около групповых средних; σ_2^2 — меру рассеяния групповых средних около теоретической кривой, которая учитывает вклад только волн 2α и 3α . Из статистики известно, что в случае выполнения гипотезы об удовлетворительности представления последовательности чисел теоретической кривой величина

$$v^2 = \frac{(2N - n) \sum_{j=1}^n n_j (\bar{x}_j - \tilde{x}_j)^2}{(n - 5) \sum_{i=1}^{2N} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$$

должна иметь $F(m, l)$ -распределение с числом степеней свободы числителя $m = n - 5$ и знаменателя $l = 2N - n$.

Задаемся достаточно малым уровнем значимости β и находим по таблицам $F(n - 5, 2N - n)$ -распределения 100β , т. е. процентную точку v_β^2 . Если $v^2 < v_\beta^2$, то наша гипотеза не противоречит экспериментальным данным. Мы имеем $m = 24 - 5 = 19$, $l = 292 - 24 = 268$, $v^2 = 1,48$. Задаемся уровнем значимости $\beta = 0,05$ и находим по таблицам $F(19, 268)$ -распределения $v_\beta^2 = 1,60$. Так как $v^2 < v_\beta^2$, то гипотеза о том, что последовательность групповых средних удовлетворительно представляется волнами 2α и 3α , справедлива.

Полученный результат показывает, что в рассматриваемом случае предельный порядок гармоник L можно принять равным 3. Задавшись каким-либо значением μ , мы из соответствующей таблицы выбираем коэффициенты c_i для L , равного 3, и проводим сглаживание по формуле (2.12). Результаты приведены на рис. 5 (при $\mu = 6$).

§ 4. Остановимся теперь на вопросе о назначении весов. Пусть мы имеем Q отдельных каталогов, по которым хотим получить сводный каталог. Введем такие обозначения: α_{qi} — прямые восхождения i -й звезды в q -м каталоге; $\bar{\alpha}_i$ — среднее из α_{qi} по всем Q каталогам; $x_q(i\tau) = \alpha_{qi} - \bar{\alpha}_i$.

В первом приближении $x_q(i\tau)$ можно принять за ошибку α_{qi} . Так же, как в (1.4), положим

$$x_q(i\tau) - a_{q0} = \sum_{l=1}^N (a_{ql} \cos li\tau + b_{ql} \sin li\tau), \quad (4.1)$$

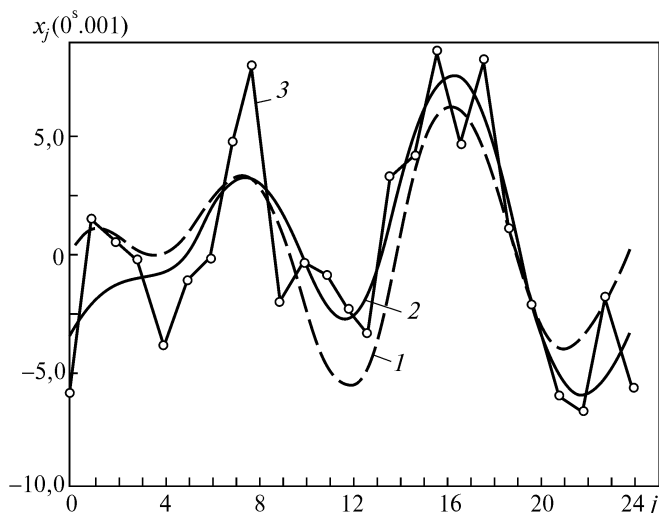


Рис. 5. Разности прямых восхождений $x(\alpha)$:
 1 — график функции $\tilde{x}(\alpha)$; 2 —
 сглаженные значения, полученные по (2.12); 3 — групповые
 средние \bar{x}_j

$$a_{ql}^2 + b_{ql}^2 = h_{ql}^2. \quad (4.2)$$

Образует взвешенное среднее из Q последовательностей (4.1):

$$x(i\tau) = \sum_{q=1}^Q P_q x_q - \bar{a}_0 = \sum_{l=1}^N (\bar{a}_l \cos li\tau + \bar{b}_l \sin li\tau), \quad (4.3)$$

где

$$\bar{a}_l = \sum_{q=1}^Q P_q a_{ql}, \quad \bar{b}_l = \sum_{q=1}^Q P_q b_{ql}; \quad (4.4)$$

P_q — произвольные числа, на которые пока наложено только следующее условие:

$$\sum_{q=1}^Q P_q = 1. \quad (4.5)$$

Теперь введем второе условие: в последовательности $x(i\tau)$ амплитуда гармоника порядка l должна быть минимальной, т. е.

$$h_l^2 = \bar{a}_l^2 + \bar{b}_l^2 = \min. \quad (4.6)$$

Имея в виду (4.4), можем переписать это условие так:

$$\sum_{q=1}^Q P_q^2 h_{ql}^2 + w = \min,$$

где w — сумма членов вида $P_q P_s a_{ql} a_{sl}$. Если a_{ql} , a_{sl} — попарно независимые случайные величины, то при увеличении Q сумма w будет стремиться к нулю. Имея это в виду и учитывая условие (4.5), получаем

$$\sum_{q=1}^Q P_q^2 h_{ql}^2 - 2\lambda \left(\sum_{q=1}^Q P_q - 1 \right) = \min,$$

где λ — вспомогательный множитель. Отсюда

$$P_q = \frac{1}{h_{ql}^2}. \quad (4.7)$$

Вместо (4.6) можно ввести различные другие условия, например:

$$\sum_{l=1}^N h_l^2 = \min, \quad \sum_{l=1}^L h_l^2 = \min, \quad \sum_{l=L+1}^N h_l^2 = \min. \quad (4.8)$$

Соответственно этому получаются следующие системы весов (постоянные для каждой системы включены в произвольный множитель λ):

$$P_q = \frac{\lambda}{S_q^2}, \quad P'_q = \frac{\lambda}{s_q^2}, \quad P''_q = \frac{\lambda}{S_q^2 - s_q^2}, \quad (4.9)$$

где

$$S_q^2 = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N h_{ql}^2, \quad s_q^2 = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L h_{ql}^2. \quad (4.10)$$

Воспользовавшись (4.1), легко показать, что S_q^2 есть средний квадрат разности $x_q(i\tau) - a_{q_0}$, т. е. выборочная дисперсия ошибок q -го каталога; s_q^2 — дисперсия, обусловленная только долгопериодической частью этих ошибок. Веса P''_q называют «весами в случайном отношении», а P'_q — «весами в систематическом отношении».

Мы видим, что система весов зависит не только от качества индивидуальных каталогов, но и от того, какие именно ошибки стремятся свести к минимуму при составлении сводного каталога.

Применяя изложенные выше принципы при составлении сводного каталога нужно:

- 1) решить, на сколько групп разделить звезды;
- 2) определить высший порядок гармоник L ; для этого из сравнения каталогов находят «значимые» гармоники в разложении вида (4.1); далее возможны два варианта: для каждого индивидуального каталога берется свое значение L или для всех каталогов — одно и то же значение;
- 3) выбрать подходящее значение μ .

На этих этапах неизбежен некоторый произвол, вполне аналогичный тому, который допускается при любой статистической обработке данных наблюдений, когда назначается уровень значимости. Зато при дальнейших вычислениях всякий произвол исключается полностью; все вычисления можно проводить на быстродействующих машинах, получая всегда однозначные результаты.

Намеченный метод предполагается обобщить так, чтобы сглаживание ошибок проводить одновременно по двум координатам. Это и является очередной задачей, после решения которой схема составления сводного каталога может быть дана в окончательном виде.

Е.П. ФЕДОРОВ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Подобед В.В.* Фундаментальная астрометрия. — М.: Наука, 1968.
2. *Brosche P.* Veröff. Astron. Inst. Hedelberg, N 17, 1966.
3. *Brosche P., Nowacki N., Strobel W.* Veröff. Astron. Inst. Heidelberg, N 15, 1964.
4. *Афанасьева П.М., Павлов Н.Н., Старицын Г.В.* Тр. ГАО, № 75, 1966.
5. *Munk W.H., Snodgrass F.E., Nucker M.J.* Bull. Univ. California, 7, N 4, 1959.

A.N. KURIANOVA, E.P. FEDOROV

ON SYSTEMATIC AND ACCIDENTAL DIFFERENCES OF STAR CATALOGUES

Summary

The difference of right ascensions of stars in the two catalogues are represented usually as the Fourier series. An application of standard methods of calculation of the averaged values and their smoothing amounts practically to deriving the long-period harmonics of the above series. It is suggested, using the spectral analysis, to derive harmonics with the amplitudes exceeding the mean level and then to smooth the group means. The coefficients of this formula are determined so that only main harmonics would retain in the smoothed curve. This method is illustrated by a comparison of the Pulkovo catalogue Ф 678 with the FK4. The recommendations on assignation of weights to catalogues are given. The proposed method, generalized for simultaneous smoothing the both coordinates, will permit to make all the calculations with the use of an electronic computer.

Е.П. ФЕДОРОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАПРАВЛЕНИЙ КООРДИНАТНЫХ ОСЕЙ КАТАЛОГОВ ЗВЕЗД*

Определение относительной ориентировки координатных систем двух каталогов заключается в нахождении углов u , v , w , на которые нужно повернуть оси одного каталога, чтобы совместить их с осями другого¹, как это показано на рис. 1. Абсолютную ориентировку осей каталога определяют углы, на которые нужно повернуть эти оси, чтобы совместить их с осями истинной экваториальной системы координат. В данной работе рассматривается возможность нахождения этих углов из наблюдений.

Различают два рода ошибок координат звезд. Ошибки первого рода вызываются именно отклонением координатных осей каталога от истинных экваториальных осей. На относительные положения звезд они не влияют. Ошибки второго рода не связаны с ориентировкой осей каталога, но изменяют относительные положения звезд. Это проявляется, например, в том, что длина дуги большого круга, которая соединяет на небесной сфере две какие-либо звезды, отличается от истинной, если вычисляем ее по координатам звезд, взятым из каталога.

В дальнейшем будем считать, что рассматриваемый каталог свободен от ошибок второго рода. Хотя таких каталогов, разумеется, нет, мы делаем это допущение, так как оно существенно упростит дальнейшие рассуждения и придаст ясность геометрическому построению осей координатных систем двух каталогов. В частности, экватором каталога будет малый круг, проведенный так, что его угловые расстояния от трех каких-либо звезд равны их каталожным склонениям². Чтобы построить этот круг на небесной сфере, нужно сделать засечки дугами малых кругов с центрами в избранных звездах A_1 , A_2 , A_3 и радиусами, равными их каталожным склонениям соответственно δ_{k1} , δ_{k2} , δ_{k3} (рис. 2). Малый круг KK , касательный к этим дугам, называют экватором каталога, большой круг K_1K_1 , параллельный KK , — исправленным экватором каталога, а расстояние $\Delta\delta_0$ на сфере между кругами KK и K_1K_1 — поправкой экватора каталога. Эту дугу считаем положительной, если экватор K_1K_1 находится к северу от KK . Если от основания сферического перпендику-

* Астрометрия и астрофизика, 1974. — Вып. 24.

¹ Формулы, связывающие эти углы с разностями координат звезд в двух каталогах, приведены в работе [1].

² Выбор звезд произволен, единственное ограничение состоит в том, что прямые восхождения не должны быть равны между собой.

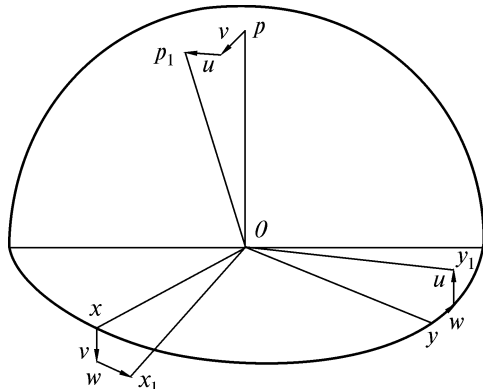


Рис. 1. Относительная ориентировка координатных систем двух каталогов

ляра, опущенного из какой-либо звезды, например A_1 , на экватор K_1K_1 , отложить каталожное прямое восхождение этой звезды, получим начало счета прямых восхождений каталога. Проведем через эту точку ось OX_k , а ось OY_k направим под углом 90° к востоку в плоскости экватора K_1K_1 . Тогда ось OZ_k пройдет через полюс большого круга K_1K_1 . На этом построение координатной системы, к которой в каталоге отнесены положения звезд, заканчивается.

Чтобы найти положение эклиптики относительно исправленного экватора каталога K_1K_1 , необходимо определить относительным способом (т. е. путем привязки к звездам) хотя бы два положения Солнца, исправленные за отклонения широты, которые обусловлены возмущениями орбитального движения Земли. Пусть это будут точки S' и S'' . Проходящий через них большой круг и будет истинной эклиптикой EE ; угол, под которым он пересекает исправленный экватор каталога в точке N_1 , обозначим ε_1 (рис. 3). Для нахождения истинного экватора одновременно с определениями склонений Солнца относительным способом определим его абсолютные склонения. Истинным экватором будет большой круг TT , проходящий на угловых расстояниях δ' и δ'' соответственно от точек S' и S'' . Точка N , в которой он пересекает истинную эклиптику EE , есть точка весеннего равноденствия.

В дальнейшем нам придется пользоваться несколькими координатными системами. Условимся обозначать их двумя буквами в скобках: первая буква — полюс основного круга системы, вторая — начало отсчета дуг на этом круге. Пусть Q, P, P_1 — соответственно полюсы эклиптики истинного экватора и экватора каталога. После символа системы запишем обозначения сферических координат точки в этой системе; эклиптическая система (QN) , λ, β ; истинная экваториальная система (PN) , α, δ ; исправленная система каталога (P_1N_1) , α_1, δ_1 ; исходная система каталога (P_1X_k) ,

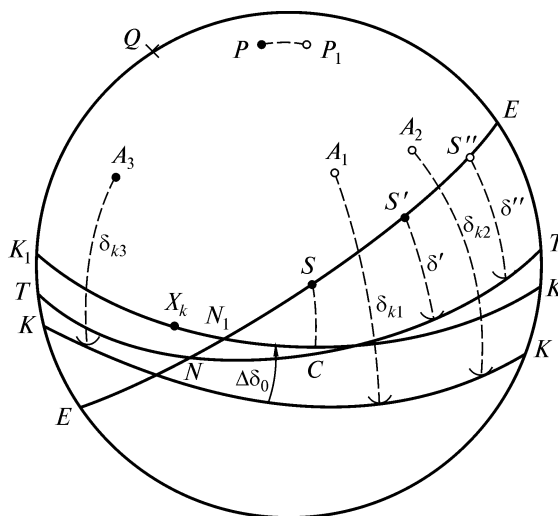
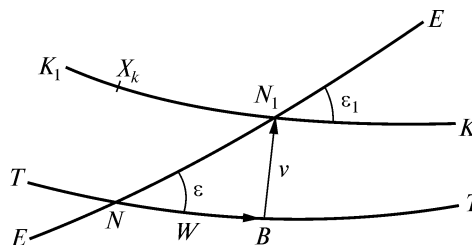


Рис. 2. Геометрическая схема построения экваторов (истинного и каталожных) на вспомогательной сфере

Рис. 3. Относительные положения эллиптики истинного экватора и экватора каталога

α_k, δ_k . Заметим, что последняя система — косоугольная. Теперь запишем формулы преобразования координат при переходе от одной системы к другой. Переход $(QN) \rightarrow (PN)$ — обычное преобразование эллиптических координат в экваториальные. Формулы этого перехода имеют вид



$$\begin{cases} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{cases} = U(\varepsilon) \begin{cases} \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \beta \sin \lambda \\ \sin \beta \end{cases}, \quad (1)$$

где

$$U(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Поскольку для точек на эллиптике $\beta = 0$, из (1) непосредственно получаем известные формулы:

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos \lambda, \\ \cos \delta \sin \alpha &= \cos \varepsilon \sin \lambda, \\ \sin \delta &= \sin \varepsilon \sin \lambda. \end{aligned} \quad (3)$$

При переходе $(PN) \rightarrow (P_1N_1)$ оси OX и OY первой из этих систем, лежащие в плоскости экватора TT , поворачиваются вокруг полярной оси, проходящей через точку P , на угол w , равный NB . Затем делается поворот вокруг нового положения оси OY на угол v , равный BN_1 (см. рис. 3). Посредством двух этих поворотов ось OX совмещается с осью OX_1 . Остается совместить плоскость истинного экватора TT с плоскостью экватора K_1K_1 , для чего необходимо повернуть первую плоскость на угол $u = \varepsilon_1 - \varepsilon$ вокруг оси, проходящей через точку N_1 . Матрицу этого преобразования представим в виде

$$I + \sigma, \quad (4)$$

где I — единичная матрица, а

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & w & v \\ -w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Теперь можем получить экваториальные координаты Солнца в системе (P_1N_1) :

$$\begin{cases} \cos \delta_1 \cos \alpha_1 \\ \cos \delta_1 \sin \alpha_1 \\ \sin \delta_1 \end{cases} = (U + \sigma U) \begin{cases} \cos \lambda \\ \sin \lambda \\ 0 \end{cases}. \quad (6)$$

Истинная долгота Солнца λ есть дуга эклиптики NS (см. рис. 1); долгота λ_1 , полученная из дифференциальных наблюдений в системе (P_1N_1) , отсчитывается от точки N_1 . Поэтому

$$\lambda - \lambda_1 = NS - N_1S = NN_1.$$

Далее, из рис. 3 непосредственно следует

$$w = NB = NN_1 \cos \varepsilon = -(\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon,$$

$$v = BN_1 = NN_1 \sin \varepsilon = -(\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon.$$

Поэтому выражение (5) можно переписать в виде

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 & -(\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon & -(\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon \\ (\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon & 0 & -(\varepsilon_1 - \varepsilon) \\ (\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon & \varepsilon_1 - \varepsilon & 0 \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Умножая (7) на (2), находим

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 & -(\lambda_1 - \lambda) & 0 \\ -(\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon & -(\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \varepsilon & -(\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \varepsilon \\ (\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon & (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \varepsilon & -(\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \varepsilon \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

Из (6) получаем

$$\begin{Bmatrix} \cos \delta_1 \cos \alpha_1 \\ \cos \delta_1 \sin \alpha_1 \\ \sin \delta_1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{Bmatrix} = \sigma U \begin{Bmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Пренебрегая квадратами и произведениями малых величин $\delta_1 - \delta$ и $\alpha_1 - \alpha$, левую часть этого уравнения преобразуем так:

$$\begin{Bmatrix} -\sin \delta_1 \cos \alpha \\ -\sin \delta_1 \sin \alpha \\ \sin \delta_1 \end{Bmatrix} (\delta_1 - \delta) + \begin{Bmatrix} -\cos \delta \sin \alpha \\ \cos \delta \cos \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} (\alpha_1 - \alpha).$$

Приходим к следующим уравнениям:

$$-(\delta_1 - \delta) \sin \delta \cos \alpha - (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta \sin \alpha = -(\lambda_1 - \lambda) \sin \lambda,$$

$$-(\delta_1 - \delta) \sin \delta \sin \alpha + (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta \cos \alpha =$$

$$= (\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon \cos \lambda - (\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \varepsilon \sin \lambda,$$

$$(\delta_1 - \delta) \cos \delta = (\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon \cos \lambda + (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \varepsilon \sin \lambda.$$

Затем, умножая первое из уравнений на $-\sin \alpha$, второе — на $\cos \alpha$ и складывая результаты, получаем

$$(\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = (\lambda_1 - \lambda) (\sin \lambda \sin \alpha + \cos \varepsilon \cos \alpha) - (\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \varepsilon \sin \lambda \cos \alpha.$$

Заметив, что

$$\sin \alpha = \frac{\cos \varepsilon \sin \lambda}{\cos \delta}, \quad \cos \alpha = \frac{\cos \lambda}{\cos \delta}, \quad \sin \varepsilon \sin \lambda = \sin \delta,$$

после несложных преобразований находим

$$\alpha_1 - \alpha = (\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon \sec^2 \delta - (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \alpha \operatorname{tg} \delta, \quad (9)$$

$$\delta_1 - \delta = (\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon \cos \alpha + (\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \alpha. \quad (10)$$

Так выражаются разности между координатами Солнца в системах (PN) и (P_1N_1) . Чтобы перейти к системе каталога (P_1X_k) , необходимо учесть, что прямые восхождения каталога отсчитываются не от точки N_1 , а от точки X_k . Обозначив дугу X_kN_1 через $\Delta\alpha_0$, записываем

$$\delta_1 = \delta_k - \Delta\delta_0. \quad (11)$$

Каталожные склонения отсчитываются не от исправленного экватора каталога, а от малого круга KK . Поэтому

$$\alpha_1 = \alpha_k - \Delta\alpha_0. \quad (12)$$

Имея это в виду, из (9) и (10) получаем

$$\Delta\alpha_0 + (\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon \sec^2 \delta - (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \alpha \operatorname{tg} \delta = \alpha_k - \alpha^*, \quad (13)$$

$$\Delta\delta_0 + (\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon \cos \alpha + (\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \alpha = \delta_k - \delta. \quad (14)$$

Для нахождения неизвестных $\lambda_1 - \lambda$ и $\varepsilon_1 - \varepsilon$ можно воспользоваться только уравнениями (14), где δ_k — склонение Солнца, полученное привязкой его к звездам, положения которых взяты из изучаемого каталога, а δ — склонение Солнца, определенное абсолютным способом. Получив из наблюдений ряд значений разности $\delta_k - \delta$ и решая уравнения (14) по способу наименьших квадратов, находим искомые разности $\lambda_1 - \lambda$ и $\varepsilon_1 - \varepsilon$, а затем и углы, определяющие ориентировку осей системы каталога относительно осей истинной системы экваториальных координат (PN) :

$$u = \varepsilon_1 - \varepsilon, \quad v = -(\lambda_1 - \lambda) \sin \varepsilon, \quad w = -(\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon. \quad (15)$$

Одновременно определяется и поправка экватора каталога $\Delta\delta_0$.

Поскольку точка весеннего равноденствия N ничем на небесной сфере не отмечена, определить истинное прямое восхождение Солнца α (дугу NC) непосредственно из наблюдений нельзя. Однако α можно вычислить следующим способом. Используя α_1 и δ_1 , полученные из дифференциальных наблюдений, находим ε_1 :

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \operatorname{tg} \delta_1 \operatorname{cosec} \alpha_1.$$

Зная разность $\varepsilon_1 - \varepsilon$, полученную ранее из (14), находим ε , а затем и α из уравнения

$$\sin \alpha = \operatorname{ctg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta,$$

где δ — склонение Солнца, определенное абсолютным способом. Подставляя это значение α в (13), получаем

$$\Delta\alpha_0 = \alpha_k - \alpha - (\lambda_1 - \lambda) \cos \varepsilon \sec^2 \delta + (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \alpha \operatorname{tg} \delta. \quad (16)$$

* Примечание. В настоящей работе $\Delta\alpha_0$ не является разностью каталожного и динамического равноденствия $\Delta A = \alpha_k - \alpha$ и обозначает лишь постоянную часть этой разности.

Так в принципе можно определить ориентировку осей изучаемого каталога, т. е. углы u , v , w , а также поправки равноденствия $\Delta\alpha_0$ и экватора $\Delta\delta_0$ по абсолютным и дифференциальным наблюдениям Солнца. Однако на практике этот способ по ряду причин хороших результатов не дает. Поэтому для улучшения системы каталога нередко пользуются сравнением координат Солнца, Луны и планет, полученных дифференциальным способом в системе каталога, с эфемеридными этими небесных тел. В работах, посвященных определению $\Delta\delta_0$ и $\Delta\alpha_0$ по наблюдениям Солнца (см., например, [2]), приводятся следующие уравнения, по виду совпадающие с уравнениями (13) и (14):

$$\Delta\alpha_0 + \cos \varepsilon \sec^2 \delta \cdot \Delta\lambda - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot \Delta\varepsilon = \Delta\alpha_n, \quad (\text{I})$$

$$\Delta\delta_0 + \sin \varepsilon \cos \alpha \cdot \Delta\lambda + \sin \alpha \cdot \Delta\varepsilon = \Delta\delta_n. \quad (\text{II})$$

Однако смысл их иной. В уравнениях (I) и (II) $\Delta\lambda$ и $\Delta\varepsilon$ — отклонения истинной долготы Солнца и истинной наклонности эклиптики к экватору от их эфемеридных значений λ_e и ε_e , т. е. $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_e$, $\Delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_e$ и $\Delta\alpha_n$ и $\Delta\delta_n$ — отклонения наблюденных координат Солнца в системе (P_1X_k) от вычисленных с эфемеридными значениями λ_e и ε_e . Можно записать

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_n &= (\alpha_k - \alpha) + (\alpha - \alpha_e), \\ \Delta\delta_n &= (\delta_k - \delta) + (\delta - \delta_e). \end{aligned} \quad (17)$$

Выражения для разностей $\alpha_k - \alpha$ и $\delta_k - \delta$ известны. Остается найти разности $\alpha - \alpha_e$ и $\delta - \delta_e$. Нет необходимости приводить выкладки, с помощью которых это можно сделать, — в основном они повторяют вывод уравнений (13) и (14), а окончательный результат с этими уравнениями совпадает:

$$\alpha - \alpha_e = (\lambda - \lambda_e) \cos \varepsilon \sec^2 \delta + (\varepsilon - \varepsilon_e) \cos \alpha \operatorname{tg} \delta, \quad (18)$$

$$\delta - \delta_e = (\lambda - \lambda_e) \sin \varepsilon \cos \alpha + (\varepsilon - \varepsilon_e) \sin \alpha. \quad (19)$$

Складывая (13) с (18) и (14) с (19), получаем

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_0 + [(\lambda_1 - \lambda) + (\lambda - \lambda_e)] \cos \varepsilon \sec^2 \delta - [(\varepsilon_1 - \varepsilon) + \\ + (\varepsilon - \varepsilon_e)] \cos \alpha \operatorname{tg} \delta = \alpha_n - \alpha_e, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta\delta_0 + [(\lambda_1 - \lambda) + (\lambda - \lambda_e)] \sin \varepsilon \cos \alpha + [(\varepsilon_1 - \varepsilon) + \\ + (\varepsilon - \varepsilon_e)] \sin \alpha = \delta_n - \delta_e. \end{aligned} \quad (21)$$

В этих уравнениях $(\lambda - \lambda_e)$ — величина переменная. Пренебрегая малыми членами, содержащими эксцентриситет земной орбиты e , запишем ее выражение в виде

$$\lambda - \lambda_e = \Delta L_0 + (t - t_0)\Delta n - 2 \cos M (e\Delta\pi) + 2 \sin M \Delta e, \quad (22)$$

где ΔL_0 — поправка средней долготы Земли в начальный момент t_0 ; Δn — поправка среднесуточного движения Земли; $\Delta\pi$ и Δe — поправки долготы перигелия и эксцентриситета земной орбиты; M — средняя аномалия Земли в момент t . Все поправки взяты в смысле «истинное минус эфемеридное значение». Из уравнений (20)—(22) видно, что разность $\lambda_1 - \lambda$, связанная с углом v соотношением (15), и поправка долготы ΔL_0 не разделяются. Нельзя также отделить угол $u = \varepsilon_1 - \varepsilon$ от ошибки эфемеридной наклонности эклиптики к экватору. Значит, из сравнения координат Солнца, полученных в системе ка-

Рис. 4. Геометрическая схема определения ориентировки координатных осей по наблюдениям планет

талога (P_1X_k), с одной стороны, и вычисленных с эфемеридными значениями элементов движения Земли, с другой, нельзя найти углы поворота плоскости экватора каталога относительно плоскости истинного экватора, т. е., в более общей форме, нельзя определить ориентировку осей каталога.

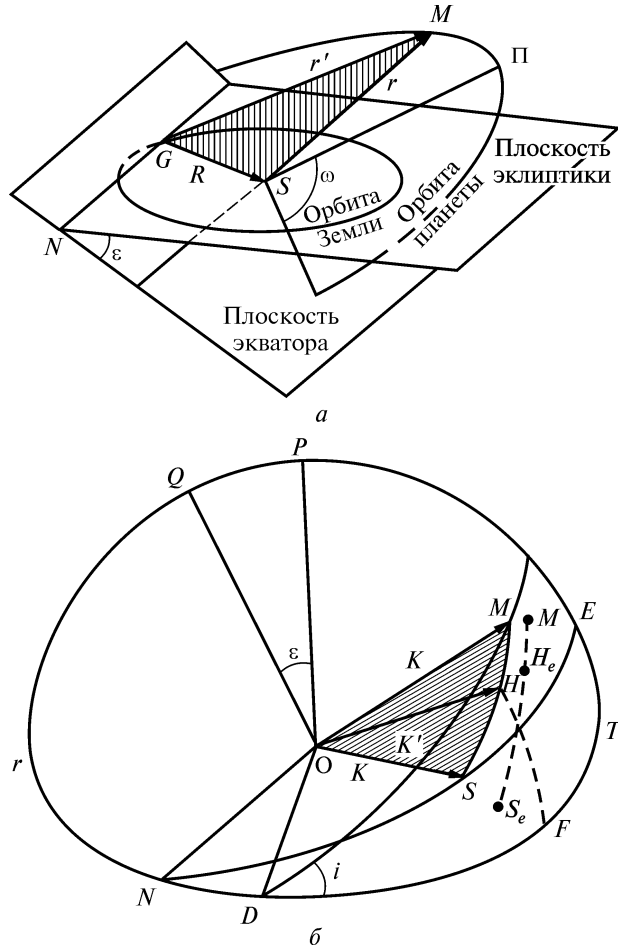
При $\varepsilon_1 - \varepsilon$, $\lambda_1 - \lambda$ уравнения (21) и (22) переходят соответственно в (I) и (II). Поэтому при определении $\Delta\alpha_0$, $\Delta\delta_0$ и поправок элементов движения Земли обычно считают, что плоскость экватора каталога KK параллельна плоскости истинного экватора TT , а K_1K_1 совпадает с TT . Однако это допущение находится в противоречии с результатами сравнения фундаментальных каталогов, поскольку из такого сравнения следует, что

углы, задающие относительную ориентировку осей различных каталогов, имеют тот же порядок, что и поправки эфемеридных значений наклонности эклиптики к экватору и начальной долготы Солнца.

Рассмотрим возможность определения ориентировки осей каталога по наблюдениям планет.

Последовательность поставленной задачи состоит в следующем. Определяем изменение геоцентрических координат планеты при малых изменениях элементов ее движения и получаем разности между истинными координатами и координатами, вычисленными с эфемеридными значениями элементов. Затем сопоставляем эти разности с изменениями координат планеты при повороте осей экваториальной системы или, точнее, при переходе от истинной системы (PN) к системе каталога. Из такого сопоставления можно, по-видимому, выяснить, разделяются ли два рассматриваемых эффекта.

На рис. 4, a G — Земля, S — Солнце, M — планета. Пусть R — гелиоцентрический радиус-вектор Солнца, r и r' — соответственно гелиоцентрический



и геоцентрический радиусы планеты, ξ и η — проекции \mathbf{r} на большую и малую оси орбиты планеты.

От произвольной точки O отложим единичные векторы $\mathbf{k} = \mathbf{OM}$, $\mathbf{K} = \mathbf{OS}$, $\mathbf{k}' = \mathbf{OH}$, параллельные соответственно векторам \mathbf{r} , \mathbf{R} и \mathbf{r}' (см. рис. 4, б). Концы этих единичных векторов лежат на поверхности сферы единичного радиуса. Проведем через точку O плоскости, параллельные плоскостям экватора, эклиптики и орбиты планеты. Они пересекут поверхность вспомогательной сферы по большим кругам TT , NE и DM .

Отметим, что единичный вектор \mathbf{k} указывает направление, в котором из центра Земли наблюдается планета M , но конец этого вектора находится в точке H , которая не лежит на большом круге DM . Однако, поскольку векторы \mathbf{r} , \mathbf{R} и \mathbf{r}' компланарны, точка H всегда находится на большом круге, проходящем через точки S и M . Положение точки M на вспомогательной сфере определяется дугой $\Omega = ND$, углом $i = MDT$ и дугой $\omega = DM$. С другой стороны, положение точки M можно задать двумя дугами: NF и FH . Это и есть геоцентрические сферические координаты планеты M в системе (PN) : ее прямое восхождение α' и склонение δ' .

Пусть $X, Y, Z; x, y, z; x', y', z'$ — проекции векторов \mathbf{R} , \mathbf{r} и \mathbf{r}' на оси системы (PN) . Тогда

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (23)$$

где

$$A = \begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{Bmatrix} = W(\Omega)U(i)W(\omega), \quad (24)$$

причем

$$W = \begin{Bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad U(i) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{Bmatrix}, \quad (25)$$

а $W(\omega)$ получаем простой заменой Ω на ω в первой из формул (25). Из (24) находим известные выражения элементов матрицы A :

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega, & a_{21} &= \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega, \\ a_{12} &= \cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos i \cos \omega, & a_{22} &= \sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos i \cos \omega, \\ a_{13} &= \sin \Omega \sin i, & a_{23} &= -\cos \Omega \sin i, \\ & & a_{31} &= \sin i \sin \omega, \\ & & a_{32} &= \sin i \cos \omega, \\ & & a_{33} &= \cos i. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Для решения нашей задачи достаточно учесть только вариации элементов Ω ,

i и ω . Пусть Ω_e , i_e и ω_e — эфемеридные значения этих элементов, а x_e , y_e , z_e — гелиоцентрические координаты планеты, вычисленные по этим значениям. Из (24) следует, что

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x - x_e \\ y - y_e \\ z - z_e \end{Bmatrix} = & \left[\frac{dW(\Omega)}{d\Omega} U(i)W(\omega)(\Omega - \Omega_e) + W(\Omega) \frac{dU(i)}{di} W(\omega)(i - i_e) + \right. \\ & \left. + W(\Omega)U(i) \frac{dW(\omega)}{d\omega} (\omega - \omega_e) \right] \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ 0 \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$\frac{dW(\Omega)}{d\Omega} = \begin{Bmatrix} -\sin \Omega & -\cos \Omega & 0 \\ \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \quad \frac{dU(i)}{di} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin i & -\cos i \\ 0 & \cos i & -\sin i \end{Bmatrix}$$

и

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW(\Omega)}{d\Omega} U(i)W(\omega) &= \begin{Bmatrix} -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \\ W(\Omega) \frac{dU(i)}{di} W(\omega) &= \begin{Bmatrix} a_{31} \sin \Omega & a_{32} \sin \Omega & a_{33} \sin \Omega \\ -a_{31} \cos \Omega & -a_{32} \cos \Omega & -a_{33} \cos \Omega \\ \cos i \sin \omega & \cos i \cos \omega & -\sin i \end{Bmatrix}, \\ W(\Omega)U(i) \frac{dW(\omega)}{d\omega} &= \begin{Bmatrix} a_{12} & -a_{11} & 0 \\ a_{22} & -a_{21} & 0 \\ a_{32} & -a_{31} & 0 \end{Bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Отсюда находим

$$\begin{aligned} x - x_e &= -(a_{21}\xi + a_{22}\eta)(\Omega - \Omega_e) + \sin \Omega(a_{31}\xi + a_{32}\eta)(i - i_e) + \\ & \quad + (a_{12}\xi - a_{11}\eta)(\omega - \omega_e), \\ y - y_e &= (a_{11}\xi + a_{12}\eta)(\Omega - \Omega_e) - \cos \Omega(a_{31}\xi + a_{32}\eta)(i - i_e) + \\ & \quad + (a_{22}\xi - a_{12}\eta)(\omega - \omega_e), \\ z - z_e &= \cos i(\sin \omega \cdot \xi + \cos \omega \cdot \eta)(i - i_e) + \sin i(\cos \omega \cdot \xi - \\ & \quad - \sin \omega \cdot \eta)(\omega - \omega_e). \end{aligned} \quad (29)$$

Так как

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{R}, \quad (30)$$

а вектор \mathbf{R} не зависит от элементов движения планеты, $x' - x_e' = x - x_e$, $y' - y_e' = y - y_e$, $z' - z_e' = z - z_e$. С другой стороны,

$$\begin{aligned} \begin{cases} x' - x'_e \\ y' - y'_e \\ z' - z'_e \end{cases} &= \begin{cases} \cos \delta' \cos \alpha' \\ \cos \delta' \sin \alpha' \\ \sin \delta' \end{cases} (r' - r'_e) + r' \begin{cases} -\sin \delta' \cos \alpha' \\ -\sin \delta' \sin \alpha' \\ \cos \delta' \end{cases} (\delta' - \delta'_e) + \\ &+ r' \begin{cases} \cos \delta' \sin \alpha' \\ \cos \delta' \cos \alpha' \\ 0 \end{cases} (\alpha' - \alpha'_e). \end{aligned}$$

Отсюда легко получить следующие выражения искомым разностей между истинными и вычисленными координатами планеты:

$$\alpha' - \alpha'_e = -\frac{\sin \alpha'}{r' \cos \delta'} (x' - x'_e) + \frac{\cos \alpha'}{r' \cos \delta'} (y' - y'_e), \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \delta' - \delta'_e &= -\frac{\cos \alpha' \sin \delta'}{r'} (x' - x'_e) - \frac{\sin \alpha' \sin \delta'}{r'} (y' - y'_e) + \\ &+ \frac{\cos \delta'}{r'} (z' - z'_e). \end{aligned} \quad (32)$$

Подставляя в (31), (32) значения разностей истинных и вычисленных координат планеты из (29), находим

$$\alpha' - \alpha'_e = m_1(\Omega - \Omega_e) + m_2(i - i_e) + m_3(\omega - \omega_e), \quad (33)$$

$$\delta' - \delta'_e = n_1(\Omega - \Omega_e) + n_2(i - i_e) + n_3(\omega - \omega_e), \quad (34)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= -\frac{1}{r' \cos \delta'} [(a_{21}\xi + a_{22}\eta) \sin \alpha' + (a_{11}\xi + a_{12}\eta) \cos \alpha'], \\ m_2 &= -\frac{1}{r' \cos \delta'} (a_{31}\xi + a_{32}\eta) \cos(\alpha' - \Omega), \\ m_3 &= -\frac{1}{r' \cos \delta'} [(a_{12}\xi - a_{11}\eta) \sin \alpha' - (a_{22}\xi - a_{12}\eta) \cos \alpha']; \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= -\frac{\sin \delta'}{r'} [(a_{21}\xi + a_{22}\eta) \cos \alpha' - (a_{11}\xi + a_{21}\eta) \sin \alpha'], \\ n_2 &= -\frac{\sin \delta'}{r'} (a_{31}\xi + a_{32}\eta) \sin(\alpha' - \Omega) = \frac{\cos \delta'}{r'} (\xi \sin \omega + \eta \cos \omega) \cos i, \\ n_3 &= -\frac{\sin \delta'}{r'} [(a_{12}\xi - a_{11}\eta) \cos \alpha' + (a_{22}\xi - a_{21}\eta)] \sin \alpha' + \\ &+ \frac{\cos \delta'}{r'} (\xi \cos \omega - \eta \sin \omega) \sin i. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Рассмотрим, как изменяются координаты планеты при повороте экваториальных осей на малые углы u , v , w , т. е. при переходе от системы (PN) к системе (P_1N_1) . Поскольку при этом длина вектора \mathbf{r}' не изменяется, записываем

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} x'_1 - x' \\ y'_1 - y' \\ z'_1 - z' \end{Bmatrix} &= r' \begin{Bmatrix} -\sin \delta' \cos \alpha' \\ -\sin \delta' \sin \alpha' \\ \cos \delta' \end{Bmatrix} (\delta'_1 - \delta') + r' \begin{Bmatrix} -\cos \delta' \sin \alpha' \\ \cos \delta' \cos \alpha' \\ 0 \end{Bmatrix} (\alpha'_1 - \alpha') = \\ &= \sigma \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & w & v \\ -w & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x + X \\ y + Y \\ z + Z \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Используя преобразования, выполненные нами ранее, получаем

$$\begin{aligned} \alpha'_1 - \alpha' &= -\frac{\sin \alpha'}{r' \cos \delta'} [(y + Y)w + (z + Z)v - \\ &\quad - \frac{\cos \alpha'}{r' \cos \delta'} (x + X)w + (z + Z)u], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\delta'_1 - \delta' = -\frac{1}{r' \cos \delta'} [-(x + X)v + (y + Y)u]. \quad (38)$$

Заменив в уравнении (38) u и v их значениями из (29) и заметив, что

$$x = a_{11}\xi + a_{12}\eta, \quad y = a_{21}\xi + a_{22}\eta, \quad X = R \cos \delta \cos \alpha, \quad Y = R \cos \delta \sin \alpha,$$

запишем

$$\begin{aligned} \delta'_1 - \delta' &= -\frac{1}{r' \cos \delta'} [(a_{11}\xi + a_{12}\eta) \sin \varepsilon \cdot (\lambda_1 - \lambda) + (a_{21}\xi + a_{22}\eta)(\varepsilon_1 - \varepsilon)] + \\ &\quad + \frac{R}{r'} \cdot \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} [\sin \varepsilon \cos \alpha \cdot (\lambda_1 - \lambda) + \sin \alpha \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon)]. \end{aligned} \quad (39)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках во втором члене правой части, есть разность между склонением Солнца в системе (P_1N_1) и его истинным склонением, т. е. $\delta'_1 - \delta$. Если при вычислении $\delta'_1 - \delta'$ воспользоваться вместо истинных эфемеридными координатами Солнца, то $\delta_1 - \delta$ необходимо заменить на

$$\delta_1 - \delta_e = \sin \varepsilon \cos \alpha (\lambda_1 - \lambda_e) + \sin \alpha (\varepsilon_1 - \varepsilon).$$

Однако в первом члене правой части (39) такой замены делать не следует, поскольку координаты планеты от поправок элементов движения Солнца не зависят. Взяв сумму (34) и (39) и добавив ΔS_0 , найдем разность между склонением планеты, полученным из наблюдений в системе каталога (P_1X_k) , и эфемеридным склонением:

$$\begin{aligned} \delta'_k - \delta'_e &= \Delta \delta_0 + n_1(\Omega - \Omega_e) + n_2(i - i_e) + n_3(\omega - \omega_e) + \\ &\quad + \frac{1}{r' \cos \delta'} [(a_{11}\xi - a_{12}\eta) \sin \varepsilon \cdot (\lambda_1 - \lambda) + (a_{21}\xi + a_{22}\eta)(\varepsilon_1 - \varepsilon)] + \\ &\quad + \frac{R}{r'} \cdot \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} [\sin \varepsilon \cos \alpha \cdot (\lambda_1 - \lambda_e) + \sin \alpha \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_e)]. \end{aligned} \quad (40)$$

Возвратимся к уравнению (37). Сумму членов этого уравнения, в которые входят координаты Солнца, можно представить так:

$$\frac{R}{r' \cos \delta'} [\cos \delta \cos \varepsilon \cos(\alpha' - \alpha) + \sin \alpha' \sin \delta \sin \varepsilon] (\lambda_1 - \lambda) - \frac{R}{r'} \cdot \frac{\cos \alpha'}{\cos \delta'} \sin \delta \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon),$$

или, воспользовавшись соотношениями

$$\cos \delta \sin \alpha = \cos \varepsilon \sin \lambda, \quad \cos \delta \cos \alpha = \cos \lambda, \quad \sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda,$$

в виде

$$\frac{R}{r' \cos \delta'} (\sin \lambda \sin \alpha' + \cos \varepsilon \cos \lambda \cos \alpha') (\lambda_1 - \lambda) + \frac{R}{r' \cos \delta'} \sin \varepsilon \sin \lambda \cos \alpha' (\varepsilon_1 - \varepsilon).$$

Полученное выражение отличается от приведенного ранее для $\alpha_1 - \alpha$ множителем $\frac{R}{r'}$. Кроме того, координаты Солнца α, δ заменены в нем координатами планеты α', δ' . Если же вместо истинных координат Солнца воспользоваться эфемеридными, то в этом выражении для $\lambda_1 - \lambda$ необходимо заменить на $\lambda_1 - \lambda_e$, а $\varepsilon_1 - \varepsilon$ — на $\varepsilon_1 - \varepsilon_e$. Сложив затем выражение (33), полученное ранее для $\alpha' - \alpha'_e$, с $\Delta\alpha_0 + \alpha'_1 - \alpha'$, получим

$$\begin{aligned} \alpha'_k - \alpha'_e &= m_1(\Omega - \Omega_e) + m_2(i - i_e) + m_3(\omega - \omega_e) + \\ &+ \frac{1}{r' \cos \delta'} [(a_{21}\xi + a_{22}\eta) \cos \varepsilon \sin \alpha' + (a_{31}\xi + a_{32}\eta) \sin \varepsilon \sin \alpha' + \\ &+ (a_{11}\xi + a_{12}\eta) \cos \varepsilon \cos \alpha'] (\lambda_1 - \lambda) - \frac{\cos \alpha'}{r' \cos \delta'} (a_{31}\xi + a_{32}\eta) (\varepsilon_1 - \varepsilon) + \\ &+ \frac{R}{r' \cos \delta'} [(\sin \lambda \sin \alpha' + \cos \varepsilon \cos \lambda \cos \alpha') (\lambda_1 - \lambda) - \sin \varepsilon \sin \lambda \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon)]. \end{aligned} \quad (41)$$

В уравнениях (40) и (41) содержатся неизвестные $\lambda_1 - \lambda$ и $\varepsilon_1 - \varepsilon$, связанные с искомыми углами u, v, w соотношениями (15). Как видно из (35) и (36), коэффициенты при этих неизвестных отличаются от коэффициентов при поправках элементов движения планеты и от коэффициентов при $\lambda_1 - \lambda_e$ и $\varepsilon_1 - \varepsilon_e$. Отсюда следует, что, сравнив координаты планеты, полученные из наблюдений в системе изучаемого каталога, с эфемеридой планеты, в принципе можно найти направление осей каталога относительно осей истинной экваториальной системы. По наблюдениям Солнца, как было показано ранее, сделать этого нельзя.

Рассмотренная нами задача близка к задаче определения из наблюдений планет систематических ошибок координат звезд [3]:

$$\Delta\alpha^* = a + b \sin \alpha^* + c \cos \alpha^*,$$

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

$$\Delta\delta^* = a' + b' \sin \alpha^* + c' \cos \alpha^*.$$

Однако есть и существенное отличие. В выражениях $\Delta\alpha^*$ и $\Delta\delta^*$ шесть величин: a, b, c, a', b', c' — считаются независимыми. У нас всего четыре неизвестных: $\Delta\alpha_0, \Delta\delta_0, \lambda_1 - \lambda$ и $\varepsilon_1 - \varepsilon$. Ошибки каталожных координат звезд, связанные с поворотом осей каталога относительно истинной экваториальной системы (PN), с учетом смещения экватора $\Delta\delta_0$ записывают так:

$$\alpha_k^* - \alpha^* = a + \sin \varepsilon \operatorname{tg} \delta^* \cdot (\lambda_1 - \lambda) \sin \alpha^* - \operatorname{tg} \delta^* (\varepsilon_1 - \varepsilon) \cos \alpha^*, \quad (42)$$

$$\delta_k^* - \delta^* = \Delta\delta_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon) \sin \alpha^* + \sin \varepsilon \cdot (\lambda_1 - \lambda) \cos \alpha^*, \quad (43)$$

где

$$a = \Delta\alpha_0 + \cos \varepsilon \cdot (\lambda_1 - \lambda). \quad (44)$$

Значит, в нашем случае

$$b = c' \operatorname{tg} \delta^*, \quad c = -b' \operatorname{tg} \delta^*.$$

Поскольку при дифференциальных наблюдениях планет их положения определяются относительно близэкваториальных звезд, положение осей каталога определяется также только координатами этих (а не всех) звезд.

В заключение отметим следующее. Поправка экватора преобразует косоугольную систему координат в прямоугольную. Определять и вводить эту поправку необходимо, поскольку формулами сферической астрономии можно пользоваться в астрометрии только тогда, когда координаты звезд отнесены к ортогональным осям. В отличие от этого, как пишет С. Ньюкомб [4], нет непосредственной необходимости относить прямые восхождения к истинной точке равноденствия, и, за исключением тех задач, в которых прямые восхождения сравниваются с долготами, любое другое начало может служить своему назначению так же хорошо, как равноденственная точка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Миронов Н.Т.* Астрометрия и астрофизика. — 1971. — Вып. 13. — С. 13.
2. *Немиро А.А.* Труды 15-й Астрометрической конференции СССР. — М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1963. — С. 87.
3. *Нумеров Б.А.* Бюл. Астрометрического ин-та, 1933. — № 32. — С. 139.
4. *Newcomb S.A.* Compendium of Spherical Astronomy. — New York, 1906.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

Поступила в редколлегию
в сентябре 1973 г.

Е.П. ФЕДОРОВ

О СИСТЕМАХ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫХ СЛУЖБАМИ ШИРОТЫ И ВРЕМЕНИ*

1. ПОСТРОЕНИЕ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ

1.1. Результаты систематических определений времени и широты можно пользоваться для изучения относительных перемещений точек поверхности Земли лишь после того, как эти результаты приведены в единую координатную систему. Необходимость в таком приведении возникает и при уравнивании геодезических сетей. Она обусловлена тем, что астрономам и геодезистам приходилось время от времени отказываться от одних принятых систем и заменять их другими. Делалось это главным образом тогда, когда во вращении Земли обнаруживались ранее неизвестные особенности, как, например, движение ее полюсов или непостоянство угловой скорости. Однако при введении новых координатных систем принципы их построения не всегда четко формулировались. Поэтому мы сочли полезным привести здесь описание основных систем, применявшихся с конца прошлого столетия, и дать сводку формул преобразования координат при переходе от одной системы к другой.

Пусть $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n$ — астрономические обсерватории или специальные станции, на которых ведутся систематические определения времени и широты. Из этих наблюдений получают направления отвесных линий в точках A_i ; углы между ними обычно заменяют для удобства дугами больших кругов, соединяющими на вспомогательной сфере зениты Z_i пунктов A_i .

При тех способах наблюдений, которые применяются службами времени и широты, положение зенита находится путем его привязки к звездам. Таким образом, координаты зенита Z_i , т. е. его прямое восхождение α_i (равное местному звездному времени), и склонение δ_i (равное широте) получают всегда в системе принятого каталога, т. е. относятся к тем же координатным осям и плоскостям, к которым отнесены положения звезд. Чтобы получить координаты зенитов в какой-либо инерциальной или, точнее, невращающейся системе отсчета, можно воспользоваться уравнениями движения этих осей, известными из теории прецессии и нутации. За основной круг такой системы в теории вращения Земли обычно принимают эклиптику какой-либо начальной эпохи, в фундаментальной астрометрии — средний экватор начальной эпохи. В последнем случае это будет большой круг, проведенный так, что его угловые расстояния от звезд равны склонениям этих звезд, вычисленным по

* Астрометрия и астрофизика, 1974. — Вып. 23. — С. 3—20.

данным принятого каталога для момента наблюдений и равноденствия каталога. В этой же неподвижной системе будут получаться и положения зенитов.

Вместо α_i можно пользоваться средним солнечным временем:

$$m_i = \alpha_i - \alpha_{\odot} + 12^h,$$

где α_{\odot} — прямое восхождение среднего фиктивного Солнца S (рис. 1); N_0Q_0 — эклиптика начальной эпохи; j_0 — ее полюс; N_0E — мгновенный эфемеридный экватор даты t ; $\zeta_1(P)$ — его полюс; γ_0 — точка весеннего равноденствия начальной эпохи; γ — средняя точка весеннего равноденствия даты t ; S — среднее фиктивное Солнце; Z_1 — зенит Гринвичской обсерватории; Z_i — зенит обсерватории A_i ; γ_0N_0 — лунно-солнечная прецессия и нутация; $N_0\gamma$ — прецессия от планет; $\gamma\zeta_1$ — гринвичское звездное время; $S\zeta_1 + 12^h = m_1$ — гринвичское среднее время; $SE_{1,i} + 12^h = m_i$ — местное среднее время на меридиане обсерватории A_i ; $E_{1,i}Z_i = \varphi_i$ — мгновенная эфемеридная широта этой обсерватории A_i .

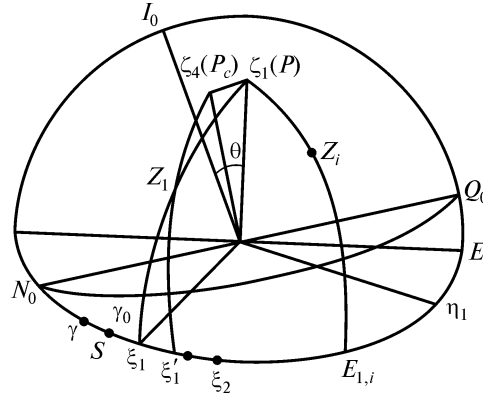


Рис. 1

Тогда из наблюдений мы будем получать положение зенита в системе координат, движение которой относительно инерциальной системы определяется принятыми уравнениями прецессии и нутации и выражением для средней долготы Солнца. Координаты зенита точки A_i в этой системе будут $m_i - 12^h$ и φ_i .

Для изучения относительных положений зенитов удобнее пользоваться такой вращающейся системой координат, в которой зениты были бы неподвижны или почти неподвижны. Как было изложено выше, с конца прошлого столетия до настоящего времени применялось несколько таких систем. Мы будем обозначать их символами S_q , где q — номер системы. Для координат зенита Z_i обсерватории A_i в системе S_q примем такие обозначения: $\xi_{q,i}$, $\eta_{q,i}$, $\zeta_{q,i}$ — прямоугольные координаты, $l_{q,i}$ — долгота, $b_{q,i}$ — широта. В дальнейшем придется пользоваться также начальными или средними значениями этих координат. Мы будем обозначать их $L_{q,i}$ и $B_{q,i}$ соответственно.

Точка ζ_q на поверхности вспомогательной сферы единичного радиуса есть полюс системы S_q . В одних случаях положение этой точки находится по принятым формулам прецессии и нутации. Тогда мы будем называть ее эфемеридным полюсом (и иногда обозначать P), а плоскость $\xi_q O \eta_q$ — плоскостью эфемеридного экватора. В других случаях положение точки ζ_q находится путем ее привязки к нескольким зенитам с помощью тех или иных условий, которые мы формулируем ниже. В этих случаях будем называть точку ζ_q условным полюсом, а плоскость $\xi_q O \eta_q$ — плоскостью условного экватора.

При дальнейших построениях придется рассматривать точки пересечения названных экваторов с различными меридианами. Точки, лежащие на эфемеридном экваторе с различными меридианами.

ридном экваторе, будем обозначать буквой E , на условных экваторах — буквой S . Первый индекс у этих букв будет указывать через какой полюс проходит рассматриваемый меридиан, второй — через зенит какой обсерватории он проходит. Таким образом, E_q есть точка пересечения меридиана, проходящего через полюс ξ_q и зенит Z_i , с эфемеридным экватором, $S_{q,i}$ — точка пересечения того же меридиана с условным экватором.

1.2. Прежде всего рассмотрим те координатные системы, у которых ось $O\xi$ проходит через мгновенный эфемеридный полюс P .

Система S_1 . Эта система была введена в 1884 г., когда в качестве начального меридиана был принят гринвичский меридиан. Направление осей системы S_1 относительно системы эклиптики начальной эпохи задается тремя углами Эйлера (см. рис. 1): $\gamma_0 N_0 = \psi + \Delta\psi$, Θ , $N_0 \xi_1$. Два из них, т. е. лунно-солнечная прецессия и нутация в неподвижной эклиптике $\psi + \Delta\psi$ и наклонность этой эклиптики к истинному экватору Θ , вычисляются по формулам, вывод которых дается в теории вращения Земли. Эти углы определяют для любого момента времени положение экватора относительно эклиптики начальной эпохи, а следовательно, и положение полюса P . Следуя традиции, мы могли бы назвать полюс P , как и экватор $N_0 E$, «истинным». Однако нужно помнить, что формулы прецессии и нутации получены не для реальной, а для абсолютно твердой Земли, а входящие в них фундаментальные постоянные определены из наблюдений с некоторыми, хотя бы и очень малыми ошибками. Поэтому, проводя ось $O\xi_1$ системы S_1 через полюс P , нужно учитывать, что точного совпадения этой оси с мгновенной осью вращения Земли может и не быть. По существу $O\xi_1$ есть предвычисленное на основе принятой теории или, иначе говоря, эфемеридное положение мгновенной оси вращения Земли. Имея это в виду, будем называть большой круг $N_0 E$ эфемеридным экватором, а его полюс P (или ζ_1) — эфемеридным полюсом.

Третий эйлеров угол получаем из следующего построения. Через эфемеридный полюс ζ_1 и зенит Гринвича* Z_1 проводим большой круг (мгновенный гринвичский меридиан), а в точку его пересечения с эфемеридным экватором, т. е. в точку $E_{1,1}$, направляем ось $O\xi_1$ координатной системы S_1 . Здесь, как и в дальнейшем, мы пользуемся правой системой вращающихся координат, т. е. проводим ось $O\eta_1$ под углом 90° к востоку от $O\xi_1$.

На рис. 1 (γ — средняя точка весеннего равноденствия, даты наблюдений; S — среднее фиктивное Солнце):

$$N_0 \xi_1 = N_0 \gamma + \gamma S + S \xi_1.$$

Оси всех других вращающихся координатных систем, которые мы будем рассматривать ниже, близки к осям системы S_1 .

Система S_2 . Отличие этой системы от S_1 состоит только в способе построения начального меридиана, поскольку ее ось $O\xi_2$ также проходит через мгновенный эфемеридный полюс P . Возьмем какую-либо обсерваторию A_i и проведем через ее зенит Z_i меридиан $\zeta_2 Z_i E_{2,i}$. Дуга $SE_{2,i} + 12^h$ есть местное среднее время m_i , дуга $\xi_2 E_{2,i} = l_{2,i}$ — мгновенная долгота обсерватории A_i от

* Точнее, зенит центра столба меридианного круга Эри.

Гринвича. Допуская, что $l_{2,i}$ не изменяется со временем, для уменьшения влияния случайных ошибок брали среднее из ряда определений этой величины и пользовались им при вычислении всемирного (гринвичского) времени УТО_{*i*} по наблюдениям на обсерватории A_i . Обозначая операцию осреднения по времени символом $\langle \rangle$, имеем

$$\text{УТО}_i = m_i - L_{2,i}, \quad L_{2,i} = \langle l_{2,i} \rangle.$$

Естественно, что значения УТО_{*i*}, полученные по наблюдениям служб времени разных обсерваторий, между собой несколько расходятся как из-за случайных ошибок наблюдений, так, возможно, и из-за того, что изменяется долгота $l_{2,i}$ и ее средним значением $L_{2,i}$, полученным за прошлое время, нельзя пользоваться при редукции текущих наблюдений. Это значит, что, откладывая дуги $L_{2,i}$ от точек $E_{2,i}$, мы будем получать различные точки $E'_{2,i}$. Ось $O\xi_2$ системы S_2 проводится через среднюю точку ξ_2 , т. е. такую, которая находится от S на расстоянии

$$S\xi_2 = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} \text{УТО}_i - 12^h = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} m_i - \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} L_{2,i} - 12^h,$$

где n_λ — число служб времени. Точка ξ_2 , определенная таким способом, была названа «средней обсерваторией» (см. рис. 1).

Системой S_2 пользовалось МБВ* с 1920 по 1955 г., причем число обсерваторий n_λ , образующих среднюю обсерваторию, изменялось от 8 до 24.

Система S_3 . Как и в системах S_1 и S_2 , за ось $O\zeta_3$ принимается эфемеридная ось вращения Земли, так что ζ_3 есть мгновенный эфемеридный полюс P , но дуга $S\xi_3$ определяется в системе S_3 иначе, именно по показаниям часов, ход которых контролируется каким-либо процессом, не зависящим от вращения Земли. Теперь для этого широко используются атомные стандарты частоты и положение меридиана $\zeta_3\xi_3$ находится из условия

$$S\xi_3 = \text{UTC} - 12^h,$$

где UTC — всемирное координированное время.

Поскольку направления осей системы S_3 вычисляются по принятым уравнениям их движения, будем называть систему S_3 эфемеридной, а широту $b_{3,i}$ и долготу $l_{3,i}$ — эфемеридными координатами Z_i и обозначать их просто ϕ_i и λ_i . Таким образом, долгота λ_i точки A_i в системе S_3 измеряется дугой эфемеридного экватора, заключенной между точками ξ_3 и $E_{3,i}$, в которой меридиан, проходящий через мгновенный полюс ζ_3 и зенит Z_i , пересекает эфемеридный экватор.

1.3. Система S_4 . В конце XIX в. было обнаружено, что широты точек земной поверхности изменяются и эти изменения можно приписать общим поворотам отвесных линий относительно осей системы S_1 , которая в то время была принята в астрономии и геодезии.

Допустим на время, что отвесные линии в точках A_i образуют жесткий пучок, т. е. что углы между ними постоянны. Тогда можно построить оси, ко-

* Международное бюро времени.

торые также будут жестко связаны с этими линиями. Пусть $\xi_{4,i}$, $\eta_{4,i}$, $\zeta_{4,i}$ — прямоугольные координаты точки Z_i в этой системе, $l_{4,i}$ — ее долгота, $b_{4,i}$ — широта.

Наиболее простой способ, с помощью которого оси $\xi_4\eta_4\zeta_4$ можно связать с пучком отвесных линий, состоит в следующем. Выберем две обсерватории, например A_1 и A_2 , и введем следующее условие:

$$b_{4,1} = B_{4,1}, \quad b_{4,2} = B_{4,2}, \quad l_{4,i} = 0. \quad (1.1)$$

Тогда полюсом ξ_4 этой системы будет точка на вспомогательной сфере, находящаяся на угловых расстояниях $90^\circ - B_{4,1}$ и $90^\circ - B_{4,2}$ от зенитов Z_1 и Z_2 соответственно или, иначе говоря, точка пересечения малых кругов с центрами в Z_1 и Z_2 и сферическими радиусами $90^\circ - B_{4,1}$ и $90^\circ - B_{4,2}$. В этой системе зениты обсерваторий неподвижны, но мгновенный полюс P перемещается. Это явление, открытое в конце прошлого столетия, было названо движением полюса Земли.

Но если углы между отвесными линиями изменяются, построить такую систему координат, в которой все Z_i занимали бы неизменное положение, оказывается вообще невозможно. Поэтому вместо (1.1) приходится ввести другое условие.

Пусть в начальный момент зенит обсерватории A_i находился в точке $Z_{0,i}$, а затем, к моменту t , он переместился в точку Z_i . Введем следующие обозначения (рис. 2):

$$\bar{\varepsilon}_i = \overline{Z_{0,i}Z_i},$$

$\bar{\mu}_i$ — единичный вектор касательной к меридиану $\zeta_4 Z_{0,i}$ в точке $Z_{0,i}$, $\bar{\nu}_i$ — единичный вектор касательной к параллели в той же точке. Векторы $\bar{\varepsilon}_i$, $\bar{\mu}_i$, $\bar{\nu}_i$ компланарны. Поэтому проекции перемещения зенита Z_i на меридиан и параллель можно представить соответственно так:

$$(\bar{\varepsilon}_i \cdot \bar{\mu}_i) = b_{4,i} - B_{4,i}, \quad (1.2)$$

$$(\bar{\varepsilon}_i \cdot \bar{\nu}_i) = (l_{4,i} - L_{4,i}) \cos B_{4,i}, \quad (1.3)$$

где $B_{4,i}$ и $L_{4,i}$ — координаты точки $Z_{0,i}$ в системе S_4 . Эту систему можно построить так, что всегда будет соблюдаться следующее условие:

$$\sum_{i=1}^{n_\phi} (b_{4,i} - B_{4,i})^2 = \min, \quad (1.4)$$

где n_ϕ — число служб широты. Как будет показано в п. 2.3, из этого условия можно найти относительные положения полюсов P и ζ_4 , т. е. вектор

$$\overline{P\zeta_4} = \bar{\rho}_{1,4}.$$

Проведем из полюса P единичный вектор $\bar{\mu}'_i$, касательный к меридиану PZ_i , и вектор $\bar{\nu}'_i$, перпендикулярный $\bar{\mu}'_i$ (рис. 3). Проекция $\bar{\rho}_{1,4}$ на $\bar{\nu}'_i$ равна

$$PK_i = -(\bar{\rho}_{1,4} \cdot \bar{\nu}'_i).$$

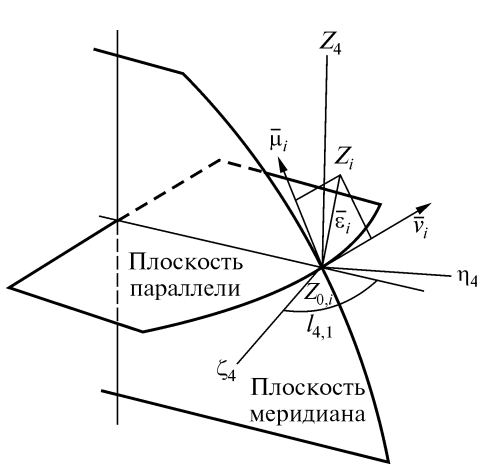


Рис. 2

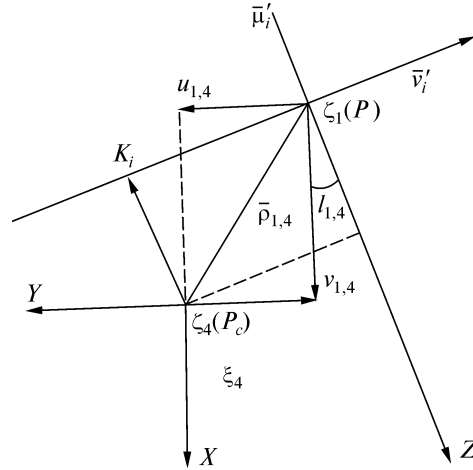


Рис. 3

На рис. 4 N_0E — мгновенный эфемеридный экватор; ξ_4C — большой круг, перпендикулярный $O\xi_4$, который мы будем называть условным экватором.

Возьмем какую-либо обсерваторию A_i и проведем через ее зенит Z_i два больших круга: $PZ_iE_{1,i}$ и $\zeta_4Z_iC_{4,i}$. Имеем

$$E_{1,i}Z_i = \varphi_i, \quad C_{4,i}Z_i = b_{4,i}.$$

Из треугольника K_iPZ_i , в котором угол P прямой, по теореме синусов получаем

$$\sin \vartheta = \frac{PK_i}{\cos b_{4,i}} = -\frac{(\bar{\rho}_{1,4} \cdot \bar{\nu}_i')}{\cos b_{4,i}}.$$

Вводя обозначения $\Delta m_{4,i} = E_{1,i}E_{4,i}$, $\Delta l_{4,i} = C_{1,i}C_{4,i}$, из треугольника $C_{1,i}Z_iC_{4,i}$ находим

$$\frac{\sin \Delta l_{4,i}}{\sin \vartheta} = \sin b_{4,i}.$$

Откуда, ввиду малости угла ϑ и дуг $\Delta m_{4,i}$ и $\Delta l_{4,i}$, можем записать

$$\Delta l_{4,i} = -(\bar{\rho}_{1,4} \cdot \bar{\nu}_i') \operatorname{tg} b_{4,i} = \Delta m_{4,i}. \quad (1.5)$$

Такое построение можно сделать для любой обсерватории, в которой ведется служба времени ($i = 1, 2, 3, \dots, n_\lambda$). В дальнейшем поступаем так же, как при построении системы S_2 : взяв в качестве начальной Гринвичскую обсерваторию (A_1), находим среднее значение дуги $E_{4,1}E_{4,i} = L_{4,i}$, но в отличие от системы S_2 теперь эту дугу будем откладывать не по эфемеридному, а по условному экватору от точки $C_{4,i}$. Таким же образом на условном экваторе получаем точку $C'_{4,i}$. Соединим ее дугой большого круга с полюсом ζ_4 и отметим точку $E'_{4,i}$, в которой эта дуга пересекает эфемеридный экватор N_0E . Дуга

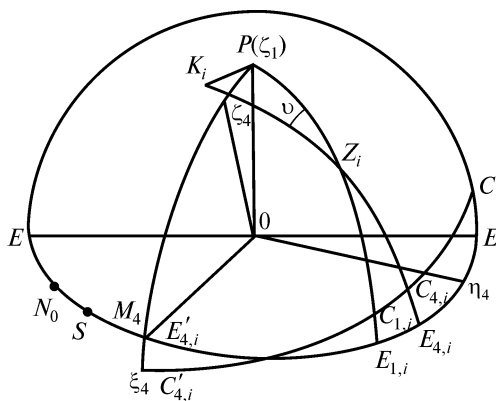


Рис. 4

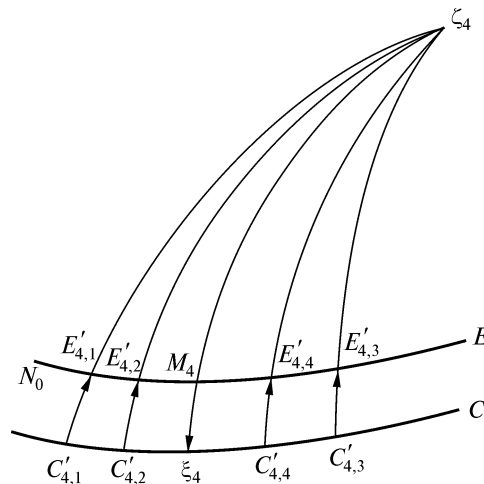


Рис. 5

$SE'_{4,i} + 12^h$ есть всемирное время UTI_i , определенное по наблюдениям службы времени A_i и вычисленное с условной долготой $L_{4,i}$. Так получается n_λ значений UTI_i и, следовательно, n_λ точек $E'_{4,i}$. Центр тяжести этих точек (их можно брать и с разным весом) находится в точке M_4 . Ее расстояние от среднего Солнца S равно

$$SM_4 = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} UNI_i - 12^h. \quad (1.6)$$

Проведем через M_4 меридиан $\zeta_4 M_4$ и найдем точку, в которой он пересекает условный экватор. Это и будет средняя обсерватория системы S_4 — точка, через которую проводится ось $O\xi_4$ этой системы. На рис. 5 описанное построение выполнено для четырех обсерваторий.

Системой S_4 пользовалось МБВ при обработке наблюдений 1956—1958 гг., причем за полюс ζ_4 был принят так называемый средний полюс Чеккини (см. п. 2.3). Условные долготы служб времени — их число изменялось — приведены в [1]. Наконец, из дуги SM_4 вычитались слабые колебания с годовым и полугодовым периодами (сезонная неравномерность вращения Земли), определенные по материалам наблюдений за предшествующие годы.

Система S_5 . Единственное отличие этой системы от системы S_4 состоит в том, что ее ось $O\xi_5$ проходит через средний полюс эпохи наблюдений, который иногда называют средним полюсом А.Я. Орлова (см. п. 2.2). Чтобы найти его положение относительно эфемеридного полюса P , нужно в (1.4) заменить начальные широты $B_{4,i}$ средними широтами эпохи наблюдений ψ_i , т. е. подчинить движение осей системы условию

$$\sum_{i=1}^{n_\phi} (b_{3,i} - \psi_i)^2 = \min. \quad (1.7)$$

Системой S_5 пользовалось МБВ при обработке результатов служб времени за 1959—1965 гг.

Система S_6 . Оси этой системы привязываются к зенитам нескольких обсерваторий путем наложения следующего условия на их перемещения:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[(\bar{\varepsilon}_i \cdot \bar{\mu}_i)^2 + (\bar{\varepsilon}_i \cdot \bar{\nu}_i)^2 \right] = \min, \quad (1.8)$$

где n — число обсерваторий, ведущих параллельные определения времени и широты. Имея в виду (1.2) и (1.3), условие (1.8) можно записать так:

$$\sum_{i=1}^n \left[(b_{6,i} - B_{6,i})^2 + (l_{6,i} - L_{6,i})^2 \cos^2 B_{6,i} \right] = \min. \quad (1.9)$$

Эта система использовалась в [2].

Система S_7 . Эта система введена МБВ в 1968 г. Положение осей определяется условием

$$\sum_{i=1}^{n_\varphi} p_i (b_{7,i} - B_{7,i})^2 + \sum_{i=1}^{n_\lambda} p_i (l_{7,i} - L_{7,i})^2 \cos^2 B_{7,i} = \min, \quad (1.10)$$

в котором p_i — вес; n_φ — число служб широты и n_λ — число служб времени. В 1968 г. Международное бюро времени приняло новые значения условных долгот всех служб времени, список которых помещен в [3]. Эти условные долготы, а также условные широты, приведенные в том же списке, сохраняются без изменений и теперь используются при определении положения осей на основании условия (1.10). Построенная таким способом система координатных осей получила наименование: 1968 ВИН System.

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ

2.1. В предыдущей главе рассмотрены основные координатные системы, которые применялись в течение последнего столетия в астрономо-геодезической практике. Естественно, что координаты разных пунктов поверхности Земли, определенные из астрономических наблюдений не в одно и то же время, зачастую получались в различных системах. Чтобы привести их в одну систему, а необходимость в этом, как было отмечено, возникает во многих задачах, нужно выразить зависимость разностей сферических координат в двух системах отсчета от относительной ориентировки этих систем.

Пусть мы имеем две системы отсчета, S_p и S_q . Найдем как изменяются координаты точки Z на сфере единичного радиуса при переходе от S_p к S_q . Этот переход мы будем обозначать так: $S_p \rightarrow S_q$. Пусть ξ_p, η_p, ζ_p и ξ_q, η_q, ζ_q — прямоугольные координаты Z в этих системах. Имеем

$$\begin{aligned} \xi_p &= \cos b_p \cos l_p, & \xi_q &= \cos b_q \cos l_q, \\ \eta_p &= \cos b_p \sin l_p, & \eta_q &= \cos b_q \sin l_q, \\ \zeta_p &= \sin l_p, & \zeta_q &= \sin b_q. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Допустим, что координаты одного геодезического пункта G_j определены из наблюдений в системе S_p , а в тот же или другой момент координаты второго пункта G_j определены в системе S_q . Если формулы перехода от одной сис-

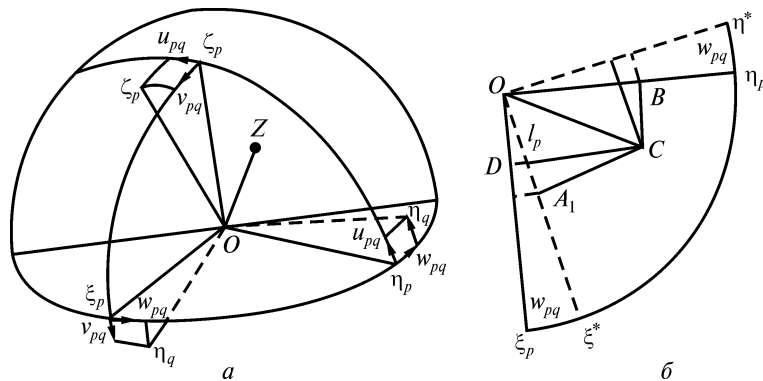


Рис. 6

темы к другой известны, мы можем получить координаты обоих пунктов в одной и той же системе (либо S_p , либо S_q).

Соответственные оси координатных систем, рассмотренных в главе 1, близки между собой. Поэтому переход от одной системы координат к другой удобно выполнять путем поворотов вокруг трех осей на малые, так называемые, самолетные углы. Они показаны на рис. 6, а. На рис. 6, б изображена плоскость $\xi_p O \eta_p$; отрезок $OC = \cos b_p$ на этой плоскости есть проекция на нее единичного вектора \overline{OZ} . С точностью до малых величин первого порядка можем записать

$$\begin{aligned} \xi^* &= OA_1 = \cos b_p \cos(l_p - w_{p,q}) = \cos l_p (\cos l_p + w_{p,q} \sin l_p) = \xi_p + w_{p,q} \eta_p, \\ \eta^* &= A_1 C = \cos b_p \sin(l_p - w_{p,q}) = \cos b_p (-w_{p,q} \cos l_p + \sin l_p) = \\ &= -w_{p,q} \xi_p + \eta_p \end{aligned}$$

или

$$\begin{Bmatrix} \xi^* \\ \eta^* \\ \zeta^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & w_{p,q} & 0 \\ -w_{p,q} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi_p \\ \eta_p \\ \zeta_p \end{Bmatrix}.$$

Для поворотов вокруг осей $O\xi_p$ и $O\eta_p$ получаем соответственно следующие матрицы:

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u_{p,q} \\ 0 & -u_{p,q} & 1 \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & -v_{p,q} \\ 0 & 1 & 0 \\ v_{p,q} & 0 & 1 \end{array} \right\}.$$

А матрица последовательных поворотов вокруг трех осей на малые углы $u_{p,q}$, $v_{p,q}$, $w_{p,q}$, если пренебречь их квадратами и произведениями, будет иметь следующий вид:

$$E + \sigma,$$

где E — единичная матрица, а

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 0 & w_{p,q} & -v_{p,q} \\ -w_{p,q} & 0 & u_{p,q} \\ v_{p,q} & -u_{p,q} & 0 \end{Bmatrix}. \quad (2.2)$$

Следовательно,

$$\begin{Bmatrix} \xi_q \\ \eta_q \\ \zeta_q \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \xi_p \\ \eta_p \\ \zeta_p \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} \xi_p \\ \eta_p \\ \zeta_p \end{Bmatrix}$$

или

$$\begin{Bmatrix} \cos b_q \cos l_q \\ \cos b_q \sin l_q \\ \sin b_q \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \cos b_p \cos l_p \\ \cos b_p \sin l_p \\ \sin b_p \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} \cos b_p \cos l_p \\ \cos b_p \sin l_p \\ \sin b_p \end{Bmatrix}. \quad (2.3)$$

Заменяв l_q через $l_p - (l_p - l_q)$ и b_q через $b_p - (b_p - b_q)$, после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \cos b_q \cos l_q &= \cos b_p \cos l_p + (l_p - l_q) \cos b_p \sin l_p + (b_p - b_q) \sin b_p \cos l_p, \\ \cos b_q \sin l_q &= \cos b_p \sin l_p - (l_p - l_q) \cos b_p \cos l_p + (b_p - b_q) \sin b_p \sin l_p, \\ \sin b_q &= \sin b_p - (b_p - b_q) \cos b_p. \end{aligned}$$

Подставляя эти уравнения в (2.3), имеем

$$\begin{aligned} (l_p - l_q) \cos b_p \sin l_p + (b_p - b_q) \sin b_p \cos l_p &= w_{p,q} \cos b_p \sin l_p - v_{p,q} \sin b_p, \\ 2. \square. \quad (l_p - l_q) \cos b_p \cos l_p + (b_p - b_q) \sin b_p \sin l_p &= \\ &= -w_{p,q} \cos b_p \cos l_p + u_{p,q} \sin b_p, \\ b_p - b_q &= -v_{p,q} \cos l_p + u_{p,q} \sin l_p. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из двух первых уравнений находим

$$(l_p - l_q) = w_{p,q} - (u_{p,q} \cos l_p + v_{p,q} \sin l_p) \cdot \operatorname{tg} b_p. \quad (2.5)$$

Поскольку разности $l_p - l_q$ и $b_p - b_q$ для всех систем, рассмотренных в главе 1, суть малые величины первого порядка, в правых частях уравнений (2.4) и (2.5) можно в любой из этих систем пользоваться одними и теми же приближенными значениями координат Z_i . Имея это в виду, положим для любого z_i

$$\begin{aligned} \sin l_{p,i} &= s_i, & \cos l_{p,i} &= c_i, \\ \sin l_{p,i} \cdot \operatorname{tg} b_{p,i} &= s'_i, & \cos l_{p,i} \cdot \operatorname{tg} b_{p,i} &= c'_i. \end{aligned}$$

Тогда вместо (2.4) и (2.5) имеем

$$b_{p,i} - b_{q,i} = -v_{p,q} c_i + u_{p,q} s_i, \quad (2.6)$$

$$l_{p,i} - l_{q,i} = -u_{p,q} c'_i - v_{p,q} s'_i + w_{p,q}. \quad (2.7)$$

Эти формулы выражают связь между разностями координат точки в системах

S_p и S_q и углами $u_{p,q}$, $v_{p,q}$, $w_{p,q}$, на которые нужно повернуть оси первой системы, чтобы совместить их с осями второй.

Если точка Z_i перемещается в системе S_q , изменения ее координат можно представить так: перенесем в (2.6) $b_{p,i}$ в правую часть и вычтем из обеих частей уравнения постоянную часть $B_{q,i}$. Подобным образом выполним перенос $l_{p,i}$ и вычитание $L_{q,i}$ в уравнении (2.7). Так мы получим

$$b_{q,i} - B_{q,i} = b_{p,i} - B_{q,i} + v_{p,q} c_i - u_{p,q} s_i, \quad (2.8)$$

$$l_{q,i} - L_{q,i} = l_{p,i} - L_{q,i} + v_{p,q} s'_i + u_{p,q} c'_i - w_{p,q}. \quad (2.9)$$

2.2. Воспользуемся теперь полученными общими уравнениями для нахождения углов, определяющих относительную ориентировку координатных систем, рассмотренных в главе 1.

Оси $O\xi_1$ (системы S_1), $O\xi_2$ (системы S_2) и $O\xi_3$ (системы S_3) совпадают между собой — все они проходят через мгновенный эфемеридный полюс P . По-разному направлены только оси, лежащие в плоскости эфемеридного экватора. Таким образом, для переходов от системы S_1 к системам S_2 и S_3 имеем

$$S_1 \rightarrow S_2$$

$$u_{1,2} = v_{1,2} = 0,$$

$$w_{1,2} = S\xi_2 - S\xi_1 = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} m_i - \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} L_{2,i} - m_1, L_{2,i} = \langle m_i - m_1 \rangle;$$

$$S_1 \rightarrow S_3 \quad (2.10)$$

$$u_{1,3} = v_{1,3} = 0,$$

$$w_{1,3} = S\xi_3 - S\xi_1 = UTC = m_1; \quad (2.11)$$

$$S_1 \rightarrow S_4.$$

Для нахождения углов, определяющих относительную ориентировку систем S_1 и S_4 , сперва воспользуемся уравнением (2.8), заменив p на 1 и q на 4. Заметим, что $b_{1,i}$ есть наблюдаемая широта, которую мы обозначили через φ_i . Следовательно,

$$b_{4,i} - B_{4,i} = \varphi_i - B_{4,i} + v_{1,4} c_i - u_{1,4} s_i, \quad (2.12)$$

причем, как это видно из рис. 3,

$$v_{1,4} c_i - u_{1,4} s_i = (\bar{\rho}_{1,4} \cdot \bar{\mu}_i).$$

Значение (2.12) изменения широты точки A_i подставим теперь вне (1.4). Мы получим

$$F = \sum_{i=1}^{n_\varphi} (b_{4,i} - B_{4,i})^2 = \sum_{i=1}^{n_\varphi} (\varphi_i - B_{4,i} + v_{1,4} c_i - u_{1,4} s_i)^2 = \min,$$

где n_φ — число обсерваторий, ведущих определения широты. Беря частные производные от F по $v_{1,4}$ и $u_{1,4}$ и приравнивая их нулю, находим

$$\sum_{i=1}^{n_\varphi} c_i (\varphi_i - B_{4,i}) + v_{1,4} \sum_{i=1}^{n_\varphi} c_i^2 - u_{1,4} \sum_{i=1}^{n_\varphi} c_i s_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n_0} s_i (\varphi_i - B_{4,i}) + v_{1,4} \sum_{i=1}^{n_0} c_i s_i - u_{1,4} \sum_{i=1}^{n_0} s_i^2 = 0. \quad (2.13)$$

Значения углов $v_{1,4}$ и $u_{1,4}$, полученные из решения (2.13), подставим в (2.9), причем будем считать, что $l_{4,i}$ постоянные и поэтому заменим их на $L_{4,i}$. И заметим, что $l_{1,i} = m_i - m_1$,

$$L_{4,i} = m_i - m_1 + v_{1,4} s'_i + u_{1,4} c'_i - w_{1,4}. \quad (2.14)$$

Как следует из рис. 3 и (1.5),

$$u_{1,4} c'_i + v_{1,4} s'_i = \Delta l_{4,i} = \Delta m_{4,i}. \quad (2.15)$$

Для любого момента времени можно найти такое значение $L_{1,4}$, при котором $w_{1,4} = 0$:

$$L_{4,i} = m_i + \Delta m_{4,i} - m_1. \quad (2.16)$$

Однако из-за ошибок наблюдений и возможных изменений долготы обсерватории A_i в системе S_4 значения $L_{4,i}$, полученные для разных эпох, не будут совпадать между собой. Поэтому в качестве оценки постоянной $L_{4,i}$ берут среднее из ее значений, полученных за какой-либо интервал $T_2 - T_1$.

Имеем

$$\begin{aligned} L_{4,i} &= \langle m_i + \Delta m_{4,i} \rangle - \langle m_1 \rangle = \\ &= \langle m_i - m_1 \rangle + \langle u_{1,4} \rangle c'_i + \langle v_{1,4} \rangle s'_i. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Хотя формула для вычисления постоянных $L_{4,i}$ получена при допущении, что $w_{1,4} = 0$, в действительности может оказаться, что при подстановке полученных значений этих постоянных в (2.14) мы будем получать для разных служб времени различные значения $w_{1,4}$, отличные от нуля. Среднее из них будет равно

$$\begin{aligned} w_{1,4} &= \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} (m_i + \Delta m_{4,i} - L_{4,i} - m_1) = \\ &= \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} m_i + \frac{u_{1,4}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c'_i + \frac{v_{1,4}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s'_i - \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} L_{4,i} - m_1, \end{aligned} \quad (2.18)$$

где n_λ — число служб времени; $SE_{1,i} + 12^h = m_i$ — местное среднее время на меридиане обсерватории A_i ; $S\xi_1 + 12^h = m_1$ — гринвичское среднее время; $E_{1,i} \times E_{4,i} = \Delta m_{4,i}$.

Угол поворота $w_{1,4}$, численно равный дуге $\xi_1 M_4$, определяет положение точки M_4 на мгновенном эфемеридном экваторе (рис. 7). Проведем через эту точку и полюс ζ_4 большой круг и отметим точку ξ_1 , в которой он пересекает условный экватор (см. рис. 5). Дуга $\xi_1 M_4$ равна углу поворота $w_{1,4}$.

Итак, для построения системы S_4 нужно:

1. Пользуясь наблюдаемыми значениями широт φ_i , найти из решения уравнений (2.13) углы поворота $u_{1,4}, v_{1,4}$.

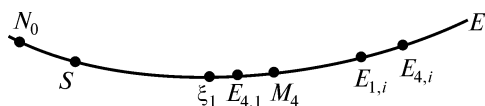


Рис. 7

2. Для каждого значения среднего местного времени m_i , полученного из наблюдений, вычислить поправку $\Delta m_{4,i}$ по (2.15).

3. Найти средние значения сумм $m_i + \Delta m_{4,i} - m_1$ за некоторый интервал времени и, приняв за постоянные долготы пунктов A_i в системе S_4 , вычислить по (2.18) угол $w_{1,4}$.

На этом построение системы S_4 заканчивается.

Этой системой пользовалось Международное бюро времени в 1956—1958 гг., причем в качестве условного полюса ζ_4 применялся так называемый средний полюс Чеккини, а впоследствии условное международное начало (СЮ). При определении его положения относительно мгновенного полюса были приняты следующие значения начальных широт пяти международных станций:

Название станции	i	$B_{4,i}$
Мидзусава	1	39°8' 3",602
Китаб	2	1,850
Карлофорте	3	8,941
Гейтерсберг	4	13,202
Юкайя	5	12,096

Новые значения условных долгот $L_{4,i}$ определили А. Стойко и Н. Стойко [1]. При этом они пользовались вариантом системы S_4 , несколько отличающимся от описанного выше. Это отличие состоит в следующем. Через условный полюс ζ_4 и зенит Гринвича Z_1 проводится большой круг. Пусть ξ'_1 — точка его пересечения с мгновенным экватором N_0E (см. рис. 1). Если принять эту точку за начало отсчета мгновенных долгот, то вместо (2.17) следует записать

$$L'_{4,i} = \langle m_i + \Delta m_{4,i} \rangle - \langle m_1 \rangle - \langle \Delta m_{4,i} \rangle = L_{4,i} - \langle \Delta m_{4,i} \rangle, \quad (2.19)$$

где на основании (2.15)

$$\langle \Delta m_{4,1} \rangle = \langle \Delta u_{1,4} \rangle \operatorname{tg} B_{4,1} = \langle \Delta u_{1,4} \rangle c'_1.$$

Такое построение было выполнено по следующей рекомендации VIII съезда Международного астрономического союза (Беркли, 1961 г.): условная долгота есть угол между средним меридианом места, проходящим через средний полюс — у нас это точка ζ_4 — и начальным меридианом, проходящим через точку пересечения экватора со средним меридианом Гринвича, которую мы обозначили ξ'_1 . Такое определение, как пишут А. Стойко и Н. Стойко, «исключает влияние движения полюса на начальный меридиан». Это нужно понимать так: в отличие от дуги $S\xi_1$ дуга $S\xi'_1$ от движения полюса не зависит. Недавно И. Д. Жонголович вновь предложил пользоваться этим начальным меридианом [4]. В [1] значения $L'_{4,i}$ вычислены с помощью (2.19) для 41 службы времени по наблюдениям с 1958 по 1961 г. Поэтому поправка,

которую нужно внести в значение $w_{1,4}$, полученное из (2.18), равна

$$\Delta w_{1,4} = w'_{1,4} - w_{1,4} = -\Delta m_{4,1} + \langle \Delta m_{4,1} \rangle = (\langle u_{1,4} \rangle - u_{1,4})c'_1;$$

$$S_1 \rightarrow S_5.$$

Чтобы получить углы $u_{1,5}, v_{1,5}$, нужно подставить в (2.12) средние широты эпохи наблюдения, изменяющиеся со временем, вместо постоянных $B_{4,i}$. Тогда

$$\sum_{i=1}^{n_\phi} c_i (\varphi_i - \psi_i) + v_{1,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i^2 - u_{1,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n_\phi} s_i (\varphi_i - \psi_i) + v_{1,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i - u_{1,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} s_i^2 = 0. \quad (2.20)$$

По А.Я. Орлову, средняя широта ψ_i обсерватории A_i есть наблюденная широта, освобожденная от периодических колебаний. Для вычисления ψ_i предложено несколько формул [5]. Разности $\varphi_i - \psi_i$ содержат только периодическую часть наблюденных изменений широты, а значит, изменения углов $u_{1,5}, v_{1,5}$ имеют характер также периодических колебаний.

Со значениями $u_{1,5}, v_{1,5}$, полученными из (2.20), находят поправки $\Delta m_{5,i}$ и их средние по времени $\langle \Delta m_{5,i} \rangle$, а по уравнениям вида (2.18) — угол $w_{1,5}$.

$$S_1 \rightarrow S_6.$$

Положив в (2.8) и (2.9) $q = 6, p = 1$ и заметив, что $b_{1,i} = \varphi_i, l_{1,i} = m_i - m_1$, получим

$$b_{6,i} - B_{6,i} = \varphi_i - B_{6,i} + v_{1,6}c_i - u_{1,6}s_i,$$

$$l_{6,i} - L_{6,i} = m_i - m_1 - L_{6,i} + v_{1,6}c_i - u_{1,6}s_i.$$

Эти выражения подставим в (1.9) и обозначим $\cos B_{6,i}$ через β_i :

$$F = \sum_{i=1}^n [(\varphi_i - B_{6,i} + v_{1,6}c_i - u_{1,6}s_i)^2 +$$

$$+ (m_i - m_1 - L_{6,i} + v_{1,6}c_i - u_{1,6}s_i)^2 \beta_i^2] = \min.$$

Из этого условия можно найти углы $u_{1,6}, v_{1,6}, w_{1,6}$, для чего нужно приравнять нулю частные производные от F по указанным углам. Так, мы приходим к следующей системе уравнений:

$$u_{1,6} \sum_{i=1}^n (s_i^2 + \beta_i^2 c_i'^2) - v_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i s_i - w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i' =$$

$$= \sum_{i=1}^n (\varphi_i - B_{6,i}) s_i - \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 - L_{6,i}) \beta_i^2 c_i',$$

$$-u_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i s_i + v_{1,6} \sum_{i=1}^n (c_i^2 + \beta_i^2 s_i'^2) - w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 s_i'^2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= -\sum_{i=1}^n (\varphi_i - B_{6,1}) c_i - \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 - L_{6,1}) \beta_i^2 s'_i, \\
 &-u_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c'_i - v_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 s'_i + w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 = \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 - L_{6,1}) \beta_i^2. \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

При выводе этих уравнений мы воспользовались тем, что $\beta_i^2 c'_i s'_i - c_i s_i$ можно заменить на $\beta_i^2 c_i s_i$. Аналогичным путем из условия (1.10) находят формулы перехода от системы S_1 к системе S_7 .

$$S_2 \rightarrow S_4, \quad S_3 \rightarrow S_4.$$

Заметим, что

$$\begin{aligned}
 u_{2,4} &= u_{3,4} = u_{1,4}, & v_{2,4} &= v_{3,4} = v_{1,4}, \\
 w_{2,4} &= w_{1,4} - w_{1,2}, & w_{3,4} &= w_{1,4} - w_{1,3}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, чтобы получить углы $w_{2,4}$ и $w_{3,4}$, нужно из (2.18) вычесть (2.10) и (2.11) соответственно. В первом случае мы придем к тому же результату, заменив в (2.18) m_1 на

$$\frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} m_i - \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} L_{2,i}.$$

Тогда

$$w_{2,4} = \frac{u_{1,4}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c'_i + \frac{v_{1,4}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s'_i + \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} (L_{2,i} - L_{4,i}). \quad (2.22)$$

Во втором случае m_1 заменяется на UTC.

$$S_2 \rightarrow S_6.$$

Углы $u_{2,6}$, $v_{2,6}$, $w_{2,6}$ получаются из решения системы (2.21) после замены m_1 на

$$\frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} m_i - \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} L_{2,i}.$$

$$S_4 \rightarrow S_5.$$

Возьмем разности (2.13)–(2.20) и, заметив, что $u_{4,5} = u_{1,5} - u_{1,4}$, $v_{4,5} = v_{1,5} - v_{1,4}$, получим

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{n_\sigma} c_i (\psi_i - B_{4,i}) - v_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\sigma} c_i^2 - u_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\sigma} c_i s_i &= 0, \\
 \sum_{i=1}^{n_\sigma} s_i (\psi_i - B_{4,i}) - v_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\sigma} c_i s_i + u_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\sigma} s_i^2 &= 0. \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

Разности $\psi_i - B_{4,i}$ представляют собой изменения средних широт обсерваторий, так как с помощью соответствующей фильтрации периодические составляющие из этих разностей исключены. Поэтому и в изменениях углов

$u_{4,5}$, $v_{4,5}$ не может содержаться периодических составляющих. Постоянные $L_{5,i}$ найдем, заменив в (2.17) $u_{1,4}$ на $u_{1,5}$ и $v_{1,4}$ на $v_{1,5}$:

$$L_{5,i} - L_{4,i} = \langle u_{4,5} \rangle c'_i + \langle v_{4,5} \rangle s'_i. \quad (2.24)$$

Наконец,

$$w_{4,5} = w_{1,5} - w_{1,4} = \frac{u_{4,5} - \langle u_{4,5} \rangle}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c'_i + \frac{v_{4,5} - \langle v_{4,5} \rangle}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s'_i. \quad (2.25)$$

$$S_3 \rightarrow S_5.$$

Имеем

$$v_{3,5} = u_{1,5}, \quad v_{3,5} = u_{1,5},$$

$$w_{3,5} = w_{1,5} - w_{1,3} = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} (m_i - L_{5,i}) + \frac{u_{1,5}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c'_i + \frac{v_{1,5}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s'_i - \text{UTC}. \quad (2.26)$$

Изменения углов $u_{3,5}$, $v_{3,5}$ имеют характер периодических колебаний.

2.3. До сих пор мы пользовались только правыми системами координат и, следовательно, в отличие от того, как это теперь принято в астрономии и геодезии, считали положительными долготы к востоку от Гринвича. Можно перейти к более привычным обозначениям, заменив углы u , v координатами полюса. Из рис. 8 видно, что

$$u_{pq} = -y_{qp}, \quad v_{pq} = -x_{qp},$$

где x_{qp} , y_{qp} — координаты полюса ζ_p на плоскости, касательной к вспомогательной сфере в точке ζ_q ; в этой же точке находится начало координат.

Запишем некоторые из формул предыдущего параграфа, вводя эти обозначения и переходя к левой системе координат, для чего нужно изменить на обратные знаки у величин l , L , s и s' . Например, для перехода $S_1 \rightarrow S_4$ вместо (2.13) получим

$$x_{4,1} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i^2 + y_{4,1} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i = \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i (\varphi_i - B_{4,i}),$$

$$x_{4,1} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i + y_{4,1} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i^2 = \sum_{i=1}^{n_\phi} s_i (\varphi_i - B_{4,i}), \quad (2.27)$$

а вместо (2.18)

$$w_{1,4} = \frac{1}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} (m_i + L_{4,i}) - m_1 + \frac{x_{4,1}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s'_i - \frac{y_{4,1}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c'_i. \quad (2.28)$$

Напомним, что $x_{4,1}$ и $y_{4,1}$ — координаты мгновенного полюса P относительно условного международного начала СЮ, которые в [3] обозначаются соответственно $x_{\text{СЮ}}$, $y_{\text{СЮ}}$. Система (2.21) теперь принимает такой вид (причем мы поменяли мес-

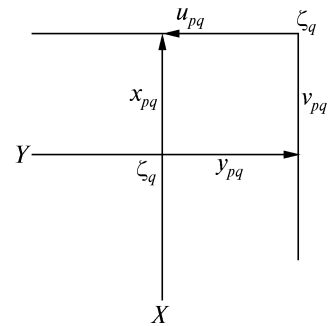


Рис. 8

тами два первые уравнения этой системы):

$$\begin{aligned}
 & x_{6,1} \sum_{i=1}^n (c_i^2 + \beta_i^2 s_i^2) + y_{6,1} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i s_i - w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 s_i' = \\
 & = \sum_{i=1}^n (\varphi_i - B_{6,1}) c_i - \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 - L_{6,1}) \beta_i^2 s_i', \\
 & x_{6,1} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i s_i + y_{6,1} \sum_{i=1}^n (s_i^2 + \beta_i^2 c_i') + w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i' = \\
 & = \sum_{i=1}^n (\varphi_i - B_{6,1}) s_i + \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 + L_{6,1}) \beta_i^2 c_i', \\
 & -x_{6,1} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 s_i' + y_{6,1} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 c_i' + w_{1,6} \sum_{i=1}^n \beta_i^2 = \sum_{i=1}^n (m_i - m_1 - L_{6,1}) \beta_i^2. \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

2.4. В 1959 г. МБВ перешло от системы S_4 к системе S_5 , т. е. от полюса Чеккини к среднему полюсу эпохи наблюдений, а в 1967 г. — обратно к системе S_4 . При втором переходе использовались формулы, которые получаются непосредственно из (2.23) и (2.25). Учитывая, что

$$y_{4,5} = y_{4,5} = y_{1,5} - y_{1,4} = -(y_m - y_{\text{CIO}}), \quad v_{4,5} = x_{4,5} = x_{1,5} - x_{1,4} = -(x_m - x_{\text{CIO}})$$

(в скобках те же разности записаны в обозначениях, принятых в [3]), а также то, что знаки при s_i , s_i' , $L_{4,i}$, $L_{5,i}$ нужно заменить на обратные, находим

$$\begin{aligned}
 x_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i^2 + y_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i &= \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i (\psi_i - B_{4,i}), \\
 x_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} c_i s_i + y_{4,5} \sum_{i=1}^{n_\phi} s_i^2 &= \sum_{i=1}^{n_\phi} s_i (\psi_i - B_{4,i}). \quad (2.30)
 \end{aligned}$$

Было сделано допущение, что $x_{4,5}$ и $y_{4,5}$ — постоянные величины и получены следующие их числовые значения: $x_{4,5} = +0'',007$, $y_{4,5} = +0'',233$. При таком допущении $w_{4,5} = 0$. Новые значения постоянных условных долгот служб времени находят из (2.24):

$$L_{5,i} = L_{4,i} - x_{4,5} s_i' + y_{4,5} c_i'. \quad (2.31)$$

Эти значения $L_{5,i}$ были приняты в дальнейшем при построении системы S_7 , названной 1968 ВИН System.

Переход $S_4 \rightarrow S_5$ был осуществлен в 1959 г. несколько иначе. Тогда было решено не изменять условные долготы, т. е. положить

$$L_{5,i} - L_{4,i} = 0.$$

При этом, однако, произошло смещение средней обсерватории на угол

$$w_{4,5} = S\xi_5 - S\xi_4 = \frac{x_{4,5}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} s_i' + \frac{y_{4,5}}{n_\lambda} \sum_{i=1}^{n_\lambda} c_i, \quad (2.32)$$

который показывает, насколько ось $O\xi_5$ опережает ось $O\xi_4$.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Т а б л и ц а 1

Год	$x_{4,5}$	$y_{4,5}$	Год	$x_{4,5}$	$y_{4,5}$	Год	$x_{4,5}$	$y_{4,5}$
1900	0	-21	1923	78	94	1946	104	108
1901	-3	26	1924	67	109	1947	81	135
1902	12	11	1925	50	69	1948	87	135
1903	12	45	1926	30	79	1949	101	119
1904	8	34	1927	60	85	1950	84	136
1905	-6	12	1928	22	109	1951	72	131
1906	-21	36	1929	36	106	1952	67	144
1907	-13	30	1930	37	134	1953	52	150
1908	6	35	1931	39	144	1954	41	122
1909	7	27	1932	21	318	1955	54	156
1910	17	14	1933	10	145	1956	72	155
1911	40	36	1934	18	137	1957	66	210
1912	26	46	1935	26	144	1958	76	195
1913	28	35	1936	14	127	1959	84	189
1914	25	30	1937	16	156	1960	57	173
1915	33	59	1918	24	147	1961	38	204
1916	53	-12	1939	26	136	1962	49	213
1917	52	21	1940	34	123	1963	52	217
1918	32	59	1941	9	126	1964	53	226
1919	42	49	1942	57	120	1965	21	240
1920	69	37	1943	57	127	1966	21	230
1921	78	18	1944	89	111	1967	20	223
1922	68	30	1945	58	90	1968	3	245

Примечание: $x_{4,5}$, $y_{4,5}$ — поправки, которые нужно придать координатам мгновенного полюса P в системе S_5 (ξ_5 — средний полюс эпохи наблюдений), чтобы получить координаты P в системе S_4 (ξ_4 — условное международное начало СЮ). Все значения даны в $0''$,001.

2.5. Допустим, что координаты двух пунктов получены в разных системах, и мы хотим привести их в одну систему. Чтобы воспользоваться для этого найденными выше соотношениями, нам нужно, во-первых, знать, в какой именно системе даны координаты каждого пункта и, во-вторых, иметь численные значения углов, определяющих относительную ориентировку осей этих систем.

Значения углов u , v , необходимые для выполнения всех преобразований, которые могут встретиться на практике, имеются. В частности, координаты $x_{4,1} = -v_{1,4}$, $y_{4,1} = -u_{1,4}$, определяющие положение мгновенного эфемеридного полюса P относительно СЮ (1894—1968 гг.), опубликованы Висенте и Юми [6]; координаты $x_{5,1} = -v_{1,5}$, $y_{5,1} = -u_{1,5}$, определяющие положение P относительно среднего полюса эпохи наблюдений P_0 с 1890,0 по 1969,0, даны в [5]. Сводка среднегодовых значений $x_{4,5}$, $y_{4,5}$ приведена в табл. 1.

Система S_7 была принята МБВ с начала 1968 г. и, как указано, названа 1968 ВИН System, причем ее полярная ось $O\xi_7$ была совмещена с осью $O\xi_4$ системы S_4 или, иначе говоря, направлена в условное международное начало СЮ. Таким образом, при вычислении начальных широт и долгот (см. табл. 1 в [3]) использовалось условие $u_{7,4} = v_{7,4} = 0$.

Данные, с помощью которых можно привести в систему S_7 результаты наблюдений предшествующих лет, полученные в других системах, содержатся

Т а б л и ц а 2

Год	$x_{7,5}$	$x_{4,5}$	$x_{7,4}$	$y_{7,5}$	$y_{4,5}$	$y_{7,4}$
1962	+55	+52	+15	+203	+202	-53
1963	47	43	26	211	212	-60
1964	40	38	14	218	220	-55
1965	31	34	4	224	223	-27
1966	22	27	2	229	230	-19
1967	10	21	11	232	239	0
1968	—	16	-10	—	248	-6
1969	—	—	-11	—	—	-23
1970	—	—	-19	—	—	-18

П р и м е ч а н и е: $x_{7,5}$, $y_{7,5}$ — поправки, которые нужно придать координатам мгновенного полюса P в системе S_5 (ξ_5 — средний полюс эпохи наблюдений), чтобы получить координаты в системе S_7 («1968 BIN System»),

$$x_{7,1} = x_{5,1} + x_{7,5};$$

$x_{4,5}$, $y_{4,5}$ — поправки, которые нужно придать координатам полюса P в системе S_5 , чтобы получить координаты в системе S_4 (ξ_4 — условное международное начало СЮ),

$$x_{4,1} = x_{5,1} + x_{4,5};$$

$x_{7,4}$, $y_{7,4}$ — поправки, которые нужно придать координатам полюса P в системе S_4 , чтобы получить координаты полюса в системе S_7 ,

$$x_{7,1} = x_{4,1} + x_{7,4}.$$

Все значения даны в $0'',001$.

в [3, табл. 8]. Мы взяли из этой таблицы значения координат $x_{7,5}$, $y_{7,5}$ и сопоставили их в табл. 2 со значениями $x_{4,5}$, $y_{4,5}$ из табл. 1. Как видно, эти значения почти совпадают. Вводя систему S_7 , руководитель МБВ Гино считал, что оси $O\xi_7$ и $O\xi_4$, совмещенные в 1968 г., совпадали и ранее и, возможно, вообще не должны расходиться. Однако в действительности оказалось не так: из непосредственного сопоставления координат мгновенного полюса в системах S_7 и S_4 Фейссель получила среднегодовые значения координат $x_{4,5}$, $y_{4,5}$, которые оказались заметно отличающимися от нуля [7]. Они помещены в столбцах 4 и 7 табл. 2.

Пользуясь приведенными в этом параграфе данными, мы можем найти относительную ориентировку полярных осей и других координатных систем.

Хуже обстоит дело с возможностью нахождения углов w между экваториальными осями: полных данных этого в нашем распоряжении нет. В [3, табл. 8] даны поправки, которые нужно придавать значениям UT1, ранее публиковавшимся в Bulletin Horaire Series, чтобы привести их к системе S_7 . Однако нельзя считать эти поправки равными углам $w_{7,4}$ или $w_{7,5}$, поскольку они включают и общий поворот всех систем, обусловленный принятием новой постоянной абберации и переходом к новому фундаментальному каталогу FK4.

2.6. В главе 1 рассмотрены принципы построения основных координатных систем, в которых путем астрономических наблюдений определяли положения зенитов обсерваторий и специальных станций служб широты и времени. У систем S_4 , S_5 , S_6 , S_7 упомянутые принципы выражаются условиями, которые налагаются на перемещения зенитов. Однако направления осей любой

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

из этих систем определяются не только принятым условием; они зависят также от того, к зенитам каких обсерваторий привязывались оси систем и какие численные значения придавались условным долготам и широтам обсерваторий.

На рис. 9 показано, какими системами координат пользовались в последние 20 лет Советская служба времени (ССВ) и МБВ*. Системы, обозначенные на этой схеме одним и тем же символом, могут и не быть идентичными. В 1953—1967 гг. ССВ пользовалась системой S_5 , в частности координатами полюса, отнесенными к среднему полюсу эпохи наблюдений, но метод и исходные данные для их вычисления изменились в начале 1961 г. До этого момента применялись координаты полюса, вычисленные Полтавской гравиметрической обсерваторией АН УССР способом А.Я. Орлова [8] по наблюдениям только советских обсерваторий; начиная с 1962 г. — вычисленные по (2.30) срочной службой широты, организованной в МБВ.

В 1961—1967 гг. как ССВ, так и МБВ применяли систему S_5 , основанную на одних и тех же данных о движении полюса. Но и при этом полной идентичности не достигалось, поскольку для образования средней обсерватории ССВ использовала результаты одних служб времени, а МБВ — других.

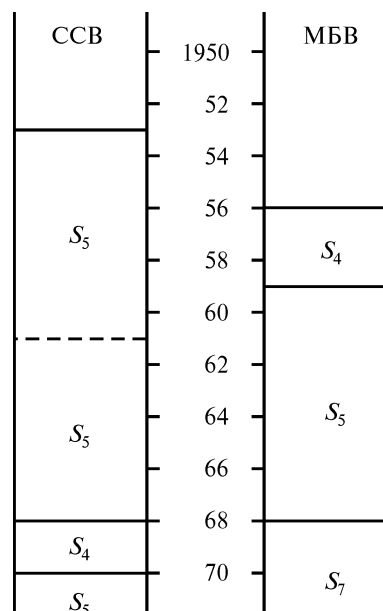


Рис. 9

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stoyko A., Stoyko N.* Bull. Hor., 1961, N 16 (Ser. 5).
2. *Корсунь А.А., Федоров Е.П.* Астрон. журн. — 1973. — **50**, № 3.
3. *BIH Annual Report for 1968.* — Paris, 1969.
4. *Жонголович И. Д.* Астрон. журн. — 1971. — **48**, № 6.
5. *Федоров Е.П. и др.* Движение полюса Земли с 1890,0 по 1969,0. — К.: Наукова думка, 1972.
6. *Vicente R., Yumi S.* Mizusawa Intern. Lat. Obs. Publications. — 1969. — **7**, N 1.
7. *Feissel M.* Annual Report for 1971. — Paris, 1972.
8. *Yumi S., Wako Y.* Mizusawa Intern. Lat. Obs. Publications. — 1966. — **5**, N 2.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

Поступила в редколлегию
28 июня 1973 г.

* В предшествующие годы применялась главным образом система S_2 , но некоторые службы времени использовали и другие системы.

Е.П. ФЕДОРОВ

О СИСТЕМАХ СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ*

1. Число координатных систем, которыми пользуются в астрономии и смежных науках при описании формы и движения естественных и искусственных небесных тел, заметно возрастает, в связи с чем рассмотрение относительных положений и перемещений этих систем становится делом все более и более сложным. Распознавать различные координатные системы приходится по их названиям (иногда довольно длинным), словесным описаниям и поясняющим рисункам. Но при этом нередко возникают затруднения из-за отсутствия общепринятых обозначений и терминологии. Есть случаи, когда одной и той же системе разные авторы присваивают разные названия или под одним и тем же названием появляются различные системы.

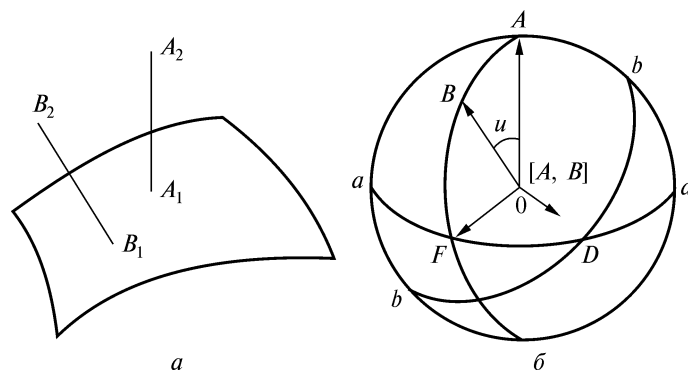
Обычный для науки путь устранения такого рода осложнений состоит в замене словесных описаний математическими символами, что, по-видимому, уже своевременно сделать по отношению к координатным системам и преобразованиям координат, которые применяют в астрономии. Ниже мы излагаем предложения по этому вопросу, основанные на следующем соображении: желательно, чтобы в самом обозначении системы координат содержалась, по возможности, полная информация о принципе ее построения, в частности, о том, как направлены оси системы.

Заметим, что следует отличать изложение принципа построения координатной системы от ее фактического построения в пространстве. Если ограничиться сферическими координатами, то под таким построением мы будем понимать последовательность действий, посредством которых визирная линия астрономического инструмента может быть направлена по любой из координатных осей и, вообще, в любую точку с заданными в данной системе координатами¹.

Поясним это на примере экваториальной системы. Принцип ее построения прост и хорошо известен. Он состоит в том, что ось OZ направляют в полюс мира, а ось OX — в точку весеннего равноденствия какой-либо эпохи. Ось OY проводят под углом 90° к востоку, чтобы получилась правая система координат. Если бы названные точки были как-либо отмечены на небесной сфере, фактическое построение экваториальной системы в том смыс-

* Астрометрия и астрофизика, 1976. — Вып. 29.

¹ Аналогией этому может быть отличие составления плана проектируемого строения на бумаге от его разбивки на местности.



Вспомогательная сфера, проходящая через концы единичных векторов \mathbf{A} и \mathbf{B} (\bar{b}), параллельных прямым A_1A_2 и B_1B_2 соответственно (a)

ле, в каком мы его определили выше, можно было бы выполнить сразу, без промежуточных операций. В действительности же приходится идти длительным путем. Он состоит в основном в определении положения невидимых точек — полюса мира и точки весеннего равноденствия — по отношению к видимым точкам — звездам и внегалактическим объектам. Любой звездный каталог можно рассматривать как сводку результатов таких определений.

Однако оси экваториальной системы, построенные по разным каталогам, как оказывается, между собою не совпадают, т. е. занимают различные положения по отношению к звездам. Это служит, хотя и косвенным, но несомненным указанием на то, что при составлении звездных каталогов никогда не удается добиться безукоризненно правильного построения экваториальной системы: оси координат, построенные по данным о их направлениях, которые содержатся в любом рассматриваемом каталоге, не проходят через полюс мира и точку весеннего равноденствия. Иначе говоря, основной круг координатной системы каталога не совпадает с экватором, а нуль-пунктом прямых восхождений служит не точка весеннего равноденствия, а другая, хотя и близкая к ней, точка ¹.

По мере накапливания новых наблюдений можно уменьшить отклонения системы каталога от истинной экваториальной системы, что обычно называют улучшением системы каталога. Но полностью устранить это отклонение не удается. Поэтому идеальная и каталожная экваториальные системы должны иметь различные обозначения.

2. На рисунке a A_1A_2 и B_1B_2 — прямые в пространстве, в общем случае не пересекающиеся. Возьмем произвольную точку O и отложим от нее единичные векторы \mathbf{A} и \mathbf{B} , параллельные этим прямым. Через их концы проведем поверхность сферы, а через начало O — две плоскости, перпендикулярные этим векторам. В пересечении со сферой они дадут большие круги aa и bb , D — одна из двух точек пересечения этих кругов. Ее называют узлом, а прямую OD — линией узлов. По направлению она совпадает с векторным произ-

¹ Мы не касаемся здесь так называемой поправки экватора, которая вводится для того, чтобы исправить неортогональность координатной системы каталога.

ведением $[A, B]$. Поэтому символами вида $[A, B]$ мы будем в дальнейшем пользоваться и для обозначения линии узлов.

Возможны и фактически применяются в астрономии два принципа построения осей сферических координат. Первый из них состоит в следующем. Ось OZ совмещают с одним из векторов. Пусть это будет вектор A . Значит, основным кругом такой системы будет большой круг aa . Плоскость начального круга проводят через векторы A и B . Прямую OF , лежащую в этой плоскости и перпендикулярную A , принимают за ось OX . Ее положительным направлением считают то, которое образует с вектором B острый угол. Ось OY направляем по вектору $[A, B]$. При этом система координат получается правой. Построенные таким способом системы обозначим двумя буквами в фигурных скобках:

$$\{A, B\}. \quad (1)$$

Примером может служить первая экваториальная система. Если обозначить через Z и P соответственно единичные векторы отвесной линии в пункте наблюдения и мгновенной оси вращения Земли, то символом этой системы будет $\{P, Z\}$.

Второй принцип отличается от первого тем, что за ось OX принимают линию узлов OD , т. е. перпендикуляр к плоскости, в которой лежат векторы A и B . Согласно принятому правилу эту систему обозначим так:

$$\{A, [A, B]\}. \quad (2)$$

По этому принципу строится, например, вторая экваториальная система:

$$\{P, [P, E]\}.$$

Здесь E — полюс эклиптики.

Если ввести третий единичный вектор C , то можно построить координатную систему вида

$$\{A, [B, C]\}, \quad (3)$$

которая, хотя и относительно редко, но также встречается в астрономии.

3. Предлагаемая символика дает возможность записывать в компактном виде выражения преобразований сферических координат. Переход от одной системы к другой — мы будем условно обозначать его стрелкой — осуществляется последовательными поворотами вокруг координатных осей. Этим поворотам соответствуют определенные перестановки и замены букв в обозначениях координатных систем.

Например, перестановка букв в обозначении вида (1), т. е. преобразование

$$\{A, B\} \rightarrow \{B, -A\}$$

соответствует повороту вокруг оси OY . Если ν — угол между векторами A и B , матрицу перехода можно записать так:

$$P_y(\nu) = \begin{Bmatrix} \cos \nu & 0 & -\sin \nu \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \nu & 0 & \cos \nu \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Замена вектора \mathbf{B} на новый вектор \mathbf{C} , т. е. преобразование

$$\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\mathbf{A}, \mathbf{C}\}$$

обозначает поворот вокруг оси OZ . Если α, δ — сферические координаты точки C в системе $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$, то матрица перехода принимает вид

$$\Pi_z(\alpha) = \begin{Bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}.$$

В частном случае, принимая $\mathbf{C} = -\mathbf{B}$, получаем

$$\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\mathbf{A}, -\mathbf{B}\},$$

что соответствует повороту вокруг оси OX на 180° . Преобразование вида

$$\{\mathbf{A}, [\mathbf{A}, \mathbf{B}]\} \rightarrow \{\mathbf{B}, [\mathbf{A}, \mathbf{B}]\}$$

обозначает поворот вокруг оси OX . Если u — угол между векторами \mathbf{A} и \mathbf{B} , то

$$\Pi_x(u) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos u & \sin u \\ 0 & -\sin u & \cos u \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

Запишем еще два преобразования и соответствующие им повороты: $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\mathbf{A}, [\mathbf{A}, \mathbf{B}]\}$ — поворот вокруг оси OZ на 90° ; $\rightarrow \{\mathbf{A}, [\mathbf{A}, \mathbf{B}]\} \rightarrow \{\mathbf{A}, [\mathbf{A}, \mathbf{C}]\}$ — поворот вокруг оси OZ на угол между двумя линиями узлов — $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$ и $[\mathbf{A}, \mathbf{C}]$. Обозначая этот угол через w , находим

$$\Pi_z(w) = \begin{Bmatrix} \cos w & \sin w & 0 \\ -\sin w & \cos w & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Более сложные преобразования можно представить в виде комбинации элементарных преобразований, рассмотренных выше. Пусть, например, \mathbf{G} и \mathbf{H} — единичные векторы, положение которых в системе $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ задано, и нам нужно найти формулы перехода от этой системы к новой системе координат $\{\mathbf{G}, \mathbf{H}\}$. Мы можем написать следующее уравнение:

$$\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\mathbf{G}, \mathbf{H}\} = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\mathbf{A}, \mathbf{G}\} \rightarrow \{\mathbf{G}-\mathbf{A}\} \rightarrow \{\mathbf{G}, \mathbf{H}\}.$$

Для каждого из элементарных преобразований в правой части вид матрицы перехода известен. Чтобы получить общие формулы перехода от системы $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ к $\{\mathbf{G}, \mathbf{H}\}$, нужно просто перемножить эти матрицы.

4. Введем обозначения единичных векторов некоторых прямых, с которыми связывают оси различных систем сферических координат. При этом мы будем либо прямо указывать направление вектора, либо называть ту точку на вспомогательной сфере, к которой он направлен, причем сам вектор будем обозначать такой же буквой, как и названную точку. Например, Z_j — единичный вектор отвесной линии в точке A_j , Z_j — зенит этой точки. Там, где это необходимо, в квадратных скобках даются ссылки на работы, в которых можно найти определения соответствующих терминов.

- S_i — направление наблюдатель-звезда;
 N — нормаль к плоскости орбиты планеты;
 E_0 — полюс эклиптики начальной эпохи t_0 ;
 E — полюс эклиптики эпохи t ;
 Q — большая ось орбиты планеты;
 P_0 — средний полюс мира эпохи t_0 ;
 P_t — средний полюс мира эпохи t ;
 P — истинный полюс мира эпохи t ;
 C — средний полюс инерции Земли;
 P_c — мгновенный полюс вращения Луны [5];
 Z_0^c — зенит Гринвича;
 P_c — условное начало координат полюса Земли [6];
 P_ψ — средний полюс эпохи наблюдений по определению А.Я. Орлова [6];
 M — средняя обсерватория [6];
 P_k — полюс звездного каталога [7];
 X_k — нуль-пункт прямых восхождения звездного каталога [7].

5. Выбирая попарно единичные векторы из приведенного выше списка, мы можем построить несколько сот координатных систем. Здесь достаточно привести для иллюстрации предлагаемого способа обозначений только несколько примеров. При этом мы будем брать как наиболее часто применяемые системы, так и такие, которые встречаются только в отдельных работах.

- $\{Z_j, P\}$ — горизонтальная (местная) система;
 $\{P, Z_j\}$ — первая экваториальная система.

Учитывая замечание относительно обозначения узлов в п. 2, точки востока и запада можем обозначить соответственно так: $\{P, Z_j\}$ и $\{Z_j, -P\}$.

- $\{P, Z_0\}$ — система, которая применялась службами времени с 1884 г. до середины текущего столетия;
 $\{P_c, M\}$ — система, принятая Международным бюро времени в 1968 г. и названная 1968 *BIH System* [11];
 $\{E_0, [P_0, E_0]\}$ — эклиптическая система начальной эпохи t_0 , причем $[P_0, E_0]$ — восходящий узел эклиптики начальной эпохи на экваторе той же эпохи;
 $\{P_0, [P_0, E_0]\}$ — средняя экваториальная система эпохи t_0 (в книге «Стандартная Земля» эта система ($t_0 = 1950,0$) названа «небесной системой», причем считается, что она достаточно точно реализуется звездным каталогом Смитсоновской астрофизической обсерватории, т. е. близка к системе $\{P_k, X_k\}$ этого каталога [1]);
 $\{P_t, [P_t, E]\}$ — средняя экваториальная система эпохи t (в работе [1] она называется средней звездной системой);
 $\{P, [P, E]\}$ — истинная экваториальная система эпохи t (в работе [1] она названа звездной (сидерической) системой);
 $\{P_c, [P_c, E]\}$ — лунная экваториальная система;
 $\{P_c, [P_c, P]\}$ — лунная экваториальная система Макмесона [5, с. 20].

Как отмечалось ранее, системы вида $\{A, [B, C]\}$ встречаются довольно редко. Например, $\{P_c, [P_t, E]\}$, где $[P_t, E]$ — узел эклиптики эпохи t на среднем

экваторе той же эпохи, и $\{\mathbf{P}, [\mathbf{P}_0, \mathbf{E}_0]\}$. Первую систему В.Б. Гуревич считает удобной при решении некоторых задач лунной астрометрии [2]. Вторая применялась в Смитсоновской астрофизической обсерватории при получении орбитальных элементов искусственных спутников Земли. Поэтому в работе [1] она названа «орбитальной». Ось OZ этой системы направлена к истинному полюсу в момент t , ось OX — в точку, которая расположена на истинном экваторе, но смещена к востоку от точки весеннего равноденствия в момент t на угол, равный прецессии и нутации по прямому восхождению от эпохи 1950,0 до данной эпохи. При обозначении этой системы мы воспользовались тем, что ее ось OX есть линия пересечения плоскости, проходящей через векторы \mathbf{P} и $[\mathbf{P}_0, \mathbf{E}_0]$, с плоскостью мгновенного экватора эпохи t .

Рассмотренные выше системы сферических координат различаются только направлением их осей. За исключением двух первых систем, эти направления совершенно не зависят от положения наблюдателя. Поэтому не имело смысла указывать в названии или обозначении системы положение ее начала (например, пользоваться терминами гео-, гелио-, селеноцентрическая система экваториальных сферических координат. Но поскольку видимое положение объекта в данной системе зависит от того, откуда этот объект наблюдается, следует различать гео-, гелио-, селеноцентрические положения в одной и той же системе экваториальных координат).

Иначе обстоит дело с двумя следующими системами: $\{\mathbf{E}, \mathbf{S}\}$, где \mathbf{S} — звезда γ Овна. В этой системе даны положения звезд в каталоге Коперника [4]. Она подробно рассмотрена в работе [8]; $\{\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1\}$, где $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1$ — две любые звезды [9]. Преимущество этой системы состоит в том, что ее оси равномерно вращаются вокруг некоторой оси, занимающей почти неизменное положение в инерциальной системе координат. Однако, кроме этого, оси системы $\{\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1\}$, как и системы $\{\mathbf{E}, \mathbf{S}\}$, совершают слабые периодические колебания, обусловленные параллактическими и абберрационными смещениями звезд. Главным образом поэтому системы координат, непосредственно привязанные к звездам, не получили распространения в астрометрии.

Приведем два примера записи формул преобразования координат. Первое из них часто встречается в теоретической астрономии:

$$\{\mathbf{P}, [\mathbf{P}, \mathbf{E}]\} \rightarrow \{\mathbf{N}, \mathbf{Q}\} = \{\mathbf{P}, [\mathbf{P}, \mathbf{E}]\} \rightarrow \{\mathbf{P}, [\mathbf{P}, \mathbf{N}]\} \rightarrow \{\mathbf{N}, [\mathbf{P}, \mathbf{N}]\} \rightarrow \{\mathbf{N}, \mathbf{Q}\}.$$

Обозначим угол между линиями узлов $[\mathbf{P}, \mathbf{E}]$ и $[\mathbf{P}, \mathbf{N}]$ через Ω , угол между \mathbf{P} и \mathbf{N} — через i , между $[\mathbf{P}, \mathbf{N}]$ и \mathbf{Q} — через ω . Тогда матрицу преобразования записываем так:

$$P_z(\omega) \cdot P_x(i) \cdot P_z(\Omega).$$

Отсюда, используя формулы (5) и (6), сразу же получаем известные выражения так называемых экваториальных проективных элементов (см., например, [10, с. 25]).

В качестве второго примера возьмем переход от средней экваториальной системы начальной эпохи t_0 к средней экваториальной системе эпохи t . Его можно выполнить двумя способами:

$$\{\mathbf{P}_0, [\mathbf{P}_0, \mathbf{E}_0]\} \rightarrow \{\mathbf{P}_t, [\mathbf{P}_t, \mathbf{E}]\} = \{\mathbf{P}_0, [\mathbf{P}_0, \mathbf{E}_0]\} \rightarrow \{\mathbf{P}_0, [\mathbf{P}_t, \mathbf{P}_0]\} \{\mathbf{P}_t, [\mathbf{P}_t, \mathbf{P}_0]\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \{P_t, [P_t, E]\} = \{P_0, [P_0, E_0]\} \rightarrow \{P_0, P_t\} \rightarrow \{P_t, P_0\} \rightarrow \{P_t, [P_t, E]\}.$$

Используя для углов поворота известные обозначения С. Ньюкомба (см. [3, с. 25]), можем записать

$$P_z(-90^\circ - z) \cdot P_x(\theta) \cdot P_z(90^\circ - \zeta_0) = P_z(-z) \cdot P_y(\theta) \cdot P_z(-\zeta_0).$$

В теории прецессии выведены формулы, выражающие зависимость углов, z , ζ_0 и θ от разности эпох $t - t_0$. Чтобы найти элементы общей матрицы прецессии, достаточно подставить и затем перемножить матрицы, как указано выше.

В заключение отметим следующее. Как это обычно бывает с новой символикой, для того чтобы научиться свободно пользоваться предлагаемыми обозначениями, легко распознавая в них соответствующие геометрические образы, нужны некоторые усилия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вейс Дж. Системы отсчета. — В кн.: Стандартная Земля. — М.: Мир, 1969. — С. 15—31.
2. Гуревич В.Б. О вычислении и точности селеноцентрических экваториальных координат // Астрон. журн. — 1965. — 42. — С. 437.
3. Идельсон Н.И. Редукционные вычисления в астрономии // Астрономический ежегодник на 1941 г. — М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1940. — С. 381—432.
4. Коперник Н. О вращениях небесных сфер. — М.: Наука, 1964.
5. Куликов К.А., Гуревич В.Б. Основы лунной астрометрии. — М.: Наука, 1972.
6. Федоров Е.П. О системах координат, применяемых службами времени и широты // Астрометрия и астрофизика. — 1974. — Вып. 23. — С. 3—20.
7. Федоров Е.П. Об определении направлений координатных осей каталогов звезд // Астрометрия и астрофизика. — 1974. — Вып. 24. — С. 3—14.
8. Федоров Е.П. Роздуми над зоряним каталогом Коперника. — В кн.: Система світу Коперника та сучасна астрономія. — К.: Наук. думка, 1973. — С. 49—74.
9. Федоров Е.П. О принципах построения координатных систем, применяемых в астрономии. — В кн.: Системы координат в астрометрии. — Ташкент: ФАН, 1971. — С. 35—57.
10. Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. — М.: Наука, 1965.
11. *VIN Annual Report for 1968.* — Paris, 1969.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

Поступила в редколлегию
в феврале 1975 г.

Е.П. ФЕДОРОВ

ОБЩИЙ ВЗГЛЯД НА АСТРОМЕТРИЮ*

ВВЕДЕНИЕ

1.1. «Возьмите бумагу и циркуль, пусть этот белый лист будет огромным пространством Вселенной, на котором вы должны расположить и привести в порядок части Вселенной так, как это вам подсказывает разум». Так в «Диалоге» Галилея [7, с. 236] ставится задача, которую в исторической и логической последовательности можно считать первой задачей астрономии и которую теперь мы могли бы назвать построением геометрической и кинематической модели Вселенной. Исходные данные для создания такой модели доставляет астрометрия. Задача этой науки состоит в проведении таких измерений и наблюдений, на основе которых определяются форма, положение и движение небесных тел. В задачу астрометрии входит также анализ и согласование результатов этих измерений и наблюдений и представление их в обзримом и наиболее удобном виде.

Каково число объектов астрометрических наблюдений и как они расположены по отношению к Земле? С наибольшей плотностью эти объекты населяют теперь близкие окрестности Земли радиусом около 40 тыс. км (рис. 1). Здесь движутся искусственные спутники Земли (ИСЗ) — они исчисляются тысячами. Далее находится область, занятая естественными телами Солнечной системы: планетами, астероидами, кометами. Их тоже тысячи, но систематически наблюдаются только немногие из них: Луна, Солнце, большие и некоторое число малых планет.

Еще дальше, между Плутоном и ближайшими звездами находится громадное «пустое» (в том смысле, что в нем нет объектов астрометрических наблюдений) пространство. Эта особенность окружающего нас мира в значительной мере предопределила методы и пути развития классической астрометрии (подробнее см. в п. 3.1). Из общего числа звезд нашей Галактики менее одного процента доступны для астрометрических наблюдений. И все же число таких звезд настолько велико — оно приближается к миллиарду, что невозможно, да и не имело бы смысла, пытаться определить положения и движения всех этих звезд. Любой каталог всегда представляет собой лишь малую выборку из этого множества. Как и в каком количестве выбираются звезды — зависит от цели каталога и тех возможностей, которыми располагают его составители. Наконец, в число объектов астрометрических наблюдений

* Геодинамика и астрометрия: Основания, методы, результаты / Отв. ред. Е.П. Федоров. — К., 1980.

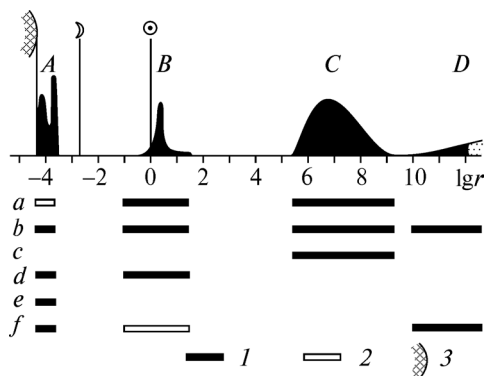


Рис. 1. Пространственное положение объектов, доступных различным средствам астрометрических наблюдений. По оси абсцисс отложены логарифмы расстояний от центра Земли в а. е. *Области:* *A* — ИСЗ, *B* — естественных тел Солнечной системы, *C* — звезд, *D* — квазаров, галактик. *Способы наблюдений:* *a* — визуальный, *b* — фотографический, *c* — фотоэлектрический, *d* — радиолокационный, *e* — лазерная локация, *f* — радиоинтерферометрия; *1* — освоенные методы наблюдений; *2* — методы, находящиеся в стадии разработки или испытания, а также методы утратившие свое значение; *3* — поверхность Земли

входят квазары и компактные галактики. Подходящих именно для целей астрометрии удастся подобрать из них немного — всего несколько тысяч, но в современной астрометрии им отводится важная роль.

1.2. Давно было понятно, что для описания любого тела требуется другое тело — его называют телом отсчета, к которому должно быть отнесено движение первого. Отсюда берет начало применение метода координат в физике и астрономии. Этот метод широко используется и в математических дисциплинах, где, естественно, уже не приходится устанавливать связи координатных систем с физическими телами. Но в физике и астрономии, как настойчиво подчеркивал Эйнштейн, делать это нужно всегда. «Всякое пространственное описание событий, — писал он, — предполагает наличие твердого тела, с которым событие связано пространственно. Эта связь предполагает, что расстояния подчиняются законам евклидовой геометрии, причем сами расстояния определяются физически двумя отметками на твердом теле» [36, с. 171].

Вопрос о выборе тела отсчета возникал на разных этапах истории астрометрии — науки, которая занимается «пространственным описанием событий» в космосе. Для античных ученых — по крайней мере для большинства из них — ответ на этот вопрос не вызывал сомнений: телом отсчета должна быть Земля. Но для Коперника, переместившего Землю на гелиоцентрическую орбиту и придавшего ей суточное вращение, такой выбор был неприемлем.

В системе мира Коперника вся Вселенная заключена, как в оболочку, в абсолютную твердую неподвижную сферу звезд. Казалось бы, что такая сфера может служить идеальным телом отсчета. Но сам Коперник понял, что это не так (см. п. 3.2). Обзор последующего развития метода координат в астрометрии представляет не только исторический интерес — он важен и для уяснения положения, сложившегося в этой науке в наши дни. Астрометрия напоминает старые здания, которые много раз достраивались и перестраивались. Их отдельные части могут быть образцами архитектурного искусства, но в целом такие здания обычно лишены той стройности и целесообразности, которая свойственна зданиям, построенным от начала и до конца по единому хорошо продуманному плану. Это становится особенно заметно, когда возникает необходимость в их новых перестройках.

По-видимому, такая необходимость в перестройке астрометрии появляется теперь. Обстановка на переднем крае этой науки быстро и существенно изменяется. А когда на переднем крае любой науки происходят или назревают большие события, сотрясение испытывает весь ее остов, и при этом часто обнаруживается необходимость укрепить ее фундамент путем пересмотра и уточнения тех принципов, понятий и определений, из которых он складывается.

2. ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ТЕЛ

2.1. Итак, первой задачей астрометрии должно быть определение относительных положений небесных тел в трехмерном реальном пространстве. Для этого в астрометрии применяются особые, свойственные только ей средства и способы измерений. Чтобы уяснить, в чем состоят их особенности, будет полезно предварительно несколько остановиться на общих принципах определения относительных положений физических тел и построения координатных систем. При этом мы ограничимся лишь самыми простейшими случаями.

Пусть мы имеем тело отсчета A и материальную точку S (рис. 2). Какие измерения нужно сделать, чтобы определить положение этой точки относительно тела A ? Рассмотрим два возможных способа. На теле A делаются три отметки A_1 , A_2 и A_3 , не лежащие на одной прямой. Расстояние между какими-либо двумя из них, например A_1 и A_2 , условно принимается за единицу длины. Затем измеряются расстояния $A_1S = r_1$, $A_2S = r_2$ и $A_3S = r_3$. Так вполне определяется положение точки S относительно тела A , нужно только дополнительно указать направление, в котором следуют отметки A_1 , A_2 , A_3 (по или против часовой стрелки), если смотреть на них со стороны точки.

Второй способ состоит в измерении углов. Можно, например, измерить углы между векторами r_1 , r_2 и вектором a_{12} . Тогда из решения треугольника A_1SA_2 найдутся расстояния r_1 и r_2 , а если затем измерить угол между векторами a_{13} (или a_{23}) и r_3 , то положение точки S относительно тела отсчета A будет определено. Возможны и другие, комбинированные, способы, при которых измеряются и расстояния, и углы. Существенно то, что наименьшее число измеряемых величин всегда равно трем.

Отсюда легко перейти к определению положения уже не точки, а какого-либо тела B относительно тела отсчета A . Пусть B_1 , B_2 и B_3 — отметки на поверхности тела B . Для решения рассматриваемой задачи достаточно измерить шесть каких-либо расстояний от этих отметок до точек A_1 , A_2 и A_3 на поверхности тела отсчета.

Примером может служить определение положения Луны путем измерения расстояний лазерными дальномерами. Последние нужно установить в трех точках поверхности Земли, а уголкового отражатели — в трех точках поверхности Луны и выполнить одновременно измерение шести расстояний, например расстояния от точки A_1 на Земле до трех уголкового отражателей, от точки A_2 до двух и от точки A_3 до одного из них.

2.2. При описании относительного движения физических тел можно пользоваться непосредственно измеряемыми величинами. Однако картина значи-

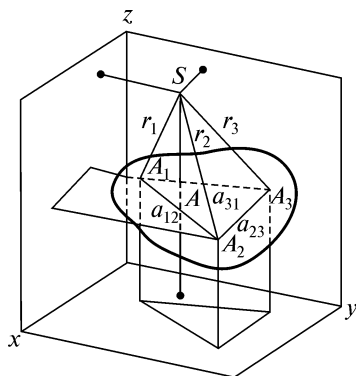


Рис. 2. Схема определения положения точки и геометрического задания системы декартовых координат, связанной с телом отсчета

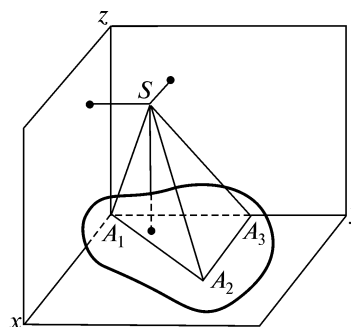


Рис. 3. Частный случай задания системы координат в трехмерном пространстве

тельно выигрывает в простоте и наглядности, если перейти к таким функциям этих величин, которые называются координатами. Проще становятся и математические выкладки. По-видимому, это и имел в виду Вейс [72], когда писал, что геометрию и кинематику Вселенной можно изучать, вообще не пользуясь координатами, но введение координат существенно упрощает дело.

Возьмем наиболее часто применяемую прямоугольную декартову систему координат. Выбор начала этой системы и направления ее осей — мы предлагаем называть это заданием системы — зависит от исследователя. В таком задании должно быть указано, какое физическое тело принимается за тело отсчета и как связывается с ним система координат. Из предшествующего следует, что в простейшем случае для этого достаточно задать шесть расстояний до координатных плоскостей от трех точек тела отсчета, не лежащих на одной прямой, например (см. рис. 2) расстояния x_1, y_1, z_1 от точки A_1 , расстояния y_2, z_2 от A_2 и расстояния z_3 от точки A_3 .

Нередко начало координат помещают не вне (как показано на рис. 2), а внутри тела отсчета. Такие системы удобны при описании фигур и вращения небесных тел. Частный и наиболее простой случай привязки системы координат к телу отсчета показан на рис. 3: начало координат совмещается с точкой A_1 (т. е. принимается, что $x_1 = y_1 = z_1 = 0$); ось OY проводится через точку A_3 ($y_3 = z_3 = 0$), а плоскость XOY — через точку A_2 ($z_2 = 0$).

До сих пор мы рассматривали такие способы задания координатных систем, которые можно назвать геометрическими. Известны и иные способы. Примером может служить следующее задание. Начало координат помещается в центр массы тела отсчета, а оси направляются по главным осям инерции этого тела. Такие системы нередко применяются в тех случаях, когда телом отсчета служит Земля или Луна.

2.3. Иногда, например, в строительном деле возникает необходимость, так сказать, материализовать систему координат, установив рейки на месте координатных осей, чтобы прямо по ним откладывать, в соответствии с проектом, координаты различных точек воздвигаемого строения. Это в букваль-

ном смысле слова можно было бы назвать построением системы координат. Понятно, что подобное построение в астрометрии невозможно. Расстояния небесного тела от координатных плоскостей избранной системы никогда не удастся измерить непосредственно, прежде всего потому, что эти плоскости в пространстве ничем не обозначены. Эйнштейн писал об этом так: «На практике три плоскости, образующие систему координат, обычно не применяются, а сами координаты определяются без построений с твердыми масштабами» [36, с. 171].

В таком случае под *построением* координатной системы мы будем в дальнейшем понимать последовательность действий, которые позволяют находить расстояния наблюдаемых объектов от координатных плоскостей, которые, как было показано, ничем не обозначены. Чтобы пояснить это примером, возвратимся к рис. 2. Прежде всего нужно найти те координаты точек A_2 и A_3 , которые не вошли в задание системы. Очевидно, что

$$x_2 = x_1 \pm \left[a_{12}^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 \right]^{1/2}.$$

Правая часть этого уравнения содержит только известные величины: расстояние a_{12} , которое принято за единицу масштаба, и координаты x_1, y_1, z_1 и y_2, z_2 , вошедшие в задание системы. (На рис. 2 видно, какая из точек, A_1 или A_2 , находится ближе к плоскости YOZ . Это дает возможность выбрать знак перед квадратными скобками в правой части уравнения.)

Подобным же образом находят координаты x_3, y_3 , если расстояния a_{23} и a_{31} измерены. После этого можно перейти к вычислению координат x, y, z точки S . Они связаны с известными координатами отметок A_1, A_2, A_3 на теле отсчета A следующими уравнениями:

$$r_1^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2,$$

$$r_2^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2,$$

$$r_3^2 = (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2,$$

из которых можно найти неизвестные x, y, z , поскольку r_1, r_2, r_3 — измеренные расстояния.

До сих пор мы рассматривали привязку координатной системы к телу отсчета путем задания расстояний координатных плоскостей только от трех его точек. Это простейший случай, поскольку три — наименьшее число точек, при которых возможна такая привязка. Однако можно задать расстояния координатных плоскостей и от большего числа точек тела отсчета. Обозначим это число через N . Чтобы все расстояния, т. е. $3N$ координат точек, были взаимно согласованы, нужно связать между собой эти N точек соответствующими измерениями, которые, естественно, будут отягощены ошибками.

В некоторых случаях для задания системы координат пользуются не телами отсчета, а положениями одной и той же точки в разные моменты времени, например планеты на ее орбите. Однако так можно построить только вспомогательные координатные системы, при условии, что законы движения точки в некоторой основной системе отсчета установлены ранее.

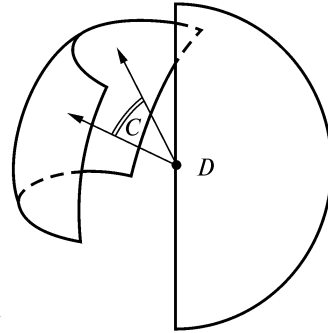
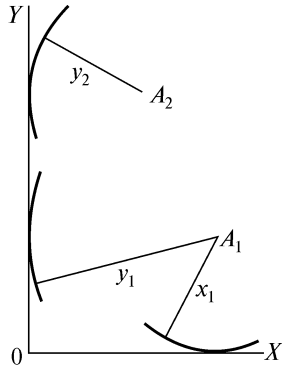


Рис. 4. Построение координатных осей на плоскости

Рис. 5. Геометрические построения на сферической поверхности (D — линейка, C — циркуль)

Итак, применение координатных систем в астрометрии не имеет смысла без четкого указания на то, с какими телами отсчета и посредством каких заданий и измерений связываются

эти системы. В тех случаях, когда в астрометрии применяются не геометрические, а динамические способы задания координатных систем, иногда бывает трудно разобраться в сложной последовательности действий, посредством которых определяются координаты в заданной системе. Но это все же важно делать, так как, по словам Эйнштейна [36, с. 171], «пользуясь в физике и астрономии различными координатными системами, мы должны, во избежание неясностей, всегда указывать, как эти системы связаны с реальными физическими телами». К астрометрии можно еще отнести с достаточным основанием следующее высказывание А. Мигдала [25]: «Очень часто неясные вопросы, возникающие на первой стадии работы, исчезают или проясняются, если произнести магические слова: сформулируй вопрос в терминах наблюдаемых величин».

В заключение этого параграфа остановимся на построении координатных систем в двухмерном пространстве, поскольку такими построениями нередко пользуются при решении астрономических задач. Естественно, что они проще, чем построения в трехмерном пространстве. Пусть мы имеем плоскую фигуру A (рис. 4). Достаточно отметить на ней две точки и задать три числа, например, x_1 , y_1 и y_2 , чтобы связать с этой фигурой оси XOY . Все построения, показанные на рис. 4, выполняются с помощью линейки и циркуля. Подобные построения можно сделать и на внутренней стороне сферической поверхности, для чего нужно иметь линейку в виде транспортира и циркуль того же радиуса, что и сфера (рис. 5).

Понятно, что на плоской фигуре можно брать не две, а больше точек. Так поступают, например, при построении координатных систем на снимках Луны, когда за начало координат принимают центр окружности (или эллипса), проведенной так, что сумма квадратов ее расстояний от ряда точек на лимбе имеет наименьшее значение.

При рассмотрении задач этого параграфа мы ограничивались случаями наименьшего необходимого числа измерений. Так мы будем поступать и в дальнейшем. Такой подход не только вносит простоту и ясность в изложение принципов решения задач, но имеет и практическое значение. Наименьшее число измерений равняется числу уравнений, служащих для определения искомого неизвестного (но не их ошибок, поскольку формально решение получается точным). Найденными из этих уравнений значениями неизвестных

можно затем воспользоваться для линеаризации уравнений, полученных по большому числу измерений. Примером может служить определение предварительной эллиптической орбиты по трем наблюдениям и ее последующее уточнение по большому числу наблюдений.

3. СТРАНИЦЫ ИСТОРИИ

3.1. Теперь мы остановимся на том, почему Коперник не мог заменить неподвижную Землю античных ученых сферой звезд как единственным телом отсчета. Казалось, что эта сфера, говоря словами И. Ретика, «вмещающая все, и к которой звезды прикреплены так надежно, что они не в силах изменить свое взаимное расположение, как бы специально создана для того, чтобы мы могли замечать положения и движения других заключенных в ней сфер и планет» [30, с. 510].

И все же оказалось, что ею нельзя пользоваться как телом отсчета — для этого сфера звезд слишком велика. Коперник испытал несколько способов оценки ее размера. Установив, что плоскость горизонта при пересечении со сферой звезд образует большой круг, он пишет главу «О несообразности неба по сравнению с Землей», а отсутствие годового изменения блеска звезд приводит как доказательство того, что радиус этой сферы неизмеримо больше радиуса земной орбиты. Так Коперник приходит к выводу, что «между наивысшей планетой Сатурном и сферой неподвижных звезд находится еще очень большой промежуток» [23, с. 35].

Эта особенность строения окружающего нас мира, как было упомянуто в п. 1.1, предопределила пути развития астрометрии. Пришлось, отказавшись от мысли, что при изучении геометрии и кинематики Вселенной можно обойтись одним телом отсчета, так сказать, разделить роли: использовать для задания начала координат тела Солнечной системы и для задания направления осей — сферу звезд. Сама огромность этой сферы предоставляла Копернику возможность рассматривать указанные задания как независимые, поскольку обнаружить изменения направлений прямых, соединяющих наблюдателя со звездами, Копернику (может быть, к его счастью) не удалось. В этом отношении сфера звезд действительно представлялась безупречным телом отсчета для закрепления направлений координатных осей. Но Коперник выдвигал и другое требование: тело отсчета, служащее для изучения движения других тел, само должно быть неподвижным. Удовлетворяла ли этому требованию сфера звезд? Поскольку в космологии Коперника этот вопрос занимает большое место, остановимся на нем несколько подробнее. Вторая книга основного труда Коперника «О вращениях небесных сфер» заканчивается «Каталогом знаков зодиака и звезд» [23, с. 110]. Этот каталог Н.И. Идельсон назвал «музейным уникамом» и одной из странных частей астрономической системы Коперника [20, с. 33]. Уже одно то, что эти слова принадлежат такому тонкому знатоку истории астрономии, каким был Н.И. Идельсон, повышает интерес к каталогу Коперника. В чем заключается его уникальность, его странность?

Н.И. Идельсон отвечает на этот вопрос так. «Подобно тому, как Птолемей в «Альмагесте» дал нам первый звездный каталог, отнеся в нем положе-

ния 1022 звезд по долготе к равноденствию его эпохи (140 г. н. э.), так теперь Коперник строит свой новый каталог, где он дает долготы и широты тех же звезд. Но так как Коперник уже знает, что равноденствие есть подвижная точка, «то, — говорит он, — не положения звезд следует относить к равноденствию, место которого с течением времени меняется, а, напротив, положение равноденствия надлежит относить к звездной сфере». Соответственно этому Коперник принимает за начало отсчета, т. е. за начало всех долгот, определенную звезду (γ Овна), долготу которой он полагает равной нулю, и, преобразуя каталог Птолемея, определяет по отношению к ней долготы всех звезд. Таким путем он мыслит создать вечный звездный каталог, не связанный с равноденствием какой-либо эпохи».

Таким образом, единственное отличие каталога Коперника от каталога 1022 звезд Птолемея состоит в описанном переносе начала счета долгот. Однако, приглядевшись внимательнее, мы убеждаемся, что этот перенос имел глубокий принципиальный смысл и был нужен Копернику, чтобы придать завершенность создаваемой им картине Вселенной. А соображения, которыми руководствовался при этом Коперник, не только не утратили своего первоначального значения, но, скорее, приобрели новую силу в наше время.

3.2. Как было отмечено, для предшественников Коперника телом отсчета была неподвижная Земля. Но для наблюдательной астрономии того времени система координат, связанная с Землей, была неудобной. Античных и средневековых ученых интересовало прежде всего движение Солнца, Луны и планет; они особенно ценили возможность предвычислять это движение. А положение этих небесных тел было проще всего относить к системе координат, которая совершает равномерное суточное вращение вокруг неподвижной оси. К тому же такое простое вращение внешней сферы, приводящей, согласно Аристотелю, в движение весь сложный механизм мироздания, удовлетворяло требованию гармонии мира. Однако ответ на вопрос о том, что же именно считать внешней сферой, зависел от того, какое объяснение дать прецессии.

Трудно сказать, когда и каким путем было впервые установлено, что Солнце в своем годовом движении перемещается на небесной сфере по большому кругу — возможно, что и здесь основную роль сыграли общие соображения о гармонии, а не данные наблюдений. Как бы то ни было, еще вавилонские астрономы пользовались эклиптической как основным кругом системы небесных координат, а за начало отсчета долгот они принимали точку пересечения экватора с эклиптической. Это и была та система координат, в которой античные астрономы находили из наблюдений положения небесных светил. Как установил Гиппарх еще во II в. до н. э., положения звезд в этой системе изменяются: их долготы постепенно возрастают. О том, что звезды могут перемещаться одна относительно другой, в то время даже предположений не высказывалось. Поэтому явление, обнаруженное Гиппархом и названное прецессией, было истолковано как относительное вращение сферы звезд и системы эклиптических координат вокруг нормали к плоскости эклиптики. Тогда-то и возник вопрос о том, какая же сфера совершает по отношению к Земле простое вращение.

Много позже Данте писал: «Об этом высказывались разные мнения, но в конце концов истина была найдена. Птолемея заметил, что восьмая сфера

(т. е. небо звезд) движется в нескольких направлениях. Он увидел, что орбита ее отклоняется от той правильной орбиты, по которой все обращается с востока на запад, и, наконец, вынужденный к тому началами философии, непременно требующей наличия простейшего перводвигателя, предположил существование еще одного неба, находящегося за пределами неба звезд и совершающего именно это обращение с востока на запад... Оно воспринимается не чувственно, но лишь через то движение, о котором говорилось выше; многие называют это небо Кристалльным, т. е. просвечивающим или насквозь прозрачным» [12, с. 138]. Данте даже воспользовался движением звездного неба относительно Кристалльного неба для измерения времени. О возрасте Беатриче, когда он с нею впервые встретился, Данте говорит так: «В этой жизни она пребывала уже столько времени, что звездное небо передвинулось к восточным пределам на двенадцатую часть одного градуса».

Мнение участников диспутов о движении небесных сфер совпадало в одном: под их ногами находится неподвижная Земля. Коперник знал, что это не так. Естественно, что перед ним возник вопрос: если видимое суточное движение небесных тел есть отображение вращения Земли, то что же неподвижно: сфера звезд или гипотетическая девятая сфера? На этот вопрос Коперник с полной определенностью отвечает так: «Первой и наивысшей из всех является сфера неподвижных звезд, содержащая самое себя и все и поэтому неподвижная» [23, с. 34]. Упомянув о том, что для объяснения предварения равноденствий некоторые придумали девятую и даже десятую сферы, и уже начала появляться на свет одиннадцатая, Коперник заявляет, что все эти сферы можно устранить как излишние, если ввести движение Земли. «Равноденствия и солнцестояния кажутся наступающими несколько раньше не потому, что в направлении последовательности знаков зодиака движется сфера неподвижных звезд, а скорее потому, что против последовательности знаков движется равноденственный круг, стоящий наклонно к плоскости зодиака в соответствии с мерой отклонения оси земного шара» [23, с. 159]. Н.И. Идельсон называет это самым изумительным, на взгляд астронома, открытием Коперника, открытием, принадлежащим только ему, так как никаких намеков на эту мысль ни у древних, ни у средневековых астрономов не встречается.

Итак, если неподвижна сфера звезд, то именно с ней и следует связать систему координат, которая будет служить для определения направлений. Значит, в звездах и нужно искать неподвижное начало для всех астрономических отсчетов, и Коперник вполне последовательно делает это так: он принимает за основной круг системы небесных координат эклиптику, а за начало долгот — звезду γ Овна, или, как он ее называет, «переднюю из двух на рогах и первую из всех звезд» [23, с. 127]. Теперь мы знаем, что из-за возмущающего влияния планет на орбитальное движение Земли плоскость эклиптики не сохраняет неизменного положения и что относительные положения звезд изменяются. Но Коперник (может быть, опять-таки к своему счастью) этого не знал, а потому он имел основания считать, что его координатная система неподвижна, так как она прочно скреплена с материальной сферой, абсолютно твердой и совершенно неподвижной. Так в системе Коперника были закреплены направления координатных осей.

В силу этого каталог Коперника действительно оказался музейным уникамом, так как, «начиная от Гиппарха и Птолемея и кончая Гринвичем и славным нашим Пулковом, все звездные каталоги относились исключительно к равноденствию эпохи наблюдений» [20, с. 34]. И тем не менее мысль о возможности непосредственной привязки координатных осей к удаленным объектам не была совсем оставлена. Более того, она приобрела новую силу, когда Лаплас указал на возможность воспользоваться вместо звезд внегалактическими объектами. Это теперь делается при абсолютизации собственных движений, что уже можно в некоторой степени считать осуществлением обсуждаемой идеи о построении невращающихся осей. Затем была показана возможность воспользоваться для этой цели наблюдениями внегалактических радиоисточников с помощью сверхдлиннобазисных интерферометров. Все это привело к принятию коллоквиумом № 26 МАС (г. Торунь, 1974) рекомендации, согласно которой в качестве основной системы координат в астрометрии нужно принять систему, опирающуюся на радиоисточники. Подробнее мы остановимся на этом в п. 6.3.

Начало координат своей системы Коперник поместил не в центре Солнца, а за его пределами, в той точке, в которой, по его представлениям, находится центр круговой орбиты Земли. Напомним, что в системе Коперника выбор начала не влиял на направления осей.

3.3. Система координат Коперника уже при самом своем рождении была обречена на недолгое существование. Прежде всего возникло сомнение в том, существует ли вообще сфера неподвижных звезд. Это сомнение Сальвиати, который в «Диалоге» Галилея выражает взгляды автора, высказывает в следующих словах: «Что же мы теперь сделаем, синьор Симпличио, с неподвижными звездами? Рассеим ли мы их по огромным безднам вселенной на разных удалениях от какой-нибудь определенной точки или же соберем их на одной поверхности, сферически расположенной вокруг своего центра?» Сальвиати сам отвечает на этот вопрос так: «С большим основанием можно считать, что небо жидкое и каждая звезда блуждает сама по себе» [7, с. 238].

Кеплер все еще относил к сфере неподвижных звезд положения планет, когда он занимался изучением их движений, и в конкретизации представлений о механических свойствах этой сферы пошел дальше своих предшественников, может быть, даже неоправданно далеко. Но Кеплер высказывал и совсем иные мысли о строении Вселенной. Правда, он делал это в тех произведениях, которые В.Я. Струве [31] назвал смелой и даже фантастической спекуляцией об аналогиях и гармониях мира. Однако именно в этих фантастических произведениях Кеплер допускает, что Солнце — это одна из множества звезд, причем другие звезды, рассеянные в пространстве, также окружены планетами. Эти высказывания Кеплера почти забыты, но они, по словам В.Я. Струве, заслуживают внимания, так как в них находится, так сказать, зародыш взглядов современной астрономии на устройство звездного неба.

Так твердая звездная сфера как бы начинает таять и расплываться в мировом пространстве, и к началу XVIII в. она совсем исчезает из астрономии. Звезды получают свободу перемещаться одна относительно другой, а в 1718 г.

Галлей впервые получает из наблюдений подтверждение того, что они действительно перемещаются. Астрономы оказались в положении людей, которые принимали плавающие предметы за вершины скал, а теперь убедились в своей ошибке.

4. ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА МЕТОДОВ КЛАССИЧЕСКОЙ АСТРОМЕТРИИ

4.1. Итак, с материальной сферой звезд, которая могла бы служить телом отсчета при задании направлений, пришлось окончательно расстаться. Но ее нематериальный геометрический образ сохранился в астрономии до сих пор. Мы имеем в виду воображаемую небесную сферу, которой пользуются при многих построениях.

Где находится ее центр и чему равен ее радиус? На эти вопросы разные авторы отвечают по-разному. В средней школе учат, что центр небесной сферы находится в точке наблюдения или, точнее, в глазу наблюдателя. В университетских курсах пишется, что в зависимости от рассматриваемой задачи центр небесной сферы можно помещать в той или иной точке пространства: в центре Земли, Солнца, Луны, в точке наблюдения и т. д., в соответствии с этим называя сферу гео-, гелио-, селено-, топоцентрической. Центральным проектированием на эту сферу переносятся все небесные светила.

Но возможен и более общий подход к использованию вспомогательной небесной сферы для решения задач астрометрии, подход, при котором изображения небесных тел на этой сфере получаются проектированием из разных точек пространства. Так, в § 139 капитального труда К.Ф. Гаусса [8, с. 198] приведено: «Должно три гелиоцентрические положения Земли на сфере небесной соединить большими кругами с тремя геоцентрическими положениями небесного тела». И хотя Гаусс пишет, что центр его координатной системы совмещен с центром Солнца, но тут же поясняет, что к плоскостям и прямым, не проходящим через центр Солнца, нужно проводить параллельные плоскости и прямые.

Примеров такого параллельного переноса можно было бы привести множество. Один из них показан на рис. 6, заимствованном у А. Балдини [4]. Для изображенной на нем сферы название «небесная» не подходит, поскольку эта сфера не окружает Землю, а находится внутри Земли. Предпочтительнее назвать ее просто вспомогательной сферой.

Зарубежные авторы руководств по сферической астрономии часто считают, что радиус небесной сферы бесконечно велик. Делается это для того, чтобы направления прямых, соединяющих наблюдателя с точками на этой сфере, например, с полюсом мира, не изменялись при изменении положения наблюдателя. Из приведенных примеров видно, что не имеет смысла совмещать центр вспомогательной сферы с какой-либо точкой пространства.

В общем случае построение этой сферы состоит в следующем. Пусть мы имеем несколько прямых, не пересекающихся в пространстве. Ими могут быть прямые, соединяющие наблюдателей в разных точках поверхности Земли со звездами, отвесные линии в этих точках и пр. Возьмем произвольную

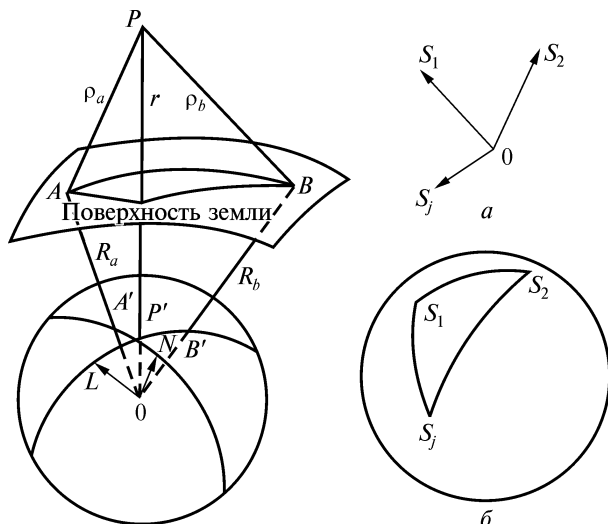


Рис. 6. Вспомогательная сфера, находящаяся внутри Земли, по Балдини [4]

Рис. 7. Единичные векторы орты (а) и соответствующие им точки на вспомогательной сфере (б)

точку O и отложим от нее единичные векторы (орты), параллельные названным прямым. Пучок таких ортов, изображенный на рис. 7, а, не дает удовлетворительного представления об их относительных направлениях. Картина существенно прояснится, если построить сферу единичного радиуса с центром

в точке O и отметить на ней те точки, в которых ее поверхности касаются орты (рис. 7, б). Понятно, что оба рисунка (рис. 7, а и б) содержат одну и ту же информацию о направлениях различных прямых в пространстве. Когда рассматриваются прямые, соединяющие наблюдателя со звездами, точки на сфере следовало бы называть изображениями звезд. Но чаще всего их называют просто звездами, что обычно не вызывает путаницы, но иногда приводит к несуразным формулировкам, вроде следующей, встреченной нами в одном из недавно вышедших руководств по астрометрии: «При выводе обычно предполагается, что звезды перемещаются в пространстве прямолинейно, т. е. что звезда перемещается по большому кругу небесной сферы»*. Хуже, когда на вспомогательной сфере помещают не только изображения предметов, но и сами предметы. Порою это приводит к принципиальным ошибкам, таким, например, как утверждение, что положение условного международного начала координат полюса Земли устанавливается путем привязки не к зенитам пяти международных станций, а к самим станциям, которые находятся на поверхности Земли.

4.2. Чтобы исключить возможность появления подобного рода ошибок, В.Э. Брандт [5] предложил ввести в астрометрию понятия пространства предметов и пространства изображений, применяемые в геометрической оптике. Пространство предметов — это реальное трехмерное пространство, в котором находятся все физические тела. Пространство изображений имеет два измерения. В астрономии им может быть фокальная плоскость телеско-

* С таким же затруднением встречаются авторы, пишущие на английском языке. Поэтому Эйххорн [49] предложил пользоваться термином *location* для обозначения точки в трехмерном пространстве, в которой находится сама звезда, и термином *position* для обозначения точки на вспомогательной сфере, в которой находится ее изображение. В русском языке им могли бы соответствовать термины «положение звезды» и «место звезды». Последним термином пользуются в таких сочетаниях, как «видимое место», «среднее место», а П.И. Яшнов [38] пишет, что в каталогах приводятся «сферические координаты звездных мест».

па, в которой получают изображения небесных тел, или вспомогательная сфера, которую мы здесь рассматриваем. На этой сфере каждое направление в пространстве, а значит, и несколько параллельных прямых изображаются одной точкой. С другой стороны, изменение положения наблюдателя приводит к тому, что у одной точки в пространстве предметов может получиться несколько изображений на вспомогательной, как, например, в приведенной выдержке из труда К.Ф. Гаусса. Другой пример — построение круга одновременности, которым пользовался Бессель для изучения траекторий метеоров, а К. Попович [29] применил в работах по спутниковой геодезии. Этот круг получается при пересечении вспомогательной сферы плоскостью, определяемой ортами прямых, соединяющих три точки: станции наблюдений A_1 , A_2 и искусственный спутник Земли (ИСЗ). На круге одновременности находятся проекции ИСЗ на вспомогательную сферу: проекция P_1 из точки A_1 и проекция P_2 из точки A_2 (рис. 8).

Мы начали с того, что для описания движения любого тела в пространстве предметов требуется другое тело, которое называется телом отсчета. Подобно этому для описания положения и движения объектов в пространстве изображений требуются другие объекты в том же пространстве. Достаточно иметь на вспомогательной сфере две опорные «звезды» S_1 и S_2 , чтобы определить относительное положение третьей «звезды» путем измерения дуг, соединяющих ее с опорными звездами, как показано на рис. 7, б. На основе таких измерений можно составлять звездные каталоги или изучать вращение Земли, если вместо звезды S_i взять зенит обсерватории Z_i (см. п. 9.1). Так можно осуществлять и задание направления координатных осей, иначе говоря, их привязку к опорным ортам, которые в пространстве изображений играют такую же роль, как отметки на теле отсчета в пространстве предметов. Понятно, что на практике нужно образовывать пучок не из двух, а из большего числа ортов.

Итак, в системе мира Коперника, послужившей исходным пунктом наших представлений о Вселенной, нет такого тела, которое можно было бы принять за тело отсчета при описании движения всех других небесных тел. Поэтому в астрометрии пользуются каким-либо телом Солнечной системы только для задания начала координат, а для задания направления осей применяют построение, рассмотренное выше.

4.3. Общая схема применения методов классической астрометрии к определению положения небесных тел в пространстве теперь может быть представлена следующим образом:

I. Наблюдатель, находящийся в некоторой точке пространства, измеряет углы между прямыми, соединяющими эту точку с объектами наблюдений. Такие измерения повторяются тем же или другими наблюдателями еще в нескольких точках. Получаются конфигурации пучков прямых, расходящихся из этих точек.

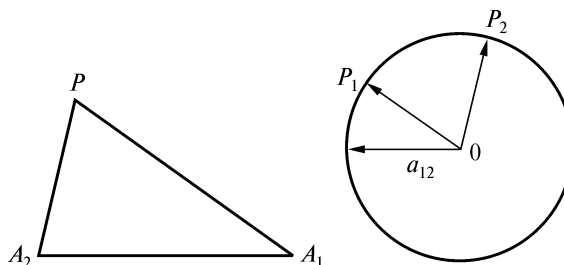


Рис. 8. Круг одновременности

II. Затем определяются углы между прямыми, которые не проходят через общие точки. Делается это с помощью построений в пространстве изображений. Использование вспомогательной сферы придает этим построениям наглядность и упрощает применение для вычислений формул сферической тригонометрии или матричных преобразований. Подчеркнем, что при этих построениях используется только одна сфера, на которую проектируются изображения объектов, наблюдаемых из разных точек.

III. Полученные таким образом углы используются затем при построениях в пространстве предметов.

Следует различать два случая применения описанной схемы. В первом случае наблюдения ведутся из разных точек одного и того же тела, с которым и связывается начало координат, а расстояние между какими-либо двумя точками используется в качестве масштаба. Примером может служить изучение движения ИСЗ в невращающейся геоцентрической системе отсчета. Во втором случае наблюдения ведутся с одного тела, а начало координат связывается с другим. Так изучается движение тел Солнечной системы по наблюдениям с Земли, причем начало координат помещается либо в центре Солнца, либо в барицентре Солнечной системы. Но поскольку барицентр есть точка, ничем в пространстве не отмеченная, ее движение должно быть задано относительно Солнца, которое, таким образом, сохраняет роль основного тела отсчета при установлении начала координат.

Непревзойденным образцом применения методов астрометрии, описанных выше, остаются до сих пор труды Кеплера, о которых А. Эйнштейн писал так: «Мало кто себе представляет гениальность метода, с помощью которого Кеплер определил истинные орбиты, исходя из кажущихся, т. е. наблюдающихся с Земли направлений» [36, с. 14]. Суть задачи, стоящей перед Кеплером, и найденного им пути ее решения А. Эйнштейн кратко изложил в двух статьях о Кеплере, опубликованных в 1930 и 1949 годах [36, с. 106, 122]. Он писал, что первая великая задача Кеплера состояла в том, чтобы определить истинные движения планет, в их числе Земли, т. е. определить, как эти движения должны представляться наблюдателю, находящемуся на ближайшей неподвижной звезде и вооруженному совершенным двойным стереоскопическим телескопом. Решение первой задачи основано на вдохновенном представлении, сделавшим возможным определение истинной орбиты Земли. Чтобы построить эту орбиту, необходимо, кроме Солнца, иметь еще одну неподвижную точку в планетарном пространстве. Если существует возможность пользоваться такой второй точкой, то вместе с Солнцем они могут служить точками отсчета для угловых измерений, и истинная орбита Земли может быть определена теми же методами триангуляции, которые обычно служат для межевания и картографирования. Но где найти вторую неподвижную точку, если все видимые предметы, за исключением Солнца, сами участвуют в движениях, неизвестных в деталях? Вот ответ Кеплера: «Видимые движения Марса, включая его обращение вокруг Солнца («Марсианский год»), известны с большой точностью. Вероятно, в конце каждого марсианского года Марс находится в той же точке пространства (планетарного). Если пока ограничимся этими точками в моменты, когда Марс представляется неподвижной точкой в планетарном пространстве, то получим точку, которая может служить при триангуляции» [36, с. 123].

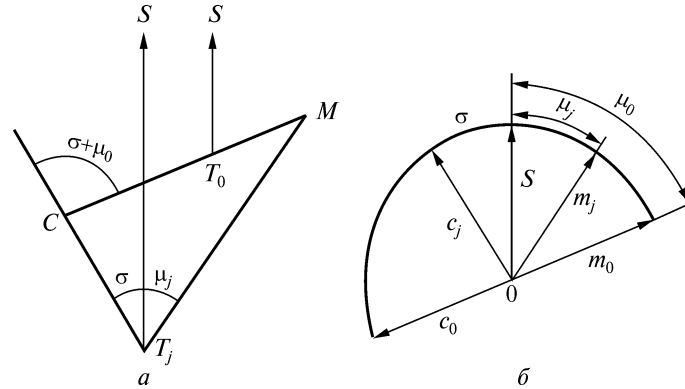


Рис. 9. Схема способа определения орбиты Земли Кеплером

Допустив в первом приближении, что орбита Марса лежит в плоскости эклиптики, Кеплер мог выполнять в этой плоскости те построения, которые позволили ему найти форму орбит Земли и Марса. Суть этих построений состояла в следующем. Пусть на рис. 9, а C , T_0 и M — соответственно Солнце, Земля и Марс в момент противостояния Марса t_0 . Наблюдатель, находящийся на Земле, может заметить, какое направление относительно звезд имеет в этот момент прямая CT_0M , для чего в принципе достаточно измерить угол μ_0 между упомянутой прямой и направлением на какую-либо звезду S , находящуюся в плоскости эклиптики. По прошествии марсианского года или нескольких лет Марс вновь придет на ту же точку M , но Земля к этому времени будет находиться не в точке T_0 , а в другой точке T_j , откуда наблюдатель сможет определить направления прямых T_jC и T_jM , измерив углы между ними и направлением на ту же звезду S . Поскольку в эпоху Кеплера параллаксы звезд еще не были обнаружены, он мог считать, что прямые T_0S и T_jS между собой параллельны. Если бы это допущение не было сделано, решение стоящей перед Кеплером задачи было бы значительно затруднено.

Действуя далее по общей схеме классической астрометрии, описанной выше, мы получим в пространстве изображений следующие компланарные орты (рис. 9, б): c_0 (T_0C), c_j (T_jC), s (T_0S , T_jS), m_0 (T_0M), m_j (T_jM). (После обозначения каждого орта в скобках указана прямая, которой этот орт параллелен.) Греческими буквами на рис. 9, б обозначены измеренные углы. Сразу видно, как по ним находятся углы треугольника CT_jM . Теперь, приняв за единицу длины отрезок CM , можно найти длину радиус-вектора Земли CT_j . Так, придавая j значения 1, 2, 3, ..., мы получим положения Земли на гелиоцентрической орбите в моменты $t_0 + j\tau$, где τ — марсианский год. Второй задачей Кеплера было определение формы этой орбиты. Когда он установил, что Земля движется по эллипсу, появилась возможность перейти к новой астрономической единице длины — большой полуоси земной орбиты. Оставалось сделать еще один шаг: установить соотношение между астрономической единицей длины и единицами, которыми пользуются в других разделах естествознания, в технике и повседневной практике. Однако рассмотрение этой задачи лежит вне плана настоящей статьи. Заметим только, что в эпоху ос-

воения космоса она приобрела особое значение, но одновременно появились и новые методы, позволяющие выразить астрономическую единицу в метрах с очень высокой точностью.

5. О ДОСТИГНУТОМ И ОЖИДАЕМОМ В АСТРОМЕТРИИ

5.1. Говоря о каталоге Коперника (см. п. 3.1), мы упомянули одну особенность окружающего нас мира, предопределяющую пути развития астрометрии: расстояния даже до ближайших звезд в тысячи раз превосходят ту область Вселенной, в которой вследствие обращения Земли вокруг Солнца перемещается находящийся на ней наблюдатель. В связи с этой особенностью в науке о Вселенной выделились и оформились два направления исследований, в которых участвует астрометрия, что, естественно, повлияло на структуру последней.

Первое направление — изучение Солнечной системы. Оно составляло основное содержание астрометрии еще в древности, и, можно сказать, что почти все, чего удалось достичь в этом направлении до Ньютона, было достигнуто средствами одной только астрометрии. Позже они стали применяться в сочетании со средствами других наук, прежде всего небесной механики. Второе направление — изучение строения и кинематики Галактики. По-существу, только с прошлого столетия средства астрометрии были направлены на исследования в этой области.

Звездные каталоги нужны для работ в обоих направлениях, но роль их в каждом из них различна. При изучении Солнечной системы звезды выполняют роль вспомогательных объектов наблюдения, образующих тот фон, на котором удобно следить за движением планет и других близких небесных тел. Относительные перемещения самих звезд проявляются при этом как помехи. Убеждение в том, что таких перемещений нет или что они ничтожно малы, существенно облегчило изыскания Коперника и Кеплера. Наоборот, объектами исследований, относящихся ко второму направлению, являются сами звезды, их распределение и движение в пространстве.

Число звезд в каталоге и их выбор зависят от назначения каталога. В принципе, как отметил В.П. Линник [24], для построения системы координат достаточно взять две звезды. Но на практике применяются каталоги, содержащие сотни и тысячи звезд. Прежде всего они нужны для того, чтобы выполнять такие построения по наблюдениям звезд из разных точек поверхности Земли в любое время года. Далее, при изучении движения какого-либо тела Солнечной системы или зенита обсерватории выгодно находить это движение относительно близких к изучаемому объекту звезд. При фотографическом способе наблюдений это неизбежно. Наконец, нужно иметь возможность выбрать из каталога звезды, не слишком отличающиеся по величине от объекта, координаты которого определяются. Все это требует «сгущения» каталогов. Такое сгущение можно осуществлять следующим образом. Сперва связать оси координат с двумя звездами. Затем, определив в этой системе координаты большого числа звезд, перейти к новым осям, задав их так, чтобы сумма квадратов собственных движений всех звезд была минимальной. Такой способ приближения к невращающейся системе отсчета рассмотрен в работе [32].

Все существующие каталоги получены из угловых измерений с поверхности Земли. Их основу до сих пор составляли наблюдения с меридианными инструментами. Точность этих наблюдений постепенно возрастала, но теперь она, по-видимому, приближается к пределу [54]. Так, в 1890 г. средняя ошибка одного наблюдения равнялась $0.45''$; теперь она снизилась до $0.30''$, а у лучших инструментов — до $0.20''$. Однако, при самой оптимистической оценке, ее едва ли удастся довести до $0.10''$. Такова точность — достигнутая и ожидаемая — при угловых измерениях в оптическом диапазоне с поверхности Земли.

5.2. Достаточное число звезд и высокая точность их угловых координат — это основное, что требуется от каталога, которым пользуются при изучении движения близких к нам небесных тел. Но при изучении расположения звезд в пространстве нужны еще расстояния до них, которые в астрометрии находят из измерения тригонометрических параллаксов. Многочисленные попытки осуществить такие измерения оставались безрезультатными почти до середины прошлого столетия; и позже в этом направлении не удалось достичь многого.

В каталоге Дженкинс [56] и дополнении к нему [57] содержатся тригонометрические параллаксы 6399 звезд, полученные в среднем со среднеквадратической ошибкой $\pm 0.014''$ [67]. Обнаруживаются и значительные систематические расхождения между результатами разных обсерваторий [43]. Правда, новейшие определения дают более высокую точность. Так, по наблюдениям с 1964 по 1973 г. на 61-дюймовом рефлекторе Морской обсерватории США в г. Флагстаффе удалось измерить параллаксы 201 звезды с ошибкой $\pm 0.004''$ [71]. Едва ли можно рассчитывать заметно превзойти эту точность при наземных наблюдениях, хотя Кинг [58], основываясь на опыте измерения снимков, полученных с самыми большими рефлекторами, считает, что ошибку можно будет снизить до нескольких десятитысячных долей секунды дуги.

Накапливание новых результатов идет медленно. Глизе [52] пишет, что было бы большим успехом, если бы ежегодно публиковались параллаксы ста звезд. А это значит, что потребовались бы труды самое меньшее двух поколений наблюдателей, располагающих первоклассными наземными инструментами, чтобы удвоить число известных параллаксов.

Рис. 10 поясняет, какие сведения о расстояниях до звезд можно получить из определений тригонометрических параллаксов. Чтобы получить пределы расстояния, на котором с вероятностью 0,68 находится звезда, нужно к наиболее вероятному расстоянию \bar{r} , отложенному по оси абсцисс, прибавить с их знаком соответствующие ординаты верхней и нижней кривых. Эти кривые построены для трех значений среднеквадратической ошибки определения параллакса, соответствующих средней ($\pm 0.014''$) и наилучшей ($\pm 0.004''$) точности наземных наблюдений, а также ожидаемой точности внеатмосферных наблюдений ($\pm 0.001''$). При расчетах допускалось, что ошибки параллаксов распределены нормально.

Отвечая на вопрос о положении звезды, астрометрист может указать только область пространства, в которой находится звезда. Возьмем для примера 45 Тельца. Воспользовавшись данными из [59], мы могли бы вычислить, что

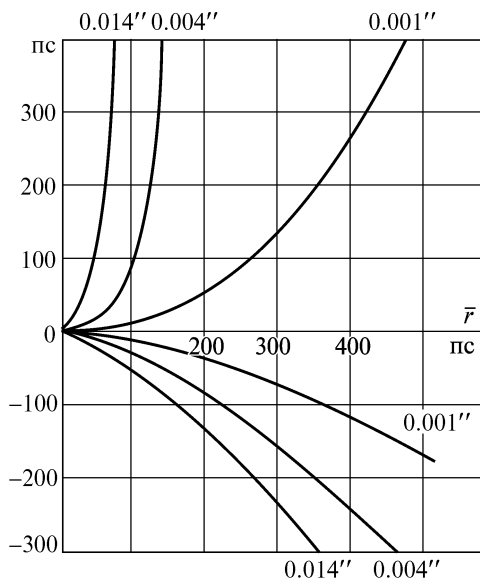


Рис. 10. Определение расстояний до звезд по измеренным тригонометрическим параллаксам

с вероятностью 50 % эта звезда находится внутри узкого кругового усеченного конуса, ось которого проходит через Солнце и имеет направление, заданное следующими углами в экваториальной системе координат эпохи 1950.0: $\alpha = 4^{\text{h}}8^{\text{m}}40.4670^{\text{s}}$, $\delta = +5^{\circ}23'39.830''$.

Ближнее основание конуса находится на расстоянии 25 пс от Солнца, радиус его равен 10^{-6} пс, что в пять раз меньше радиуса орбиты Земли. Высота конуса 17 пс.

Методами астрометрии удается получать подобные данные о положении звезд только в ближайшей к нам

области Галактики радиусом около 25 пс. Хотя звездная астрономия и астрофизика обладают арсеналом средств для оценки расстояний до значительно более удаленных объектов, основу шкалы расстояний во вселенной все же дают измерения тригонометрических параллаксов.

Определение движения звезд в пространстве достигается также путем совместного применения методов астрометрии и астрофизики. Тангенциальные составляющие находятся из угловых измерений с ошибками, пропорциональными расстоянию до звезды. Наименьшая ошибка годового собственного движения, которую можно получить по наземным наблюдениям при разности эпох 50 лет, близка к $0.002''$. Для звезды, находящейся на расстоянии 10 пс, этому соответствует ошибка в определении тангенциальной составляющей линейной скорости, равная 100 м/с. Радиальные составляющие выводятся по доплеровскому смещению спектральных линий.

5.3. Возможность существенного повышения точности угловых измерений, правда, только в радиодиапазоне, наметилась лет двадцать тому назад. Начиная с 1967 г., для этого применяются интерферометры со сверхдлинными базами (до 10 тыс. км), у которых ошибка единичного измерения, возможно, будет снижена до $0.001''$ или даже $0.0002''$ [10]. Это дало основания Ю.Н. Парийскому и А.Ф. Дравских [28] начать доклад на 19-й астрометрической конференции СССР следующими словами: «Мы живем в период, когда многовековое монопольное положение астрометрии (следовало бы добавить «оптической». — *Е.Ф.*) в определении координат небесных объектов, по-видимому, будет поколеблено радиоастрономией». Ту же мысль образно высказал Марри [64]. Он писал, что время теперь не на стороне «оптического астрометриста: чтобы оставаться там, где он теперь находится, ему, подобно красной королеве из сказки Кэрролла «Алиса в Зазеркалье», нужно бежать все быстрее и быстрее».

С помощью радиоинтерферометров наблюдают главным образом очень удаленные объекты: квазары и галактики. Их особая ценность для астрометрии состоит в том, что собственные движения и параллаксы этих объектов находятся далеко за пределами точности измерений, а это дает возможность вернуть астрометрии ту опору, на которой строили свои исследования Коперник и Кеплер. Но число таких объектов невелико, а привязка к ним звездных каталогов затруднительна. Однако первостепенное значение в астрометрии имеет не только точность, но и массовость.

Это и побудило астрометристов задуматься над возможностью перехода к внеатмосферным наблюдениям. «Пожалуй, — пишет Г.А. Гурзядян [11], — требование к максимальной точности фиксации звезд, минуя всякие внешние помехи, а также к предельно малым изображениям самих звезд нигде не стоит так остро, как здесь. По-видимому, не будет преувеличением сказать, что орбитальный трехметровый телескоп, систематически фотографирующий небо во внеатмосферных условиях, положит начало новой эры в истории астрометрии. Последствия этого события даже трудно предвидеть для многих разделов астрономии и в первую очередь для звездной астрономии»*. Действительно, в истории науки нелегко найти прецеденты, когда значительный скачок в точности или объеме извлекаемой из наблюдений информации не приводил к новым открытиям или изменениям в представлениях о наблюдаемых явлениях.

Большой орбитальный телескоп, о котором пишет Г.А. Гурзядян, задуман как инструмент, предназначенный в основном для астрофизических наблюдений и лишь попутно доставляющий данные о положении небесных тел. Но разрабатываются также проекты установок на ИСЗ инструментов, специально предназначенных для астрометрических наблюдений [63, 55, 70]. Довольно далеко разработка такого проекта продвинулась в Европейском космическом агентстве. Положенный в его основу способ наблюдений известен уже давно. Он состоит в прямом измерении углов между направлениями на звезды или, что то же самое, дуг между изображениями звезд на небесной сфере. Для этого применялись так называемые поперечные жезлы и секстанты. Однако наблюдать с ними было трудно, а точность результатов получалась низкой. Понятно, что такие визуальные наблюдения были заброшены.

Создание телескопов на параллактической установке с часовым механизмом и замена визуальных наблюдений фотографическими открыли перед этим способом новые возможности, правда, только при измерении коротких дуг. Но его можно вновь распространить на большие дуги. В.П. Линник писал об этом так: «Дифференциальные изменения углов в десятки градусов могут быть сделаны сведением изображений двух светил в одно поле с помощью двух зеркал аналогично тому, как это делается в секстанте. Если угол между зеркалами остается неизменным, то таким образом можно измерять очень малые изменения расстояний между двумя звездами. Этот способ, как известно, был применен Леви на Парижской обсерватории» [24]. Изучением возможности измерения больших дуг при наблюдениях с ИСЗ занялся Лак-

* Возможность использования для астрометрических наблюдений большого орбитального телескопа, проектируемого в США, обсуждается Данкомом [48].

пут [62]. Его идеи и были использованы в проекте Европейского космического агентства, получившем кодовое название HIPPARCOS (High Precision Parallax Collecting Satellite).

Приведем краткие данные об этом проекте *. Зеркало, у которого две отражающие поверхности находятся под некоторым углом, сводит в фокальную плоскость телескопа изображения двух участков неба, находящихся друг от друга на угловом расстоянии, равном приблизительно 70° . Телескоп вращается вокруг оси OZ , делая 10 оборотов в сутки, в результате чего изображения звезд перемещаются в фокальной плоскости со скоростью 150 дуговых секунд в секунду времени. Фотоэлектрический способ применяется для измерения разности моментов прохождения через щели решетки двух звезд из разных участков неба. Чтобы осуществить сканирование всего неба, оси OZ придается вращение, при котором она описывает конус с отверстием 60° вокруг неподвижной оси, делая от 6 до 12 оборотов в год. Диаметр первичного зеркала телескопа — 286 мм, эквивалентное фокусное расстояние — 2459 мм, расчетная масса — 86 кг. Спутник, несущий телескоп, предполагается запустить на почти круговую орбиту радиусом 36 тыс. км, находящуюся приближенно в плоскости эклиптики.

Будут наблюдаться звезды, подобранные заранее так, чтобы получить данные, наиболее существенные для обоих направлений астрометрии, о которых было упомянуто выше, но в особенности для определения расстояний до звезд. Ко времени опубликования отчета [54] список звезд еще не был составлен, однако уже выяснилось, что в него войдет около 100 тыс. звезд, в том числе 60 тыс. с $m < 9$, 30 тыс. с $9 < m < 11$ и 10 тыс. с $11 < m < 14$ (m — визуальная звездная величина).

Наблюдения намечено вести в течение 30 месяцев и за это время получить от 20 до 30 млн измерений дуг. Затем будет выполнено общее уравнивание результатов, при котором придется определять около 1,4 млн неизвестных. Сделать это обычными способами, даже при использовании самых мощных ЭВМ, невозможно; поэтому уже созданы и испытываются на числовых моделях специальные алгоритмы.

Что даст осуществление описанного проекта для астрономии? На этот вопрос авторы проекта отвечают так. Они рассчитывают получить положения ста тысяч звезд со средней ошибкой $\pm 0.0015''$, их собственные движения с ошибкой $\pm 0.002''/\text{год}$. Если проект удастся осуществить, наиболее значительным его результатом будет определение параллаксов большого числа звезд с недостижимой для наземных наблюдений точностью (средняя ошибка $\pm 0.002''$).

Известно, какую роль играют открытые скопления и особенно Гиады в установлении шкалы космических расстояний. Определение расстояния до Гиад с относительной ошибкой 10 % приводит к существенному уточнению этой шкалы, а следовательно, и абсолютных величин звезд.

Другим важным следствием может быть определение масс двойных звезд. На основании третьего закона Кеплера можем записать

* Обстоятельно этот проект описан в статье Э. Хога, публикуемой в настоящем сборнике.

$$m_0 + m_1 = \left(\frac{a}{\pi}\right)^3 \frac{1}{P^2},$$

где m_0 и m_1 — массы составляющих двойной звезды, выраженные в массах Солнца; a — большая полуось орбиты; π — параллакс; P — период, год. В настоящее время только у 25 из 500 двойных систем с измеренными параллаксами ошибки последних менее 5 % (a значит, ошибка общей массы, обусловленная неточностью параллакса, менее 15 %). Ожидается, что число таких двойных систем возрастает в 5—10 раз.

Эти и другие интересные возможности дали инициаторам проекта HIPPARCOS основания для следующего общего вывода: все наши представления о строении и динамике Галактики, эволюции звезд и космологии придется пересмотреть, если планируемые астрономические наблюдения с ИСЗ будут выполнены и окажутся успешными.

6. ЗАДАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

6.1. Внеатмосферные наблюдения, о которых мы рассказали в предыдущем параграфе, при всей новизне техники не изменяют рассмотренную ранее схему методов классической астрометрии. Второй этап в этой схеме составляют построения в пространстве изображений на основе измерений углов между различными прямыми в трехмерном пространстве предметов. Орты этих прямых или соответствующие им точки на сфере единичного радиуса принимают на себя ту роль, которую играют тела отсчета при построениях в пространстве предметов. В иных выражениях, но по существу те же соображения развивают Вулард и Клеменс [77]. «Непосредственно воспринимаются, — пишут они, — только положения самих небесных тел или их изображений на сфере как по отношению друг к другу, так и по отношению к видимым ориентирам таким, как естественный горизонт и отвес. Следовательно, чтобы практически построить систему координат и осуществить астрономические наблюдения, нужно выработать способы установления кардинальных точек и кругов на сфере и отнесения к ним положений небесных тел только из наблюдений видимых положений и движений последних по отношению друг к другу и к таким материальным воплощениям вертикальной линии и плоскости горизонта, какими могут быть отвес и уровень». Хотя построение координатных систем на сфере — задача вспомогательная, она занимает большое, а по мнению некоторых авторов, даже центральное место в астрометрии. Поэтому мы остановимся на этой задаче несколько подробнее.

Прежде всего уточним введенные ранее понятия задания и построения применительно к координатным системам в пространстве изображений. *Задание* есть словесное описание координатной системы, при необходимости сопровождаемое пояснительным рисунком. Заданием в пространстве изображений определяются только направления осей. В работе [34] для этого была предложена специальная символика. *Построение* координатной системы есть

последовательность действий, посредством которых визирной линии инструмента может быть придано направление, заданное в этой системе, в частности направление любой из ее осей. Иногда наряду со словом построение пользуются словами *создание, установление, реализация, воплощение* и др., но не поясняют, какой смысл вкладывается в каждое из них.

Рассмотрим теперь задание и построение экваториальной системы координат, той системы, которая заняла господствующее положение в астрономии на рубеже XVII и XVIII столетий, когда наблюдения с меридианными инструментами стали способом определения точных положений небесных тел. Именно то, что из этих наблюдений непосредственно получаются угловые расстояния мгновенного экватора от наблюдаемых звезд, предопределило выбор экватора как основного круга системы координат. До экваториальной системы в астрономии пользовались эклиптической. Чтобы упростить переход от одной системы к другой, за начало отсчета прямых восхождений было естественно принять точку пересечения экватора с эклипстикой. Так сформировалось задание экваториальной системы координат, которое можно назвать динамическим.

С другой стороны, любой звездный каталог можно также рассматривать как геометрическое задание системы координат, поскольку он задает положение основного и начального кругов этой системы относительно звезд или, точнее, их изображений на вспомогательной сфере. Подчеркиваем еще раз, что здесь мы имеем аналогию с заданием координатных плоскостей относительно тела отсчета в трехмерном пространстве (см. рис. 2).

Имея в виду принципиальное различие двух способов задания, Данком, Зейдельман и Ван Фландерн [47] предложили ввести понятия *динамического* и *каталожного* равноденствий. Первое из них — точка пересечения экватора с эклипстикой, как подчеркивают эти авторы, «совершенно не зависит от каталожного равноденствия, т. е. той точки, от которой отсчитываются в данном каталоге прямые восхождения. И способ определения из наблюдений этих двух равноденствий, и их теоретические основы совершенно различны». То же можно сказать и об экваторе, поскольку экватор каталога определяется как большой (или даже малый) круг, находящийся на заданных угловых расстояниях от звезд каталога. Поэтому целесообразно отличать не только равноденствие, но и вообще динамическую систему координат от системы, заданной каталогом. Понятно, что и способы построения динамической и каталожной систем различны, но то, что обе системы называются просто экваториальными, нередко приводит к неясностям при изложении некоторых вопросов сферической астрономии и астрометрии.

Хотя в задание динамической системы входят экватор и эклиптика — два больших круга, определяемых движением Земли, — роль тела отсчета и в этом случае играют звезды. Поясним это еще одной выдержкой из работы [77]. «Действия, которые выполняются для нахождения прямых восхождений и склонений фундаментальных звезд, представляют собой прямую противоположность тому, что следовало бы ожидать, если исходить из принятого определения этих координат. Непосредственный результат, который дают упомянутые определения, — это положение экватора и точки весеннего равноденствия относительно звезд. Не звезды относятся к экватору и точке равно-

Рис. 11. Небесные экваторы: DD — динамический; $K'K'$ — экватор каталога; KK — исправленный экватор каталога

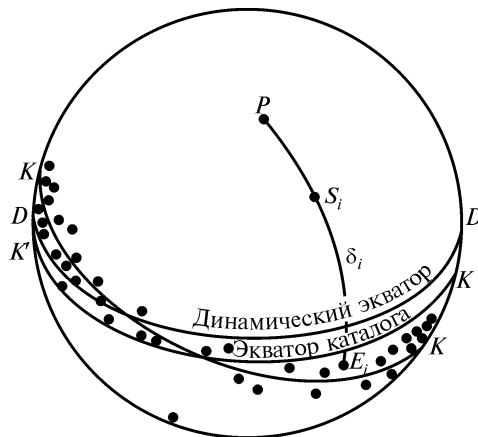
денствия, которые нельзя видеть, но, наоборот, экватор прослеживается среди звезд, и положение точки весеннего равноденствия определяется относительно звезд».

Мы не будем заниматься здесь рассмотрением тех действий, посредством которых наблюдатель, не имеющий каталога звезд, смог бы направить визирную ось своего инструмента в полюс мира или в точку весеннего равноденствия. Это хорошо объяснено, например, в работе [44], а также в некоторых руководствах по астрометрии.

Чтобы воспользоваться геометрическим способом, наблюдатель должен иметь каталог. Если наблюдения ведутся на меридианном круге, построение системы координат включает определение ошибок его установки. Далее допускается, что зная эти ошибки, наблюдатель может исправить установку инструмента так, чтобы оси, вокруг которых вращается труба, стали в пределах достижимой точности параллельными осям, по отношению к которым отсчитываются углы в заданной системе. Это, разумеется, — ось вращения Земли и перпендикуляр к плоскости меридиана.

Экватор строится следующим образом (рис. 11). К отсчету круга при наведении на звезду S_i прибавляют с учетом знаков каталожное склонение звезды δ_i и сумму поправок за рефракцию и известные инструментальные ошибки. В результате находят отсчет круга, на который нужно установить трубу, чтобы навести визирную линию на точку экватора E_i полученную по наблюдениям звезды S_i . Будут ли точки E_i , найденные по разным звездам, лежать на одном большом круге? Ответить на этот вопрос, имея только один каталог, вообще нельзя. Однако то обстоятельство, что, пользуясь разными каталогами для нахождения точек экватора, мы всегда получаем некоторые расхождения, служит достаточным основанием для отрицательного ответа.

6.2. Пусть мы имеем два каталога. Последующие выводы основываются на двух допущениях (которые на практике никогда не оправдываются, но существенно упрощают изложение вопроса): оси координат первого каталога совпадают с осями динамической системы координат; ошибки наблюдений полностью исключены. Тогда расстояние между точками экватора, которые получены со склонениями звезды S_i , взятыми из двух каталогов, можно считать равным расстоянию точки экватора второго каталога E_i от динамического экватора. Однако при таком построении обнаруживается, что точки E_i располагаются не симметрично относительно динамического экватора, а так, что по одну его сторону их оказывается значимо больше, чем по другую. Но можно построить такой малый круг, параллельный динамическому экватору,



сумма расстояний которого от точек каталожного экватора равна нулю^{*}. Его расстояние от динамического экватора обозначим через δ_0 . Добавив δ_0 к склонениям звезд, взятым из второго каталога, мы получим точки E'_i , смещенные на ту же величину δ_0 от прежних точек экватора. Далее можно найти большой круг, для которого сумма квадратов расстояний от точек E'_i имеет наименьшее значение. В работе [33] этот большой круг назван исправленным экватором каталога. Там же предложен метод нахождения его наклона к динамическому экватору по наблюдениям Солнца и планет. Однако практически этим методом не удалось получить надежные результаты [15, 16].

Далее будем поступать так: опустим из точек E'_i сферические перпендикуляры на исправленный экватор каталога; отложим на нем от оснований этих перпендикуляров дуги, равные каталожным прямым восхождениям звезд S_i . Мы получим N точек в окрестности динамического равноденствия. Найдем центр тяжести этих точек. Через него проведем ось OX координатной системы каталога; ось OZ совмещается с нормалью к плоскости исправленного экватора каталога; ось OY дополняет систему до правой.

На этом можно было бы считать законченным построение системы координат, заданной звездным каталогом, которое дает возможность определить относительную ориентировку координатных систем двух каталогов, из которых у одного по сделанному допущению оси совпадают с осями динамической системы. Однако еще один вопрос требует рассмотрения. Обычно при сравнении каталогов все звезды разбиваются по склонению на несколько зон. Положение экватора каталога можно определять отдельно по звездам каждой зоны. Оказывается, что экваторы, полученные по разным зонам, между собой не совпадают. Эйххорн [49] обобщает это так: каждая выборка из каталога задает свою систему координат — единой системы, задаваемой всем каталогом, вообще не существует.

Следует различать два рода разностей (а значит, и систематических ошибок) координат звезд в сравниваемых каталогах. Разности первого рода обусловлены несовпадением координатных осей. Разности второго рода связаны с относительным положением звезд. Это проявляется, например, в том, что длина дуги большого круга между двумя звездами получается различной при вычислении по данным разных каталогов.

Относительную ориентировку осей координатных систем двух каталогов удобно определять самолетными углами u , v , w (см. рис. 1 в [33]). Ошибки первого рода связаны с этими углами следующим уравнением:

$$\begin{pmatrix} -\cos \delta_i \sin \alpha_i \\ \cos \delta_i \cos \alpha_i \\ 0 \end{pmatrix} \Delta \alpha_i + \begin{pmatrix} -\sin \delta_i \cos \alpha_i \\ -\sin \delta_i \sin \alpha_i \\ \cos \delta_i \end{pmatrix} \Delta \delta_i =$$

^{*} Именно этот малый круг называют экватором каталога, что находится в противоречии с общим определением экватора как большого круга вспомогательной сферы. Если все же такое традиционное название допустимо, то пользоваться термином «плоскость экватора каталога» нельзя. Действительно, соединив точки этого экватора с центром вспомогательной сферы, мы получим не плоскость, а коническую поверхность.

$$= \begin{pmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \delta_i \cos \alpha_i \\ -\cos \delta_i \sin \alpha_i \\ \sin \delta_i \end{pmatrix},$$

где α_i, δ_i — координаты звезды S_i в первом, а $\alpha_i + \Delta\alpha_i, \delta_i + \Delta\delta_i$ — во втором каталоге. Отсюда легко получить

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_i &= w - \operatorname{tg}\delta_i (u \cos \alpha_i + v \sin \alpha_i), \\ \Delta\delta_i &= -v \cos \alpha_i + u \sin \alpha_i. \end{aligned}$$

Н.Т. Миронов воспользовался приведенными выше формулами при сравнении каталогов [26] и показал как отличаются друг от друга углы u, v, w , полученные по разным выборкам*. Это различие объясняется влиянием ошибок второго рода, что дает основания заменить предыдущие уравнения такими:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_i &= w - \operatorname{tg}\delta_i (u \cos \alpha_i + v \sin \alpha_i) + F_\alpha(\alpha_i, \delta_i) + \xi_\alpha, \\ \Delta\delta_i &= -v \cos \alpha_i + u \sin \alpha_i + F_\delta(\alpha_i, \delta_i) + \xi_\delta, \end{aligned}$$

где $F_\alpha(\alpha_i, \delta_i)$ и $F_\delta(\alpha_i, \delta_i)$ — систематические разности прямых восхождений и склонений в сравниваемых каталогах, не зависящие от различия в ориентировке осей их координатных систем; ξ_α, ξ_δ — случайные величины. Для нахождения систематических разностей координат применяется несколько способов. В последнее время предпочтение отдается разложению в ряды по ортогональным функциям, чаще всего сферическим [38]. При этом члены, обусловленные ориентировкой осей и содержащие углы u, v, w , отдельно вообще не рассматриваются. Из-за этого не удается выявить в близполюсных областях члены, зависящие от прямого восхождения, так как все сферические гармоники, кроме, разумеется, зональных, с приближением к полюсам стремятся к нулю. Значимые гармоники, зависящие от α и не убывающие к полюсам, были обнаружены при сравнении каталога Wash 2/50 с FK4 [42]. Отчасти в связи с этим было решено при составлении FK5 перейти от сферических к другим ортогональным функциям, именно к произведениям полиномов Лежандра и рядов Фурье.

Зависимость систематической разности от звездной величины мы здесь не рассматриваем и не останавливаемся на трудном вопросе разделения систематических и случайных ошибок, ограничившись в качестве оправдания ссылкой на часто цитируемые слова Каптейна: «Я не знаю во всей астрономии ничего более удручающего, чем переход от обсуждения случайных ошибок звездных положений к обсуждению их систематических ошибок». Эти слова не утратили своего значения и теперь.

Допустим, что систематические ошибки вида $F_\alpha(\alpha, \delta)$ и $F_\delta(\alpha, \delta)$ все же удалось определить. Тогда появляется возможность исправить точки экватора

* Н.Т. Миронов обнаружил, что в правых частях первой и второй формул (6) его статьи пропущены члены $-\frac{1}{2} \Sigma \Delta\alpha_i \sin 2\delta_i \cos \alpha_i$ и $\frac{1}{2} \Sigma \Delta\alpha_i \sin 2\delta_i \sin \alpha_i$. Однако при вычислениях эти члены учитывались.

так, чтобы они находились на одном большом круге (если не считать разброса, вызванного случайными ошибками). То же относится к началу отсчета прямых восхождений: оно будет находиться в одной и той же точке, по какой бы выборке из каталога мы его ни находили. И лишь тогда можно считать, что каталог задает единственную систему координат. Но, повторяем, если у нас есть только один каталог, нам никогда не удастся узнать, достигнута ли эта цель, или нет и даже насколько мы к ней приблизились.

Термины *система координат, заданная каталогом*, и *система каталога* имеют разный смысл. Первый термин применительно к экваториальной системе означает два больших круга — экватор и начальный меридиан, положение которых на вспомогательной сфере задается относительно изображения звезд на этой сфере. (Понятно, что вместо кругов на сфере можно рассматривать направление осей прямоугольной системы координат в пространстве изображений.) Именно это имеют в виду, когда говорят, что каждый каталог определяет свою координатную систему. Второй термин встречается, например, в выражениях «приведение каталога *B* в систему каталога *A*», где он означает изменение координат звезд каталога *B*, в результате которого исчезают систематические разности между двумя каталогами. Выражение «каталог *B* получен в системе каталога *A*» значит только то, что систематические ошибки их одинаковы. Но если каталог *A* принят за стандарт и допускается, что он свободен от систематических ошибок, то разность каталогов «*B* минус *A*» станет просто систематическими ошибками каталога *B*; тогда эту разность и можно назвать системой каталога *B*.

Мы так подробно остановились на этом вопросе, потому что при чтении руководств и статей по астрометрии часто бывает трудно понять, о чем пишут их авторы: о системе координат, определяемой каталогом, или о системе каталога.

6.3. Из предшествующего видно, что построение экваториальной системы координат зависит от ее задания: при геометрическом способе осуществляется прямая привязка осей координатной системы к звездам; при динамическом способе для этого привлекается движение тел Солнечной системы и зенитов обсерваторий. По замыслу результаты построения экваториальной системы тем и другим способом должны совпадать. Понятно, что на деле нельзя достичь полного совпадения, а лишь приближения осей каталожной системы к осям динамической, что обычно называют улучшением системы координат, задаваемой каталогом. Насколько важно добиваться дальнейшего улучшения? И имеет ли смысл пользоваться в астрометрии и далее динамической экваториальной системой координат как основной системой?

Само собой понятно, что экваториальная система сохранится и в дальнейшем как рабочая система при наблюдениях с поверхности Земли меридианными инструментами. Основным кругом этой системы останется истинный экватор — иного выбора быть не может. Иначе обстоит дело с началом отсчета прямых восхождений. Еще в конце прошлого столетия Ньюкомб писал, что нет необходимости совмещать начало с точкой пересечения экватора с эклипстикой, и за исключением тех задач, в которых прямые восхождения сопоставляются с долготами, любое другое начало можно использовать так же хорошо, как точку равноденствия. А выступая в 1973 г. на симпозиуме

«Новые проблемы в астрометрии» [50], Эйххорн сказал, что его радует очевидное приближение того дня, когда произойдет отказ от точки равноденствия как фундаментальной точки астрометрии.

Чем ее можно заменить? Какой-либо звездой, как это сделал Коперник в своем каталоге? Или, по предложению Гино, с которым он выступил на симпозиуме № 82 МАС (г. Кадис, 1978), такой точкой на истинном экваторе, скорость которой в любой момент ему перпендикулярна? Вопрос этот заслуживает внимательного обсуждения.

Однако появление новых средств угловых измерений — радиоинтерферометров, а в будущем, возможно, и инструментов на ИСЗ — может привести к более существенным переменам. При указанных измерениях будут получены углы между направлениями на небесные тела. Е.П. Федоров [32] и В.К. Дрофа [14] рассмотрели вопрос о том, как на их основе можно построить такую систему в пространстве изображений, оси которой будут вращаться с почти постоянной по величине и направлению угловой скоростью. Если же эти оси связать не со звездами, а с внегалактическими объектами, например с квазарами, то они будут практически невращающимися. Связь может быть жесткой, поскольку конфигурация пучка ортов, параллельных направлениям на внегалактические объекты, не изменяется ни от их движения, ни от движения наблюдателя. Назовем такую систему координат внегалактической.

С.А. Красинский [61] указал, что в качестве реперов при ее построении выгодно брать источники радиоизлучения — это дает возможность использовать преимущества радиоинтерферометров: их точность и независимость наблюдений от времени суток и условий погоды. Возможности практического осуществления измерения дуг между радиоисточниками обсуждались в работе [13].

Мысль о том, что внегалактическая система координат должна стать основной системой в астрометрии, получает широкое распространение. Это видно хотя бы из материалов коллоквиума № 26 МАС «Координатные системы для геодинамики» (г. Торунь, 1974) [68]. Суть рекомендаций, принятых на этом коллоквиуме, сводится к следующему. Оси основной системы небесных координат нужно связывать не с какой-либо плоскостью или прямыми, относящимися к Земле, Солнечной системе или Галактике, а с прямыми, соединяющими наблюдателя с внегалактическими объектами. Единственное физическое допущение, которое при этом делается, состоит в том, что трансверсальная составляющая при космическом расширении вселенной отсутствует. Практически система будет задана каталогом принятых координат внегалактических радиоисточников*.

В принципе, направление осей можно выбирать произвольно — ни экватор, ни эклиптика в ее задание не входят; из кинематических эффектов придется учитывать только аберрацию [61]. Однако, по практическим соображениям, при составлении каталога внегалактических источников целесообразно брать оси, совпадающие (в пределах достижимой точности) с осями фунда-

* В работе В.С. Губанова [10], где наиболее внимательно рассмотрены вопросы задания и построения такой системы, вводится аббревиатура: ИСКРИ (инерциальная система координат радиоисточников), в которой следовало бы убрать первую букву.

ментального каталога звезд, например FK4 или FK5. Но когда каталог внегалактических объектов создан, он становится вполне независимым от динамической системы координат. В дальнейшем изменять направления его осей по наблюдениям тел Солнечной системы больше не понадобится. Так, по выражению Ваймана [76], «можно будет убрать со сцены Солнечную систему подобно тому, как вращение Земли перестало играть прежнюю роль в установлении шкалы времени».

Число подходящих радиоисточников, которые могли бы составить каталог, задающий внегалактическую систему координат, невелико, по-видимому, не более ста. Чтобы такую систему можно было принять в качестве основной, нужно иметь возможность приводить к ней координаты небесных тел, полученные в других системах, прежде всего в системе координат, заданной фундаментальным каталогом, и в системе мгновенного экватора, в которой определяются положения небесных тел из меридианных наблюдений.

Казалось бы, найти относительную ориентировку осей любой из этих систем по отношению к осям внегалактической системы просто. Нужно только определить координаты некоторого числа (самое меньшее двух) объектов в обеих системах. Но, оказывается, таких общих объектов нет: из-за слабого блеска квазаров и компактных галактик они на меридианных инструментах не наблюдались и в фундаментальные каталоги не включались*.

Нужно было искать иные пути. Первый из них — это классический путь, который состоит в том, что вначале по абсолютным наблюдениям на меридианных инструментах создают фундаментальный каталог нескольких тысяч звезд. При этом стремятся к тому, чтобы его координатная система как можно точнее соответствовала динамическому заданию экваториальной системы координат. Затем посредством относительных меридианных наблюдений к фундаментальным звездам привязывают несколько десятков тысяч более слабых звезд, а к ним, уже фотографическим способом или с помощью оптических интерферометров, — еще более слабые звезды и, наконец, те источники радиоизлучения, которые служат основой внегалактической системы координат. Эта ступенчатая программа обсуждается в работах [19, 27, 51, 73]. Вальтер [75] отмечает, что ее выполнение значительно ускорится, если будут организованы наблюдения с ИСЗ.

Второй — более прямой — путь установления связи между внегалактической и экваториальной системами отсчета состоит в наблюдениях с помощью радиointерферометров искусственных источников радиоизлучения (радиомаяков), установленных на ИСЗ, Луне и планетах, совместно с наблюдениями естественных источников [10, 45, 69, 74]. Возможен, хотя едва ли даст хорошие результаты, третий способ, на который указал Бендер в дискуссии на коллоквиуме № 26 МАС. При этом способе связь между каталогом внегалактических источников и каталогом звезд устанавливается через посредство системы координат, связанной с Землей, положение которой относительно квазаров находится из наблюдений с длиннобазисными радиointерферометрами, а относительно звезд — из астрономических наблюдений службы времени и широты.

* Имеется намерение включить несколько внегалактических объектов в FK5.

Систему, заданную каталогом внегалактических объектов, можно назвать экваториальной только потому, что ее основной круг близок к среднему экватору некоторой фундаментальной эпохи. По-существу же, ни вращение Земли, ни ее орбитальное движение в задание этой системы вообще не входят. При рассмотрении системы координат радиоисточников В.С. Губанов [10] не вводит требования ее близости к экваториальной системе и получает формулы перехода от одной из них к другой в общем виде, т. е. для любых углов между их осями.

Известно, что регулярность вращения Земли нарушается некоторыми процессами на ее поверхности и в недрах. Понятно поэтому стремление не пользоваться этим вращением и при динамическом задании координатных систем. Например, В.К. Абалакин [1, 2] считает, что в таких задачах, как описание движения ИСЗ, либрации Луны, предпочтительнее система, за основную плоскость которой принята неизменная плоскость Лапласа. Если принять за ось OX линию пересечения этой плоскости с плоскостью эклиптики, такая система будет медленно вращаться вокруг неподвижного направления общего кинетического момента Солнечной системы. Однако Ковалевский [60] отмечает трудность определения угловой скорости ее вращения.

7. СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА В ПРОСТРАНСТВЕ ПРЕДМЕТОВ

7.1. В предыдущем параграфе мы рассматривали построения в пространстве изображений. Такого рода задачи относятся полностью к области астрометрии и решаются средствами почти лишь одной названной науки. Ситуация меняется, когда мы переходим к задачам по определению положения и движения небесных тел в реальном трехмерном пространстве, которое было ранее названо пространством предметов. При решении этих задач приходится привлекать и иные средства, порою далекие от классической астрометрии.

Имея это в виду, И.Г. Колчинский [22] предлагает установить границы астрометрии, исходя из ее целей, а не методов, что дает ему основание отнести к области этой науки, или, как он пишет, «астрометрии в широком смысле», такие работы, как определение спектральных параллаксов звезд, лучевых скоростей, включая скорость разбегания галактик, и вообще применение астрофизических и звездно-статистических методов к изучению геометрии и кинематики Вселенной.

Далее возникает вопрос, где можно проводить (и нужно ли вообще проводить?) границу между астрометрией и теоретической астрономией, когда средства обеих наук используются для изучения Солнечной системы. Взять хотя бы классическую задачу определения орбиты планеты по трем наблюдениям. Заканчивается ли роль астрометрии в этой задаче выполнением наблюдений и их первичной обработкой? Чтобы определить элементы движения, нужно кроме полученных из наблюдений данных воспользоваться только законами Кеплера. Сами эти законы были выведены также из анализа наблюдений, т. е., по существу, методами астрометрии. При этом силы, действующие на планету, вообще не рассматривались. (Заметим, что слово «сила» встречается только в первых параграфах труда К.Ф. Гаусса [8, с. 5] и лишь тогда, когда нужно было указать: «Мы ограничимся только изложением за-

конов, а о связи их с силами тяготения не будем распространяться». И действительно, все последующее изложение носит чисто кинематический, так сказать, «доньютоновский» характер.)

Таким образом, определение элементов Кеплерова движения планет и комет можно считать завершающим этапом обработки и дискуссии астрометрических наблюдений.

7.2. От общих замечаний перейдем теперь непосредственно к предмету настоящего параграфа. Ранее мы выяснили, что при задании координатных систем в реальном трехмерном пространстве роль тел отсчета разделяется: для задания направлений используются звезды и внегалактические объекты, для задания начала координат — тела Солнечной системы: Земля, Солнце, Луна. Задание направлений было рассмотрено достаточно подробно. Остановимся теперь на задании начала. Оно может быть также геометрическим и динамическим.

Простейший случай геометрического задания — указание доступной или видимой точки (отметки, репера) на поверхности тела отсчета, например Земли или Луны. Теперь мы уже можем называть такие системы топоцентрическими, поскольку в пространстве предметов этот термин приобретает определенный смысл.

При описании движения планет и комет применяются гелиоцентрическая или барицентрическая системы. Первая из них задается геометрически: Солнце считается правильным шаром, начало координат совмещается с его геометрическим центром, а положение изображения последнего на вспомогательной сфере находится из наблюдений в системе координат, заданной принятым каталогом. Вместе с тем такое задание можно считать и динамическим, поскольку допускается, что геометрический центр сферического Солнца совпадает в центром его массы.

Определение положения планет и комет в такой системе координат осуществляется по схеме классической астрометрии, описанной выше. Пусть в некоторый момент t_1 центр Земли находился в точке T_1 , центр планеты — в точке P_1 (рис. 12, а). На первом этапе астрономические наблюдения служат для определения конфигурации пучка прямых, расходящихся из точки T_1 и направленных к планете P_1 и к звездам или внегалактическим объектам S_i *. Такие определения выполняются в нескольких, например, еще в двух положениях Земли — T_2, T_3 .

Второй этап составляют построения на вспомогательной сфере (рис. 12, б). Они существенно упрощаются, если определенный объект привязывается к телам, настолько удаленным, что прямые T_1S_i, T_2S_i, T_3S_i можно считать между собой параллельными. В противном случае вводится поправка за параллакс. (Если при разных положениях Земли наблюдаются разные звезды, задача несколько усложняется.) В итоге геоцентрические изображения планеты P_1'', P_2'', P_3'' получаются на вспомогательной сфере в системе координат, заданной принятым каталогом. В общем случае они не лежат на одном большом круге (но каждая из них находится на большом круге, проходящем через со-

* Мы считаем, что поправки за суточный параллакс и аберрацию введены в результате наблюдений.

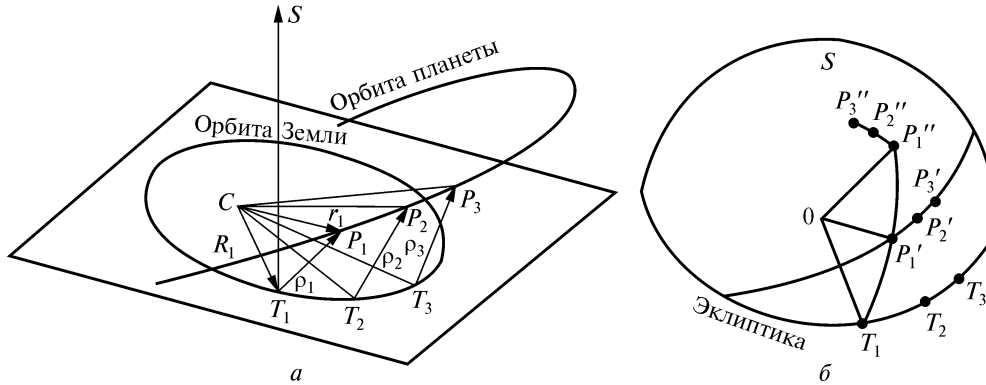


Рис. 12. Схема определения орбиты планеты по трем наблюдениям:
 а — построение в пространстве предметов; б — на вспомогательной сфере

ответственные гелиоцентрические положения планеты P'_1, P'_2, P'_3 и Земли). Так определяются орты ρ_1, ρ_2, ρ_3 направлений Земля — планета.

Третий этап состоит в том, что от точек T_1, T_2, T_3 в пространстве предметов проводятся прямые, параллельные ортам ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Если рассматривается Кеплерово движение, задача заключается в нахождении такого эллипса с фокусом в начале координат (центре Солнца), который пересекает названные прямые. Как известно, эта задача сводится к определению геоцентрических расстояний планеты ρ_1, ρ_2, ρ_3 . Гелиоцентрические радиусы-векторы планеты r_1, r_2, r_3 определяются из уравнений вида

$$r = R + \rho,$$

где R — гелиоцентрический радиус-вектор Земли. Векторы r_1, r_2, r_3 используются для определения элементов движения планеты, а когда это сделано, уже нетрудно вычислить для любого момента времени ее положение в гелиоцентрической системе координат.

Форма уравнений, применяемых для описания движения небесных тел в этой системе координат, зависит от того, можем ли мы считать последнюю инерциальной. Вопрос этот приобрел смысл только теперь, когда мы перешли к системам отсчета в пространстве предметов. Раньше он не имел смысла, так как само понятие инерциальности неприменимо к системам в пространстве изображений. Фундаментальный каталог задает только направления осей координатной системы или, иначе говоря, систему отсчета в этом пространстве. Поэтому часто встречающиеся утверждения, что инерциальная система реализуется в виде фундаментального каталога, есть следствие смешения разнородных понятий.

Центр массы Солнца совершает сложное циклическое движение вокруг барицентра Солнечной системы. В последнюю точку и можно перенести начало системы отсчета [39]. В космическом пространстве она ничем не отмечена, но ее положение относительно Солнца может быть найдено по данным о движении тел Солнечной системы. При таком задании Солнце сохраняет роль тела отсчета, а само задание приобретает динамический характер.

Система координат, начало которой совмещено с барицентром Солнечной системы, а оси привязаны непосредственно к внегалактическим радиоисточникам, была бы, по-видимому, наилучшим приближением к инерциальной системе, возможным в астрономии в настоящее время.

7.3. При определении положения тел на поверхности Земли или в ее окрестности телом отсчета служит сама Земля. В п. 2.1 мы рассмотрели измерения, посредством которых можно определить положение материальной точки или какого-либо тела относительно тела отсчета. В применении к Земле эти измерения имеют одну особенность: при угловых измерениях можно пользоваться направлениями, связанными не только с Землей, но и с удаленными небесными телами: звездами, квазарами и пр.

В зависимости от выбора тела отсчета, принятого для задания направления осей, системы можно разделить на две группы. В первую входят системы, которые в геодинатике называют *небесными* (иногда *звездными*). Направление осей у них задается относительно пучка прямых, соединяющих начало координат со звездами или внегалактическими объектами. К числу таких систем относятся экваториальные и эклиптическая топоцентрические или геоцентрические системы, у которых направления осей заданы каталогами. Часто их называют также инерциальными, что неверно, так как любая система, у которой начало связано с Землей, движется ускоренно. Вторую группу составляют системы, у которых при задании направления осей телом отсчета служит сама Земля. Таким образом, она становится единственным телом отсчета, полностью задающим систему координат. Задание может быть как геометрическим, так и динамическим. Эти системы в геодинатике называют *земными*. Приведем пример таких систем.

Инструментальная система. Начало в центре пересечения горизонтальной оси меридианного инструмента с его визирной линией. Одна из координатных осей — отвесная линия, другая — линия, соединяющая миры или, в терминологии п. 2.1, две отметки на теле отсчета.

Система CALC [63]. Это система, заданная простейшим геометрическим способом. В п. 2.2 мы показали, что для привязки системы координат к телу отсчета нужно задать самое меньшее шесть величин. В рассматриваемом случае это делается так. Начало системы координат совмещается с точкой пересечения осей радиотелескопа «Марк» Голдстонского комплекса дальней космической связи (США). Ось OZ этой системы направляется параллельно орту, определяющему на вспомогательной сфере положение международного условного начала — СЮ; ось OY параллельна плоскости гринвичского меридиана. Затем начало переносится в точку с координатами $x = 2356197.569$ м, $y = 4641342.713$ м, $z = -3677053.00$ м, которые, по данным Лаборатории реактивного движения (США), дают наилучшее приближение к координатам барицентра Земли. Таким образом, в задание системы входит одна физическая точка на поверхности Земли и, через посредство СЮ и гринвичского меридиана, отвесные линии в нескольких других точках.

Динамическая система. Начало координат в центре массы Земли; оси совмещены с главными осями инерции Земли. Этой системой пользуются в классической теории прецессии и нутации.

Применяются и другие геометрические, динамические и смешанные системы. В качестве примера последних приведем две системы, которыми пользовались Бендер и Гоуд [41] при оценке возможного значения наблюдений ИСЗ Лагеос для создания геодинамической сети. У обеих систем начало координат совмещается с центром массы Земли — это динамическое задание. Направление осей задается двумя геометрическими способами. В первом способе принимаются некоторые значения долготы и широты Годдардского центра космических полетов и долготы обсерватории Натал в Бразилии. (Эти значения можно взять и произвольно, но, естественно, их удобнее брать близкими к осредненным значениям наблюдаемых астрономических координат.) Во втором способе задаются широты двух пунктов: Годдардского центра и станции Ветцель (ФРГ) по наблюдениям ИСЗ и долгота обсерватории Натал.

Теперь мы займемся вопросом о том, как можно найти координаты точки, например ИСЗ, в какой-либо из систем координат, связанных с Землей. Напомним, что для определения точки относительно тела отсчета нужно иметь на этом теле по меньшей мере три отметки, относительное положение которых известно (см. рис. 2). Если за тело отсчета принята Земля и определяется ее искусственного спутника, роль таких точек играют станции слежения. Допустим, что длины хорд, соединяющих станции A , B , C , измерены каким-либо способом, например, посредством радиointерферометров*. Как это видно из предыдущего, положение начала координат будет вполне определено, если мы зададим его расстояния от этих станций. Для задания направления осей воспользуемся каталогом звезд или радиоисточников. Так задается система, в которой из астрономических наблюдений получают угловые координаты прямых, соединяющих станции с ИСЗ. Чтобы определить положение последнего, достаточно измерить две координаты одной из этих прямых, например AP , и только одну координату — прямое восхождение или склонение — другой прямой (BP на рис. 6). Тогда находится вектор ρ_a , а поскольку вектор R_a мы считаем известным, из уравнения

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}_a + \rho_a$$

можно сразу же получить и вектор \mathbf{r} , определяющий положение спутника в небесной системе.

Но во многих случаях возникает необходимость иметь его положение и в земной системе, а для этого нужно располагать возможностью находить значения углов между осями двух систем — земной и небесной — в моменты наблюдения спутника. О том, как это можно сделать, будет изложено в п. 9.2.

7.4. В только что описанном простом примере, как и при любом геометрическом способе задания системы координат, центр массы Земли вообще не рассматривается, поскольку эта точка недоступна для прямых наблюдений, а расстояние от нее до других точек на Земле или в окружающем ее пространстве не удастся непосредственно измерить.

Но это возможно сделать косвенным способом, если привлечь динамические уравнения движения спутника в гравитационном поле Земли. В пер-

* Понятно, что для слежения за спутником трех станций недостаточно. Но задача расширения и сгущения сети станций относится преимущественно к области геодезии и находится вне плана настоящей статьи. См. также замечание в конце п. 2.3.

вом приближении допускается, что вся масса Земли сосредоточена в ее центре. Там и будет находиться один из фокусов эллиптической орбиты спутника. Это допущение играет роль отправного пункта в теории движения ИСЗ, которая постепенно усложняется по мере усложнения модели гравитационного поля Земли и введения в рассмотрение негравитационных сил, действующих на спутник, а также притяжения других тел Солнечной системы. Для нахождения центра массы Земли по наблюдениям ИСЗ было предложено несколько способов. Один из них принадлежит И.Д. Жонголовичу [17]. Его идея проста и состоит в следующем.

Допустим, что из наблюдений удалось получить движение ИСЗ в системе координат, заданной геометрически, т. е. найти для нескольких моментов вектор r' , соединяющий начало этой системы O' со спутником. Мы хотим перейти к системе с началом в центре массы Земли, не изменяя направления осей. Эту систему назовем просто геоцентрической. Задача сводится к определению радиуса-вектора Δr , определяющего положение точки O' в этой системе. Тогда

$$r = r' + \Delta r$$

будет радиусом-вектором спутника в той же геоцентрической системе координат. Если n — орг нормали к плоскости оскулирующей орбиты спутника, то очевидно, что

$$(n \cdot r) = (n \cdot r') + (n \cdot \Delta r).$$

Из этого уравнения и можно найти Δr .

Угловые измерения, основанные на фотографических наблюдениях ИСЗ, широко использовались для построения геоцентрических систем орбитальным методом. Наиболее обширные работы были выполнены по программе *Стандартная Земля*.

Подчеркнем, что возможность построения геоцентрической системы координат основывается на том, что центр массы Земли находится в одном из фокусов эллиптической орбиты невозмущенного Кеплерова движения спутника, через положения которого на орбите этот центр удается связать со станциями слежения.

Координатные системы, связанные с Луной, применяются при изучении ее фигуры и вращения. Любой каталог опорных точек на лунной поверхности можно рассматривать как геометрическое задание системы координат*. Наиболее часто применяемое динамическое задание идентично тому, которое мы имели в случае Земли: начало координат совмещается с центром массы Луны, а оси координат — с главными осями инерции. Понятно, что для достижения внутренней согласованности каталога и сближения задаваемой им системы с динамической применяется иной состав измерений. В наиболее общей форме этот вопрос обсуждается в работах [3, 6].

* Применяя выводы параграфа 2, мы можем отметить, что наименьшее число точек в каталоге и наименьшее число координат, достаточное для задания системы, равны соответственно трем и шести.

8. НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ

8.1. Есть достаточно оснований рассчитывать на то, что применение новых технических средств, в частности телескопов на ИСЗ и радиоинтерферометров, чрезвычайно расширит возможности астрометрии и повысит ее роль в изучении Вселенной. Однако основы астрометрии при этом затронуты не будут, поскольку единственным путем для изучения положения и движения небесных тел в пространстве остаются измерения углов между прямыми, расходящимися от точки наблюдения на поверхности Земли или ближайших к ней тел. Не изменяется и роль далеких источников оптического и радиоизлучения при задании опорных направлений в пространстве изображений.

Более глубокое влияние на структуру астрометрии оказывает появившаяся теперь возможность прямого измерения расстояний, правда, только в пределах Солнечной системы.

В 1946 г. удалось впервые осуществить радиолокацию Луны; в 1958 г. — радиолокацию Венеры, а в последующие годы — Меркурия, Марса и Юпитера. Точность измерения расстояний этим способом постепенно повышалась и теперь намного превысила точность измерения углов визуальным и фотографическим способами. Так, в работе [21] приведены результаты сравнения ошибок угловых координат Венеры, полученных по меридианным наблюдениям и переведенных в километры, с ошибками радиолокационных измерений ее геоцентрических расстояний. Оказывается, что первые в 50—300 раз больше, чем вторые. Такое же отношение ошибок получается для Марса * [9].

Применение лазерных дальномеров было следующим крупным шагом на пути повышения точности измерения расстояний от станций на Земле до Луны и ИСЗ в околоземном пространстве. Вся мощь этого способа проявилась тогда, когда в качестве мишеней стали применяться уголкового отражатели с 1964 г. на спутниках, а с 1969 г. — на Луне.

8.2. Дело не столько в точности измерения расстояний, как в том, что такие измерения дают возможность подойти к определению положения небесных тел и построению координатных систем в трехмерном пространстве предметов иначе, чем это делалось в классической астрометрии. Иначе и более прямым путем. Так, по одновременным измерениям расстояния до спутника от трех станций мы, как это видно из рис. 1, сразу же можем определить его положение по отношению к Земле как телу отсчета и затем найти координаты в связанной с ней системе. При этом отпадает необходимость в наблюдениях звезд для определения направлений прямых, соединяющих станции со спутником. Не нужно и заниматься вспомогательными построениями в пространстве изображений. Конечно, на практике такие синхронные наблюдения почти неосуществимы, но и при использовании орбитального метода прямое измерение расстояний приводит к упрощению принципиальной

* Но было бы неправильно делать из этого вывод, что при использовании радиолокационных наблюдений планет для определения элементов их движения угловые измерения становятся вообще излишними. Дело в том, что все элементы уверенно определяются лишь из совместных наблюдений того и другого рода, когда находятся и направления, и расстояния.

схемы определения пространственных координат и уравнений движения планет и ИСЗ.

Например, в алгоритме нахождения элементов орбиты планеты (см. п. 7.2) наиболее трудной задачей было определение геоцентрических расстояний ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 (см. рис. 12). Этот этап исключается, если указанные расстояния измерены непосредственно.

Построения в пространстве изображений, а также звездные каталоги, которые при этом используются и на составление которых астрометристы тратят так много сил и времени, вообще не понадобятся, если пользоваться в астрометрии только измерениями расстояний. Но можно ли на базе таких измерений создать невращающуюся геоцентрическую или в будущем даже гелиоцентрическую систему координат? Этот вопрос рассматривал Ньютон [66]. Он назвал такую систему «слепой», поскольку в ее задание звезды вообще не входят, а при построении осей их наблюдения не используются. Единственным телом отсчета служит Земля. Можно считать, что подобная «слепая» система уже применяется при выводе движения спутников по доплеровским наблюдениям.

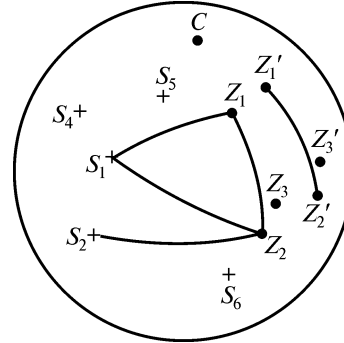
Укажем еще на одну возможность применения в астрометрии лазерных дальномеров. Если прежде расстояния находили косвенным способом по измерениям углов, то теперь можно идти обратным путем: измерять расстояния до небесного тела и по ним находить изменения его угловых координат, причем с большей точностью, чем по прямым измерениям углов. Можно ли воспользоваться этим с целью нахождения вращения координатных осей, заданных фундаментальным каталогом? Для выяснения этого вопроса Марри и Яллоп [65] провели модельные расчеты. Они допустили, что направление радиуса-вектора отражателя на Луне в системе принятого каталога известно, и показали, как по измеренным изменениям его длины можно найти угол поворота системы.

9. ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ

9.1. В п. 7.3 мы рассмотрели две группы координатных систем. В первую входят небесные системы. Роль тела отсчета при задании направления осей этих систем играют пучки ортов, направленных к удаленным объектам — звездам, квазарам, галактикам. Вторую группу составляют земные системы. В астрометрии часто возникает необходимость переходить от координатных систем одной группы к системам другой, от одного тела отсчета к другому. А для этого нужно знать, как вращается Земля. Так мы подходим к изучению вращения Земли со стороны астрометрии.

Классическая теория этого явления развивалась в рамках небесной механики, но в связи с обусловленностью вращения Земли ее механическими свойствами, а также различными процессами на ее поверхности и в недрах изучение этого явления составляет теперь обширный раздел геодинамики. Однако здесь мы остановимся только на получении информации о вращении Земли из наблюдений. Какого бы рода наблюдения ни применялись, их результаты всегда можно представить в виде данных об изменениях направлений различных прямых, связанных с Землей. Это дает возможность при описании явления пользоваться только пространством изображений [35].

Рис. 13. Движение зенитов относительно изображений звезд на вспомогательной сфере



В теории вращения Земли рассматриваются мгновенные величины, в частности вектор ее угловой скорости. Но из наблюдений получают не эти величины, а осредненные за тот или иной конечный интервал времени. Это можно проследить на примере описанного ниже простого (принципиально возможного, но на практике не применявшегося) способа. Пусть от произвольного начала O отложены орты s_i , параллельные прямым, соединяющим наблюдателя с внегалактическими объектами, и орты e_j , параллельные прямым, связанным с Землей. Последними могут быть барицентрические радиусы-векторы точек земной поверхности, хорды, соединяющие попарно эти точки, отвесные линии. Кинематическое описание вращения Земли может быть таким путем сведено к описанию движения пучка ортов e_j относительно пучка ортов s_i . Но ради наглядности можно воспользоваться вспомогательной сферой (рис. 13). На ней мы будем иметь точки S_i и Z_j , в которых поверхности сферы касаются концы ортов s_i и e_j соответственно. Первые мы будем условно называть звездами, вторые — зенитами. Имея в виду, что в действительности S_i — это изображения внегалактических объектов, мы можем считать, что конфигурация этих точек не изменяется. Сделаем такое же (но не столь обоснованное) допущение относительно точек Z_j . Тогда, пользуясь терминологией А. Данжона [46], мы можем отметить, что при изучении вращения Земли задача наблюдений состоит в выводе движения «созвездия зенитов» относительно «созвездия звезд».

Относительные положения звезд содержатся в каталоге. Если бы нам удалось найти положение нескольких зенитов относительно звезд в один и тот же момент времени, например, путем измерения дуг $S_i Z_j$, конфигурация созвездия зенитов была бы также определена.

Из п. 2.3 следует, что наименьшее число звезд, необходимых для этого, равно двум. На рис. 13 это звезды S_1 и S_2 . Выделим также два зенита: Z_1 и Z_2 . Это — простейший случай, при котором звезды можно соединить с зенитами четырьмя дугами больших кругов. Но чтобы найти положение созвездия зенитов относительно звезд, достаточно измерить только три из этих четырех дуг.

Пусть такое измерение выполнено в момент t (по атомным часам) и повторено в момент t' . Тогда мы получим два положения созвездия зенитов. Применим к ним известную из кинематики твердого тела теорему Даламбера: любое перемещение сферической фигуры может быть достигнуто одним поворотом вокруг некоторого центра C , лежащего на сфере или, что то же самое, оси OC , проходящей через этот центр и центр сферы O . Частный случай, когда эта ось неподвижна по отношению к звездам, интереса не представляет. В общем случае, который имеет место в действительности:

а) созвездие зенитов, описав оборот на вспомогательной сфере, не возвращается точно в то положение, которое оно занимало в начальный момент t ;

б) ось OC , найденная из наблюдений, не совпадает с мгновенной осью вращения в какой-либо момент на интервале $t - t'$;

в) положение оси OC как по отношению к звездам, так и по отношению к созвездию зенитов различно для разных интервалов.

Осредненные, а не мгновенные кинематические характеристики вращения Земли получаются и из других практически применяемых способов наблюдения этого явления.

9.2. Из приведенного в п. 5.4 видно, как применяются орты для задания системы небесных координат. Подобным образом можно задать земную систему, связав ее с пучком ортов e_j . Примером может служить система, принятая Международным бюро времени (1968, ВИН System). Такие системы мы предложили называть *условными земными*. Вопрос об их выборе и построении подробно обсуждался на упоминавшемся Торуньском коллоквиуме МАС.

При использовании классических методов астрономических наблюдений для задания направления осей условной системы берутся орты отвесных линий. Хейтц [53] обсуждал преимущества ортов геоцентрических радиусов-векторов обсерваторий. Построение таких систем возможно на основе динамических методов спутниковой геодезии. Бендер и другие [40] рассмотрели идеализированный случай конфигурации пучка ортов, который получается, если расположить 12 станций в вершинах правильного многогранника-икосаэдра. По-видимому, наиболее устойчивой будет система, опирающаяся на орты баз радиоинтерферометров [78]. И.Д. Жонголович и другие [18] провели модельные расчеты для наиболее выгодного выбора этих баз при разных вариантах расположения наблюдаемых источников радиоизлучения.

До второй половины прошлого столетия астрономы считали, что вращение Земли происходит с такой же правильностью, как ее орбитальное движение, и что поэтому всегда можно рассчитать, какое положение в небесной системе координат занимали или займут в любой заданный момент времени оси земной системы. Казалось, что для этого нужно только создать теорию вращения Земли и получить из наблюдений численные значения нескольких постоянных.

Однако, когда это было сделано, стали обнаруживаться такие расхождения, которые нельзя было устранить путем изменения упомянутых постоянных. Это удалось объяснить тем, что регулярность вращения Земли нарушается различными явлениями на ее поверхности и в недрах. При современном состоянии знаний точный прогноз этих явлений невозможен, что делает невозможным и точный расчет движения земной условной системы осей относительно небесной системы отсчета. Этим и диктуется необходимость вести непрерывные наблюдения, доставляющие данные о положении условной системы координат по отношению к невращающейся небесной системе. Такие наблюдения ведут астрономические обсерватории и специальные станции, входящие в национальные и международные службы времени и движения полюса.

Однако удобнее не получать непосредственно относительные направления осей названных систем, а поступать следующим образом. Ввести вспомогательную или промежуточную систему, движение которой представляет регулярную часть вращения Земли — мы называем ее *земной эфемеридной*

системой. Тогда задача сводится к определению относительного положения двух земных систем: эфемеридной и условной, именно к нахождению углов u , v , w , на которые нужно повернуть оси одной системы, чтобы совместить их с осями другой. Мы приходим к следующей принципиально возможной схеме.

Основная система (экваториальных, эклиптических или каких-либо иных) координат задается геометрически каталогом внегалактических радиосточников. На основании теории орбитального и вращательного движений Земли с привлечением многолетних наблюдений для определения постоянных, входящих в уравнения этой теории, находят матрицу перехода от основной системы координат к земной эфемеридной. Обозначим эту матрицу буквой M . Современная практика вычисления ее элементов состоит в перемножении матриц прецессии, нутации и суточного вращения Земли. Задание эфемеридной системы и нахождение матрицы M осложняется, если отказаться от допущения абсолютной твердости Земли и перейти к моделям, более соответствующим представлениям о строении Земли и ее механических свойствах. Эти вопросы обсуждались на XVI съезде МАС (Гренобль, 1966), симпозиумах № 78 (Киев, 1977) и № 82 (Кадис, 1978), на которых принимались противоречивые рекомендации. Ожидается, что окончательное решение будет принято на следующем съезде МАС.

Переход от эфемеридной к условной земной системе осуществляется с помощью матрицы

$$I + K,$$

где I — единичная матрица, а

$$K = \begin{pmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix}.$$

Общий обзор методов наблюдений, из которых можно находить элементы этой матрицы, содержится в работе [35]. Заметим, что только применение радиоинтерферометров дает возможность получать направления условных осей непосредственно в основной системе координат. В других случаях приходится переходить через промежуточные системы, заданные звездными каталогами или орбитами ИСЗ, как, например, при доплеровских наблюдениях. Естественно, что это вносит дополнительные ошибки при выводе углов u , v , w из наблюдений.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы попытались проследить тот путь, который начинается наблюдениями небесных тел с поверхности Земли и заканчивается нахождением их относительных положений и движений в трехмерном пространстве. При этом мы пользовались следующими обозначениями: s_i — орты прямых, соединяющих наблюдателей с удаленными небесными телами, такими, как звезды и квазары; e_j — орты прямых, связанных с Землей. При построении в пространстве

изображений те и другие орты проводятся от общего начала. Так получаются два пучка векторов, расходящихся из одной точки, которыми и пользуются для задания координатных систем в этом пространстве. Задание может быть либо геометрическим, либо динамическим. Соответственно этому в пространстве изображений мы получаем системы отсчета четырех категорий: небесные геометрические, небесные динамические, земные геометрические, земные динамические.

Этим, конечно, не исчерпывается все разнообразие систем в пространстве изображений — применяются также системы, связанные с Луной и планетами.

Чтобы перейти к системам в пространстве предметов, нужно указать еще тело отсчета, которое используется для задания начала координат. Здесь мы ограничимся Солнцем и Землей. Задание начала может быть также геометрическим или динамическим, так что в зависимости от тела отсчета и способа задания мы получаем вновь четыре категории координатных систем. А если комбинировать их с различными способами задания направлений осей, мы будем иметь 16 категорий координатных систем в трехмерном пространстве предметов. Каждая из этих категорий может содержать большое число конкретных систем. Из них выбирают те, которые наиболее подходят для решаемой задачи.

Но желательно также, чтобы одна из этих систем была принята в астрометрии за основную, и к ней в случае надобности можно было бы приводить положения небесных тел, полученные в других системах. Учитывая состояние астрометрии в наши дни, следует согласиться с рекомендацией по этому вопросу, принятой на коллоквиуме МАС в г. Торуне, а именно: задать направления осей способом геометрической привязки к пучку ортов s_i . При задании начала координат в качестве тела отсчета взять Солнце, но совместить это начало не с геометрическим центром Солнца, а с барицентром Солнечной системы. Так, по-видимому, можно получить при современном уровне знаний наилучшее приближение к инерциальной системе координат.

В связи с развитием космических исследований в астрометрии появились новые задачи, а в связи с усилением средств этой науки обнаружилась необходимость вернуться к проблемам, которые еще недавно казались окончательно решенными и закрытыми, что в свою очередь привело к пересмотру некоторых установившихся понятий. К тому же — и это тоже играет немалую роль — в астрометрию приходят новые люди. Речь идет не о простой смене поколений с ее привычными конфликтными ситуациями. Дело в том, что лет тридцать тому назад в астрометрии все, от юстировки и исследования инструментов до теоретических обобщений, делали сами астрономы. Но новые технические средства наблюдений и более сложный математический аппарат их обработки и анализа требуют привлечения других специалистов. Приходя в астрометрию, они вносят в нее навыки и приемы исследований, зачастую далекие от классических традиций этой древней науки, что в свою очередь способствует быстрым и существенным изменениям ее облика, происходящим на наших глазах.

Благодарю И.В. Гаврилова, А.П. Гуляева, А.А. Гурштейна, В.К. Дрофу, М.С. Зверева, А.А. Немиро, А.С. Харина и Я.С. Яцкива за критические замечания о первом варианте этой статьи — они были полезны при ее существенной переработке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абалакин В.К.* Использование лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения некоторых задач небесной механики и геодинамики. — Тр. Ин-та теор. астрон. АН СССР, 1978, вып. 17. — С. 82—133.
2. *Абалакин В.К.* О некоторых вопросах построения инерциальной системы координат методами астрономии. — В кн.: Системы координат в астрономии. — Ташкент: Фан, 1971. — С. 26—34.
3. *Алексакин Е.П., Непоклонов В.В., Тимофеев Ю.С. и др.* Методы построения селеноцентрической системы координат опорных точек по наблюдениям произвольного вида и состава. — В кн.: Картографирование Луны и Марса. — М.: Недра, 1978. — С. 3—15.
4. *Балдини А.* Абсолютная ориентация при классической триангуляции. — В кн.: Использование искусственных спутников для геодезии. — М.: Мир, 1975. — С. 36—47.
5. *Брандт В.Э.* О приведении астрономических наблюдений к единой системе координат. — Астрон. журн., 1975. — 52, вып. 5. — С. 1096—1107.
6. *Гаврилов И.В.* Классификация и возможные пути решения задач лунной астрометрии. — В кн.: Современные проблемы позиционной астрометрии. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. — С. 59—65.
7. *Галилей Г.* Диалог о двух главнейших системах мира. — М.—Л.: Гостехиздат, 1948. — 579 с.
8. *Гаусс К.Ф.* Теория движения небесных тел, обращающихся вокруг Солнца по коническим сечениям. — М.: Тип. Бахметева, 1861. — 293 с.
9. *Глебова Н.И.* Уточнение координат Марса по оптическим и радиолокационным наблюдениям. — Бюл. Ин-та теорет. астрономии АН СССР, 1975. — 13, № 10. — С. 612—616.
10. *Губанов В.С.* Перспективы развития астрометрии в связи с применением новых методов измерений. — В кн.: Астрометрия и небесная механика. — М.—Л.: ВАГО, 1978. — С. 141—155.
11. *Гурздян Г.А.* Сверхмощный орбитальный телескоп. — Вестн. АН СССР, 1977, вып. 12. — С. 80—90.
12. *Данте А.* Малые произведения. — М.: Наука, 1968. — 651 с.
13. *Дравских А.Ф., Красинский Г.А., Финкельштейн А.М.* Радиоастрономическая система координат, основанная на измерении дуг между радиоисточниками. — Письма в Астрон. журн., 1975. — 1, № 5. — С. 43—48.
14. *Дрофа В.К.* Определение положений в «звездной» системе координат. — Астрометрия и астрофизика, 1975, вып. 25. — С. 66—76.
15. *Дума Д.П., Коваль Р.Н.* Опыт решения системы уравнений для определения нуль-пунктов звездных каталогов методом ложных возмущений. — Письма в Астрон. журн., 1977. — 3, № 5. — С. 238—240.
16. *Дума Д.П., Кизюн Л.Н., Сафронов Ю.И.* Уточнение положений нуль-пунктов системы по меридианным наблюдениям Меркурия, Венеры, Марса и ярких малых планет. — В кн.: Новые идеи в астрометрии. — Л.: Наука, 1978. — С. 23—25.
17. *Жонголович И.Д.* Определение положения центра массы Земли с помощью искусственных спутников. — Наблюдения искусств, спутников Земли. — София, 1968. — № 7. — С. 5—14.
18. *Жонголович И.Д., Валяев В.И., Малков А.А. и др.* Использование радиоинтерферометра со сверхдлинной базой при решении основных проблем астрономии, геодезии и геодинамики. — Тр. Ин-та теорет. астрономии АН СССР, 1977, вып. 16. — С. 19—58.
19. *Зверев М.С.* Фундаментальная астрометрия в Советском Союзе за 1972—1975 годы. — В кн.: Новые идеи в астрометрии. — Л.: Наука, 1978. — С. 4—8.

20. *Идельсон Н.И.* Этюды по истории небесной механики. — М.: Наука, 1975. — 496 с.
21. *Кислик М.Д., Коложа Ю.Ф., Котельников В.А. и др.* Определение орбит Земли и Венеры, астрономической единицы и радиуса Венеры на основе радиолокационных наблюдений Венеры в 1962—1977 гг. — Докл. АН СССР, 1978. — **241**, № 5. — С. 1046—1049.
22. *Колчинский И.Г.* О современной астрометрии. — В кн.: Некоторые проблемы исследования Вселенной. — Л.: ВАГО, 1973. — С. 23—29.
23. *Коперник И.* О вращениях небесных сфер. — М.: Наука, 1964. — 653 с.
24. *Линник В.П.* Возможное развитие астрометрии с инструментальной точки зрения. — В кн.: Тр. 12-й астрометр. конф. СССР. — Л., 1957. — С. 179—185.
25. *Мигдал А.* О психологии научного творчества. — Наука и жизнь, 1976, № 2. — С. 100—106.
26. *Мионов Н.Т.* Об относительной ориентации систем фундаментальных каталогов. — Астрометрия и астрофизика, 1971, вып. 13. — С. 13—17.
27. *Немиро А.А.* Место фундаментальной астрометрии в современной науке. — В кн.: Новые идеи в астрометрии. — Л.: Наука, 1978. — С. 10—12.
28. *Парийский Ю.Н., Дравских А.Ф.* Радиоастрономия и астрометрия. — В кн.: Современные проблемы позиционной астрометрии. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. — С. 25—42.
29. *Попович К.* Определение геоцентрических координат спутников и наблюдательных станций по результатам почти одновременных наблюдений с нескольких станций. — Наблюдения искусств, спутников Земли. — Москва, 1962, № 1. — С. 33—39.
30. *Ретик И.* Первое повествование к Иоанну Шонеру. — В кн.: Коперник Н. О вращениях небесных сфер. — М.: Наука, 1964. — С. 488—551.
31. *Струве В.Я.* Этюды звездной астрономии. — М.: Изд-во АН СССР, 1953. — 234 с.
32. *Федоров Е.П.* О принципах построения координатных систем, применяемых в астрометрии. — В кн.: Системы координат в астрономии. — Ташкент: Фан, 1971. — С. 35—57.
33. *Федоров Е.П.* Об определении направлений координатных осей каталогов звезд. — Астрометрия и астрофизика, 1974, вып. 24. — С. 3—17.
34. *Федоров Е.П.* О системах сферических координат. — Астрометрия и астрофизика, 1976, вып. 31. — С. 18—21.
35. *Федоров Е.П.* О способах наблюдений, применяемых при изучении вращения Земли. — Наблюдения искусств. небес, тел, 1976, № 15. — С. 253—276.
36. *Эйнштейн А.* Физика и реальность. — М.: Наука, 1965. — 359 с.
37. *Яцкив Я.С.* Общие принципы изучения разностей положений и собственных движений звезд как случайного поля. — Астрономия и астрофизика, 1971, вып. 13. — С. 3—137.
38. *Яинов П.И.* Основы сферической астрономии. — В кн.: Введение в практическую астрономию. — Л.—М.: ОНТИ, 1936. — С. 5—119.
39. *Ash M.E., Shapiro I.I., Smith W.B. et al.* Astronomical constants and planetary ephemerides deduced from radar and optical observations. — *Astron. J.*, 1967. — **72**, N 3. — P. 338—350.
40. *Alley C.O., Currie D.G., Bender P.L. et al.* Satellite geodesy using laser range measurement only. — *J. Geoph. Res.*, 1968. — **73**, N 16. — P. 5353—5358.
41. *Bender P.L., Goad C.C.* Reference coordinate systems requirements for geophysics. — In: *Proc. IAU colloq. N 26. Torun, Poland, 1974.* — Warsaw, 1975. — P. 85—92.
42. *Bien R., Fricke W., Lederle T.* Methods for the comparison of systems of star positions to be applied in the construction of the FK5. — *Veroff. Astr. Rschen.-Inst. Heidelberg.* — 1978, N 29. — P. 1—23.
43. *Buchhols M.* Statistical analysis of trigonometric stellar parallaxes. — *Astron. and Astrophys. Suppl Ser.*, 1977, **58**. — P. 377—383.
44. *Clemence G.M.* The equinox and equator. — *Ann. Reunion Int. Solare Probl. Astron. Mec. celeste. La Plata*, 1961. — P. 17—24.
45. *Counselman C.C.* Position of extragalactic radio source from very long baseline interferometry. — In: *New problems in astrometry.* — Dordrecht, 1974. — P. 119—124.
46. *Danjon A.* Le mouvement du pôle. Principles, definitions, methodes et instruments. — *Bull. Astron.*, 1960, **23**. — P. 187—230.
47. *Duncombe R.L., Seidelmann P.K., Van Flandern T.C.* Celestial reference systems derived from solar system dynamics. — In: *Proc. IAU colloq. N 26. Torun, Poland, 1974.* — Warsaw, 1975. — P. 223—234.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

48. *Duncombe R.L.* Astrometry with the space telescope fine-guidance system. — Bull. Inform. CDS, 1978, N 15. — P. 64–66.
49. *Eichhorn H.K.* Astronomy of star positions. — New York, 1974. — 357 p.
50. *Eichhorn H.K.* New problems in astrometry. — Dordrecht—Boston; Reidel, 1974. — 355 p.
51. *Fricke W.* Prospects for an extension of the fundamental reference system to faint objects and radio sources. — Astron. Rechen-Inst. Heidelberg. Mitt. Ser A, 1975, N 68. — P. 3.
52. *Gliese W.* Trigonometric parallaxes-basic data for various problems. — Astron. Rechen-Inst. Heidelberg. Mitt. Ser B, 1975, N 52. — P. 109–113.
53. *Heitz S.* Bezugs-und-Koordinatensysteme für global geodatische Methoden im Subdezimeter-Genauigkeitsbericht. — Z. Vermessung, 1978, **103**, N 4. — S. 156–162.
54. «*Hipparcos*» — Space astronomy : Rep. phase. A study. DR/PS (78). — Paris, 1978. — 58 p.
55. *Hog E., Olsen H.J.* Future astrometry from space and from ground. — Highlights Astron., **4**, pt 1. — P. 361–367.
56. *Jenkins L.F.* General catalogue of trigonometric stellar parallaxes. — New Haven: Yale Univ., 1952. — 253 p.
57. *Jenkins L.F.* Supplement to general catalogue of trigonometric stellar parallaxes. — New Haven: Yale Univ., 1963. — 47 p.
58. *King I.R.* Astrometric accuracy with large reflectors. — Europ. South. Obs. Sci. Prepr., N 27. — P. 5.
59. *Kipp S.L.* Astrometric studies of 45 Tauri. — Astron. J., 1978, **83**, N 6. — P. 636–639.
60. *Kovalevsky J.* Some problems related to the definition of reference systems. — In: Proc. IAU Colloq. N 26 Torun, Poland, 1974. Warsaw, 1975. — P. 123–132.
61. *Krasinsky C.A.* On constructing the inertial system of high accuracy by VLBI method. — In: Proc. IAU colloq. N 26. Torun, Poland, 1974.
62. *Lacroute P.* Perspectives spatiales pour l'astrometrie. — Astronomie, 1976, **90**. — P. 223.
63. *Ma Ch.* Very long baseline interferometry applied to polar motion, relatively, and geodesy. — Grenbelt, 1978. — 367 p.
64. *Murray C.A.* The astrometric reference frame. — Observatory, 1976, **96**, N 1012. — P. 90.
65. *Murray C.A., Yallop B.D.* Lunar ranging and fundamental astrometry. — Phil. Trans. Roy. Soc. London, A, 1977, **284**, N 1326. — P. 507–514.
66. *Newton R.R.* Coordinates used in range and range-rate systems and their extension to a dynamic Earth. — In: Proc. IAU colloq. N 26. Torun, Poland, 1974. — Warsaw, 1975. — P. 181.
67. *Norgaard-Nielsen H.V.* The systematic errors of the trigonometric parallaxes. — Astron. and Astrophys. Suppl Ser., 1977, **59**. — P. 203–210.
68. *On reference coordinate systems for Earth dynamics* / Eds. B. Kolaczek, G. Weiffenbach. — In: Proc. IAU Colloq. N 26. Torun, Poland, 1974. — Warsaw, 1975. — P. 7–47.
69. *Preston R.A., Ergas R., Hinterreger H.F. et al.* Interferometric observations of an artificial satellite. — Science, 1972, **178**, N 4059. — P. 407–409.
70. *Space astrometry: mission definit study.* — Paris, 1977. — 25 p.
71. *Strand K., Harrington R.S., Dahn C.C.* The US Naval observatory parallax program. — In: New Problems in Astrometry. — Dordrecht, 1974, N 61. — P. 159–164.
72. *Veis G.* General principles for the realization of reference systems for Earth's dynamics. — In: IAU Colloq. N 26, Torun, Poland, 1974. — Warsaw, 1975. — P. 261–267.
73. *Wade C.M.* Radio and optical astronomy. — In: New Problems in Astrometry. — Dordrecht, 1974. — P. 133–139.
74. *Walter H.G.* On the important of the precession constant. — Astron. Astrophys., 1971, **10**. — P. 474–475.
75. *Walter H.G.* Extension of a stellar reference system by means of spacecraft — observed faint stars. — Astron. Rechen-Inst. Heidelberg. Mitt. Ser. B, 1975, N 51. — P. 73–77.
76. *Wayman P.A.* The eighteenth Herstmonceaux Conference. — Observatory, 1974, **94**, N 1003. — P. 271–289.
77. *Woolard E.W., Clemehce G.* Spherical astronomy. — New York, 1968. — 453 p.
78. *Zhongolovitch I.* The role of VLBI in the establishment of coordinate systems. — In: IAU Colloq. N 26, Torun, Poland, 1974. — Warsaw, 1975. — P. 293–295.

Е.П. ФЕДОРОВ

О СВЯЗИ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОЙ И ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ*

В связи с тем что из наблюдений на меридианных инструментах можно получать положения небесных тел только в системе мгновенного экватора, рассматривается приведение этих положений в основную невращающуюся систему, которая определяется каталогом принятых координат радиоисточников. В принципе, направление осей этой системы можно задать произвольно, но по практическим соображениям их удобно провести как можно ближе к осям экваториальной системы некоторой фиксированной эпохи. После того, как каталог радиоисточников создан, он становится вполне независимым от исходной экваториальной системы. Обсуждается также предложение Гино заменить точку весеннего равноденствия другим началом и критика этого предложения Аоки.

ON RELATION BETWEEN RADIO INTERFEROMETRIC AND EQUATORIAL REFERENCE SYSTEMS, by E.P. Fedorov. Observations with the meridian instruments being capable to give positions of celestial bodies only in the instantaneous equatorial system, reduction of these positions to a basic nonrotating reference system defined by a catalogue of adopted coordinates of extragalactic radio sources is considered. In principle, orientation of such a system may be chosen arbitrary, but for practical reasons it is convenient to align its axes as close as possible to those of the equatorial system of a certain fixed epoch. After the catalogue of radio sources is constructed, reference to the equatorial system may be dropped. The Guinot's proposal to replace the equinox by another nonrotating fiducial point and Aoki's criticism of this proposal are also discussed.

Для описания движения любой системы отсчета нужно иметь другую систему, относительно которой может быть определено или задано положение первой. Так создается иерархия координатных систем, применяемых в астрономии и геодезии, — ее графическое представление в виде «каркасной башни» приведено в работе Графаренда и др. (1979). Но в этой иерархии должна быть одна первичная система отсчета (S_0), для которой вопрос «относительно чего она движется?» (или «по отношению к чему неподвижна?») теряет смысл.

Мысль о том, что оси такой первичной или основной системы координат следует связать с пучком ортов, соединяющих наблюдателя с внегалактическими радиоисточниками, получает теперь широкое распространение. Предварительный список таких источников, главным образом квазаров, был предложен рабочей группой комиссии № 24 МАС в 1979 г. Поскольку положения источников определялись посредством радиointерферометров, систему (S_0) можно назвать радиointерферометрической. Здесь мы рассмотрим простейшую схему установления ее связи с экваториальной системой, не касаясь во-

* Письма в АЖ, 1981. — 7, № 10.

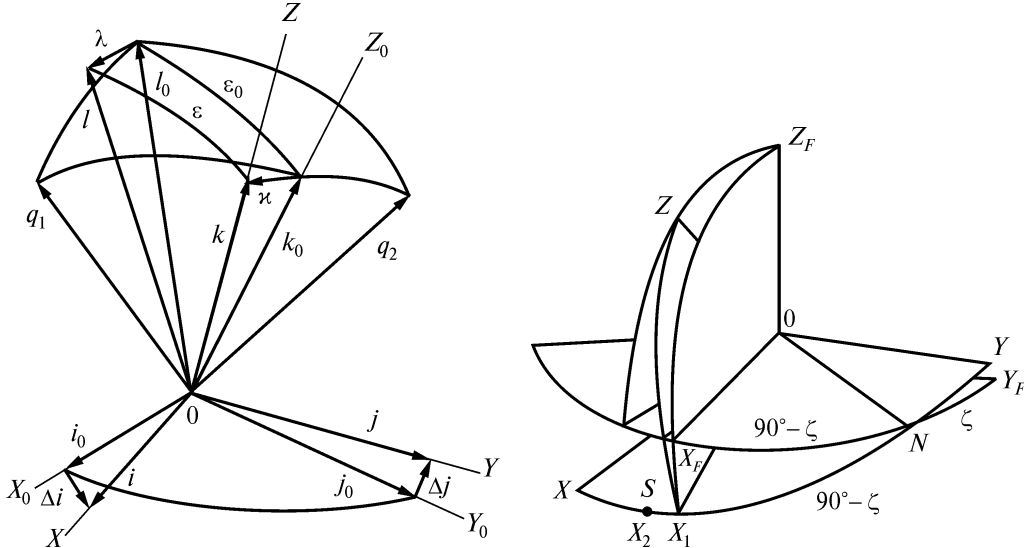


Рис. 1. Опорные орты радиоинтерферометрической и экваториальной координатных систем

Рис. 2. Системы координат, не вращающиеся вокруг оси аппликат

проса об использовании радиоинтерферометрических наблюдений для изучения ошибок звездных каталогов, который теперь оживленно обсуждается.

Пусть q_1 и q_2 — орты прямых, соединяющих наблюдателя с двумя квазарами (рис. 1). Мы могли бы воспользоваться ими как опорными ортами системы (S_0) , однако предпочтительнее взять вместо этого два других орта, k_0 и l_0 , которые образуют с q_1 и q_2 произвольные углы, совместить ось Z_0 системы (S_0) с k_0 , а ось X_0 этой системы — с ортом

$$i_0 = \frac{k_0 \times l_0}{\sin \varepsilon_0}.$$

Далее, в соответствии с рекомендацией коллоквиума МАС № 26, проходившего в Торуни в 1973 г., целесообразно совместить орты k_0 и l_0 в пределах достижимой точности с опорными ортами экваториальной системы начальной эпохи, т. е. с нормальными к плоскостям экватора и эклиптики этой эпохи. Но как только каталог внегалактических источников в системе (S_0) создан, последняя становится вполне независимой от динамической экваториальной системы (E) , которая сохранится в астрометрии в качестве рабочей, пока продолжают наблюдения с меридианными инструментами с поверхности Земли. Ее основным кругом остается при этих наблюдениях истинный экватор — иного выбора быть не может. Но мы будем считать, что нутация учтена достаточно хорошо, и в дальнейшем станем рассматривать только средние координаты.

Обозначим через k и l орты нормалей к плоскостям экватора и эклиптики эпохи T и положим

$$k = k_0 + \kappa_0, l = l_0 + \lambda.$$

Тогда

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_0 + \Delta \mathbf{i} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{l}}{\sin \varepsilon} = \frac{(\mathbf{k}_0 \times \boldsymbol{\kappa}) \times (\mathbf{l}_0 + \boldsymbol{\lambda})}{\sin(\varepsilon_0 + \Delta \varepsilon)}, \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \Delta \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}. \quad (1)$$

Орты \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} и задают направление осей экваториальной системы (E) эпохи T . Считая $\boldsymbol{\kappa}$, $\boldsymbol{\lambda}$ малыми величинами и пренебрегая их произведениями, получаем

$$\Delta \mathbf{i} = \operatorname{cosec} \varepsilon_0 (-\mathbf{i}_0 \Delta \varepsilon \cos \varepsilon_0 + \mathbf{k}_0 \times \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{l}_0 \times \boldsymbol{\kappa}). \quad (2)$$

Второй член правой части есть смещение орта \mathbf{i} в плоскости $X_0 Y_0$, третий — в плоскости, перпендикулярной \mathbf{l}_0 . Проекции векторов $\boldsymbol{\kappa}$ и $\boldsymbol{\lambda}$ на оси $X_0 Y_0 Z_0$ представим в виде скалярных произведений этих векторов на орты осей. Тогда, заметив, что

$$\mathbf{l}_0 = -\mathbf{j}_0 \sin \varepsilon_0 + \mathbf{k}_0 \cos \varepsilon_0, \quad \mathbf{k}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa} = 0,$$

уравнение (2) можно переписать так:

$$\Delta \mathbf{i} = \mathbf{j}_0 \operatorname{cosec} \varepsilon_0 [\mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa} \cos \varepsilon_0] - \mathbf{k}_0 \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa}. \quad (3)$$

Отсюда следует, что смещение $\Delta \mathbf{i}$ есть следствие поворота орта \mathbf{i} вокруг оси Z_0 на угол $w = \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\lambda} \operatorname{cosec} \varepsilon_0 - \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa} \operatorname{ctg} \varepsilon_0$ и вокруг оси Y_0 на угол $v = \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa}$. Если ввести еще угол ν поворота орта \mathbf{j} вокруг оси X , то матрице перехода от системы (S_0) к (E) можно придать следующий вид:

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}_T, \quad (4)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица, а

$$\boldsymbol{\sigma}_T = \begin{pmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Пусть индекс F указывает на то, что положение системы и опорных ортов относится к начальному моменту T_F , $\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}_F$ есть матрица перехода от (S_0) к (E) $_F$. Тогда в линейном приближении можем записать

$$\boldsymbol{\sigma}_T = \dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot t, \quad (6)$$

где $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ — матрица скорости прецессии, а время $t = T - T_F$ выражено в юлианских столетиях. Вводя следующие обозначения:

$$\boldsymbol{\kappa}_F = \mathbf{k}_F - \mathbf{k}_0, \quad \boldsymbol{\lambda}_F = \mathbf{l}_F - \mathbf{l}_0, \quad \Delta \varepsilon_F = (\mathbf{j}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa}_F - \mathbf{j}_0 \cdot \boldsymbol{\lambda}_F) \cos \varepsilon_0,$$

$$p_F = (|\mathbf{l}_0 \times \boldsymbol{\kappa}_F| - \mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\lambda}_F) \operatorname{cosec} \varepsilon_0,$$

получим

$$\boldsymbol{\sigma}_T = \begin{pmatrix} 0 & -p_F \cos \varepsilon_0 & -p_F \sin \varepsilon_0 \\ p_F \cos \varepsilon_0 & 0 & -\Delta \varepsilon_F \\ p_F \sin \varepsilon_0 & \Delta \varepsilon_F & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -m & -n \\ m & 0 & 0 \\ n & 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{t}{100}, \quad (7)$$

где

$$m = \frac{d(\mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\kappa})}{dt} \operatorname{ctg} \varepsilon_0 - \frac{d(\mathbf{i}_0 \cdot \boldsymbol{\lambda})}{dt} \operatorname{cosec} \varepsilon_0$$

— полная годовая прецессия по прямому восхождению, $n = d(\mathbf{i}_0 \boldsymbol{\kappa})/dt$ — годовая лунно-солнечная прецессия по склонению.

Первая матрица правой части (7) представляет собой обобщение выражения (7) из нашей статьи (Федоров, 1974). Ее элементы — это малые углы, на которые нужно повернуть оси системы (S_0), чтобы совместить их с осями системы (E)_F. Определение этих углов и последующее выполнение такого поворота и есть то, что обычно называют улучшением системы координат, задаваемой каталогом. Однако теперь у нас роль основной системы координат придана системе (S_0), и матрица σ_F нужна не для изменения направления ее осей, а для того, чтобы приводить в эту систему положения небесных тел, найденные из наблюдений в экваториальной системе в любую эпоху T . Если t велико, вместо $\dot{\sigma} t$ приходится пользоваться точной матрицей прецессии.

Элементы σ_T зависят от положения, которое занимают в основной системе координат нормали к плоскостям экватора и эклиптики, т. е. орты \mathbf{k} и \mathbf{l} . Мы не будем останавливаться на теории их движения и на том, как из наблюдений определяются параметры этой теории. Отметим только, что найти направление орта \mathbf{k} можно из наблюдений менее чем за сутки, тогда как для получения направления орта \mathbf{l} требуется самое меньшее один год. Поэтому естественно попытаться исключить эклиптику из задания динамической системы координат, а значит, и заменить точку весеннего равноденствия другой точкой, от которой на экваторе эпохи T будут отсчитываться прямые восхождения. Определить ее можно по-разному, например, исходя из предложения Гино (1979) ввести в астрономическую практику такую систему координат (E_1), которая имеет с (E) общую ось Z , но вокруг этой оси не вращается.

Гино предлагает следующий способ построения этой системы. Пусть

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}_F \times \mathbf{k}}{\sin \theta},$$

где $\theta = \angle \mathbf{k}_F \mathbf{k}$ — угол между плоскостями экваторов эпох T и T_F : если $T \rightarrow T_F$, то $\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{k}_F \times \dot{\mathbf{k}}$.

Воспользуемся обозначением Ньюкомба:

$$\mathbf{n} \mathbf{j}_F = \zeta, \quad \angle \mathbf{i}_F \mathbf{n} = 90^\circ - \xi.$$

Оба эти угла лежат в плоскости экватора эпохи T . Ось X_1 системы (E_1) проводится так, чтобы угол XN , который она образует с ортом \mathbf{n} , был всегда равен $90^\circ - \xi$. По существу такой системой, но без ссылки на Гино, уже пользовались Киношита и др. (1979). Однако, в отличие от того, как считал Гино, при таком построении системы (E_1) той прямой, вокруг которой эта система не будет вращаться, окажется не ось Z , а ось Z_0 . Действительно, орт \mathbf{i}_1 будет перемещаться в плоскости колюра солнцестояний эпохи T_F , проходящей через \mathbf{k}_F и \mathbf{l}_F , стало быть, неподвижной в системе (S_0). Но при движении орта \mathbf{k} он отходит от этой плоскости, что и приводит к медленному вращению всей системы (E_1) вокруг Z .

Условие, при котором такого вращения не происходило бы, можно получить сразу, приравняв нулю третье кинематическое уравнение Эйлера, откуда угол поворота вокруг оси Z

$$\varphi = -\xi + \frac{1}{2} \int_0^t \zeta \theta^2 dt = -\zeta + s.$$

Воспользовавшись выражениями ζ и θ , которые даны Лиске и др. (1977) для 2000 г. в системе постоянных МАС 1976, мы получили

$$s = 0,0363'' t^3.$$

Итак, чтобы построить такую систему экваториальных координат, которая не вращается вокруг оси Z , нужно ее экваториальные оси повертывать на угол s относительно экваториальных осей системы (E_1). Так мы получим систему (E_2).

Критикуя предложение Гино, Аоки (1980) не выявил различия координатных систем (E_1) и (E_2). Что же касается того, какую из этих систем выбрать в качестве рабочей при определении всемирного времени и прямых восхождений, то этот вопрос нуждается в дополнительном обсуждении.

На рис. 2 показаны построения на вспомогательной сфере единичного радиуса. Конец орта \mathbf{n} находится в точке N . В обозначениях Ньюкомба прямое восхождение этой точки в системе (E) равно $90^\circ + z$. X — точка весеннего равноденствия эпохи T . Следовательно, $XX_1 = z + \zeta$, $XX_2 = z + \zeta - s$. В системе (E_2) скорость прецессии по прямому восхождению равна нулю. Поэтому для перехода от этой системы к основной системе (S_0) (при малых t) можно пользоваться матрицей

$$\mathbf{I} - \sigma_2,$$

причем σ_2 отличается от σ_T тем, что на месте m поставлены нули.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аоки (Aoki S.). On the Guinot's non-rotating origin, 1980. Представлено в *Celest. Mech.*
2. Гино (Guinot B.). In: *Time and Earth's Rotation*, IAU Symp. N 82, 1979, p. 7.
3. Графаренд и др. (Grafarend E.W., Mueller I.I., Papo H.B., Richter B.). *Bulletin Geodetique*, 1979, **55**, 195.
4. Киношита и др. (Kinoshita H., Kubo Y., Nakogawa I., Sasao T., Yikoyama K.). *Pubis Int. Lat. Obeserv.* Mizusawa, 1979, **12**, 71.
5. Лиске и др. (Lieske J. H., Lederle T., Fricke W., Morando B.). *Astron. and Astrophys.*, 1977, **58**, 1.
6. Федоров Е.П. *Астрометрия и астрофизика*, 1974, вып. 24, 3.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР, Киев

Поступила в редакцию
17 июня 1981 г.

Е.П. ФЕДОРОВ

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ПУЛЬСАРОВ В АСТРОМЕТРИИ*

Обсуждается возможность применения наблюдений пульсаров для определения положения экваториальной системы координат относительно системы отсчета, образованной ортами, направленными к внегалактическим источникам радиоизлучения. Метод основан на совместном использовании интерферометрических наблюдений и регистрации моментов прихода импульсов.

ON POSSIBILITY OF SOME USE OF PULSAR OBSERVATIONS IN ASTROMETRY, by Fedorov E.P. — The paper deals with using pulsar interferometric and time-of-arrival observations for linking the dynamic equatorial coordinate system to a reference frame attached to extragalactic radio sources.

В литературе по физике нередко отмечается необходимость делать различие между понятиями система отсчета и система координат [1, 6, с. 308]. Некоторые исследователи, особенно в последнее время, высказывают мнение, что такое различие следует делать и в астрономии [15].

Согласно общему определению, система отсчета** — это система материальных тел, снабженных часами, по отношению к которой определяются места наблюдаемых событий или, иначе говоря, положение мировых точек в четырехмерном пространстве — времени. Однако в астрометрии для построения систем отсчета используются не сами небесные тела, а соединяющие их векторы. До сих пор в качестве основной системы отсчета применялся пучок единичных векторов (ортов), направленных от барицентра Солнечной системы к фундаментальным звездам. Сходный (но не тождественный) смысл имеет термин *звездный компас*, которым пользуется В. Л. Гинзбург [2, с. 45]. Он называет так наблюдаемую «совокупность световых лучей, давным-давно испущенных звездами». Теперь предлагается вместо звезд использовать внегалактические источники радиоизлучения и таким путем получить жесткую систему отсчета***. Возникает вопрос, как по отношению к ней определить

* Кинематика и физика небесных тел, 1986. — 2, № 6.

** В английской литературе этому термину соответствует *reference frame*. Однако, как отмечают Ковалевский и Мюллер [18], общепринятых определений терминов *coordinate system*, *reference system*, *reference frame* не выработано, и ими пользуются несколько произвольно.

*** Примером такой системы отсчета может служить каталог JPL 1982—4 Лаборатории реактивного движения (США), в котором содержатся положения 111 внегалактических источников радиоизлучения [13].

положение экваториальной системы координат, которая и в дальнейшем будет во многих случаях применяться в астрометрии и теоретической астрономии. В [12] как один из возможных путей решения этой задачи предлагается привлечь результаты наблюдения пульсаров. (Позже, независимо от названных исследователей, то же предложение высказал Коле [11]. При этом он привел некоторые соображения о возможной точности предлагаемого метода.) Рассмотрим простейшую схему такого решения.

Основную систему координат (Q) жестко свяжем с пучком ортов, направленных к внегалактическим источникам радиоизлучения (главным образом квазарам). Ее начало целесообразно совместить с барицентром O , осям можно придать произвольные направления. Пусть \mathbf{q} — орт, направленный от начала O к какому-либо небесному телу Q ; g и h — сферические координаты этого орта в системе (Q). Обозначим символами \mathbf{k} и \mathbf{n} орты нормалей к плоскостям мгновенного экватора и эклиптики соответственно, а символом \mathbf{i} — орт линии пересечения этих плоскостей. Очевидно

$$\mathbf{i} = (\mathbf{k} \times \mathbf{n})/\sin \varepsilon, \quad (1)$$

где ε — угол между названными плоскостями. Орты \mathbf{i} , $\mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}$ и \mathbf{k} образуют базис мгновенной экваториальной системы координат (E). Сферические координаты орта \mathbf{q} в этой системе обозначим, как обычно, буквами α и δ . Рассматриваемая задача состоит в нахождении положения ортов \mathbf{k} и \mathbf{n} в системе координат (Q).

Для упрощения выкладок воспользуемся возможностью произвольного выбора направления осей системы (Q): как и в работе [7], проведем их так, чтобы совмещение систем (Q) и (E) можно было осуществить последовательными поворотами первой из них вокруг ее координатных осей на малые углы u , v , w . Пренебрегая квадратами и произведениями этих углов, получим связывающую координаты произвольного орта \mathbf{q} в системах (Q) и (E) следующую формулу:

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} = (\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}) \begin{pmatrix} \cos h \cos g \\ \cos h \sin g \\ \sin h \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица, а

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Из формулы (2) следует

$$\delta - h = -u \sin g + v \cos g. \quad (4)$$

Заметим, что v и $-u$ — проекции орта \mathbf{k} на оси системы (Q). Их можно определить по наблюдениям только двух пульсаров, написав для каждого уравнения вида (4).

Определение координат пульсаров g , h в системе (Q) осуществляется путем их дифференциальных наблюдений совместно с ближайшими квазарами, для чего применяются интерферометры с различными базами.

Склонения пульсаров в истинной экваториальной системе получаются из наблюдений абсолютным способом [4]. Опубликовано лишь несколько результатов таких наблюдений. Склонения получались со средними ошибками, близкими к $0,2''$.

Остановимся на том, как по регистрации моментов прихода последовательных импульсов от пульсара можно определить положение плоскости эклиптики относительно основной системы координат (Q). Техника регистрации описана в работе [5]. Пусть t — момент прихода импульса в точку наблюдения, отсчитанный по атомным часам наблюдателя, \mathbf{r} — барицентрический радиус-вектор указанной точки, найденный для этого момента по принятой эфемериде Земли. Время пробега импульса от барицентра O до наблюдателя изменяется с годичным периодом. Амплитуда этих изменений a зависит от широты пульсара β .

Обработка наблюдений ведется по следующей схеме. Сначала вычисляются показания T часов, покоящихся в системе (Q), в момент прихода в барицентр O каждого импульса, зарегистрированного наблюдателем. Эти показания обычно аппроксимируют кубическим многочленом t , после чего анализируют остаточные уклонения ΔT последовательных значений T от кривой, полученной путем такого сглаживания.

Чтобы найти расстояние, которое пробегает импульс на пути от барицентра O до наблюдателя, представим орт \mathbf{q} через его проекции на оси эклиптических координат. Тогда искомое расстояние будет $\mathbf{X}_0\mathbf{q}\mathbf{r}$, где

$$\mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_0 & \sin \varepsilon_0 \\ 0 & -\sin \varepsilon_0 & \cos \varepsilon_0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Теперь можно записать

$$T = t + (1/c)\mathbf{X}_0\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \mu + \nu, \quad (6)$$

где μ — разность между координатным временем и собственным временем наблюдателя, зависящая от средней аномалии Земли [10]; ν — поправка за влияние свободных электронов в межзвездной среде на групповую скорость радиоволн.

Появление годовых волн в остаточных уклонениях ΔT может вызываться тремя причинами:

1. Поворотом системы (Q) вокруг оси OX не было достигнуто полного совпадения этой системы с системой (E). В таком случае понадобятся дополнительные повороты вокруг координатных осей на малые углы u' , v' , которые могут несколько отличаться от углов u , v и определяются из наблюдений. Следовательно, вместо \mathbf{X}_0 необходимо ввести матрицу

$$(\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}')\mathbf{X}_0, \quad (7)$$

где

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v' \\ 0 & 0 & u' \\ v' & -u' & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Наблюдения, посредством которых осуществляется привязка пульсаров к внегалактическим объектам, содержат ошибки. Возникает необходимость введения поправок к координатам пульсара в системе (Q) или, иначе говоря, замена орта \mathbf{q} в уравнении (6) на

$$\mathbf{q} + \Delta\mathbf{q} = \frac{\partial\mathbf{q}}{\partial g} \Delta g + \frac{\partial\mathbf{q}}{\partial h} \Delta h.$$

3. Нуждаются в исправлении барицентрические радиусы-векторы Земли \mathbf{r} . Поправка $\Delta\mathbf{r}$ — функция поправок средних элементов орбиты Земли, кроме тех, которые задают положение ее плоскости в системе (Q), поскольку последние учитываются введением матрицы σ' .

Пренебрегая квадратами и произведениями малых величин u' , v' , $|\Delta\mathbf{q}|$ и $|\Delta\mathbf{r}|$, можно записать выражение годового члена в остаточных уклонениях ΔT в следующем виде:

$$(xv' - yu') \sin \beta + \mathbf{X} \left(\frac{\partial\mathbf{q}}{\partial g} \Delta g + \frac{\partial\mathbf{q}}{\partial h} \Delta h \right)^T + \mathbf{Xq} \cdot \Delta\mathbf{r} = c\Delta T. \quad (8)$$

Для нашей задачи — определения положения базиса экваториальной системы координат относительно основной системы (Q) — важен первый член левой части этого уравнения. Рассматривая задачу в первом приближении, отбросим второй и третий члены, поскольку из дифференциальных интерферометрических наблюдений координаты пульсара в системе (Q) определяются с высокой точностью. То же можно сказать об определении элементов Земли по радарным наблюдениям. При таком упрощении для нахождения углов u' , v' в принципе достаточно иметь значения ΔT при двух положениях Земли на орбите.

Пусть эти значения получены из наблюдений, выполненных в моменты t_1 и t_2 , когда эфемеридные координаты Земли были x_1, y_1 и x_2, y_2 соответственно. Тогда углы u' , v' находим из совместного решения следующих уравнений:

$$x_1v' - y_1u' = c \operatorname{cosec} \beta \Delta T_1, \quad x_2v' - y_2u' = c \operatorname{cosec} \beta \Delta T_2. \quad (9)$$

Чтобы такое решение стало возможным, надо допустить, что за время $t_2 - t_1$ углы u' , v' не изменились. В действительности это, конечно, не так. Из-за вращения плоскости эклиптики угол u' изменяется на $0,5''$ в год, угол v' — значительно медленнее. Эти изменения можно учесть с избыточной точностью, воспользовавшись уравнениями прецессии от планет, и таким путем привести значения углов u'_1, v'_1 и u'_2, v'_2 к среднему моменту наблюдений $0,5(t_2 + t_1)$. Придется также учитывать в уравнении (9) изменения широты пульсара β , обусловленные его параллаксом и собственным движением. Они довольно уверенно определяются из радиоинтерферометрических наблюдений.

Орт нормали к плоскости эклиптики в основной системе представим в виде следующего вектора-столбца:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} v' \\ -\sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + u'. \quad (10)$$

Координаты точки весеннего равноденствия в той же системе обозначим буквами G и H и, воспользовавшись уравнением (1), получим

$$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ G \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ v' \operatorname{cosec} \varepsilon - v \operatorname{ctg} \varepsilon \\ v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \begin{pmatrix} -G \\ 1 \\ -u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{pmatrix} v \\ -u \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Так определяется положение базиса мгновенной экваториальной системы координат (E) относительно основной системы координат (Q), а значит, и относительно системы отсчета, образованной ортами направлений на внегалактические источники радиоизлучения. В принципе для такого определения достаточно выполнить радиоинтерферометрические наблюдения двух пульсаров в один момент времени и регистрацию прихода импульсов в два момента времени.

Возможен несколько иной вывод положения орта \mathbf{n} в основной системе координат (Q). На первом этапе по уклонениям ΔT определяются не углы u' , v' , а экваториальные координаты пульсаров, которые обозначим α_T , δ_T^* . Индекс T вводится, чтобы отличить их от координат α , δ , получаемых в системе (E) из абсолютных наблюдений с интерферометрами. На вопросе о нуль-пункте прямых восхождений при таких наблюдениях остановимся позже. Сохраним в левой части уравнения (8) только второй член. Тогда для каждого из наблюдаемых пульсаров (например, i -го) можно составить систему уравнений вида

$$\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial g_i} (g - \alpha_T)_i + \frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial h_i} (h - \delta_T)_i = c \Delta T,$$

где $\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial g_i}$, $\frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial h_i}$ — известные функции координат g_i и h_i . В простейшем случае $i = 1, 2$.

На втором этапе анализируются значения разностей $(g - \alpha_T)_i$ и $(h - \delta_T)_i$, найденные из решения системы (12). В них могут содержаться систематические уклонения, обусловленные несовпадением осей системы (Q) и экваториальной системы (E), годовой член, амплитуда и начальная фаза которого зависят от углов u' , v' , что в принципе позволяет определить эти углы.

На практике пока ограничивались только попытками выяснить, есть ли такая возможность в действительности. Бартел и др. [9] определили относительным способом, т. е. в системе (Q), координаты пульсара PSR 1133 + 16. Для этого они воспользовались антеннами в Эффельсберге (ФРГ), Грин-Бэнк и Биг-Пейн (США), а также процессором Марк III. Результаты, полученные методом регистрации сигналов, были взяты из [19]. По мнению Бартела и др. [9], разности координат $g - \alpha_T = 0,056 \pm 0,008^s$, $h - \delta_T = -0,9 \pm 0,3''$, если они значимы, можно приписать главным образом различию в ориента-

* Маррей в монографии [21] вместо экваториальных координат рассматривает поправки эклиптических.

ции двух систем координат — основной системы (Q) и той, в которой получают положения пульсаров по регистрации моментов прихода импульсов.

С этим мнением не согласуются выводы авторов [14], основанные на значительно более обширном материале наблюдений. В работе [14] координаты 59 пульсаров в системе (Q) найдены из наблюдений с очень большой антенной системой (VLA) Национальной радиоастрономической обсерватории США [3]. Ошибки этих координат лежат в пределах $\Delta g = 0,007—0,0059^s$ и $\Delta \delta = 0,1—1,0''$. Координаты α_T, δ_T они заимствовали из нескольких других публикаций и получили 56 разностей, которые и были проанализированы. Выяснилось, что существенно уменьшить их относительным поворотом систем (Q) и (E) не удастся: среднее значение квадратов разностей сокращается только на 20 %. На этом основании авторы [14] отказались от попыток определить абсолютную систему координат обсуждаемым здесь методом, хотя, как они отмечают в заключении, «данные, которые нужны для такого определения, в принципе существуют».

Вкратце остановимся на оценке ожидаемой точности рассматриваемого способа. Джонстон [17] отмечает, что интерферометры со сверхдлинными базами уже оправдали надежды, возлагавшиеся на них в конце 1950-х гг.; если в 1972 г. погрешность $0,1''$ в положении квазара считалась показателем высокой точности, то теперь уровень ошибок снизился до $0,005''$. Точность интерферометров со связанными элементами, в том числе и VLA, естественно, несколько ниже — около $0,02''$.

Положения пульсаров в системе (Q), т. е. координаты g, h , определяются дифференциальным способом путем привязки к внегалактическим источникам, обычно находящимся не далее 5° . Обсуждение результатов таких относительных определений содержится в статьях [14, 22]. Поскольку при накоплении наблюдений приходится находить и учитывать собственные движения и параллаксы пульсаров, точность результатов будет несколько снижаться. Их ошибки зависят от типа инструмента и прежде всего от длины его базы. Например, из наблюдений с VLA склонения 59 пульсаров были получены со средними ошибками, находящимися в пределах $0,1—0,6''$, тогда как интерферометры со сверхдлинными базами дают ошибки на порядок меньше. По видимому, мы не преувеличим точность привязки пульсаров к радиоинтерферометрической системе, если примем $0,2''$ для оценки средней ошибки координат пульсара в этой системе.

Перейдем к оценке точности второго метода — регистрации прихода импульсов. Момент t определяется вписыванием стандартного шаблона импульса в средний профиль, полученный путем суммирования нескольких тысяч последовательных импульсов. Это позволяет определить фазу импульса с погрешностью 10^{-4} периода. Значит, если наблюдается пульсар с периодом вращения 500 мс, можно принять $\Delta t = 0,05$ мс как оценку точности регистрации времени прихода импульсов или случайной ошибки $\sigma_{\Delta T}$ уклонений ΔT . По определению, широта пульсара β_T — угол, который плоскость эклиптики образует с ортом \mathbf{q} . Отсюда следует, что $|T - t| \leq \tau_A \cos \beta_T$, где τ_A — астрономическая единица, выраженная в световых секундах. Значит,

$$\sigma_{\beta} \geq \frac{\sigma \Delta_T}{\tau_A \sin \beta_T} \text{ радиан} = \frac{0,02''}{\sin \beta_T}.$$

Несколько большую оценку ошибок положения 37 пульсаров получили из наблюдений Хельфанд и др. [16]. Эти исследователи пришли к выводу о том, что одного года удачно распределенных по времени наблюдений обычно оказывается достаточно для определения положения пульсара в системе (E) с ошибкой около $0,2''$. Со случайной ошибкой того же порядка можно, вероятно, определить углы u' , v' .

Однако, по-видимому, значения этих углов искажены систематическими ошибками. Действительно, авторы работы [14] обнаружили их при анализе разностей $g - \alpha_T$ и $h - \delta_T$. Источником этих ошибок могут быть, в частности, погрешности принятой эфемериды Земли (в уравнение (9) они вносятся членом $\mathbf{X}_0 \mathbf{q} \cdot \Delta \mathbf{r}$). При выводе α_T , δ_T одни исследователи пользовались эфемеридой Земли MIT, заимствованной из статьи [8], другие — эфемеридой DE 96 (JPL). При обработке наблюдений 17 пульсаров использовались обе эфемериды, что позволило получить для каждого из этих пульсаров разности координат $g - \alpha_T$, $h - \delta_T$, взятые в смысле (VLA—MIT и VLA—JPL). Были обнаружены значимые систематические расхождения.

Причиной появления годовой волны в отклонениях ΔT могут быть ошибки масс планет, принятых при переходе от гелиоцентрической к барицентрической системе координат. Так, по расчетам Малхолланда [20], замена массы Плутона, которая в 1964 г. была принята MAC равной 360 000, новым значением 1 812 000 (JPL) сместила барицентр Солнечной системы на 13 000 км, что вызвало изменение времени прихода импульса от пульсара на 43 мс.

Среди систематических ошибок, выявленных авторами [14], были и такие, происхождение которых объяснить не удалось, что позволило им сделать вывод: «До тех пор, пока остается невыясненным происхождение систематических расхождений между положениями, определенными посредством VLA и путем регистрации прихода импульсов, точность, с которой можно определить нуль-пункт прямых восхождений и наклон эклиптики, будет ниже, чем при традиционных методах».

Это, конечно, не должно стать основанием для отказа от дальнейших опытов применения наблюдений пульсаров для решения одной из наиболее важных задач астрометрии: уточнения движения экваториальной системы координат относительно жесткой системы отсчета, образованной ортами внегалактических объектов. По мере накопления интерферометрических наблюдений будут существенно уточняться параллаксы и собственные движения пульсаров, а значит, и приведение наблюдений, выполненных в разное время, к единой эпохе. Это позволит полнее использовать преимущества рассмотренного метода. Важно, что отпадает необходимость комбинировать наблюдения объектов разной природы, выполняемые различными инструментами (одними — в радиодиапазоне, другими — в оптическом), что, как известно, представляло в других методах основные трудности. В противоположность этому *все наблюдения пульсаров для определения их положения в системе (Q) и для привязки к ним плоскостей экватора и эклиптики выполняются только радиотехническими средствами.*

Важно и то, что простота принципиальной основы рассмотренного способа может помочь избавиться от неясностей, обнаруживаемых и теперь при трактовке некоторых вопросов астрометрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Владимиров Ю.С., Мицкевич Н.Е., Хорски Я.* Пространство, время, гравитация. — М.: Наука, 1984. — 207 с.
2. *Гинзбург В.Л.* О теории относительности. — М.: Наука, 1979. — 238 с.
3. *Губанов В.С., Финкельштейн А.М., Фридман П.А.* Введение в радиоастрометрию. — М.: Наука, 1983. — 279 с.
4. *Жонголович И.Д., Валяев В.И., Малков А.А., Сабанина Т.Б.* Использование радиометра со сверхдлинной базой при решении ряда основных проблем астрономии, геодезии и геодинамики // Тр. Ин-та теорет. астрон. АН СССР. — 1977. — Вып. 16. — С. 19—58.
5. *Манчестер Р., Тейлор Дж.* Пульсары. — М.: Мир, 1980. — 282 с.
6. *Мицкевич Н.Е.* О различии понятий «система отсчета» и «система координат» // Физическая наука и философия. — М.: Наука, 1973. — С. 300—306.
7. *Федоров Е.П.* О связи радиоинтерферометрической и экваториальной координатных систем // Письма в Астрон. журн. — 1981. — 7, № 10. — С. 632—635.
8. *Ash M.E., Shapiro I.I., Smith W.B.* Astronomical constants and planetary ephemerides deduced from radar and optical observations // Astron. J. — 1967. — 72, N 3. — P. 338—350.
9. *Bartel N., Cappollo R.J., Ratner M.I. et al.* MARK III VLBI observations of pulsars // IAU Symp. 110, «VLBI and compact radio sources». — Dordrecht: Reidel, 1984. — P. 275—276.
10. *Clemence G.M., Szebehely V.* Annual variation of an atomic clock // Astron. J. — 1967. — 72, N 10. — P. 1324—1326.
11. *Cole T.W.* Absolute radio-source right ascension // Observatory. — 1976. — 96, N 1015. — P. 244—245.
12. *Counselman C.C., Shapiro I.I.* Scientific uses of pulsars // Science. — 1968. — 162, N 3851. — P. 352—355.
13. *Fanselow J.L., Sovers O.J., Thomas J.B., Purcell J.H.* An improved celestial radio reference frame // JPL 1982—4. Techn. interferometrie tres grad base. Colloq. Intern. — Toulouse, 1983. — P. 183—197.
14. *Fomalont E.B., Goss W.M., Lyne A.G., Manchester R.N.* Astrometry of 59 pulsars: a comparison of interferometrie and timing positions // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. — 1984. — 210, N 1. — P. 113—130.
15. *Gaposhkin E.M.* Kinematic and dynamic reference frames // IAU Colloq. 56, «Reference coordinate systems for Earth dynamics». — Dordrecht: Reidel, 1981. — P. 59—70.
16. *Helfand D.J., Taylor T.H., Backus P.R., Cordes J.M.* Pulsar timing. I. Observations from 1970 to 1978 // Astrophys. J. — 1980. — 237, N 1. — P. 206—215.
17. *Johnston K.J.* Radio astrometry // IAU Symp. 110, «VLBI and compact radio sources». — Dordrecht: Reidel, 1984. — P. 339—346.
18. *Kovalevsky J., Mueller I.I.* Comments on conventional terrestrial and quasi-inertial reference systems // IAU Colloq. 56, «Reference coordinate systems for Earth dynamics». — Dordrecht: Reidel, 1981. — P. 357—384.
19. *Manchester R.N., Taylor J.H.* Observed and derived parameters for 330 pulsars // Astron. J. — 1981. — 86, N 12. — P. 1953—1960.
20. *Mulholland J.D.* The system of planetary masses as error sources in pulsar timing // Astrophys. J. — 1971. — 165, N 1. — P. 105—107.
21. *Murray C.M.* Vectorial astrometry. — Bristol, 1983. — 358 p.
22. *Taylor J.H., Gwinn C.R., Weisberg J.M., Rowley L.A.* Pulsar astrometry // IAU Symp. 110, «VLBI and compact radio sources». — Dordrecht: Reidel, 1984. — P. 347—353.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР, Киев

Поступила в редакцию 07.01.86,
после доработки 14.02.86

Часть IV



**НАУЧНО-
ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ
И НАУЧНО-
ПОПУЛЯРНЫЕ
РАБОТЫ**



Евгению Павловичу Федорову
очень нравились
слова И. Ньютона:

*«Не знаю, чем я могу
казаться миру,
но сам себе кажусь
только мальчиком,
играющим на морском берегу,
развлекающимся тем, что
время от времени отыскиваю
камешек, более цветистый,
чем обыкновенно,
или красивую раковину,
в то время, как великий
океан истины
расстилается предо мной
неисследованным.»*



Е.П. ФЕДОРОВ

К ПРЕДСТОЯЩЕМУ МЕЖДУНАРОДНОМУ ОБСУЖДЕНИЮ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ ШИРОТЫ И ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ*

На 8-м съезде Международного астрономического союза, состоявшемся в Риме в сентябре 1952 г., советские астрономы внесли предложение о коренном изменении программы Международной службы широты. Этому предшествовало испытание новой программы. В течение трех лет программа, вполне сходная с рекомендуемой для Международной службы широты, наблюдалась на двух зенит-телескопах в Полтаве. Принципы новой программы и результаты ее испытания обсуждались на второй широтной конференции в 1949 г., на предыдущей астрометрической конференции в 1950 г. и на третьей широтной конференции в мае 1952 г., когда обсуждение доклада полтавских астрономов прошло очень оживленно и продолжалось более двух часов.

Поэтому здесь я не буду излагать принципы новой программы и говорить о результатах ее испытания. Речь идет о другом, а именно о том, как мы будем в дальнейшем защищать наше предложение по широтным вопросам.

Съезд Международного астрономического союза решил для обсуждения предложений советских астрономов созвать в 1954 г. специальное совещание в Риме, причем в этом решении указывается, что при пересмотре программы следует принять во внимание необходимость обеспечения обсерваторий, несущих службу времени, нужными им данными о движении полюса.

Нам, поэтому, следует прежде всего показать, что рекомендуемая советскими астрономами новая программа Международной службы широты является наилучшей для достижения данной цели. Нам нужно показать, что мы быстро и с относительно очень малой затратой труда можем получить данные о движении полюса, причем точность и надежность этих данных вполне достаточны для практических нужд.

И я думаю, что мы сможем это убедительно показать.

Присутствующие здесь, на конференции, представители Пулковской, Полтавской и Казанской им. В.П. Энгельгардта обсерваторий располагают данными о колебаниях широт указанных обсерваторий, доведенными до дня открытия конференции. Пользуясь этими данными, мы могли бы по способу А.Я. Орлова определить, какое положение занимает в настоящее время, можно сказать именно сегодня, полюс Земли.

* Труды 10-й Всесоюзной астрометрической конференции (Пулково, 8—11 дек. 1952 г.). — Л., 1954.

Но этого мало. Нужно, чтобы Единая служба времени теперь же начала пользоваться данными Советской службы широты. В своем отчете К.А. Куликов указал, что для этого потребуется хотя бы небольшое центральное вычислительное бюро. Это совершенно верно. Однако до тех пор, пока такое бюро не создано, Полтавская обсерватория сможет взять на себя вычисление предварительных координат полюса по данным наблюдений в Китабе, Пулкове, на обсерватории им. В.П. Энгельгардта (АОЭ) и в самой Полтаве, если эта работа будет поручена Полтавской обсерватории, а остальные обсерватории согласятся регулярно в установленные сроки сообщать данные своих наблюдений в Полтаву.

Это будет важным этапом в развитии Советской службы широты, но мы не можем им ограничиваться. Необходимо, чтобы заинтересованные организации оказали помощь в дальнейшем развитии широтных работ в СССР. Это должно выразиться прежде всего в создании широтной станции в восточной части Сибири.

Предложение советских астрономов об изменении программы Международной службы широты не преследует только одну практическую цель. Мы думаем, что эта программа будет значительно более полезной, чем принятая в настоящее время в Международной службе широты, и для решения основных научных задач широтных наблюдений. Чтобы разъяснить это, нужно издать к предстоящему совещанию в Риме на русском и иностранных языках сборник статей, в котором будут изложены идеи советских ученых в области изучения движения полюса и результаты, полученные у нас в этой области в последние годы.

Важно, наконец, испытать рекомендуемую программу именно на международной параллели. Для этого целесообразнее всего было бы установить в Китабе второй зенит-телескоп. Но пока второго инструмента нет, было бы полезно провести в Китабе годичную серию параллельных наблюдений по двум программам на имеющемся там зенит-телескопе. Если несколько уменьшить число наблюдений по основной программе, то можно будет провести наблюдения всех групп новой программы. Естественно, что это потребует дополнительных усилий со стороны китабских астрономов. Чтобы облегчить их работу, Полтавская обсерватория смогла бы взять на себя вычисление видимых склонений центров «звеньев» новой программы.

Е.П. ФЕДОРОВ

**НЕКОТОРЫЕ СООБРАЖЕНИЯ
О РЕОРГАНИЗАЦИИ РАБОТ ПО ИЗУЧЕНИЮ
ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСА***

В сентябре 1954 г. в Риме состоялось совещание, в котором приняли участие представители всех стран, активно сотрудничающих в изучении движения полюса Земли. Это совещание было созвано по решению 8-го съезда МАС с целью рассмотрения вопроса о такой реорганизации службы широты, которая обеспечивала бы своевременное получение данных о движении полюса службами времени. Однако, когда совещание открылось, перед ним была поставлена более узкая задача: обсудить различные предложения относительно изменения программы Международной службы широты и выбрать наилучшую принципиальную схему, в соответствии с которой Центральное бюро МАС должно было составить новую программу для наблюдения на станциях северной международной параллели. Дискуссии об общем плане широтных исследований не происходило, да и возможности для этого ввиду недостатка времени тогда не было. Совещание ограничилось принятием резолюции, в которой указывалось на необходимость обсудить вопрос о выборе инструментов и программ широтных наблюдений после окончания обработки наблюдений по плану МГГ в свете тех новых данных, которые будут получены в результате этой обработки.

Мысль о том, что вся организация работ по изучению движения полюса нуждается в коренной перестройке, приобретает все более и более широкое признание. В подтверждение этого достаточно сослаться на ряд предложений, содержащихся в предварительном отчете, представленном 10-му съезду МАС комиссией № 19 [1]. Приведенные там высказывания свидетельствуют о том, что мы стоим на пороге крупных изменений во всей организации работ по изучению движения полюса. Дело идет именно о коренной перестройке, и, поскольку это так, вопрос требует самого серьезного внимания и принятия обоснованных ответственных решений. Но почва для этого еще не вполне подготовлена: не все вопросы достаточно выяснены и слишком много еще имеется разногласий по некоторым из них. Так, например, трудно было бы в настоящее время выработать согласованные рекомендации относительно выбора наилучших инструментов, географического размещения станций, методов исследования инструментов, методов обработки результатов наблюдений и вычисления координат полюса и т. д. Чтобы принять

* Труды 14-й Астрометрической конференции СССР (Киев, 23—25 авг. 1956 г.). — М. — Л., 1960.

обоснованные решения по таким фундаментальным вопросам, понадобится большая подготовительная работа. Я хотел бы остановиться здесь на тех основных направлениях, по которым, как я думаю, нужно эту работу вести.

Критерии точности широтных наблюдений. Среди зарубежных ученых распространено мнение, что визуальные зенит-телескопы устарели и их нужно заменить повсюду фотографическими зенитными трубами или астролябиями Данжона. Против этого высказывались серьезные возражения. Напомню хотя бы работы А.Я. Орлова, посвященные сравнению наблюдений на зенит-телескопах в Пулкове и Гринвиче с наблюдениями на фотографической зенитной трубе в Вашингтоне, и то обстоятельство, что директор Центрального бюро Международной службы широты Дж. Чеккини был принужден в последнее время вообще не принимать во внимание вашингтонские наблюдения при выводе координат полюса из-за их явного несогласия с результатами других обсерваторий.

В чем причина разногласий в оценке качества наблюдений на различных инструментах? Я полагаю, что в отсутствии удовлетворительных критериев оценки качества широтных наблюдений вообще.

Для этой оценки пользуются разными способами: средняя ошибка одного наблюдения находится по отклонениям результатов отдельных наблюдений от среднего за ночь; средняя ошибка нормального значения широты определяется по отклонениям отдельных нормальных точек от сглаженной кривой; наблюденная кривая изменений широты сравнивается с вычисленной по координатам полюса и пр. Однако ни один из этих способов в отдельности, ни все они в совокупности не могут дать окончательной оценки качества широтных наблюдений. А без такой оценки едва ли можно доказать правильность того или иного мнения о преимуществах или недостатках различных инструментов. Начинать нужно, следовательно, с выработки критериев и их применения к уже имеющимся материалам широтных наблюдений.

Систематические ошибки широтных наблюдений. Вообще говоря, лучше, конечно, те наблюдения, которые имеют наименьшие систематические ошибки. Вопросу о систематических ошибках широтных наблюдений посвящена обширная литература, но складывается впечатление, что в результатах этих наблюдений еще скрываются значительные ошибки, характер и происхождение которых остаются совершенно неясными. По-видимому, такое чувство испытывали все наблюдатели при анализе результатов своих наблюдений.

Чем, например, можно объяснить, что широта иногда получается явно завышенной или заниженной в течение нескольких часов, дней или даже месяцев? Такие аномалии особенно заметны в наблюдениях на фотографических зенитных трубах. Например, в марте 1955 г. оттавская фотографическая труба внезапно начала давать широты на $0''.70$ больше, чем в феврале; это продолжалось в течение месяца, а затем широты опять приняли прежнее значение. Скачок в $0''.20$ замечается в октябре 1957 г. в результатах наблюдений на вашингтонской зенитной трубе.

Об инструментальных ошибках, являющихся причиной изменений средней широты, нам известно только, что такие ошибки существуют, что влияние их значительно, а характер и происхождение не выяснены.

В разное время многие авторы указывали на те или иные эффекты, которые могут быть причиной систематических ошибок в широтных наблюдениях. Однако не всегда делались попытки проверить правильность этих указаний на практике. В лучшем случае дело ограничивалось единичными опытами, результаты которых потом забывались. Было бы очень полезно собрать эти результаты и критически их рассмотреть, а некоторые опыты повторить и развить.

Определение цены оборота винта окулярного микрометра. Хорошо известно, что одним из важнейших источников ошибок при наблюдениях на зенит-телескопах являются погрешности принятых значений цены оборота винта окулярного микрометра. Однако до сих пор еще не удалось прийти к общему мнению относительно наилучшего способа их определения.

Классическим способом, особенно широко применявшимся в первый период деятельности Международной службы широты, являются наблюдения близполюсных звезд в элонгации. Позже этот способ начал постепенно вытесняться наблюдениями шкальных пар, которые, как полагали, дают гораздо более точные результаты, по крайней мере в случайном отношении. Однако в самое последнее время возникли сомнения в правильности этого мнения. Например, по наблюдениям 1777 шкальных пар на станции Мидзусава было получено следующее значение цены оборота винта окулярного микрометра зенит-телескопа Бамберга [2, 3]:

$$R = 39''.9444 \pm 0''.0038,$$

а по 522 наблюдениям близполюсных звезд в элонгации

$$R = 39''.9363 \pm 0''.0009.$$

Сравнение явно не в пользу первого метода.

На станции Мидзусава, как и на других международных станциях, наблюдаются шкальные пары, подобранные Кимура. Ранее пользовались программой Баттермана. Советские обсерватории предпочитают чаще всего шкальные пары, составленные из Вашингтонского каталога зенитных звезд. Отметим, что каждая обсерватория решает вопрос о выборе шкальных пар независимо, и попыток выработать какую-либо общую программу до сих пор, собственно, не делалось.

Кроме рассмотренных выше прямых методов определения масштаба микрометрических измерений, широко применяются также различные способы его улучшения по материалам самих широтных наблюдений. Центральное бюро Международной службы широты испытало несколько таких способов, но сравнения их не было, так что в настоящее время трудно судить, какой из этих способов дает наиболее надежные результаты.

Такое сравнение, как и сравнение различных прямых методов определения цены оборота винта окулярного микрометра, необходимо для выбора наилучшего метода или наилучшей комбинации различных методов. Наконец, очень важно было бы выяснить, каким образом могло случиться, что значения цены оборота, принятые при обработке наблюдений на международных станциях, были иногда грубо ошибочны [4].

Систематические ошибки склонений, полученных из самих широтных наблюдений, и годовая неполярная волна в колебаниях широты. При окончательной редукации широтных наблюдений обычно пользуются теми склонениями, которые по-

лучаются из самих этих наблюдений. При таком методе оказывается невозможным отделить влияние систематических ошибок склонений от годовой неполярной волны. Из-за этого до сих пор не удалось получить каких-либо определенных данных о годовом z -члене в колебаниях широты. Мы не знаем даже, какие инструменты и какие программы дают меньшую по амплитуде или более правильную и устойчивую годовую волну, а это очень важно для правильного суждения о сравнительных достоинствах различных инструментов и программ.

В связи с задачей разделения влияния z -члена и влияния систематических ошибок склонений возник план перенаблюдения всех звезд широтных программ. Предполагается определить склонения этих звезд в общей системе. На подробностях этого плана я здесь не останавливаюсь, поскольку этому вопросу посвящено отдельное сообщение.

Суточный член в колебаниях широты. Трудность вывода склонений из самих широтных наблюдений связана с существованием так называемой ошибки замыкания. Как нужно распределять эту ошибку по отдельным разностям между групповыми средними, мы не знаем, вследствие чего окончательная система склонений будет всегда до некоторой степени произвольной.

Существование ошибки замыкания объясняется, как известно, тем, что утренние наблюдения дают систематически несколько большие значения широты, чем вечерние. Есть и прямые подтверждения увеличения широты от вечера к утру.

Естественно приписать это влиянию суточного члена в изменениях широты. Такое объяснение является до сих пор общепринятым. Однако последние результаты анализа наблюдений ярких зенитных звезд в Полтаве — единственных наблюдений, которые могут дать полную характеристику суточным колебаниям, — показали, что волны с периодом, равным солнечному суткам, в колебаниях широты не существует [5]. Чтобы согласовать этот результат с существованием ошибки замыкания, очень полезным был бы критический анализ всех данных, относящихся к вопросу о солнечной суточной волне в колебаниях широты.

Методы вывода кривых колебаний широты. Данные о движении полюса, повсеместно применявшиеся до недавнего времени как для практических нужд, так и при теоретических исследованиях, были основаны только на материалах наблюдений международных станций. Наблюдения на изолированных обсерваториях Центральным бюро вообще во внимание не принимались. С таким положением можно было мириться лет 30—40 тому назад, когда большую часть наблюдений над изменениями широты давали именно международные станции. Но теперь положение существенным образом изменилось: доля международных станций в общем числе широтных наблюдений понизилась до $1/4$, а может быть, даже меньшей величины. Идея о том, что при вычислении координат полюса необходимо учитывать результаты широтных наблюдений на изолированных обсерваториях, сделалась очевидной и получила практическое осуществление в работах срочной службы широты.

Если данные о колебаниях широт отдельных обсерваторий используются совместно при выводе координат полюса, желательно условиться о введении некоторого единообразия в методику получения этих данных, а этого до сих пор сделано не было. Здесь, как и в предыдущих вопросах, необходим крити-

ческий анализ результатов применения различных методов вывода кривых колебаний широты к различным исходным данным.

Методы вычисления координат полюса. При обработке отдельных рядов наблюдений на международных станциях Центральное бюро МСШ пользовалось различными методами. Однако все эти методы основывались на одном общем допущении: средние широты всех станций остаются постоянными по крайней мере в течение каждого отдельного ряда наблюдений.

Некоторые ученые, и прежде всего А.Я. Орлов, привели много доказательств того, что такое допущение ошибочно. Теперь это признается большинством специалистов по широтным вопросам. Уже более не оспаривается, что средние широты всех станций подвержены непрерывным изменениям, которые в основном не вызываются движением полюса, и что поэтому при вычислении координат полюса их нужно исключать. Остается спорным только вопрос о методах вычисления средней широты.

Советские астрономы обычно пользуются формулой А.Я. Орлова. Как известно, она получена на основании допущения, что периодическая часть изменений широты складывается из трех членов: 14-месячного, годового и полугодового; против этого допущения возражает П. Мелькиор [6], ссылаясь на то, что в колебаниях широты были обнаружены и другие периодические члены, которые не исключаются полностью с помощью формулы А.Я. Орлова.

Действительно, если сделать сводку всех работ, посвященных разысканию скрытых периодов в колебаниях широты, таких периодов можно будет насчитать довольно много, во всяком случае не менее десяти. Но при этом обращает на себя внимание то, что результаты отдельных авторов часто друг другу противоречат, а объяснения причин таких противоречий не дается. Приходится допустить, что некоторые из периодов, обнаруженных в движении полюса, являются фиктивными. Критическое сравнение отдельных результатов представляется очень желательным, в частности для правильного выбора метода определения средней широты.

Все же разногласия в отношении методов определения координат полюса по данным наблюдений международных станций не носят принципиального характера. Этого нельзя сказать о методах использования наблюдений на изолированных станциях для улучшения координат полюса. Вопрос этот пока остается дискуссионным.

Мы остановились выше на ряде пробелов, неясностей и противоречий, которые нужно устранить, чтобы создать условия для принятия согласованных решений по основным вопросам, касающимся дальнейшей организации широтных работ. Для этого необходимо прежде всего обобщение уже имеющихся результатов. В самом деле, какой бы вопрос, относящийся к проблеме колебания широт и движения полюса, мы ни взяли, почти всегда встречаемся с одной и той же картиной: при большом числе отдельных, иногда очень ценных исследований отсутствуют обобщающие работы, содержащие сопоставление и критический анализ результатов. С другой стороны, не следует, конечно, забывать, что такие важные вопросы, как выбор инструментов, программ, методов обработки наблюдений и определения координат полюса, должны, как это и было рекомендовано широтным совещанием в Риме, решаться в свете тех новых данных, которые будут получены при обработке широтных наблюдений, выполненных по плану Международного геофизического года.

Дополнение

Приведенные выше соображения обсуждались на заседаниях рабочей группы по долготам и широтам во время 5-й ассамблеи СК МГГ (Москва, июль 1958 г.) и на заседаниях комиссии № 19 во время 10-го съезда МАС (Москва, август 1958 г.). Они встретили поддержку со стороны большинства участников дискуссии. Результатом этого явились следующие рекомендации 10-го съезда МАС:

1. Подробно опубликовать все материалы широтных наблюдений, выполненных во время МГГ. Сбор и публикация этих материалов поручена трем обсерваториям: Вашингтонской (наблюдения на фотографических зенитных трубах), Парижской (наблюдения на астролябиях Данжона) и Полтавской (наблюдения на зенит-телескопах).

2. Издать сборник статей, в которых все ведущие специалисты по вопросам изменчивости широт и движения полюса могли бы подробно изложить свои взгляды на существующее состояние и свои предложения о будущем плане широтных работ. Публикацию этого сборника взял на себя Астрономический совет АН СССР.

3. Провести в 1960 г. в Хельсинки (во время 11-го съезда Международного геодезического и геофизического союза) специальный симпозиум для обсуждения вопроса о реорганизации Международной службы широты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *IAU Moscow Meeting, Draft Reports*, 146, 1958.
- [2] *Publs Internat. Latitude Observ.* Mizusawa, 2, N 1, 1955.
- [3] *Publs Internat. Latitude Observ.* Mizusawa, 2, N 3, 1957.
- [4] *Федоров Е.П.* Нутация и вынужденное движение полюсов Земли. — Киев, 1958.
- [5] *Понов Н.А.* Астрон. журн., 36, вып. 1, 164, 1959.
- [6] *Melchior P. Bull. geod.*, N 46, 22, 1957.

E.P. FEDOROV

SOME CONSIDERATIONS ON THE REORGANISATION OF THE LATITUDE INVESTIGATIONS

Summary

The opinion that the present state of latitude work should be radically changed is now shared by the majority of astronomers interested in this problem. However there is no unity of opinion as to what measures should be taken so as to improve this condition. It is not yet decided how long the ILS stations will continue to be fundamental in the determination of polar motion and in what way other stations, which are not International Latitude Stations, should contribute to this determination. The locations of new stations and the instruments to be used are also among the questions which are as yet undecided. So that a well-grounded decision on these and other questions pertinent to the plan of future latitude investigations be possible, considerable preparatory work has to be done. There are still many obscure points which should be clarified and discussed carefully. The following require special attention.

The Estimation of the Precision of Latitude Observations with Instruments of Different Types. Up to the present there has been some degree of uncertainty in this matter, resulting from the absence of generally adopted criteria. None of the criteria hitherto used can serve as a satisfactory

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

characteristic of the precision of latitude observations. New methods of comparison of the instruments of different types are urgently necessary.

Systematic Errors of Latitude Observations. It is not a rare occurrence that the latitude becomes abnormal and retains an anomalous value for several days, months and even years. The nature of the systematic errors which can produce such anomalies is still obscure.

The Determination of a Screw Value. It is not as yet decided which method for the determination of a screw value can give the best results. The fact that the methods used by the ILS sometimes give erroneous results also needs explanation.

Systematic Errors of Declinations derived from Latitude Observations and the Annual Nonpolar Term in Latitude Variation. When reducing latitude observations it is usual to derive the corrections for the provisional declinations from the observations themselves. As any attempt to derive the system of corrected declinations, thus obtained, usually does not give satisfactory results, it is impossible to separate the z -term in latitude variations from the effect of systematic errors of the declinations. Therefore it remains unknown how the z -term varies with the location of a station, instrument, etc.

The Diurnal Term in Latitude variation. The closing error in latitude observations is usually ascribed to the effect of the diurnal term. However, attempts to derive this term by direct methods gave conflicting results as to its form and even its existence.

Methods for Deriving Latitude Variations. Various methods have been applied to observational data in order to obtain a smoothed curve representing the latitude variation. So far as this concerns individual observatories such a variety of methods can do no harm. Nevertheless when the data provided by all the observatories is treated together for computing the pole coordinates, some degree of uniformity is necessary.

Methods for Computing the Pole Coordinates. Another important task is to find the best way of giving the most precise and reliable polar coordinates, based on all the observational data provided by International and other latitude stations.

The Application of Some Methods of Modern Mathematics for the Analysis of Latitude Observations. Further progress in latitude observations depends to a great extent on the application of some new methods of treatment of observational data. Astronomers should cooperate with experts in mathematical statistics in solving some mathematical problems arising in the analysis of latitude observations.

The above are the problems which have to be clarified in order to provide conditions for the adoption of a wellgrounded decision on the radical reorganization of latitude work. Observations made during the IGY will contribute greatly towards this clarification, provided they are reduced by various methods and thoroughly analyzed.

All the proposals concerning the plan of future latitude work should be discussed carefully in press and at special meetings before adopting any final decision. It would be of great help if all the experience gained during about one hundred years of latitude investigations be summarized. Critical reviews of the above and other major problems may best serve this purpose.

Е.П. ФЕДОРОВ

О ПОДГОТОВКЕ ПЛАНА БУДУЩИХ РАБОТ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ ЗЕМЛИ*

Киев, СССР

Организации Международной службы широты предшествовал период всестороннего обсуждения различных аспектов широтных исследований. К концу XIX столетия движение полюса стало одной из проблем астрономии и геофизики, привлекавших особенный интерес. В то время было сделано много усилий, чтобы найти наилучший способ получения точных координат полюса. В результате этого был намечен план международного сотрудничества в деле изучения движения полюса. В течение 60 лет МСШ продолжала свою работу в соответствии с этим планом, обеспечивая получение данных для практических нужд и теоретических исследований, касающихся движения полюса. Однако время от времени возникали сомнения в том, продолжает ли первоначальный план организации МСШ соответствовать вновь возникающим требованиям и возможностям. Эти сомнения постепенно получали все большие и большие основания, и теперь большинство заинтересованных в данной проблеме ученых склонно считать, что существующая организация широтных работ нуждается в полном пересмотре. Это вполне естественно, поскольку со времени начала деятельности МСШ указанные работы значительно расширились и претерпели изменения. Удивительным, однако же, является то, что после более чем 60-летних интенсивных широтных исследований мы имеем значительные расхождения во мнениях относительно будущего плана широтных исследований и, более того, многие основные проблемы, касающиеся этого плана, все еще остаются неясными. Некоторые астрономы подвергают сомнению даже то, служит ли какой-либо действительно полезной цели продолжение наблюдений на международных станциях.

Первой целью настоящей статьи является выяснение причин такого положения.

С самого начала деятельности МСШ обработка данных наблюдений, получаемых международными станциями, была доверена Центральному бюро, которое полностью взяло на себя разработку и улучшение методов вычисления координат полюса.

За исключением немногих случаев, ученые, не входившие в состав Центрального бюро, не привлекались для обсуждения этих вопросов, и они имели возможность узнавать о том, как велась обработка данных наблюдений, не ранее, чем эта обработка была закончена и ее результаты опубликованы. Как

* Сб. ст.: О состоянии широтных исследований в настоящее время и их развитии в будущем. — М., 1960.

правило, заинтересованные ученые принимали эти результаты на веру, не подвергая их детальному анализу и проверке. Для подтверждения этого мы можем сослаться на некоторые ошибки, допущенные в «Результатах МСШ», обнаруженные много лет спустя после опубликования. Так случилось, например, с поправками за нутационные члены Оппольцера [1]. В качестве другого примера мы можем привести формулу для вычисления z -члена в томе 8 «Результатов МСШ» [2]. То, что эта формула ошибочна, оставалось незамеченным почти в течение 20 лет.

Функции международных станций были ограничены узкими пределами: их единственной обязанностью было регулярно вести наблюдения и посылать журналы наблюдений Центральному бюро. Будучи обязанными выполнять довольно однообразную наблюдательную работу, наблюдатели международных станций были в то же время отстранены от окончательной обработки, анализа и дискуссии наблюдений, т. е. от наиболее интересной и поучительной части процесса определения координат полюса. Конечно, эти обстоятельства не содействовали повышению интереса к работе, и, действительно, не редко имели место случаи, когда некоторые наблюдатели выполняли эту работу без должного внимания и даже небрежно. Вот один пример, взятый из доклада Л. Карнера [3]. «Недостаток подходящего и охотно работающего штата (в Карлофорте), ощущавшийся еще в течение 1939 г., когда три месяца ценных наблюдений были потеряны из-за неспособности или апатии при установке и юстировке зенит-телескопа после его разборки и ремонта фирмой Галилео во Флоренции, полностью проявился в следующем 1940 г., когда в течение августа наблюдения были прекращены безо всякого к тому основания, и не было возможности возобновить их до июля 1941 г.»

Следует упомянуть другой неблагоприятный результат положения, описанного выше. Часто было трудно обнаружить вовремя некоторые недостатки в наблюдениях, поскольку последние не обрабатывались на месте. Вследствие этого подобные недостатки иногда оставались неисправленными в течение продолжительного времени до тех пор, пока не обнаруживались в ходе обработки, выполняемой Центральным бюро МСШ.

Однако не на всех международных станциях мы встречаемся с одинаковым положением. Так, например, обсерватория в Мидзусава выделяется своей научной активностью: в дополнение к наблюдениям на обычном зенит-телескопе международного типа на этой обсерватории были введены в действие плавающий зенит-телескоп и ФЗТ. Астрономы обсерватории Мидзусава обрабатывают, внимательно анализируют и подробно публикуют результаты наблюдений на всех этих инструментах. Они внесли важный вклад в дело изучения инструментальных и атмосферных влияний на наблюденные широты. В то же время обсерватория Мидзусава выполняет с примерной обязательностью свои функции как одна из международных станций. Этот пример показывает, что исследовательские работы ни в какой степени не препятствуют систематическим наблюдениям по общей программе, что должно быть, конечно, первой обязанностью любой международной станции. Наоборот, эти работы повышают интерес и поддерживают сознательное отношение наблюдателя к каждому этапу наблюдений, что является важным условием их успеха.

В качестве другого примера можно привести Китаб. Но остальные международные станции просто отсылали журналы своих наблюдений в Центральное бюро, которое и вело общую обработку этих наблюдений согласно принятой им методике.

Все описанные обстоятельства служат объяснением того, что обширные материалы МСШ, накопленные в течение 60 лет ее деятельности, оказались недостаточно изученными. Они не были в полной мере использованы для испытания различных методов определения координат полюса. Этим в свою очередь объясняются те расхождения в оценке результатов деятельности МСШ в прошлом и желательности ее продолжения в будущем, которые теперь обнаружили.

К счастью, это положение может быть исправлено. Благодаря тому, что результаты МСШ подробно опубликованы, они доступны всем, кто пожелает заняться их анализом и дискуссией. Такого рода работы ведутся в настоящее время в Мидзусаве, Уккле, Ливерпуле, Полтаве, Киеве и др. Одной из первых задач является приведение всех наблюдений на международных станциях к однородной системе склонений и собственных движений. Важность этой задачи была подчеркнута Международной геодезической ассоциацией на съезде МГГС в Торонто в 1957 г. П. Мелькиор предполагает получить эту систему из наблюдений на меридианных инструментах. Но возможны и другие пути решения этой задачи.

Мы имеем также несколько подробных публикаций результатов наблюдений, выполненных с помощью зенит-телескопов независимыми обсерваториями (т. е. не входящими в число международных станций). Особенно следует упомянуть наблюдения в Пулково на зенит-телескопе Фрейберга—Кондратьева и наблюдения в Мидзусаве и Вашингтоне на плавающих зенит-телескопах. В то же время приходится с сожалением отметить отсутствие подробных публикаций наблюдений на фотографических зенитных трубах и астеролябиях Данжона. Материалы, по которым можно было сравнить точность этих инструментов с точностью обычных зенит-телескопов, остаются недоступными. Кроме того, мы по существу не имеем хорошо разработанных критериев для такого сравнения.

Для получения окончательных координат полюса Центральное бюро МСШ всегда пользовалось и продолжает пользоваться исключительно наблюдениями на международных станциях. Оно начало привлекать наблюдения на других обсерваториях только с 1956 г., когда этому бюро была поручена срочная служба широты. Следует подчеркнуть, что задачей этой службы является получение предварительных координат полюса для служб времени. Теперь указанная задача решается самостоятельно Международным бюро времени, т. е. учреждением, не занимающимся специально проблемой движения полюса. При этих вычислениях наблюдения на международных станциях играют особую роль: они служат для определения средних широт и систематических поправок склонений наблюдаемых звезд (или годового z -члена). Этот этап вычислений представляет собою по существу «подгонку» наблюдений на изолированных обсерваториях к полюсии МСШ.

Это значит, что схему вычислений, принятую теперь срочной службой широты, уже нельзя будет применять, если международные широтные станции прекратят свои наблюдения.

Каким методом можно будет тогда определять окончательные координаты полюса? Вопрос этот остается пока открытым. Хотя известно несколько удачных опытов определения координат полюса по наблюдениям одних только независимых обсерваторий без использования данных МСШ, применявшиеся при этом методы не получили общего признания.

Итак, при существующем положении не представляется возможным наметить окончательный план международного сотрудничества по изучению колебаний широты и движения полюсов на несколько десятилетий вперед, для этого придется провести значительную подготовительную работу. Ее нельзя откладывать. Важнейшими частями этой работы являются, по нашему мнению, следующие:

1. Приведение в однородную систему и внимательный анализ всех результатов МСШ*.
2. Подробная публикация результатов наблюдений на фотографических зенитных трубах и астролябиях Данжона.
3. Выработка критериев оценки точности широтных наблюдений и сравнения на основе этих критериев наблюдений, выполненных с помощью различных инструментов**.
4. Испытание различных способов определения координат полюса по наблюдениям на независимых обсерваториях.
5. Испытание различных методов определения средней широты.

Выполнение этих работ потребует совместных усилий ряда научных учреждений и отдельных ученых, в том числе и математиков — специалистов в области математической обработки и анализа данных наблюдений. В ходе обширных вычислительных работ будет необходимо пользоваться быстродействующими счетными машинами.

Таким образом, ближайшие 5—6 лет должны быть переходным периодом от существующей организации работ по изучению движения полюса к новой более совершенной организации этих работ. В течение этого переходного периода деятельность МСШ должна продолжаться, хотя программу наблюдений можно несколько сократить, чтобы дать возможность наблюдателям на международных станциях самим анализировать свои результаты, а также установить и испытать новые инструменты. Поэтому я предлагаю вновь вернуться к наблюдениям двух групп в течение ночи и обрабатывать только полные наблюдения групп, как это теперь делается в Китабе. Это даст значительную экономию труда и позволит представить результаты в компактной форме при сравнительно небольшом уменьшении общего числа наблюдений.

* Эта работа выполнена в Мидзусаве. Опубликованы результаты наблюдений МСШ за 80 лет в области астрометрии.

** Критерии были разработаны в ГАО АН УССР под руководством Е.П. Федорова.

В настоящее время параллельные наблюдения с инструментами различных типов уже ведутся на нескольких обсерваториях. Если такие наблюдения будут организованы также на нескольких международных станциях, через 5—6 лет мы, вероятно, получим ответы на большинство тех вопросов, без решения которых нельзя правильно составить план организации международного сотрудничества в области изучения движения полюса на несколько лет вперед.

Главная астрономическая обсерватория
Академии наук УССР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vernae Sh.* Astr. Soc. of Japan Publications, 4, 163, 1953.
2. *Results of the Intern. Latitude Service from 1922, 7 to 1935*, Mizusawa, 1940.
3. *Zurich Meeting of the IAU, Draft Reports*, Cambridge, 1948.

Е.П. ФЕДОРОВ

К СТОЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ С.П. ГЛАЗЕНАПА*

В 1948 г. исполнилось сто лет со дня рождения выдающегося русского астронома, почетного академика Сергея Павловича Глазенапа. В связи с этим уместно остановиться на одном исследовании покойного ученого, которое приобрело особенное значение в свете новейших данных о неравномерности суточного вращения Земли.

Если бы астрономы обладали идеальными часами, идущими безукоризненно равномерно, они могли бы с их помощью выяснить, меняется ли продолжительность суток. Для этого, например, нужно было бы время от времени определять с помощью специальных астрономических наблюдений, на какую величину отличается от 12^h показание часов в средний полдень. Неравномерность изменения этой величины прямо указывала бы на то, что продолжительность суток не остается величиной постоянной.

Однако этот способ определения неравномерности вращения Земли пока еще практически неосуществим. Наоборот, усилия астрономов направлены на то, чтобы соразмерить ход часов с суточным вращением Земли, для чего во многих обсерваториях регулярно ведутся специальные астрономические наблюдения.

Что касается вопроса об изменениях скорости вращения Земли, то материалом для его изучения служат многочисленные определения положения планет и Луны и наблюдения таких явлений, как затмения, сокрытия звезд Луною, прохождения Меркурия и Венеры по диску Солнца.

Еще в восемнадцатом столетии в связи с обнаружением некоторых, не поддававшихся объяснению, неравенств в долготе Луны впервые возникла мысль о том, что вращение Земли постепенно замедляется. Лаплас обратил внимание на то, что изменения продолжительности суток могут быть обнаружены также и по неравенствам в долготе планет; более того, только по совокупности наблюдений нескольких, по меньшей мере двух, светил можно установить, чему именно следует приписать некоторое различие между их движением, теоретически вычисленным и наблюдаемым: изменению продолжительности суток или несовершенству теории движения.

Однако попытки использовать для этого наблюдения Меркурия и Венеры долгое время не давали определенного результата; только в нашем столетии

* Природа, 1948. — № 12.

они, наконец, увенчались успехом, причем удалось показать, что наряду с постепенным уменьшением происходят едва уловимые неправильные изменения скорости суточного вращения Земли, при которых продолжительность суток внезапно увеличивается или уменьшается скачком.

Между тем, еще в 1872 г. путем весьма оригинального исследования С.П. Глазенап получил отчетливое указание на существование таких неправильных изменений. При сравнении результатов наблюдений затмений спутников Юпитера с таблицами Дамуазо он обнаружил систематические расхождения. Желая убедиться в том, не вызываются ли эти расхождения какими-либо ошибками теории, лежащей в основе таблиц Дамуазо, Глазенап решил ознакомиться с рукописями их покойного составителя и в 1872 г. приехал в Париж, где жила семья Дамуазо. Действительно, эти рукописи нашлись в нескольких больших корзинах, служивших прежде для переноски угля, но они были настолько в беспорядке, что воспользоваться ими Глазенапу, как ему хотелось бы, не удалось.

Сомнение в правильности таблиц Дамуазо, естественно, создавало неуверенность в успехе дальнейшей работы. Тем не менее, Глазенап закончил чрезвычайно тщательную обработку обширных рядов наблюдений затмений спутников Юпитера и всестороннюю дискуссию полученных результатов, из которых один представляется теперь особенно интересным.

На с. 47 магистерской диссертации С.П. Глазенапа «Сравнение наблюдений затмений спутников Юпитера с таблицами затмений и между собой» (Петербург, 1874) помещена табличка, содержащая поправки среднего полдня ΔS для ряда лет с 1850 по 1872 г., которую мы здесь воспроизводим.

Эпоха	ΔS
1850,5	+3'
55,5	+4
60,5	+5
62,5	+4
64,5	+3
66,5	+2
68,5	+1
70,5	0
72,5	-2

Из приведенных данных видно, что до 1860 г. поправка среднего полдня возрастала, затем она начала уменьшаться; по-видимому, в 1860 г. произошло изменение продолжительности суток, причем именно уменьшение на $0^s.002$, что легко можно вычислить по указанным выше данным.

Новейшие исследования подтвердили этот вывод.

По современным данным продолжительность суток была в 1648—1860 гг. на $0^s.9009$, а в 1860—1870 гг. на $0^s.0028$ меньше своего среднего значения за время с 1682 по 1936 г. Следовательно, в 1860 г. действительно произошло уменьшение длины суток на $0^s.0019$.

Приведенное сопоставление позволяет считать результат С.П. Глазенапа первым подтверждением существования неправильных изменений скорости суточного вращения Земли.

Приведенное сопоставление позволяет считать результат С.П. Глазенапа первым подтверждением существования неправильных изменений скорости суточного вращения Земли.

Є.П. ФЕДОРОВ

ПРО РОЛЬ АСТРОНОМІЇ У ВИВЧЕННІ ВНУТРІШНЬОЇ БУДОВИ ЗЕМЛІ*

Великий російський кристалограф Євграф Степанович Федоров у передмові до своєї класичної праці «Симетрія і структура кристалів» писав: «Наукові знання тепер не є окремі вчення, незалежні між собою і позбавлені зв'язків одного з одним. Навпаки, різні галузі знань мають одне з одним численні і складні зв'язки, і майже завжди успіх в одній галузі знань істотно залежить від успіхів в деяких інших»¹.

Ця думка Є.С. Федорова яскраво ілюструється на прикладі проблеми внутрішньої будови Землі, до вивчення якої вносять свою частку представники майже всіх природничих наук. Яка ж роль астрономів в цій загальній і великій роботі?

У названій книзі Є.С. Федоров частково відповів на це питання: «Прикладні науки користуються результатами, що були досягнуті науками більш абстрактними, і в цьому відношенні залежать від останніх, а представники цих наук завжди потребують більш-менш обширних відомостей, які почерпнуті з наук більш абстрактних».

З усіх галузей знань, що в тій чи іншій мірі стосуються проблеми внутрішньої будови Землі, це насамперед відноситься до астрономії. Саме астрономія дала нам ті дані про розмір, масу та рух Землі, які є не тільки початком і основою всієї сучасної геофізики, а й взагалі одним із відправних пунктів наукового розуміння природи.

Але предметом цієї статті є не історичне значення астрономії, а та роль, яку вона відіграє у вивченні внутрішньої будови Землі в наші дні. Успішне розв'язання цієї проблеми можливе тепер тільки при сумісному застосуванні засобів астрономії та гравіметрії. В зв'язку з цим нам доведеться зупинитися також і на деяких гравіметричних дослідженнях.

Про механічні властивості Землі ми можемо судити на підставі вивчення її деформацій, що викликаються дією різних сил. Ці сили поділяють на дві групи.

До першої групи відносять сили, які діють без істотної зміни протягом тривалого часу, наприклад сили, що своїм походженням зобов'язані охолодженню чи нагріванню внутрішніх частин Землі, або так звана полюсобіжна сила, що завжди прагне змістити континенти до екватора.

* Вісник АН УРСР, 1951. — № 9.

¹ Федоров Е.С. Симметрия и структура кристаллов, АН СССР, 1949.

Другу групу складають сили, які змінюються порівняно швидко і в деяких випадках періодично. З них для нас найбільший інтерес становлять припливні сили, відцентрова сила чи, точніше, її зміни, що виникають внаслідок переміщення миттєвої вісі обертання в тілі Землі, і зміна барометричного тиску.

Найзначніші вертикальні зміщення поверхні Землі, що викликаються цими силами, відповідно дорівнюють 30 см, 2 см і 10 см. Звичайно, безпосередньо вимірювати такі малі зміщення ми поки що не маємо можливості. Але про механічні властивості Землі можна судити, вивчаючи різноманітні явища, що зв'язані з змінами її форми під впливом тих чи інших сил: з змін сил тяжіння на поверхні Землі, з нахилів цієї поверхні, з рухів вісі Землі як в самому тілі, так і в просторі і, нарешті, з вимірювання швидкості добового обертання Землі.

Зробивши яке-небудь раціональне припущення про внутрішню будову Землі і вважаючи сили, що викликають деформацію, за відомі, можна теоретично обчислити зміщення будь-якої точки як на поверхні Землі, так і всередині її. Треба зазначити, що при практичному розв'язанні цієї задачі часто виникають значні труднощі. Проте припустимо, що згадані труднощі нам вдалося подолати і що задача повністю розв'язана. Тоді ми матимемо можливість теоретично обчислити зміну форми зовнішньої поверхні Землі під впливом згаданих сил. Якби ці зміни були доступні безпосередньому вимірюванню, то зразу ж можна було б перевірити правильність вихідних припущень про будову Землі, на яких ґрунтуються наші теоретичні розрахунки. Але, як було вже вказано вище, це практично здійснити неможливо. Тому треба спочатку теоретично обчислити, в якій мірі невідчутні самі по собі деформації Землі впливатимуть на доступні астрономічним та гравіметричним спостереженням явища.

Розглянемо, наприклад, обертання Землі. Астрономічні спостереження дають матеріали про зміни швидкості добового обертання Землі і положення миттєвої осі обертання в просторі і в тілі самої Землі.

Подивимось, яке значення мають ці дані для вивчення внутрішньої будови Землі. Теорія обертального руху Землі розвинулась на припущенні, що Земля є незмінне тіло, тобто тіло абсолютно тверде. Потім астрономів зацікавило питання про вплив на цей рух різних переміщень мас, що відбуваються в поверхневих шарах та на поверхні Землі, наприклад, піднімання та опускання материків, нагромадження наносів в дельтах річок та інші явища, що були відкриті геологами. Нарешті, були також розглянуті впливи і таких деформацій, які хоч і не помітні безпосередньо, але з деяким наближенням можуть бути обчислені теоретично, якщо відомі сили, що викликають їх. Виявилось, що саме такі деформації найбільше впливають на обертальний рух Землі. Воно й зрозуміло: тут ми маємо справу з більш загальними змінами форми Землі, коли відбуваються переміщення всіх її часток від поверхні до центра, в той час як навіть найзначніші геологічні процеси охоплюють тільки поверхневі шари Землі і в багатьох випадках обмежуються невеликими областями.

Які ж деформації в найбільшій мірі впливають на обертальний рух Землі? За класичною теорією, розвинутою Ейлером, миттєва вісь обертання Землі

зберігає в тілі Землі незмінне положення лише в деяких окремих випадках. Взагалі ж напрям осі трохи змінюється. При цьому відбуваються також зміни відцентрової сили, що діє в кожній точці як на поверхні Землі, так і в її надрах. Внаслідок цього виникають деформації, що тим значніші, чим піддатливіша Земля, або, кажучи точніше, чим менше її модуль зсуву. Ці ж деформації, в свою чергу, помітно впливають на рух осі обертання Землі в тілі її, значно збільшуючи період руху, тобто час, протягом якого миттєва вісь опише повний конус навколо полярної осі інерції Землі, а точка перетину миттєвої осі з поверхнею Землі (Північний та Південний полюси) — повні кола.

Залежно від припущень відносно механічних властивостей речовини в надрах Землі, на яких ґрунтувались наші обчислення, одержуватимемо різні значення цього періоду. Можна, наприклад, вважати, що Земля є тіло абсолютно тверде. Тоді дістанемо період в 305 діб, відомий під назвою періоду Ейлера. Можна припустити, що Земля однорідна і має твердість сталі, тобто розв'язати задачу про деформації стальної кулі того ж розміру, що й Земля. Можна, нарешті, побудувати складніші моделі, припускаючи, що Земля складається з кількох шарів різної щільності і пружності або, що її механічні властивості за якимось наперед прийнятим законом поступово змінюються з глибиною. В кожному випадку ми одержимо якесь значення періоду вільного руху полюсів.

Далі треба встановити справжню величину цього періоду і спосіб перевірки правильності тієї чи іншої гіпотези, що покладалась в основу теоретичних розрахунків.

Для дослідження дійсного руху полюсів астрономи ще з кінця минулого століття проводять безупинні спостереження за зміною географічних широт. Ці спостереження показали, що траєкторія полюса являє собою складну і неправильну спіралеподібну криву. Потім вдалося виділити вільний рух полюсів від вимушеного з річним періодом і показати, що вимушений рух викликають метеорологічні причини. Далі було обчислено період вільного руху (близько 430 діб). Але треба зауважити, що для одержання точного значення періоду вільного руху з результатів спостережень треба подолати значні труднощі, оскільки амплітуда і початкова фаза цього руху безупинно змінюються. Лише тоді, коли причини цих змін будуть цілком вивчені, ми зможемо одержати період вільного руху полюсів з достатньою точністю.

До цього часу ми говорили про рух осі обертання Землі відносно самої ж Землі. На цьому прикладі ми прослідкували шлях, що веде від загальних гіпотез про внутрішню будову Землі до результатів астрономічних спостережень, які дають критерій правильності наших відправних припущень.

Розв'язання деяких задач, що зустрічаються на цьому шляху, доводиться брати на себе математикам та механікам, інших — геофізикам та астрономам.

Зв'язок з гравіметриєю потребує окремого пояснення. Для цього нам доведеться зупинитися на тому, як з визначення сили тяжіння можна одержувати дані про деформацію Землі та які саме явища слід спостерігати з цією метою.

Дотримуючись історичної послідовності, почнемо з вивчення припливів.

Закономірності періодичних коливань рівня океану і причини цих коливань вже давно звертали на себе увагу механіків та астрономів. Цьому відведена значна частина четвертого дня «Діалогів Галілея», де він, між іншим,

вистіює спроби з'ясувати припливи притяганням Місяця. Звичайно, в той час така спроба, що була зроблена Марком Антонієм де-Доміос, не мала наукового обґрунтування. Але дальший розвиток науки показав, що в цьому питанні геніальний механік і астроном помилився. Після встановлення, що припливи обумовлюються саме притяганням Місяця і Сонця, виникла можливість докладно розвинути теорію цього явища. Тоді й виявилось, що спостережена висота півмісячного припливу дещо менша знайденої теоретично.

Як і у випадку обертального руху Землі, теорія припливів спочатку була побудована на припущенні про абсолютну твердість Землі. Непогодженість теорії з результатами спостережень і тут привела до перегляду цього вихідного припущення.

Неважко зрозуміти, що пружні деформації Землі повинні зменшувати висоту припливу. Всякий прилад, що ним вимірюють амплітуди коливання рівня моря, завжди установлюють на березі чи на дні водоймищ, а тому при деформаціях земної поверхні прилад сам буде то підніматися, то опускатися. При довгоперіодичних припливах, наприклад двотижневих, ці зміщення завжди матимуть той самий напрям, що й зміщення поверхні моря в даному місяці; в цьому випадку прилад підніматиметься, коли рівень води піднімається, і опускатиметься при зниженні рівня. Прилад, що таким чином переміщується, буде показувати трохи менші коливання, ніж той, віддаль якого від центра Землі залишалася б завжди незмінною, тобто якщо Земля була б дійсно абсолютно твердою. Очевидно, зменшення коливань буде тим значніше, чим більше Земля здатна змінювати свою форму під впливом зовнішніх припливних сил. Інакше кажучи, воно залежатиме від пружних властивостей Землі, причому вивчення припливів дає нову і дуже важливу величину для характеристик цих властивостей, а саме: відношення радіального зміщення поверхні Землі в даній точці до теоретично визначеної висоти морського припливу в тій же точці, обрахованої з припущенням, що Земля абсолютно тверда.

Зрозуміло, що таке відношення характеризує лише зміни форми зовнішньої поверхні Землі і не зв'язане з змінами щільності, які можуть відбуватися при деформаціях Землі в її надрах.

Однак цими міркуваннями ще не вичерпується питання про впливи пружних деформацій Землі на висоту статичного припливу. Необхідно також врахувати зміни гравітаційного потенціалу Землі, які супроводжують зміни її форми. Очевидно, вони пропорціональні потенціалу зовнішньої припливної сили, яка деформує Землю. Коефіцієнт пропорціональності залежить, звичайно, від пружних властивостей Землі, а тому він є дуже важливою характеристикою цих властивостей. Таким чином, приходимо до висновку, що при обчисленні висоти статичного припливу замало врахувати тільки потенціал зовнішньої припливної сили, треба ще додати до цього зміну гравітаційного потенціалу самої Землі. Зміна гравітаційного потенціалу пропорціональна потенціалу зовнішньому і має той же напрям.

Отже, пружні деформації Землі впливають на висоту статичного припливу двояко: з одного боку, зміни зовнішньої поверхні Землі зменшують спостережувану висоту статичного припливу, з другого ж, — внаслідок зміни гравітаційного потенціалу Землі відбувається деяке збільшення висоти статичного припливу. Зрозуміло, що не можна розмежувати ці два впливи без вико-

ристання додаткових даних, а тому спостереження одних тільки припливів не дозволяють визначити значення обох величин, що характеризують пружні властивості Землі.

Зауважимо, що точне відношення спостереженої висоти припливу до теоретично обчисленої одержати важко, бо цей процес дуже ускладнюється багатьма побічними впливами. З цього погляду безперечну перевагу мають спостереження коливання виска. Горизонтальні маятники, за допомогою яких проводяться такі спостереження, реагують як на зміну нахилів поверхні Землі, так і на зміни горизонтальної складової сили тяжіння. Тому за даними тільки цих спостережень так само, як і за даними про припливи, не можна судити про зміну форми зовнішньої поверхні Землі і її гравітаційного потенціалу під впливом припливної сили. В обох випадках ми зустрічаємось з рівнянням з двома невідомими.

Щоб знайти значення цих невідомих, треба, очевидно, зв'язати їх ще одним рівнянням. Для цього необхідно використати дані нових спостережень, що характеризують вплив деформації Землі на силу тяжіння на поверхні Землі. Можливість одержання такого роду даних намітилась тільки в останній час завдяки удосконаленням гравіметрів — приладів для вимірювання сили тяжіння.

За міру зміни форми зовнішньої поверхні Землі вище ми брали відношення радіального зміщення всякої точки цієї поверхні до висоти статичного припливу, який був обчислений з припущення, що Земля абсолютно тверда. Потім ми ввели другу величину, що характеризує пружні властивості Землі — відношення зміни її гравітаційного потенціалу до потенціалу зовнішньої припливної сили, під впливом якої деформується Земля. Нарешті, ми розглянули питання й про те, яким же чином можуть бути обчислені ці величини і прийшли до висновку, що для цього необхідно проводити спільні спостереження з гравіметрами і горизонтальними маятниками.

Деяке відхилення від основної теми цієї статті викликано нашим бажанням найкраще з'ясувати тісний зв'язок між астрономією та гравіметрією у випадку, коли засоби обох цих наук використовуються для дослідження внутрішньої будови Землі. Тепер зробити це вже не так важко. У теорії обертального руху Землі вказується, що між періодом вільного руху полюсів і відношенням зміни гравітаційного потенціалу до потенціалу припливної сили є певна залежність. Цю залежність можна передати простою формулою, а тому, знаючи одну з згаданих величин, можна легко обчислити і другу. Таким чином, грунтуючись тільки на матеріалах спостережень над змінами сили тяжіння, тобто на результатах спостережень з гравіметрами і горизонтальними маятниками, можна знайти період вільного руху полюсів, який більш безпосередньо можна одержати із широтних спостережень. Так гравіметрія і астрономія, виходячи з різних даних, приходять до однієї і тієї ж величини, а порівняння її значень, одержаних двома різними методами, становить великий інтерес.

Треба сказати ще кілька слів про роль, яку відіграє сейсмологія в дослідженні розглядуваної нами проблеми. Сейсмічні хвилі розповсюджуються у Землі з різною швидкістю залежно від глибини. Вивчення цієї залежності дає важливі знання про пружні властивості речовини в надрах Землі. Проте це

стосується лише до поверхневої оболонки Землі, бо поперечні пружні коливання не проходять глибше 3000 км, а тому засоби однієї тільки сейсмології недостатні для розв'язання питання про властивості внутрішнього ядра Землі.

Висновки сейсмології слід доповнити деякими результатами астрономічних гравіметричних досліджень, а потім розглянути сукупність усіх цих даних.

Те, що на глибину понад 3000 км проникають тільки подовжні пружні хвилі, хоч і є аргументом на користь гіпотези про рідинний стан ядра Землі, все ж не дає підстави зробити остаточний висновок про правильність цієї гіпотези. Для перевірки гіпотези треба найповніше і найретельніше дослідити всі ті явища, на які рідинне ядро Землі найпомітніше впливало б. До числа цих явищ відносяться вже розглянуті нами припливи, коливання виска, зміни сили тяжіння і рух полюсів Землі, тобто явища, які дають основні дані про пружні деформації Землі.

Якщо речовина ядра Землі за своїми властивостями близька до рідини, то припливним силам буде протидіяти пружність самої оболонки. Тому за гіпотезою рідинного ядра взагалі одержуватимуться значно більші деформації, ніж при припущенні, що вся Земля від її поверхні до центра складається з твердої речовини. Отже, можна намітити такий шлях досліджень: скориставшись даними про пружні властивості оболонки Землі, одержаними на основі вивчення розповсюдження сейсмічних хвиль, та різними гіпотезами про стан речовини ядра Землі, можна теоретично визначити величини, що характеризують зміни форми зовнішньої поверхні і гравітаційного потенціалу Землі при її припливних деформаціях. Критерієм правильності тієї чи іншої гіпотези будуть порівняння результатів теоретичних розрахунків з даними широтних спостережень і спостережень з горизонтальними маятниками та гравіметрами.

Такий метод вперше був застосований для розв'язання розглянутої тут проблеми академіком Л.С. Лейбеноном¹.

Останнім часом вдалося знайти ще один засіб дослідження речовини в центральній області Землі. Ми маємо на увазі вивчення впливу гіпотетичного рідинного ядра Землі на рух її миттєвої осі обертання в просторі. Теоретично це питання було розглянуто ще наприкінці минулого століття Ф.О. Слудським². Але порівняння висновків теорії з результатами спостережень було зроблено вперше лише в минулому році.

У своїх дослідженнях Ф.О. Слудський спирався на розв'язання задачі про рух твердого тіла з порожнинами, що заповнені рідиною, яке дав М.Є. Жуковський в одній з своїх праць³. Мабуть, ця задача була обрана Жуковським за порадою проф. Слудського, лекції якого з теоретичної механіки він слухав у Московському університеті.

Нутаційний рух осі обертання Землі в просторі складається з окремих коливань з різними періодами і амплітудами. За теорією Ф.О. Слудського, вплив

¹ Лейбензон Л.С. Деформация упругой сферы в связи с вопросом о строении Земли. — М., 1910.

² Слудский Ф.А. Вращение Земли, имеющей жидкое ядро // Бюллетень Московского об-ва натуралистов, № 2, 1895.

³ Жуковский Н.Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Впервые опубликовано в журнале Русского физ.-хим. об-ва, ч. физическая 17, 1885, с. 81—113; 145—199; 231—280.

гіпотетичного рідинного ядра буде тим значніший, чим менший період коливання. Тому, щоб виявити, чи є насправді такі впливи, треба дослідити наперед короткоперіодичні члени нутації, зокрема півмісячний член.

Класична теорія прецесії та нутації базується на припущенні, що Земля абсолютно тверда. Якщо ця теорія вірна, то досить визначити з астрономічних спостережень тільки три величини — нахил екліптики до екватора, сталу прецесію, сталу нутацію — і амплітуди всіх інших складових коливань нутаційного руху земної осі можуть бути обраховані по формулах, які дає така теорія. Звичайно, правильного результату не буде, якщо основні положення класичної теорії помилкові. Зокрема, обчислене значення амплітуди півмісячного члена нутації буде трохи відрізнятись від справжнього. Чи насправді це так, можна установити тільки за допомогою астрономічних спостережень.

Треба підкреслити, що такого роду дослідження зв'язані з особливими труднощами. Тут доводиться мати справу з дуже малими величинами, які лежать на грані точності сучасних астрономічних спостережень. Отже, одержати надійні результати можна лише при обробці найчисленніших рядів спостережень. Це стосується також і вивчення змін швидкості добового обертання Землі.

Що тривалість доби не є постійною величиною, припускав ще у 1870 р. С.П. Глазенап при розрахунках затемнень супутників Юпітера¹. Тепер це твердо встановлено. Більше того, вдалося простежити, як саме змінювалася тривалість доби протягом останніх 400 років. Виявилось, що ці зміни не можна зобразити правильною кривою, бо тривалість доби стрибкоподібно то зменшується, то збільшується. Наприклад, у 1897 р. довжина доби зросла більш ніж на 0,003 с.

Неправильні зміни швидкості добового обертання можна пояснити тільки змінами форми і щільності Землі, що час від часу трапляються. Причини цього ще не виявлені. Все ж можна сказати, що тут ми зустрічаємося з діями внутрішніх сил, які не мають періодичного характеру, але нагромаджуючись протягом довгого часу, починають діяти раптово і відносно швидко.

Постійні сили, що діють в одному напрямі, або ті, що повільно змінюються, особливо цікавлять геологів у зв'язку з відшуканням причин, які пояснюють особливості рельєфу і будову самих поверхневих шарів Землі. Якщо такі сили викликали у минулому рух континентів і сковзання всієї земної кори на більш глибоких шарах, то, звичайно, слід поставити питання про те, чи продовжуються такі процеси тепер і чи можна їх як-небудь визначити. З таким запитанням геологи звертаються до астрономів, але останні, на жаль, ще не можуть дати впевненої відповіді.

Переміщення материків та віковий рух полюсів, якщо вони тепер відбуваються, повинні виявлятися в поступових змінах географічних координат обсерваторій. Досі не вдалося переконатись у реальності цих змін. Це наступне і дуже важливе завдання астрономів, які провадять широтні та довготні спостереження.

Для теоретичного визначення величин, які характеризують зміни форми зовнішньої поверхні Землі та її гравітаційного потенціалу, що виникають під

¹ Глазенап С.П. Сравнения наблюдений затмений спутников Юпитера с таблицами затмений и между собою. — СПб, 1874.

впливом припливних сил, треба виходити з якої-небудь наперед прийнятої гіпотези про внутрішню будову Землі.

Обмежимося тим, що відмітимо спільну рису різних гіпотез. При всіх теоретичних розрахунках приймалося, що Земля є тіло ізотропне і складається з концентричних шарів постійної щільності і пружності. Однак таке нехтування місцевими особливостями будови поверхневих шарів Землі може стати джерелом непогодження між висновками теорії і результатами спостережень, а що подібне непогодження дійсно існує, видно зі зведення результатів спостережень з горизонтальними маятниками, яке дає чл.-кор. АН УРСР З.М. Аксентьєва в своїй останній праці. Правда, цю непогодженість можна пояснити також впливом припливів моря на форму зовнішньої поверхні Землі та її гравітаційний потенціал. Треба мати на увазі, що поверхня Землі прогинається під тяжінням морського припливу. Величину цього прогину визначити досить важко, бо в дійсності висота півдобового припливу зовсім відмінна від тієї, яку дає статична теорія. Крім того, врахування дії припливу значно ускладнюється тим, що океан покриває не всю поверхню Землі, а лише частину її, обмежену покрученою лінією берегів континентів.

Проте сумнівно, щоб непогодженість між даними спостережень з горизонтальними маятниками і результатами теоретичних обчислень пояснювалась тільки дією припливів моря.

До висновку про необхідність врахування місцевих особливостей будови зовнішніх шарів Землі приводять і деякі загальні міркування. Безперечно, що речовина, з якої складається верхня частина земної кори, має в різних місцях різні механічні властивості. Це стосується насамперед так званих структурних одиниць: континентальної та тихоокеанської. Припускається, що границя між ними проходить до глибини 40 км і що вона ще впливає на умови на глибині понад 700 км. Дуже важливо було б з'ясувати, в якій мірі наявність цих двох областей, а також інших, менш значних місцевих особливостей будови земної кори, може впливати на результати спостережень припливних коливань виска та змін сили тяжіння. Це завдання дуже складне і поки що залишається нерозв'язаним.

Вивчення внутрішньої будови Землі засобами астрономії та гравіметрії становить тепер основний напрям у роботах Полтавської гравіметричної обсерваторії Академії наук УРСР. Слід навести короткий перелік результатів, одержаних обсерваторією в цій галузі.

Дійсний член АН УРСР О.Я. Орлов визначив шляхом вилучення повільного змінювання широти координати миттєвого полюсу за період з 1890 по 1948 рр., віднесених до одного й того ж середнього полюсу. За цими даними О.Я. Орлов визначив середньорічний рух полюсу і довів, що він викликається коливаннями осі інерції з амплітудою $0''.03$, а також обчислив амплітуду і фазу вільного руху полюсу з 1900 по 1938 рр. Дослідження О.Я. Орлова переконливо довели, що річна хвиля в коливаннях широти залишається практично незмінною, тоді як амплітуда і початкова фаза 14-місячної хвилі зазнає інколи швидких змін.

У Полтаві було проведено і опрацьовано найобширніший ряд спостережень з горизонтальними маятниками та виконана показова обробка спостережень з горизонтальними маятниками, проведеними в Томську з 1912 по 1920 рр. Внаслідок цих двох робіт, виконаних чл.-кор. АН УРСР З.М. Аксен-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

тєвою, були одержані обґрунтовані дані про припливні коливання виска в двох пунктах, де завдяки їх значному віддаленню від моря дія морських припливів дуже послаблена.

Автор цієї статті вніс деякі уточнення у формулу, що пов'язує період вільного руху полюсів з величиною, яка характеризує зміну гравітаційного потенціалу Землі при її деформаціях.

Значне місце в роботах Полтавської обсерваторії займають широтні спостереження. Крім одержання кривої змінювання широти, метою цих спостережень є випробування різних програм та методів спостережень і їх опрацювання, а також дослідження короткоперіодичних коливань широти. Спостереження двох яскравих зенітних зірок (що їх розпочав М.А. Попов у 1939 р., потім продовжували Є.В. Лаврентєва, С.В. Дроздов і Є.П. Федоров, а з 1947 р. знову М.А. Попов) дозволили дослідити сонячну добову хвилю в коливаннях широти.

З 1949 р. у Полтаві ведуться за новою програмою спостереження на двох зеніт-телескопах. Одним із завдань таких спостережень є вивчення поступових змін широти, тобто явища, що при всій його важливості для геофізики до цього часу зовсім не з'ясоване. З другого боку, такі спостереження дозволяють одержати величину широти так швидко, як це ще ніколи не вдавалось раніше. Більше того, завдяки запропонованому О.Я. Орловим новому способу визначення координат полюса за спостереженням тільки на одній станції, можна своєчасно одержувати дані про рух полюса і неухильно стежити за дивною кривою, яку він викреслює на поверхні Землі.

Нарешті, на основі широтних спостережень у Полтаві М.А. Попов вперше одержав показання на неточність амплітуди півмісячного члена нутації, даної класичною теорією. Ще раніше О.Я. Орлов виявив у пулковських спостереженнях Кассіопеї півмісячну хвилю, що, як він недавно довів, також пояснюється неточністю амплітуди півмісячного члена нутації. На Всесоюзній астрономічній конференції, що відбулася в грудні 1950 р., було відзначено, що ці роботи відкривають нову галузь досліджень. Про їх важливість для геофізики ми вже говорили вище в зв'язку з висвітленням питання про властивості внутрішнього ядра Землі.

Для дальшого розвитку того напрямку в дослідженні внутрішньої будови Землі, короткий опис якого ми даємо в цій статті, потрібні насамперед нові і більш точні результати спостережень. Треба збільшити число обсерваторій, що ведуть широтні спостереження і спостереження з горизонтальними маятниками і, що найважливіше, треба організувати за допомогою гравіметрів спостереження за змінами сили тяжіння. З другого боку, перед теорією виникають великі завдання у тлумаченні результатів спостережень: необхідно обчислити вплив морських припливів і місцевих особливостей будови земної кори на деформацію Землі та побудувати теорії прецесії і нутації на сучасних уявленнях про внутрішню будову Землі.

У питанні, що було темою цієї статті, як взагалі в природознавстві, «з спостережень встановлювати теорію, через теорію виправляти спостереження є найкращим засобом відшукування істини» (М.В. Ломоносов).

Е.П. ФЕДОРОВ

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ ЗЕМЛИ НА X СЪЕЗДЕ МЕЖДУНАРОДНОГО АСТРОНОМИЧЕСКОГО СОЮЗА*

В последние годы широкое развитие получили исследования, в которых для решения географических и геофизических задач привлекаются данные, полученные средствами астрономии. Таким задачам было уделено много внимания на X съезде Международного астрономического союза, который состоялся в Москве 12—20 августа 1958 г. Так, вопросу о зависимости между вращением Земли, с одной стороны, ее механическими свойствами и процессами, протекающими на ее поверхности и в недрах, с другой, был посвящен на этом съезде специальный симпозиум.

П. Мелькиор (Бельгия) в своем докладе назвал три проблемы, решение которых необходимо для полного понимания указанной зависимости.

1. Связь между свободным движением полюсов, полумесячными, месячными и полугодовыми изменениями скорости вращения Земли и земными приливами.

2. Связь между вынужденной составляющей движения полюсов, годовыми изменениями скорости вращения Земли и метеорологическими процессами.

3. Связь между вековым перемещением полюсов, вековыми изменениями скорости вращения Земли, образованием и таянием полярных льдов.

П. Мелькиор считает, что увеличение точности наблюдений, которое достигается благодаря применению современных инструментов, дает основания надеяться на новые успехи в деле изучения указанных явлений, но только большие ряды наблюдений позволят установить фундаментальные законы.

Доклады, посвященные вопросам определения времени, явились хорошей иллюстрацией этого положения. Действительно, с введением в практику атомных стандартов частоты достигнута такая точность измерения времени, при которой даже самые слабые изменения скорости вращения Земли удается сразу же заметить и количественно оценить.

Характеристике точности атомных стандартов частоты был посвящен доклад Л. Эссена (Англия).

Всемирное время (*U.T.*) определяется по вращению Земли, т. е. с помощью астрономических наблюдений. Для изучения неравномерности вращения Земли нужно сравнивать всемирное время с атомным (*A.T.*), которое изменяется с помощью атомных стандартов частоты. Анализ результатов этого

* Известия Академии наук СССР. Серия географическая, 1959. — № 1.

сравнения позволяет уверенно разделить периодические и неправильные вариации скорости вращения Земли. Так, по материалам 1955—1958 гг. Н.М. Стойко (Франция) получил следующее выражение сезонных изменений продолжительности суток:

$$S = 0,50259 \sin (j - 34,5) + 0,50071 \sin (2j + 129,2),$$

где j считается в средних сутках от 1 января.

В хорошем согласии с этим результатом находятся результаты В. Марковица (США) и А. Данжона (Франция). Касаясь причин сезонной неравномерности вращения Земли, В. Марковиц отметил, что годовой член почти полностью объясняется совместным действием земных приливов и сезонными изменениями общей циркуляции атмосферы, тогда как найти удовлетворительное объяснение полугодового члена до сих пор не удалось. Далее, В. Марковиц сделал первую попытку найти лунные члены в вариациях скорости суточного вращения Земли. Под влиянием приливообразующей силы Земля несколько изменяет свою форму, что в свою очередь приводит к слабым периодическим колебаниям скорости ее вращения. Эти колебания будут тем больше, чем более «податлива» Земля, и, таким образом, изучение лунных членов в вариациях скорости суточного вращения Земли может стать новым средством для определения ее механических свойств.

Если исключить из разностей $U.T. - A.T.$ периодическую часть, мы получим кривую, представляющую вековое замедление и неправильные флюктуации вращения Земли. Ранее данные об этих флюктуациях основывались главным образом на сравнении орбитального движения Луны и вращения Земли. Однако таким способом нельзя было заметить изменений скорости, которые происходят в течение короткого времени. Было неясно, происходят ли они скачкообразно или непрерывно. С усовершенствованием атомных стандартов открывается возможность изучать более подробно характер неперіодических изменений скорости вращения Земли. Так, по данным В. Марковица, с сентября 1955 г. по январь 1958 г. средняя скорость вращения Земли уменьшалась практически равномерно, а длина суток соответственно увеличивалась (на 0,00043 секунды в год). Затем в феврале 1958 г. в течение приблизительно двух недель длина суток уменьшилась на 0,0003 секунды и, наконец, в мае вновь несколько возросла.

В качестве возможной причины неправильных изменений скорости вращения Земли указывались, с одной стороны, ее деформации, приводящие к изменениям экваториального момента инерции, а с другой, — турбулентные движения в ядре Земли. Здесь мы подходим к наиболее трудной и в то же время особенно интересной проблеме «геофизической астрономии», к проблеме динамического влияния ядра Земли на ее вращение.

Нужно иметь в виду, что астрономические наблюдения доставляют нам сведения о вращении оболочки, а не всей Земли в целом. Поэтому, когда мы говорим, например, об оси вращения Земли, мы понимаем под этим собственно ось вращения ее оболочки. Понятно, что при теоретическом рассмотрении вращения оболочки силы, действующие на нее со стороны ядра, рассматриваются как силы внешние. В нескольких докладах, заслушанных на симпозиуме по вращению Земли, были сделаны попытки получить некоторые данные об этих силах на основе анализа астрономических наблюдений.

Как известно, через ядро Земли проходят только продольные сейсмические волны; поперечные волны либо в него вообще не проникают, либо, проникнув, быстро затухают. Естественно объяснить это тем, что ядро Земли обладает свойствами жидкости. Доклад Г. Джеффриса (Англия) был посвящен вопросу о том, какое влияние должно оказывать жидкое ядро Земли на вращение ее оболочки. Его теоретические расчеты дают для периода свободного движения полюсов величину, хорошо согласующуюся с наблюдаемой: 430 дней. Далее, подвижность ядра должна заметно уменьшать постоянную нутации приблизительно на 0,002 ее величины. Могут измениться и некоторые другие характеристики вращения Земли. Для проверки теории Г. Джеффриса нужно было получить из анализа наблюдений более подробные данные о движении оси вращения Земли, чем те, которыми астрономия до сих пор располагала.

Это недавно попытался сделать Е.П. Федоров (СССР). Результаты анализа обширного материала наблюдений над колебаниями широт, о которых он сообщил в своем докладе, в общем подтверждают предположение о том, что ядро Земли имеет свойства жидкого тела.

Нельзя ли объяснить действием ядра на оболочку также и неправильные изменения скорости суточного вращения Земли? В докладах Б.Л. Ван дер Вардена (Голландия) и Д. Брауера (США) были сделаны попытки ответить на этот вопрос. Если ядро обладает подвижностью относительно оболочки, скорости их вращения могут несколько отличаться друг от друга. Тогда на границе ядра и оболочки возникнет сила трения. Сила эта, по-видимому, непостоянна. Б.Л. Ван дер Варден предполагает, что она тем больше, чем больше разность между угловыми скоростями оболочки и ядра. Но и коэффициент трения на границе оболочки и ядра также изменяется. Известно, что морские приливы замедляют вращение оболочки, на которую, таким образом, действуют два момента: постоянный тормозящий момент приливного трения и переменный момент сил, действующих со стороны ядра, который то замедляет, то ускоряет вращение оболочки. Таков, по Б.Л. Ван дер Вардену, механизм векового замедления и неправильных флюктуаций скорости вращения Земли. Как отметил Д. Брауер, при учете сил трения между оболочкой и ядром устраняются трудности в определении векового замедления Земли.

Стабильность атомных стандартов времени теперь так высока, что точность, с которой могут быть получены изменения скорости вращения Земли, полностью зависит от точности определения всемирного времени. Поэтому дальнейшие успехи в изучении неравномерности вращения Земли зависят главным образом от повышения точности астрономических наблюдений и, прежде всего, от улучшения фундаментальных каталогов звезд. Отметив это положение, А.А. Немиро и Н.Н. Павлов (СССР) в своем докладе предложили план такой организации определения времени на пассажных инструментах, при котором можно было бы получать из самих этих наблюдений поправки прямых восхождений звезд опорного каталога.

Из этого краткого обзора видно, что астрономические методы теперь играют заметную роль в деле изучения внутреннего строения Земли. Понятно поэтому, что астрономов серьезно заботит вопрос о повышении качества тех материалов наблюдений, которые используются для решения географических

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

и геофизических задач. Это относится, в частности, к данным о движении полюсов Земли.

В конце прошлого столетия было установлено, что полюсы не сохраняют неизменных положений на поверхности Земли. Тогда же стало ясно, что для получения надежных данных об их движении необходимо организовать специальные наблюдения в нескольких пунктах, удаленных друг от друга по долготе, и что наблюдения эти нужно вести по общему плану, а их результаты обрабатывать совместно. Эта мысль получила практическое осуществление в организации Международной службы широты. До последнего времени как в геофизических исследованиях, так и в геодезической практике почти повсеместно применялись данные о движении полюсов, публикуемые Центральным бюро Международной службы широты. Эти данные основываются на наблюдениях нескольких станций, лежащих на параллели $+39^{\circ}8'$. Однако теперь такое положение уже нельзя считать приемлемым. Во-первых, международные станции дают только небольшую часть тех материалов, которые можно использовать при выводе координат полюса. Во-вторых, инструменты, которыми снабжены эти станции, по мнению многих астрономов, устарели и должны быть заменены новыми. Наконец, сами методы вычисления координат полюса также необходимо улучшить.

Поэтому на заседаниях комиссии 19 Международного астрономического союза, руководящей работами по изучению движения полюсов, сложилось общее мнение о необходимости пересмотра всей организации этих работ. Комиссии предстояло дать рекомендации, которые определили бы направление будущих исследований на несколько десятилетий вперед. Понятно, что сделать это без серьезной подготовительной работы было нельзя. В связи с этим комиссия наметила следующие мероприятия.

1. Подробно опубликовать все материалы широтных наблюдений во время Международного геофизического года с тем, чтобы обеспечить их всесторонний анализ и дискуссию. Достигнута договоренность о том, что публикацию указанных материалов выполняют Вашингтонская, Парижская и Полтавская обсерватории.

2. Все предложения относительно будущего плана работ по изучению движения полюсов с их подробным обоснованием опубликовать в виде отдельного сборника на русском и одном из западноевропейских языков.

3. Для обсуждения этих предложений созвать в 1960 г. в Хельсинки специальное совещание.

Полтавская гравиметрическая обсерватория
Академии наук УССР

Е.П. ФЕДОРОВ

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСОВ*

*Главная астрономическая обсерватория Академии наук УССР
Полтава*

На эмблеме Международного геофизического года был изображен земной шар; он слегка повернут к нам южным полушарием, так что видна точка, в которой сходятся меридианы, — Южный полюс Земли. Предположение, что эта точка не сохраняет неизменного положения на поверхности Земли, высказывалось давно. Еще в конце XVII в. Ньютон изложил свои соображения о причинах, которые могут вызвать движение полюсов, и о том, какой характер оно должно иметь. Спустя три четверти века Л. Эйлер подробно разработал теорию вращения Земли. Рассматривая Землю как абсолютно твердое тело, он получил уравнения движения полюсов, подтверждавшие правильность интуитивных выводов Ньютона. Еще через сто лет из астрономических наблюдений были получены первые указания на то, что движение полюсов действительно существует, но только к началу нашего столетия это было установлено с полной несомненностью¹.

Описание возможного характера движения полюсов, которое дал Ньютон, настолько наглядно, что его стоит привести полностью. «Вообрази сперва, — писал Ньютон, — совершенно однородный и правильный шар, покоящийся в свободном пространстве: пусть затем от действия какого-либо натиска, произведенного наклонно к его поверхности, шар пришел в движение, и вообрази, что затем он сохраняет это частью вращательное, частью прямолинейное движение. Так как такой шар совершенно безразличен ко всякой оси, проходящей через его центр, и не отдает предпочтения какой-либо оси или какому-либо ее положению перед всякими другими, то, очевидно, что ни своей оси, ни ее наклона (т. е. направления в пространстве) он заключающейся в нем самой силой изменить не может». Далее отмечается, что повторный натиск меняет направление оси, но не характер движения: оно будет по-прежнему вращением вокруг неподвижной оси. «Но, — заканчивает это рассуждение Ньютон, — если где-нибудь между полюсом и экватором добавить некоторое новое количество вещества, собранного как бы в виде горы, то оно нарушит правильность движения шара и будет производить по его поверхности перемещение полюсов, которые будут описывать по поверхности шара круги около первоначального своего места»².

* Природа, 1959. — № 11.

¹ См. «Природа», 1955, № 11, с. 13—19.

² Начала натуральной философии, следствие 22 из предположения LXVI, книги первой. Цитируется в переводе А.Н. Крылова (Собрание трудов академика А.Н. Крылова, 1936, с. 239).

В приведенной выдержке прежде всего заслуживает внимания следующее: с одной стороны, указывает Ньютон, тело может менять ось вращения, с другой, может изменяться направление этой оси. Теперь мы называем эти явления движением мгновенной оси вращения в самом теле Земли и в пространстве соответственно ¹. Так как полюсы — это точки пересечения мгновенной оси вращения Земли с ее поверхностью, то именно первое из упомянутых явлений связано с их движением. Появление избыточного вещества в какой-либо точке между полюсом и экватором является простейшим примером нарушения симметрии в распределении масс относительно начального положения мгновенной оси, и это нарушение приводит к тому, что направление оси меняется. Но если в связи с этим полюсы сместились, они уже не будут оставаться неподвижными, а начнут двигаться по окружностям, подобно тому, как колеблется маятник, если его слегка отклонить от положения равновесия, а потом отпустить.

Развивая далее эти идеи Ньютона, мы постепенно приходим к современным представлениям о движении полюсов Земли. Прежде всего необходимо учесть, что Земля не шар, а сплюснутый сфероид. Вследствие этого не все положения ее оси будут устойчивыми. Теперь, выражаясь словами Ньютона, мы скажем, что Земля будет отдавать предпочтение некоторой определенной оси. Действительно, избыток вещества на экваторе, охватывающий Землю как бы кольцом, не нарушает симметрии в расположении масс относительно оси вращения (см. рис. 1, *a*). Следовательно, осью устойчивого вращения является как раз перпендикуляр к плоскости такого экваториального кольца. Но достаточно кольцу несколько повернуться или, что то же самое, оси отклониться от перпендикуляра к его плоскости, как полюсы начнут свое круговое движение. Вообще можно говорить о движении только одного из полюсов, безразлично, северного или южного, так как движутся они всегда одинаково.

Ньютон рассматривает добавление массы, «собранный как бы в виде горы», как первоначальную причину тех условий, при которых возникает движение полюса. Но представим себе, что избыточные массы появляются и исчезают время от времени в разных точках поверхности Земли. В этом случае движение полюса будет все время нарушаться, и вместо окружности он будет описывать на поверхности Земли неправильную спиралевидную кривую. Аналогией такого (возмущенного) движения полюса является колебание маятника, подверженного действию толчков, следующих один за другим без правильного чередования их направления и силы.

¹ Различие двух названных явлений можно пояснить следующим простым примером. Возьмем бильярдный шар левой рукой так, чтобы большой и указательный пальцы касались его в диаметрально противоположных точках, и будем поворачивать этот шар правой рукой. Ось вращения будет, очевидно, проходить через те точки, в которых мы касаемся поверхности шара пальцами. Если мы станем менять положение руки, держащей шар, будет меняться и направление оси в пространстве, но ее положение относительно шара останется прежним. Наоборот, если, оставляя положение левой руки прежним, мы несколько повернем шар так, чтобы пальцы касались его в других точках, мгновенная ось вращения примет новое направление относительно шара, но не изменит своего направления в пространстве.

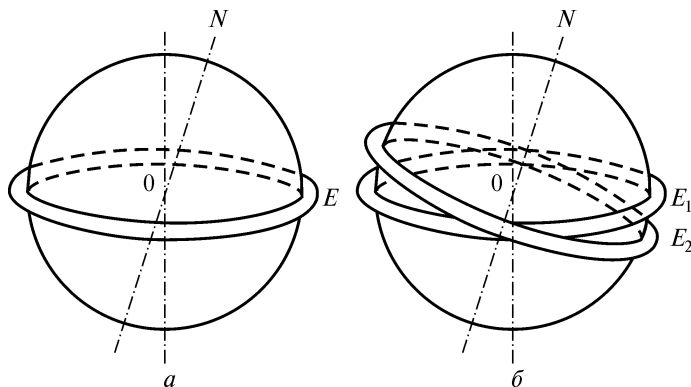


Рис. 1. Модель, поясняющая влияние упругих деформаций Земли на движение полюсов. Неподвижное кольцо E , заменяющее экваториальный избыток масс у абсолютно твердой Земли, разделяется у деформируемой Земли на два кольца: E_1 — неподвижное и E_2 — скользящее по поверхности шара и устанавливающееся перпендикулярно мгновенной оси вращения ON

На рис. 2 изображена траектория полюса (полодия), полученная из наблюдений. Уже при беглом взгляде на этот рисунок можно заметить, что движение полюса очень сложно. Естественно, возникает вопрос: какие процессы, связанные с перемещениями значительных масс на поверхности или в недрах Земли, могут оказывать заметное влияние на это движение?

Чтобы ответить на этот вопрос, можно сделать попытку проследить, не связаны ли особенности движения полюса с мощными вулканическими извержениями, катастрофическими землетрясениями и т. п.; кроме того, можно теоретически рассчитать, какое влияние оказывают и некоторые непрерывно протекающие на Земле процессы: поднятие и опускание больших участков земной коры, размывание горных пород, сезонные перемещения воздушных масс и т. д.

Например, в зимние месяцы на огромном пространстве северной части Азии устойчиво удерживается высокое барометрическое давление. Оно создается притекающими сюда потоками воздуха, общая масса которого приблизительно равна массе одного кубического километра ртути. Такое явление «избыточного вещества» зимой и его исчезновение летом повторяются из года в год, и вполне естественно ожидать, что это должно внести годовую периодичность в движение полюса. И действительно, такая периодичность обнаруживается при анализе многолетних данных об этом движении. Но в отдельные годы ход метеорологических явлений может значительно уклоняться от среднего, выведенного из наблюдений за большое число лет. Возможно, что подобные отклонения являются основной причиной неправильности наблюдаемого движе-

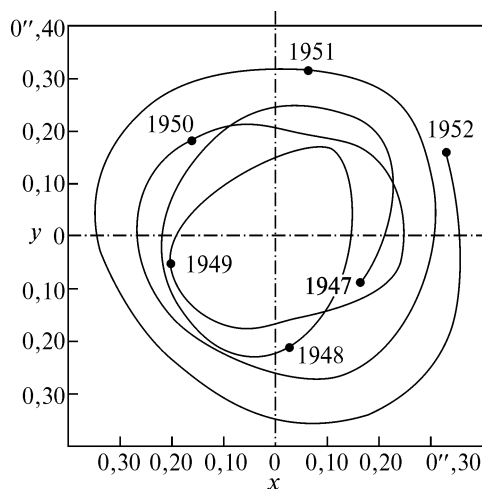


Рис. 2. Полодия по данным широтных наблюдений с 1947 по 1951 г.

ния полюса. Аналогичное действие могут, однако, оказывать и другие геофизические явления, не имеющие периодического характера.

Можно сказать, что подобно стрелке регистрирующего прибора полюс при своем движении как бы показывает общее течение некоторых процессов, охватывающих всю Землю. Поэтому изучение движения полюса является важной частью комплекса исследований Международного геофизического года.

Заметим, что соображения о причинах неправильности движения полюса высказывались до сих пор лишь в общей форме. Пока еще не удалось конкретно установить, чем именно были обусловлены отдельные особенности этого движения: значительные изменения амплитуды, характерные изгибы траектории и т. п. Для этого нужно иметь и более точные данные о движении полюса, и более полные данные метеорологических наблюдений; те и другие данные получаются во время МГГ.

Что же именно делается для получения наиболее надежных и точных координат полюса? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно предварительно сказать о том, как вообще определяются эти координаты. Заметить изменения направления мгновенной оси вращения Земли в теле самой Земли можно путем повторных измерений угла p между этой осью и какой-либо прямой, сохраняющей неизменное положение относительно Земли. В качестве такой прямой обычно берут отвесную линию. Хотя направление отвеса в данной точке подвержено некоторым изменениям, эти изменения незначительны, и пока ими можно пренебречь. Угол p связан с широтой φ следующим простым соотношением:

$$\varphi = 90^\circ - p.$$

Когда полюс приближается к избранной точке, этот угол уменьшается. Связанное с этим увеличение широты $\Delta\varphi$ будет, как легко понять, равно проекции перемещения полюса на меридиан этой точки. Если принять за начало координат некоторое среднее положение полюса, провести ось OX по касательной к меридиану Гринвича, а ось OY — под углом 90° к западу, мы будем иметь

$$\Delta\varphi = x \cos\lambda + y \sin\lambda + z, \quad (1)$$

где x и y — координаты полюса, λ — долгота пункта наблюдения, z — обозначает такие изменения широты, которые не зависят от движения полюса.

Возьмем конкретный пример. В таблице даны значения $\Delta\varphi$ для 1 июля 1957 г. (дата начала МГГ) и 1 января 1958 г., полученные по наблюдениям на восьми обсерваториях. Задача состоит в том, чтобы найти такие значения x и y , которые лучше всего удовлетворяли бы данным наблюдений.

Задача эта может быть решена способом наименьших квадратов, если рассматривать член z как случайные отклонения в условных уравнениях вида (1). Полученное решение записано внизу таблицы. Оказывается, что за первые шесть месяцев МГГ полюс Земли переместился из точки P_1 ($+0''$, 23 ; $+0''$, 16) в точку P_2 ($-0''$, 19 ; $-0''$, 19). Чтобы проследить его движение более подробно, нужно было бы брать значения $\Delta\varphi$ не через полгода, а через более короткие промежутки времени.

Обсерватория	Долгота λ	φ_0	$\Delta\varphi$	
			1.VI.1957	1. I.1958
Ричмонд	+80°23'	+25°37'47,20	+0",23	-0",15
Вашингтон	+77 04	+38 55 17,20	+0 ,10	-0 ,25
Оттава	+75 43	+45 23 38,60	+0 ,14	-0 ,35
Херотмонсо	- 0 20	+50 52 17,50	+0 ,16	-0 ,15
Париж	- 2 20	+48 50 9,60	+0 ,22	-0 ,19
Пулково	-30 20	+59 46 15,50	+0 ,15	-0 ,05
Полтава	-34 33	+49 36 13,00	+0 ,10	0 ,00
Китаб	-66 53	+39 8 1,60	-0 ,10	0 ,00
x			+0 ,23	-0 ,19
y			+0 ,16	-0 ,19

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$$

Для непрерывных наблюдений за движением полюса в самом конце прошлого столетия была создана специальная научная организация — Международная служба широты. В ее состав вошли шесть станций, расположенных на параллели +39°8', ведущих наблюдения по общей программе, и центральное бюро, осуществляющее сбор результатов этих наблюдений, их сводную обработку и вычисление координат полюса. Эти координаты повсеместно применялись до последнего времени как для практических целей (в геодезии и Службе времени), так и при различных теоретических исследованиях.

Не входя здесь в подробное рассмотрение деятельности Международной службы широты, отметим только следующие обстоятельства. Не на всех международных станциях наблюдения велись непрерывно. Вследствие этого для вывода координат полюса центральное бюро было вынуждено иногда пользоваться данными не шести, а меньшего числа станций (например, в 1923—1934 гг. только трех). Параллельно с работой Международной службы широты несколько астрономических обсерваторий организовало систематические наблюдения над изменчивостью широт. Естественно, возник вопрос о возможности использования и этих наблюдений при выводе координат полюса. Правда, задача эта представляла некоторые специфические трудности, но благодаря работам А.Я. Орлова наметились пути их успешного преодоления.

Расположение станций, сложившееся к началу МГГ, нельзя было считать удовлетворительным: большинство действующих широтных станций было расположено в Европе и Америке; между Китабской станцией (Узбекская ССР) и западным побережьем Америки находилась только одна станция — Мидзусава в Японии¹. Правда, оборудование этой станции было в последнее время пополнено новыми инструментами, в частности, фотографической зенитной трубой (рис. 3); зенитная труба была установлена также на обсерватории в Токио. Но всего этого было недостаточно, чтобы уравновесить Европейскую и Американскую группы широтных станций. Поэтому советские астрономы признали неотложной задачей организацию широтных наблюдений в восточной части Сибири. Эта задача успешно решена: уже начаты широт-

¹ См. «Природа», 1958, № 11, с. 46.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ные наблюдения в Иркутске, построена новая станция в Благовещенске на Амуре. Кроме того, по рекомендации и при содействии советских ученых построены и снабжены первоклассными инструментами широтные станции в Тяньцзине (КНР) на параллели Международной службы широты и в Улан-Баторе (МНР). Тяньцзинская станция уже приступила к систематическим наблюдениям.

Следует подчеркнуть, что Иркутская обсерватория ведет свою работу в кооперации с обсерваторией в Боровице, близ Познани (Польша), также вступившей в строй к началу МГГ: обе обсерватории расположены на параллели $+52^{\circ}17'$ и проводят наблюдения по общей программе. В связи с МГГ наблюдения над изменениями широт получили значительное развитие и в некоторых других странах. Мы приводим здесь перечень стран, участвующих в этих работах (в скобках указано число обсерваторий и специальных станций, ведущих широтные наблюдения).

Австралия (1), Англия (1), Аргентина (2), Бельгия (1), ГДР (1), Голландия (1), Индия (1), Италия (2), Канада (1), КНР (2), Мадагаскар (1), Новая Зеландия (1), Польша (2), СССР (8), США (6), Франция (2), Швейцария (1),

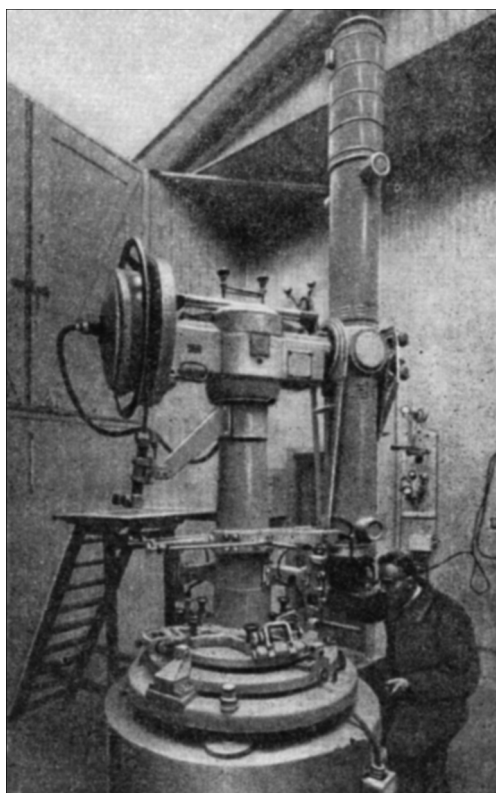


Рис. 3. Плавающий зенит-телескоп обсерватории Мидзусава (Япония)

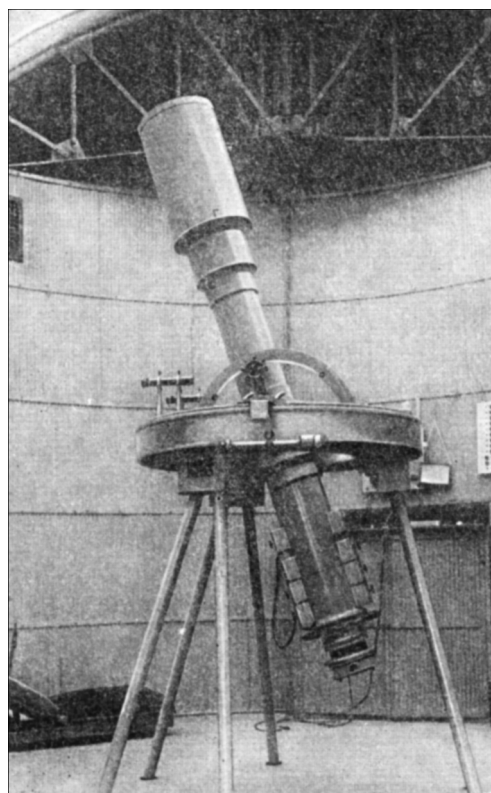


Рис. 4. Зенит-телескоп (ЗТЛ-180) Главной астрономической обсерватории Академии наук СССР в Пулкове

Эквадор (1), Югославия (1), Япония (2). Всего 38 обсерваторий и специальных станций.

В отношении развития сети широтных станций в связи с проведением МГГ, таким образом, сделано много. Но для повышения точности данных о движении полюса важно, конечно, увеличить не только количество, но и точность широтных наблюдений. А это зависит и от типа, и от качества применяемых инструментов, и от искусства наблюдателей.

В период организации Международной службы широты вопрос о выборе инструментов был подвергнут тщательному обсуждению, и тогда наилучшим инструментом был признан зенит-телескоп (рис. 4).

Этот вопрос вновь возник в связи с подготовкой к МГГ, когда появилась необходимость в оснащении новых и модернизации оборудования уже существующих широтных обсерваторий. Считая, что визуальные зенит-телескопы вообще устарели, американские специалисты рекомендовали заменить их фотографическими зенитными трубами (рис. 5). Действительно, инструменты, которыми снабжены международные станции, были изготовлены еще в прошлом или начале текущего столетия и теперь они уже не удовлетворяют возросшим требованиям к точности наблюдений. Но более мощные зенит-телескопы, такие, как пулковский (построенный пулковским же механиком Г.А. Фрейбергом-Кондратьевым) и полтавский (фирмы Цейсса), до сих пор остаются первоклассными инструментами. С другой стороны, в результатах наблюдений с фотографическими зенитными трубами были замечены значительные систематические ошибки, происхождение которых остается неясным. Наблюдения во время МГГ являются своего рода соревнованием инструментов различных типов.

В Пулковской обсерватории В.И. Сахаровым и И.Ф. Корбутом была разработана конструкция нового большого зенит-телескопа типа ЗТЛ-180 (см. рис. 4). Советская промышленность успешно освоила изготовление инструментов этого типа. Они были установлены на нескольких советских обсерваториях, а также на новой широтной станции в Тяньцзине. Уже первые месяцы испытания ЗТЛ-180 на практике дали вполне обнадеживающие результаты. За границей в последнее время особенно широкое распространение получили призмённые астролябии Данжона. Семь инструментов этого типа, приобретенные советскими обсерваториями, в ближайшее время вступят в строй. В Пулковской обсерватории уже начаты наблюдения на фотографической зенитной трубе отечественного производства.

В целом за время МГГ и международного геофизического сотрудничества 1959 г. накапливается огромный и разнообразный по своему характеру материал наблюдений над изменчивостью широт, и теперь уже нужно позаботиться о том, чтобы он был правильно обработан и всесторонне изучен.

Вопрос о методах вычисления координат полюса до самого последнего времени оставался дискуссионным. Методы, которыми пользуется Центральное бюро Международной службы широты, неоднократно подвергались серьезной критике. В чем именно заключаются их недостатки, убедительно разъяснил в ряде своих работ А.Я. Орлов. Он показал, кроме того, как эти недостатки могут быть устранены. Однако потребовалось немало времени и усилий, чтобы идеи А.Я. Орлова получили всеобщее признание. Теперь это

признание достигнуто: 10-й съезд Международного астрономического союза (Москва, август 1958 г.) принял специальную рекомендацию относительно методов вычисления координат полюса. Решено усовершенствовать эти методы именно так, как предлагал А.Я. Орлов.

Нельзя, конечно, отрицать желательность дальнейшего улучшения методики определения координат полюса и испытания новых вычислительных схем. Широтные наблюдения во время МГГ дают особенно ценные материалы для такого рода испытаний. Необходимо, чтобы эти материалы сделались доступными для всех ученых, которые пожелают заняться их анализом и дискуссией. Исходя из этих соображений, 10-й съезд Международного астрономического союза признал необходимой подробную публикацию этих материалов и рекомендовал, чтобы все результаты наблюдений на призменных астролябиях были собраны и опубликованы Парижской обсерваторией, на фотографических зенитных трубах — Вашингтонской обсерваторией (см. рис. 5) и на зенит-телескопах — Полтавской обсерваторией (рис. 6), которая в Советском Союзе является ведущим учреждением по проблеме движения полюса. Полтавская обсерватория уже в течение нескольких лет проводит сбор данных широтных наблюдений и вычисление предварительных координат полюса.

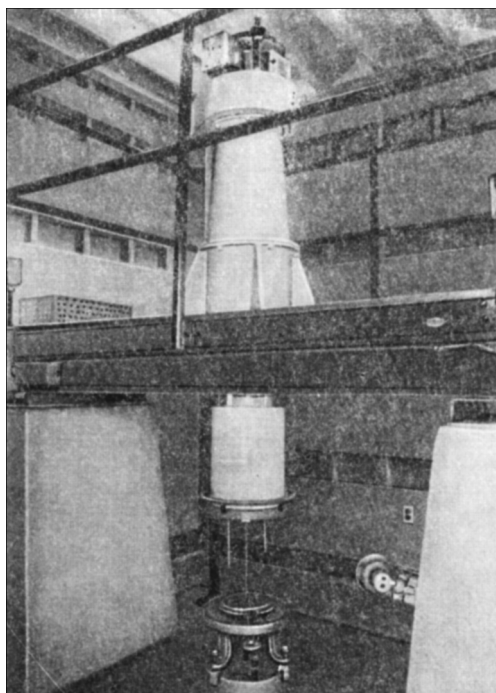


Рис. 5. Фотографическая зенитная труба Вашингтонской морской обсерватории (официальная фотография Морского флота США)

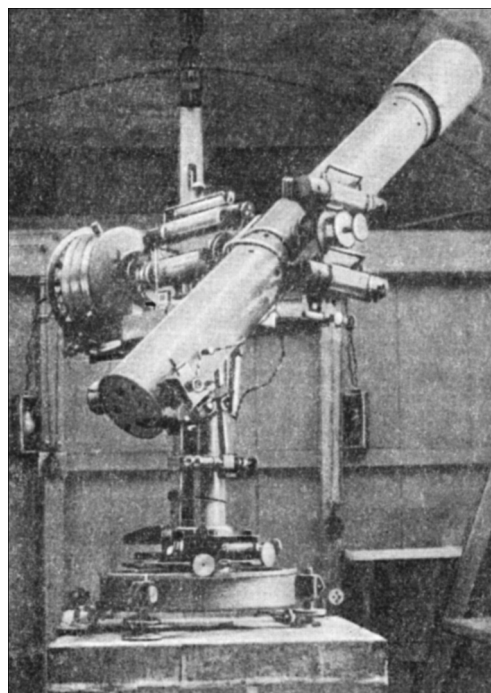


Рис. 6. Зенит-телескоп Бомберга Полтавской гравиметрической обсерватории Академии наук СССР. Такие же инструменты установлены на большинстве станций Международной службы широт

Есть все основания считать, что благодаря проведению тех мероприятий, о которых здесь кратко рассказано, астрономы смогут получить значительно более подробные и точные данные о движении полюса, чем это удавалось сделать когда-либо ранее. Этот материал даст возможность глубже изучить связь между движением полюса и некоторыми геофизическими процессами.

Однако изучением этой связи не исчерпывается та роль, которую играют в геофизике широтные наблюдения. Результаты этих наблюдений являются также необходимым элементом совокупности данных, на которые опираются ученые при исследовании механических свойств Земли. Остановимся несколько и на этом вопросе.

Если бы не происходило постоянного нарушения правильности движения полюса, это движение было бы круговым. Эйлер показал, что период кругового движения полюса должен быть тем короче, чем больше сжатие Земли. Считая Землю телом абсолютно твердым, находим на основании теории Эйлера, что период свободного движения полюса должен равняться 305 суткам. На самом деле Земля, как и все твердые тела, обладает некоторой способностью деформироваться. Возникает вопрос, оказывает ли это свойство Земли влияние на движение полюса?

При изучении вращения Земли удобно пользоваться — что мы уже и делали — моделью, состоящей из шара и кольца, лежащего в плоскости экватора. Кольцо заменяет собою экваториальный избыток вещества, потому его масса должна быть тем больше, чем более сжата Земля. Если бы Земля не деформировалась, т. е. ее сжатие не менялось, то, естественно, отношение массы кольца к массе шара в нашей модели оставалось бы всегда одним и тем же; не менялось бы и положение кольца на шаре.

Чтобы разобраться в том, что будет происходить при деформациях Земли, проведем мысленно следующий опыт. Предположим на время, что вращение Земли прекратилось и центробежная сила, растягивающая Землю во все стороны от оси вращения, исчезла. Если бы Земля была телом абсолютно твердым, то ее форма при этом осталась бы, очевидно, прежней; если бы Земля была жидкой, она приняла бы форму шара. В действительности же, как легко предвидеть, ее форма только приблизится к сферической, т. е., оставаясь сфероидом, Земля уменьшит свое сжатие, насколько именно, это зависит от ее механических свойств. А это значит, что в нашей модели нам придется уменьшить массу кольца.

Теперь вновь приведем Землю во вращение вокруг некоторой оси, не совпадающей с прежней осью, а образующей с нею небольшой угол. Возникшая вследствие этого центробежная сила будет деформировать Землю, сжимая ее вдоль новой оси вращения. Чтобы учесть это дополнительное сжатие, придется опоясать шар вторым кольцом, которое лежит в плоскости, перпендикулярной новому направлению мгновенной оси вращения. Это направление будет непрерывно меняться, вследствие чего второе кольцо будет также менять свое положение на шаре. Получается так: если моделью абсолютно твердой Земли является шар, охваченный только одним неподвижным кольцом, то в случае деформируемой Земли от этого кольца отделяется другое, как бы свободно скользящее по поверхности шара и всегда устанавливающееся в плоскости, перпендикулярной мгновенной оси (см. рис. 1, б). По-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

нятно, что никакого влияния на движение мгновенной оси это подвижное кольцо оказывать не будет. А это значит, что «податливость» Земли влияет на движение полюса так же, как и уменьшение сжатия Земли, именно, увеличивает период этого движения. Следовательно, при вычислении периода свободного движения полюса нужно пользоваться не тем значением сжатия, которое Земля имеет в действительности, а тем, какое она имела бы, если бы ее вращение превратилось. Определив этот период из наблюдений и сравнив его с теоретически вычисленным для абсолютно твердой Земли (305 суток), можно узнать, насколько меняется сжатие Земли под действием центробежной силы. Тогда будет известна и действующая сила, и производимая ею деформация, т. е. как раз то, что нужно для определения механических свойств тела.

Но это еще не все. Тела, полностью восстанавливающие свою первоначальную форму сразу же после того, как прекратилось действие деформирующих сил, называются идеально упругими. Можно ли считать Землю идеально упругим телом? Данные о движении полюса могут оказаться полезными для выяснения и этого вопроса. Дело в том, что траектория невозмущенного движения полюса будет окружностью постоянного радиуса только в том случае, если Земля по своим свойствам приближается к идеально упругому телу. Если же она обладает значительной пластичностью, то радиус этой окружности будет постепенно уменьшаться (т. е. само движение будет затухать). Нелегко установить, каким именно является это движение на самом деле: затухающим или нет, так как различные возмущающие влияния постоянно нарушают его правильность и в то же время возбуждают и поддерживают это движение, не давая ему прекратиться.

В последнее время было сделано несколько попыток определить скорость затухания движения полюса, но они дали противоречивые результаты. Объясняется это не столько математическими трудностями (хотя эти трудности довольно велики), сколько недостаточной надежностью исходных данных. Это еще раз подтверждает, насколько важно располагать возможно более точными значениями координат полюса.

Поэтому понятно, почему десятки астрономов-наблюдателей в разных странах проводят каждую ясную ночь многие часы у своих инструментов, вновь и вновь повторяя точнейшие определения малых изменений угла между отвесной линией и осью вращения Земли.

Е.П. ФЕДОРОВ

ФОРУМ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ВСЕЛЕННОЙ *

XII съезд Международного астрономического союза

С каждым годом расширяются возможности для постановки наблюдений и экспериментов непосредственно в космическом пространстве и вместе с тем быстро и существенно меняются содержание и методы астрономических исследований. В этих условиях особенное значение приобретает взаимный обмен сведениями о том, над чем работают и что намеряют делать в дальнейшем астрономы в разных странах мира. Широкие возможности для такого обмена предоставляют съезды Международного астрономического союза (МАС). XII съезд МАС состоялся 2-го августа — 3 сентября 1964 г. в Гамбурге (ФРГ). Большое место в его работе занимало обсуждение новых задач астрономии, тесно связанных с освоением космического пространства и появлением новых средств исследования Вселенной.

МАСШТАБ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

В программу съезда была включена дискуссия об астрономических постоянных. Еще в прошлом столетии астрономы условились в своих вычислениях пользоваться одними и теми же числовыми значениями таких часто встречающихся величин, как скорость света, массы Солнца, Земли и Луны, среднее расстояние от Земли до Солнца, постоянные прецессии, нутации, абберации и т. д. Таблица этих значений, или система фундаментальных постоянных астрономии, была принята на Международной конференции в Париже в 1896 г. До последнего времени астрономы продолжали пользоваться этой системой без каких-либо исправлений, хотя с тех пор удалось получить более точные значения некоторых постоянных, заметно отличающиеся от принятых. Но теперь откладывать введение этих исправлений уже не представляется возможным.

Рассмотрим хотя бы измерение расстояний. За единицу расстояния в пределах солнечной системы обычно принимают длину большой полуоси орбиты Земли. Этой величиной, носящей название астрономической единицы (а. е.), удобно пользоваться в небесной механике, в частности при расчете движения планет, поскольку полуоси орбит планет, выраженные в а. е., известны с высокой точностью. Но вот среди этих естественных небесных тел появляется небесное тело, созданное руками человека — космическая ракета. При ее изготовлении применялась иная, не астрономическая, а «земная» система мер, в которой линейные размеры выражаются в сантиметрах, метрах и т. д. Понятно, что для проектирования космических ракет и расчета их траектории нужно иметь точные соотношения между системами, в частности нуж-

* Природа, 1965. — № 3.

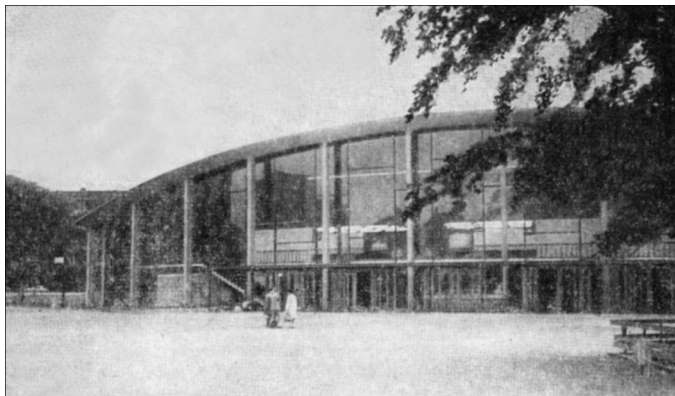


Рис. 1. Здание, где происходил съезд

но с большой точностью знать, сколько километров содержится в а. е. Здесь же на помощь астрономам приходит радарная техника.

Выступивший в ходе дискуссии об астрономических постоянных американский ученый И. Шапиро сообщил, что в самое последнее время из обработки 15 тыс. радиосигналов, отраженных Венерой, удалось получить новое значение а. е. (149 598 799 км), с вероятной ошибкой всего 50 км — точность, совершенно не достижимая при оптических методах. В новой системе фундаментальных постоянных астрономии, принятой на XII съезде МАС, а. е. равна 149 600 000 км — округленное среднее значение, полученное на основании радиолокационных определений в СССР, США и Англии.

ГРАНИЦЫ АСТРОНОМИИ

Итак, побудительной причиной для пересмотра системы фундаментальных постоянных астрономии были в значительной мере именно запросы космонавтики. При обсуждении на съезде почти каждой научной проблемы много внимания уделялось тому, как для ее решения могут быть привлечены внеатмосферные наблюдения и эксперименты непосредственно в космическом пространстве. В связи с этим участников съезда волновал вопрос о будущей роли астрономии в изучении Вселенной.

Высказывался взгляд, что границы астрономии должны быть расширены так, чтобы она охватывала все работы по изучению космических объектов вне зависимости от применяемых средств и методов. «Небесное тело, — говорят сторонники этого взгляда, — остается небесным телом и после того, как на него ступит нога человека». Но приходилось встречаться и с противоположным мнением, что в будущем, как и в прошлом, астрономы должны ограничиваться только наблюдениями с поверхности Земли. Характерный пример такого консервативного взгляда на будущее астрономии привел в своем докладе на съезде МАС в Гамбурге американский астроном Л. Голдберг. Когда докладчик занялся проектом орбитальной солнечной обсерватории, он получил от одного из своих коллег письмо, в котором выражалось сожаление о том, что Голдберг оставляет занятия астрономией ради космических иссле-



Рис. 2. Беседуют участники съезда: академик В.А. Амбарцумян (СССР) (справа) и Ф. Цвикки (США)

дований. «Не означает ли это, — спрашивал автор письма, — что я больше не буду встречать Вас на съездах МАС?».

Письмо это, по-видимому, было написано одним из тех астрономов, которые, по выражению Голдберга, «предпочитают смотреть на Вселенную через мутную, грязную и полупрозрачную атмосферу». Однако сторонников такого взгляда становится все меньше и меньше.

Возьмем хотя бы изучение Солнца. Рентгеновское и ультрафиолетовое излучение до длины волны 2900 \AA и радиоволны длиной более 10 м , испускаемые Солнцем, практически вообще не достигают поверхности Земли. Земная атмосфера задерживает также солнечное излучение в инфракрасной области. Значит, при помощи наземных средств можно успешно наблюдать излучение Солнца только в двух довольно узких участках спектра. Первый участок охватывает оптический диапазон, второй лежит в диапазоне радиоволн длиной от 1 см до 10 м . Судить по этим участкам о всем спектре Солнца так же трудно, как судить о музыкальном произведении, когда оно исполняется на рояле, у которого отсутствуют многие струны, так что звучат только две октавы в разных регистрах.

При изучении солнечного спектра внеатмосферные наблюдения дают возможность далеко продвинуться в сторону коротких волн: в последнее время были получены очень хорошие спектрограммы до волн длиной 30 \AA . Наблюдения в инфракрасной области спектра дали особенно ценные сведения при изучении планет. Но, пожалуй, самые интересные результаты внеатмосферных наблюдений, из числа доложенных на съезде МАС в Гамбурге, получены при помощи космической ракеты Рейнджер-7. Ко времени открытия съезда об этих результатах были опубликованы только краткие сообщения. Поэтому участники съезда с большим интересом выслушали доклады американских ученых, в которых сообщались довольно подробные данные, как о самой ракете Рейнджер-7 и ее полете, так и о полученных снимках Луны. Шесть телевизионных камер Рейнджера-7 были включены, когда расстояние между кораблем и Луной составляло 2125 км , а последний снимок был сделан с высоты 300 м . Меньше чем через секунду после этого Рейнджер врезался в поверхность Луны со скоростью более 2 км/с . На съезде был показан фильм, составленный из последовательных снимков, которые сменялись через 5 с , так что у зрителей создавалось впечатление толчкообразного приближения к поверхности Луны.

ОБСЕРВАТОРИИ В КОСМОСЕ

Советские делегаты имели также возможность ознакомиться с зарубежными планами внеатмосферных наблюдений. В США Национальным управлением по аэронавтике и изучению космического пространства (НАСА) намечается запуск нескольких орбитальных солнечных обсерваторий с различными приборами, предназначенными главным образом для дальнейшего изучения ультрафиолетового и рентгеновского спектра Солнца (до длины волн 1 \AA). При помощи космической станции на лунной орбите предполагается получить стереофотографии поверхности Луны с разрешением 2–16 м. Запуск орбитальной обсерватории, снабженной телескопом с диаметром 80 см, планируется также Европейской организацией космических исследований.

В настоящее время зарубежных ученых очень заботит проблема увеличения продолжительности работы астрономических обсерваторий в космосе. Действительно, создание и запуск такой обсерватории — дело сложное и дорогое. Так, по американскому проекту запуск нескольких орбитальных обсерваторий оценивается в 200 млн долларов. Этой суммы хватило бы на строительство по меньшей мере десяти больших современных наземных обсерваторий и обеспечение их работы в течение многих лет. Между тем каждая орбитальная солнечная обсерватория, по расчетам, будет функционировать только в течение года.

Конечно, более долговечными были бы обитаемые космические обсерватории. Их сотрудники могли бы в течение длительного времени поддерживать аппаратуру в рабочем состоянии, выполнять ремонт и даже производить сборку и юстировку астрономических инструментов, что может оказаться необходимым, если обсерватория будет в течение многих лет находиться на орбите.

Беседы с некоторыми зарубежными учеными в Гамбурге показали, что в связи с проблемой создания обитаемых обсерваторий в космосе они придают большое значение опыту групповых полетов советских космических кораблей. Сообщение о полете космического корабля «Восход» с тремя космонавтами на борту появилось уже после того, как участники Гамбургского съезда



Рис. 3. В кулуарах съезда (слева направо): П.Г. Куликовский (СССР), Ч. Федерер (редактор американского журнала «Sky and Telescope»), В.П. Цесевич (СССР)

МАС разъехались по своим странам. Но можно не сомневаться в том, что они дали высокую оценку и этому замечательному достижению советской науки и техники как существенному этапу на пути создания больших орбитальных астрономических обсерваторий.

Мы перечислили несколько задач, при решении которых основную роль призваны сыграть внеатмосферные наблюдения. Но можно указать и такие проблемы, для которых основным методом, вероятно, надолго останутся наблюдения с поверхности Земли. В большинстве же случаев наибольшего успеха следует ожидать от сочетания внеатмосферных наблюдений и наблюдений на мощных наземных оптических и радиотелескопах.

НАБЛЮДЕНИЯ С ЗЕМЛИ

По-видимому, и в развитии наземных средств наблюдений теперь начинается новый этап. Прежде всего это относится к Советскому Союзу. На Крымской астрофизической обсерватории АН СССР уже установлен рефлектор с диаметром зеркала 2,6 м. Инструментами такого же размера будут оснащены и некоторые другие советские обсерватории. В настоящее время ведутся работы по созданию гигантского телескопа с 6-метровым зеркалом, который будет величайшим астрономическим инструментом в мире. Зарубежные астрономы на Гамбургском съезде МАС проявляли особенно большой интерес к этому советскому проекту: о нем спрашивали по многу раз, вероятно, каждого из советских делегатов.



Рис. 4. Общий вид Гамбургской обсерватории

Со своей стороны, советские ученые имели возможность ознакомиться с планами развития астрономических обсерваторий в других странах. Для этих планов характерно объединение денежных средств, технических возможностей, научных и инженерных кадров нескольких государств для строительства межнациональных обсерваторий. На таких кооперативных началах строится, например, в Касилла (Чили) Южная обсерватория стран Западной Европы. Для нее заказан телескоп с кварцевым зеркалом диаметром 3,5 м. Такого же размера инструменты предполагается установить в Австралии, Франции и на обсерватории Китт Пик в США. Одно из заседаний Комиссии по радиоастрономии в Гамбурге было посвящено обсуждению плана создания международного радиотелескопа. Однако это обсуждение носило предварительный характер и пока не привело к выбору какого-либо определенного типа инструмента.

Подъем астрономических инструментов на спутниках и ракетах и введение в действие новых мощных телескопов обеспечат получение наблюдательного материала такого качества и в таком количестве, каких не знали прежние поколения астрономов. Следовательно, необходимо организовать обработку всего этого материала так, чтобы она выполнялась быстро и по возможности без затраты большого труда. Осуществить это можно только путем автоматизации тех операций, при выполнении которых машина может заменить человека. С некоторыми работами, ведущимися в этом направлении за рубежом, советские астрономы имели возможность ознакомиться как на самом съезде в Гамбурге, так и при посещении астрономических учреждений ФРГ. Например, полностью автоматизированная измерительная машина «Галактика» для определения по негативам координат и блеска готовится в Эдинбургском университете (Англия). Если, как предполагается, ее «производительность» будет доведена до 10 тысяч звезд в день, эта машина сможет заменить более ста опытных лаборантов. Но дело не только в простой замене. Автоматизация открывает возможности для постановки таких задач, о которых ранее ввиду их трудоемкости нельзя было и думать.

САМОЕ ВАЖНОЕ

Строительство больших наземных оптических и радиотелескопов, запуск орбитальных обсерваторий, совершенствование аппаратуры для приема излучения в различных диапазонах (от рентгеновских лучей до длинных радиоволн), автоматизация обработки наблюдений — вот те направления в развитии средств астрономических исследований, которые отчетливо наметились на Гамбургском съезде МАС.

На решение каких же именно проблем будут направлены эти средства? Круг вопросов, обсуждавшихся на съезде, был очень широк. Однако, если суммировать впечатления от научных дискуссий, можно выделить четыре направления, которые привлекают в настоящее время наибольшее внимание астрономов.

1. Всестороннее изучение планет в связи с подготовкой к межпланетным полетам человека и, прежде всего, Луны как ближайшей цели этих полетов.
2. Исследование Солнца и межпланетной среды.

3. Изучение строения и эволюции звезд и нашей звездной системы.
4. Исследование галактик и происходящих в их ядрах грандиозных взрывов, связанных с глубинными процессами освобождения энергии.

* * *

В заключение — несколько слов об организации работ съезда. Торжественное открытие состоялось в Большой аудитории Гамбургского университета. По установившейся традиции, представители того государства и города, где происходит съезд, произнесли приветственные речи. В ответном слове президент Международного астрономического союза акад. В.А. Амбарцумян остановился на заслугах немецкой науки в области исследования Вселенной.

В состав МАС входит 36 комиссий, курирующих астрономические исследования по определенным разделам. Так, например, есть комиссии по изучению Луны, комет, планет, комиссия по радиоастрономии, комиссия по внеатмосферным наблюдениям и т. д. Основная деятельность съездов МАС проходит именно на заседаниях комиссий. Здесь подводятся итоги работы, выполненной со времени предшествующего съезда (т. е., как правило, за 3 года), обсуждаются планы совместных исследований, заслушиваются краткие научные сообщения.

В программу XII съезда МАС входили дискуссии по некоторым актуальным проблемам современной астрономии, обзорные лекции и общие собрания, на которых обсуждались главным образом организационные вопросы. Мы уже упоминали дискуссию об астрономических постоянных. Темы широкого обсуждения на Гамбургском съезде МАС были радиогалактики, тесные двойные звезды, туманность Ориона, локальная структура и движение в Галактике, теория аэродинамических эффектов в звездных атмосферах. Директор Крымской астрофизической обсерватории АН СССР, чл.-корр. АН СССР А.Б. Северный выступил перед многочисленной аудиторией участников съезда — всего в Гамбург приехало более 1500 членов МАС и гостей — с лекцией о магнитных полях на Солнце.

В связи с истечением срока полномочий В.А. Амбарцумяна на съезде в Гамбурге состоялись выборы нового президента МАС. В.А. Амбарцумян предложил кандидатуру бельгийского астронома, широко известного своими работами по физике комет, проф. П. Свингса. Эта кандидатура была единодушно поддержана. Вице-президентом МАС избран А.Б. Северный.

Дни совместной работы, оживленный обмен мнениями не только на заседаниях, но и во время экскурсий или в студенческой столовой, где завтракали и обедали участники съезда, очень их сблизили. Прощаясь, мы искренно желали друг другу прийти с новыми большими успехами к следующей встрече, которая состоится в Праге в 1967 г.

E.P. FEDOROV

NUTATION *

The Nutation is a term used to denote periodic changes in the orientation of the earth's rotation axis in space. These changes are caused largely by the pull of the moon and sun on the earth's equatorial bulge. For this reason the nutation is often called luni-solar or forced.

The *forced nutation* considered here is not to be confused with the so called «free or Eulerian nutation». This term is often used to denote the free polar motion or the Chandler wobble which can be expressed either as an angular displacement of the rotation axis relative to the earth itself, or as a linear displacement of the pole of rotation on the surface of the earth.

This phenomenon is of great interest for geophysics, since the study of nutation may contribute substantially to an understanding of the inner structure of the earth. The rotation of the earth is affected by its deformations and transfers of mass upon and within the earth; these mass transfers in turn are brought about by the operation of meteorological and geophysical processes. It is, however, useful to consider at first the motion that would occur were the earth a perfectly rigid body. This motion is a theoretical standard, which in most respects represents the actual motion to a very high degree of accuracy, and it is an essential basis of reference for the determination of departures from rigidity.

When dealing with the rotation of the earth, Newton employed a model composed of a ball and a ring, the latter being the substitute of the earth's equatorial bulge (see Fig. 1). We shall make use of this model too, for it is very convenient for visualizing the nature of the motion. Masses of the ball and the ring should be chosen so as to make the moments of inertia of the model equal to those of the earth. Then the gravitational action of any external body on the model will be the same as on the earth. The form and dimensions of the earth, and the distribution of mass within the interior, do not explicitly appear in the equation of motion.

The attraction of any external body on the ball gives rise to no torque. Thus we may confine ourselves to consideration of the action on the ring only. This action gives rise to a vector moment \mathbf{G} which lies in the plane of the ring (i. e., equatorial plane) and is perpendicular to the direction OS from the center of the earth to that of the external body. We denote by δ the angle between this direction and the equatorial plane.

* The Encyclopedia of atmospheric sciences and astrogeology, 1967. — N 4.

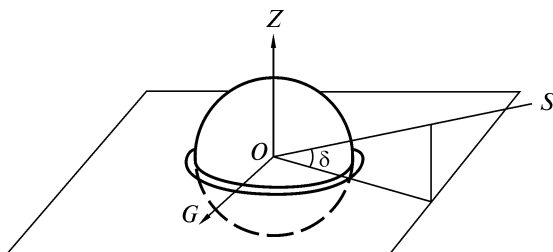


Fig. 1. Newton's model

It is obvious that the torque \mathbf{G} is proportional to mass M of the external body that attracts the ring, to mass m of the ring itself, and to its dimensions. At the same time, it is easy to see that this torque becomes smaller as the distance r of the acting body from the earth increases and the angle δ decreases. Mathematically this may be expressed as follows:

$$G = \frac{3}{2} \frac{fa^2m}{r^3} \sin \delta \cos \delta,$$

where f is the constant of gravitation and a is the radius of the ring.

Owing to the symmetry of the ball, its moment of inertia about any axis, through the center of mass, is of the same value. We denote it by I . The moment of inertia of the ring is a maximum about the axis perpendicular to the plane of the ring. It may be easily shown that this moment is equal to a^2m . The moment of inertia about any axis in equatorial plane is $\frac{1}{2}a^2m$. Hence the maximum and minimum moments of inertia of the whole model (the ball and the ring together) are correspondingly

$$C = I + a^2m, \quad A = I + \frac{1}{2}a^2m.$$

Noticing that

$$C - A = \frac{1}{2}a^2m$$

we may write the formula for the torque acting on the earth in the form

$$G = \frac{3f(C - A)M}{r^3} \sin \delta \cos \delta.$$

If it were not for the earth's rotation, the action of the torque \mathbf{G} would be to reduce the angle δ to zero. But actually, the action is quite different because of the gyroscopic effect.

The motion of the earth, relative to the center of mass, can be represented at every instant by the rotation around an *instantaneous* axis through the center of mass. This axis intersects the earth's surface at two points called the *poles of rotation* and the celestial sphere at two points called the *celestial poles*. In other words, the rotation axis extends through the poles of rotation from one celestial pole to the other. It is convenient to represent the angular velocity of the earth by the vector ω drawn along the instantaneous axis and proportional in length to the rate of rotation. Then we may define the *nutation* as a motion of the celestial pole on the celestial sphere or as a motion of the vector angular velocity in space.

However it is not the angular velocity but the *angular momentum* of the Earth that is directly connected with the torque \mathbf{G} . This momentum is known to be a vector whose component along any axis, through the center of mass, is equal to the component of the vector $\boldsymbol{\omega}$ along the same axis multiplied by the moment of inertia about this axis. We denote the angular momentum by \mathbf{H} .

Let the projections of the vector $\boldsymbol{\omega}$ on the axis of figure OZ and on the equatorial plane be ω_z and ω_1 . Then the projection of the vector \mathbf{H} on the same axis and plane will be

$$H_z = C\omega_z, \quad H_1 = A\omega_1.$$

Now astronomic observations show that the actual departure of the axis of rotation from the *axis of figure*, that is measured by the angle γ (see Fig. 2) is always very small. The order of magnitude of this angle is about $0''.3$, which corresponds to 10 meters at the surface of the earth. We denote by α_1 the angle between the vector \mathbf{H} and the axis OZ and by β the angle between two vectors \mathbf{H} and $\boldsymbol{\omega}$. Noticing that

$$\beta = \gamma - \alpha_1$$

we may take approximately

$$\tan \beta = \tan \gamma - \tan \alpha$$

and then

$$\tan \beta = \frac{\omega_1}{\omega_z} - \frac{A}{C} \frac{\omega_1}{\omega_z} = \frac{C-A}{C} \tan \gamma.$$

Since γ is small, this formula can be written as

$$\beta = \frac{C-A}{C} \gamma.$$

It follows from this expression that β does not amount to $0''.001$ or 6 cm at the earth's surface, since the numerical value of $C - A/A$ is approximately $1/300$. Hence the vector \mathbf{H} virtually coincides with $\boldsymbol{\omega}$, and we may write simply

$$\mathbf{H} = C\boldsymbol{\omega}$$

which means that the motion of the earth's rotation axis in space is the same as that of the vector angular momentum \mathbf{H} . It should be a present task for us to find how this vector moves in space under the influence of the external forces.

To describe this motion we need a certain frame of reference (see Fig. 3). As such a frame we take a set of rectangular axes $X'Y'Z'$ fixed in space, so that the axis OZ' is directed towards the north pole of the ecliptic, considered as fixed for a certain epoch, and OX' towards the equinox of the same epoch.

Let OL be the line in which the moving plane $Z'OL$ through the axis OZ' and the vector \mathbf{H} intersects the plane of the fixed ecliptic. We denote by Ψ the angle between this line and the fixed line of equinoxes OX . Now the angle ε in the plane $Z'OL$ and the angle Ψ reckoned positive eastward from the fixed X' -axis on the ecliptic are sufficient to locate the vector angular momentum \mathbf{H} in the reference system that is fixed in space. To determine the motion of this vector the angles ε and Ψ should be expressed in terms of time. For this purpose, we may make use of

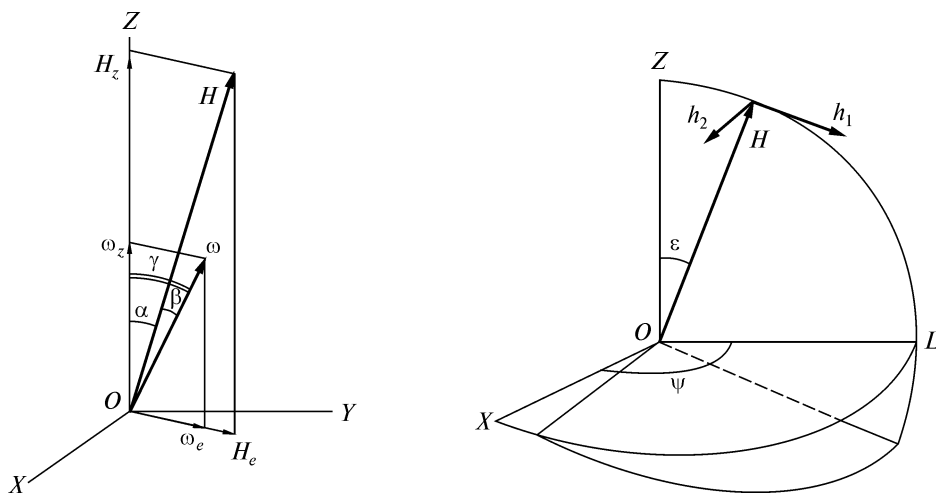


Fig. 2. Angular momentum (H) related to space coordinates XYZ (see text)

Fig. 3. Relation of the vector \mathbf{H} (angular momentum) to the fixed ecliptic

the following law known from the general dynamics: the rate of change of the vector angular momentum of any system of particles about the center of mass, is equal to the vector moment \mathbf{G} of the external forces, or

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{G}.$$

The magnitude of \mathbf{H} being taken as constant, its motion may be represented as the resultant of a rotation at a rate $d\Psi/dt$ around the axis OZ' perpendicular to the plane of the fixed ecliptic, and a rotation at a rate $d\varepsilon/dt$ around the line perpendicular to the moving plane $Z'OL$. Accordingly the rate of change of the vector \mathbf{H} may be resolved into two components \mathbf{h}_1 and \mathbf{h}_2 , so that \mathbf{h}_1 lies in the plane $Z'OL$ and \mathbf{h}_2 is perpendicular to this plane. We have

$$h_1 = H \frac{d\varepsilon}{dt} = C\omega \frac{d\varepsilon}{dt},$$

$$-h_2 = H \sin \varepsilon \frac{d\Psi}{dt} = C\omega \sin \varepsilon \frac{d\Psi}{dt}.$$

Projecting the vector moment \mathbf{G} on the directions of \mathbf{h}_1 and \mathbf{h}_2 we get $G\cos\alpha$ and $G\sin\alpha$, where α is the angle between the vector \mathbf{G} and the direction of \mathbf{h}_1 . Using the expression for the torque and its relation to the rate of change of the vector \mathbf{H} given above, we find after a simple rearrangement

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{3fM}{2\omega r^3} \frac{C-A}{C} \sin 2\delta \cos \alpha,$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{-3fM}{2\omega r^3} \frac{C-A}{C} \frac{1}{\sin \varepsilon} \sin 2\delta \cos \alpha.$$

These formulas are known as *Poisson's equations*. The values δ and α depend upon the position of the external body that acts on the earth and hence may be expressed in terms of the coordinates of the sun and moon in the fixed set of axes, or directly in terms of the known orbital elements of these bodies.

Then the solution of the Poisson's equations can be put in the following form

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_n; \quad \Psi = \Psi_p + \Psi_n$$

so that ε_p and Ψ_p increase continuously with time, while ε_n and Ψ_n represent periodic functions of time. The first type of terms gives the luni-solar precession and the last ones the luni-solar nutation. Since ε is virtually the inclination of the moving equator to the plane of the fixed ecliptic, i. e., the obliquity, ε_n is called the luni-solar nutation in obliquity. It is traditional in astronomy to use, instead of Ψ , the angle ψ reckoned in the plane of the fixed ecliptic from the fixed X' -axis to the descending node of the equator on the fixed ecliptic, i. e., the longitude of this descending node reckoned from the fixed equinox. This angle is apparently equal to $\Psi + 270^\circ$. Then $\psi = \Psi + 270^\circ$ may be called the luni-solar nutation in longitude.

Both ε_n and ψ_n can be developed into series of periodic terms; the most complete and exact development has been given by E.W. Woollard. The largest term of each series, or the so called *principal term of nutation*, is that depending upon the mean longitude of the ascending node of the moon's orbit Ω . For the principal terms of nutation in obliquity and longitude we have correspondingly the following expressions

$$9''.2100 \cos \Omega = 9''.2100 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \nu\right),$$

$$-17''.2327 \sin \Omega = -17''.2327 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \nu\right),$$

where the period $T = 6798$ days $\cong 19$ years, t is time measured in the same units as T from a certain initial epoch. The phase ν depends upon this epoch. Other terms may be written in the same form. Considering only the terms with coefficients greater than $0''.05$ (see Table 1).

The variation of the angles ε_n and ψ_n causes a continuous motion of the celestial poles. Plotting the position of the pole from instant to instant, we get the curve shown on Fig 4. The amplitude of the principal nutation in obliquity is called the

Table 1

Term	Approximate Period (days)	Coefficient	
		Obliquity (cos)	Longitude (sin)
Principal	6798	+9''.2100	-17''.2327
Semi-annual	183	+0''.5522	-1''.2729
With argument 2Ω	3399	-0''.0904	+0''.2088
Fortnightly	13,7	+0''.0884	-0''.2037
Annual	365	+0''.1261
Monthly	27,6	+0''.0675

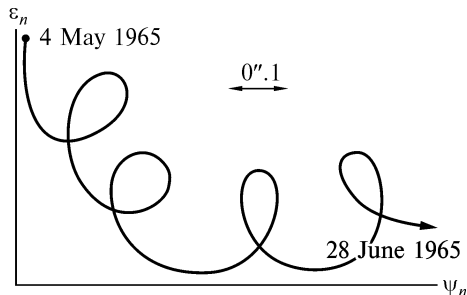


Fig. 4. Trajectory of celestial pole

constant of nutation and designated by N . It can be easily understood that this amplitude is proportional to the torque G and, hence, to the value $C - A/C$ and to the masses of the celestial bodies that disturb the rotation of the earth. The exact expression for N is

$$N = \kappa \frac{C - A}{C} \frac{\mu}{1 + \mu},$$

where μ is the ratio of the mass of the moon to that of the earth, and κ is a known

constant. The numerical value of N can be derived from astronomical observations of such a kind that are capable of giving the position of the celestial pole among stars. The principal determinations of the observed values of the constant of nutation are shown in Table 2.

The value $9''.210$ obtained by Newcomb was adopted at the Paris International Conference in 1896 and since then generally employed in the reduction of astronomical observations.

Another way of finding the value of the constant of nutation is to compute it theoretically from the value of the mass of the moon and the observed value of the constant of precession. For a rigid earth, the computed value of N would be $9''.2272$ or $9''.2242$, respectively, according to whether Spencer Jones's or Rabe's solar parallax is adopted. These values are noticeably larger than those determined directly from observations.

This discrepancy was the inducement for a reconsideration of the assumptions concerning the physical properties of the earth embodied in the theory, especially the assumption that the earth is an absolutely rigid body. The effect of elasticity had been shown to be small, and the explanation was to be sought in the effect of a liquid core.

The *hypothesis of a liquid interior of the earth* was advanced originally to explain volcanic eruptions and the geothermal gradient. The problem of a rotating earth, consisting of a rigid shell and liquid core, was first considered by Hopkins in 1830

Table 2

Author	Observations	Value of N
Newcomb (1895)	Old observations of greater confidence	$9''.210 \pm 0''.008$
Przybyllok (1920)	Observations at the stations of the International Latitude Service, 1900—1915	$9''.2069 \pm 0''.0030$
Spencer Jones (1939)	Observations with the Cookson floating telescope at Greenwich, 1911—1936	$9''.2066 \pm 0''.0055$
Morgan (1943)	Observations with the photographic zenith tube at Washington, 1903—1925	$9''.206 \pm 0''.007$
Fedorov (1958)	Observations at the stations of the International Latitude Service, 1900—1934	$9''.198 \pm 0''.002$

Table 3

Model	Nutation in Obliquity		Nutation in Longitude	
	Principal Term	Fortnightly Term	Principal Term	Fortnightly Term
I	9".2015	0".0972	6".826	0".0896
II	9.2187	0.0971	6.8491	0.0897
III	9.1963	0.0969	6.8325	0.0899
IV	9.1997	0.0965	6.8369	0.0895
Observed values	9.1974	0.0965	6.8437	0.0934

and somewhat later by W. Thomson (Kelvin) who in particular pointed out that the effect of a liquid core would noticeably increase the semiannual and especially the fortnightly nutation. This hypothesis, published by W. Thomson without proof, was confirmed by Th. Sloudsky in 1895 and H. Poincare in 1910. However lack of knowledge about the inner structure of the earth prevented them from getting numerical results. Later the development of seismology furnished fundamental information about the size, mass, density and compressibility of the core. This enables some authors to give not only a qualitative but also a quantitative estimate of the dynamic effect of the core. The modern theory of nutation is based on earth models closely approaching the constitution of the earth as known today.

H. Jeffreys and R.O. Vicente considered two models of the earth composed of an elastic shell and a liquid core. In one of these, the core is replaced by a homogeneous incompressible fluid with an extra particle in the center (Model I). In the other it is taken as having a quadratic density distribution, the variation of density being taken as wholly due to compression (Model II). M.S. Molodensky also considered two models. One of them is also based on the assumption that the variation of density in the core is due to adiabatic compression (Model III). In the other model Molodensky has taken into account an inner core with the radius equal to one-fifth of that of the earth (Model IV).

The following values of coefficients (Table 3) of the principal and fortnightly terms of nutation in obliquity and longitude have been obtained for these models.

The observed values represent the results obtained by E.P. Fedorov from latitude observations.

REFERENCES

1. *Woolard E.W.* Theory of the rotation of the earth about its center of mass, *Astr. Pap. Am. Ephem.*, 1953, **15**, Part I.
2. *Vicente R.O.* The Theory of Nutation and the Internal Constitution of the Earth, in «Physics and Chemistry of the Earth», Vol. 4. — New York: Pergamon Press, 1961. — 251 p.
3. *Fedorov E.P.* Nutation and Forced Motion of the Earth's Pole. — New York: Pergamon Press, 1963.

АСТРОНОМІЯ*

Астрономічні дослідження на Україні розпочалися ще у першому десятиріччі ХІХ ст. В 1808 р. було засновано астрономічну обсерваторію у Харкові, а в 1821 р. — у Миколаєві. В цих обсерваторіях, а також в обсерваторіях Київського, Одеського та Львівського університетів, заснованих пізніше, провадились систематичні астрономічні спостереження та інші наукові роботи. Серед співробітників цих обсерваторій було чимало видатних учених: Л.О. Струве, М.Ф. Хандриков, В.І. Фабріціус та ін. Таким чином, ще до Великої Жовтневої соціалістичної революції на Україні сформувалися традиції в галузі астрономічних досліджень.

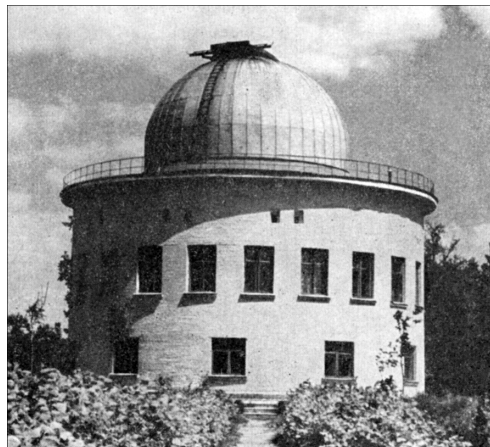
Першим астрономічним науковим закладом Академії наук УРСР є Полтавська гравіметрична обсерваторія, заснована у 1926 р. за ініціативою О.Я. Орлова. Основним завданням обсерваторії стало комплексне вивчення обертання і припливних деформацій Землі — один з головних засобів дослідження її внутрішньої будови. Вибір місця для обсерваторії визначився саме цим завданням, бо географічне положення Полтави є винятково вигідним: на паралелі Полтави біля зеніту кульмінують дві яскраві зорі, до того ж дуже вигідно розташовані щодо прямого сходження. Спостереження ж яскравих зір, що кульмінують біля зеніту, є дуже цінними для вивчення змінності широти.

Спостереження яскравих зенітних зір розпочав у Полтаві М.А. Попов у 1939 р., відновивши їх у 1944 р. після перерви, викликані війною. Ці спостереження тривають і тепер. З них зроблено важливі висновки щодо внутрішньої будови Землі. Встановлено, що дійсна амплітуда півмісячної нутації відрізняється від амплітуди, визначеної теоретично щодо абсолютно твердої Землі. Це пояснюється впливом рідкого ядра Землі на її обертання. Іншим виявом цього впливу є дуже слабкі коливання осі обертання Землі, період яких близький до доби. Ці коливання вперше виявив також з аналізу полтавських спостережень зенітних зір М.А. Попов.

Було доцільно перевірити, чи мають місце такі ефекти в інших спостереженнях. З цією метою в Полтавській гравіметричній, а потім і в Головній астрономічній обсерваторіях АН УРСР (рис. 1, 2) було розпочато обробку матеріалів спостережень змінності широт різних обсерваторій. Застосування сучасних математичних методів та швидкодіючих обчислювальних машин дало

* Історія АН УРСР. — К., 1967.

Рис. 1. Башта сімдесятисантиметрового рефлектора Головної астрономічної обсерваторії АН УРСР



можливість провести обробку на значно вищому рівні та з повнішим охопленням даних спостережень, ніж будь-коли раніше. Було знайдено нові значення коефіцієнтів головних членів нутації (Є.П. Федоров) і докладно вивчено спектри неполярних коливань широти.

Широтні спостереження в Полтаві використовуються також для визначення координат полюсів Землі, що було першою метою спостережень

над змінністю широт взагалі. Над цими визначеннями з початку ХХ ст. працює Центральне бюро Міжнародної служби широти. Але принципи, покладені в основу його роботи, викликали серйозні заперечення.

О.Я. Орлов навів переконливі докази на користь того, що середні широти всіх обсерваторій підлягають повільним змінам, які не можна пояснити віковим рухом полюса, як це робилось у згаданій установі. Ідеї О.Я. Орлова було покладено в основу досліджень українськими вченими руху полюсів Землі. Тепер ці ідеї набули визнання й за кордоном. За допомогою координат полюса, одержаних в системі О.Я. Орлова, було обчислено затухання вільної нутації (М.І. Панченко).

Для вивчення змінності широт застосовують засоби й методи астрономії, а для вивчення земних припливів — засоби й методи гравіметрії. В роботах Полтавської обсерваторії ці два напрями органічно поєднуються і підпорядковуються загальній меті — дослідженню механічних властивостей Землі. Вивчення змінності широт та руху полюсів Землі безпосередньо пов'язані також з завданням фундаментальної астрометрії та вивченням припливних деформацій Землі, що його організувала в ряді пунктів України Полтавська гравіметрична обсерваторія (З.М. Аксентьева).

Визначення точних координат небесних тіл українські астрономи проводили ще в дореволюційні роки. На думку О.Я. Орлова, саме ці роботи мали стати основними для Головної астрономічної обсерваторії АН УРСР, заснованої за його ініціативою в 1946 р. в Києві. В обсерваторії було встановлено вертикальний круг Ваншаффа — першокласний інструмент для визначення схилень, і в 1950 р. на ньому розпочато систематичні дослідження.

Визначення точних положень небесних тіл вимагає багатьох років наполегливої праці. Такі роботи часто виконуються кількома обсерваторіями за спільним планом. Головна астрономічна обсерваторія АН УРСР бере активну участь у такому співробітництві. За допомогою вертикального круга тут складено кілька каталогів, які відзначаються високою точністю, зокрема каталог схилень фундаментальних зір, складений на основі 12 тис. абсолютних спостережень (О.К. Король), та каталог «широтних зір» (А.С. Харін), для складання якого було використано 16 тис. спостережень диференціальним способом.

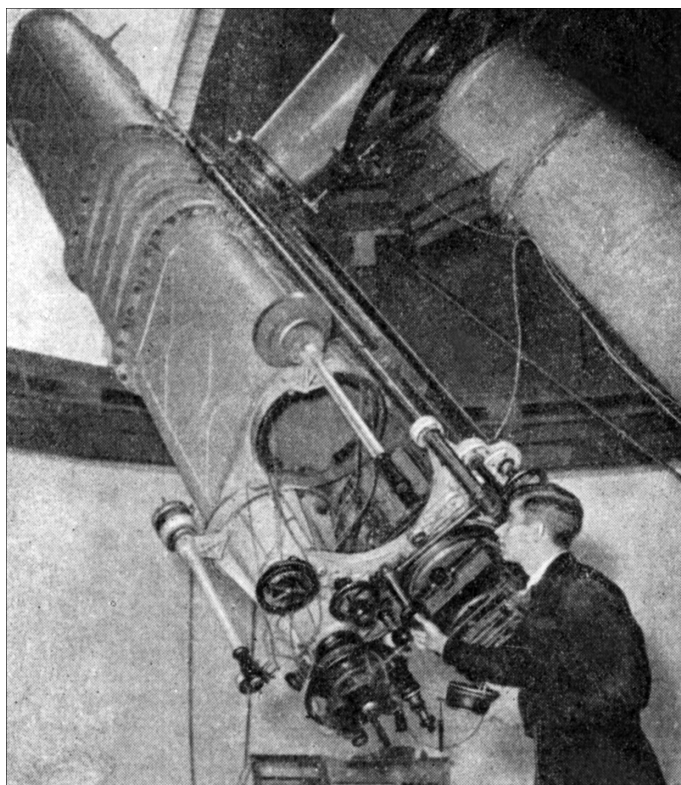


Рис. 2. Телескоп-рефлектор
Головної астрономічної
обсерваторії АН УРСР

Для фотографічних визначень положень зір в Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР застосовують подвійний астрограф (діаметр фотооб'єктива 40 см, фокусна віддаль 5,5 м), за допомогою якого одержано вже понад 4 тис. негативів. Для визначення власних рухів зір передбачається повторно сфотографувати ті самі ділянки неба через 20 років. Значну кількість робіт з фотографічної астрометрії обсерваторія виконує у співробітництві з іншими радянськими та закордонними обсерваторіями за планом робіт, що стосується складання каталогу слабких зір.

Важливе місце в роботах українських астрономів посідає вивчення будови та лібрації Місяця. Знання форми місячного диска, точніше крайової частини його поверхні, потрібне насамперед для того, щоб мати можливість при обробці позиційних і геліометричних спостережень Місяця переходити від точок його краю до центра. А.О. Яковкін довів, що загальноприйняте уявлення про фігуру місячного диска (круг сталого радіуса, центр якого збігається з центром Місяця) не відповідає даним спостережень. З аналізу спостережень Місяця випливає, що радіус місячного кола дещо змінюється залежно від лібрації, а центр цього кола переміщується щодо центра мас Місяця. Виходячи з цього, А.О. Яковкін запропонував іншу модель Місяця; він і його учні наводять все нові докази того, що ця модель цілком відповідає даним спостережень. А.О. Яковкін запропонував при вивченні лібрації Місяця спостерігати не край його, що неправильно і постійно змінюється при поворотах Місяця що-

до спостерігача, а зміни положень окремих чітких деталей місячної поверхні, які відбуваються внаслідок його лібрації. Цей метод з успіхом застосовується в Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР. За його допомогою уточнено кут нахилу осі обертання Місяця до екліптики і деякі інші величини, що відіграють значну роль в теорії фізичної лібрації Місяця (А.А. Гориня).

Запуск в СРСР першого штучного супутника Землі в жовтні 1957 р. та наступний швидкий розвиток засобів активного проникнення в космос привели до перегляду ролі астрономії у вивченні Всесвіту та планів астрономічних досліджень. Це позначилося й на розвитку астрономічних досліджень в АН УРСР. За приклад можуть правити саме роботи, що стосуються вивчення фігури Місяця. Тепер ці роботи набули нового напрямку — уточнення даних щодо загальної фігури Місяця (а не тільки його крайової зони) та створення бази для картографування місячної поверхні. Роботи в цьому напрямі розгорнуто в Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР протягом останніх років. Першим результатом їх є каталог селеноцентричних координат 500 базисних точок на поверхні Місяця (І.В. Гаврилов).

Наступним кроком повинно стати детальніше вивчення рельєфу місячної поверхні. Для визначення висот окремих утворень (гір, валів, кратерів тощо) звичайно застосовували метод, який ґрунтується на вимірюванні довжини тіней, що їх відкидають ці утворення на навколишню місцевість. Але цей спосіб не можна застосувати до порівняно рівних частин місячної поверхні. Для вивчення рельєфу таких ділянок у Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР застосували фотометричний спосіб. Він ґрунтується на тому, що в близькій до термінатора ділянці схили в бік Сонця помітно світліші від протилежних. За таким способом вдалося скласти детальні карти рельєфу кількох ділянок поверхні Місяця.

Видатна роль у розвитку на Україні досліджень з фізики Місяця та планет належить М.П. Барабашову. Створена ним в Астрономічній обсерваторії Харківського університету школа в галузі вивчення планет збагатила цю галузь астрономії багатьма важливими результатами.

В останні роки планетні дослідження почали швидко розвиватися і в Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР. Основними об'єктами досліджень є Місяць, Венера і Марс, а основними засобами — спектрофотометричні, поляриметричні та фотоелектричні спостереження. Досліджено особливості спектрів кількох об'єктів на поверхні Місяця, спричинених, зокрема, свіченням газів або люмінесценцією. На основі фазової залежності поляризації Марса, вимірюваної для різних довжин хвиль, вивчено інверсії поляризації з довжиною хвилі, що зумовлюється атмосферою планети. Звідси визначено атмосферний тиск на поверхні Марса. Вивчається також відбивна здатність цієї поверхні (І.К. Коваль, О.В. Мороженко).

Найширше розгорнулися дослідження з фізики Сонця в Кримській астрофізичній обсерваторії АН СРСР. Тут зроблено дуже важливі висновки про магнітні поля на Сонці (А.Б. Северний). Систематичні спостереження та інші дослідження з фізики Сонця протягом багатьох років ведуть також астрономічні обсерваторії Київського, Львівського та Харківського університетів. З 1957 р. ці роботи розпочалися і в Головній астрономічній обсерваторії АН

УРСР. Стимулом для їх розгортання стало проведення Міжнародного геофізичного року. Спершу було розпочато «патрульні» спостереження на хромосферному телескопі, а пізніше, в 1959 р. — спектральні спостереження протуберанців, волокон, зворотних викидів. За матеріалами цих спостережень вивчаються фізичні умови в активних утвореннях на Сонці (Е.А. Гуртовенко, Н.М. Мороженко).

Останнім часом особливо актуальним стало з'ясування впливу, що його справляють на умови в міжпланетному просторі активні процеси на Сонці. У зв'язку з цим за пропозицією С.К. Всехсвятського до програми Міжнародного року спокійного Сонця були включені спостереження комет. Збирання й узагальнення даних цих спостережень доручено Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР. В обсерваторії розпочато також спостереження та теоретичні роботи з фізики комет (В.П. Конопльова). Ці роботи ведуться спільно з кафедрою астрономії Київського університету.

Астрономи АН УРСР провадять дослідження у тісному співробітництві з науковцями інших союзних республік, зокрема, вивчення будови Галактики, що проводиться за загальним планом Абастуманської астрофізичної обсерваторії АН Грузинської РСР та Головної астрономічної обсерваторії АН УРСР з метою з'ясування просторового розподілу зір, газової та пилової матерії в Галактиці. Першим етапом цих обширних досліджень в Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР було складання фотометричного каталогу 22 тис. зір в кількох ділянках Молочного Шляху (Ш.Г. Горделадзе та ін.). На основі цього каталогу визначено віддалі до пилових хмар, величини, що характеризують поглинання світла, просторову густину зір різних спектральних класів.

Потужні телескопи (рефлектор діаметром 2,4 м тощо), а також сучасне допоміжне устаткування, що ним було обладнано в післявоєнні роки Кримську астрофізичну обсерваторію АН СРСР, озброїли науковців засобами для розв'язання найактуальніших проблем фізики зір. Значно розвинулися, зокрема, спектральні дослідження, що їх розпочав ще Г.А. Шайн, а також роботи з точної електрофотометрії зір (В.Б. Никонов).

Широко відомі в СРСР і за рубежом дослідження змінних зір, які провадяться в Одеській астрономічній обсерваторії під керівництвом В.П. Цесевича. За його ініціативою такі самі дослідження розпочато також у Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР. Разом з іншими дослідженнями з фізики зір вони поступово утворюють один загальний напрям: вивчення фізичних процесів в нестаціонарних зорях у зв'язку з проблемами зоряної еволюції. Роботи у цьому напрямі ведуться так. З аналізу широких матеріалів спостережень виводяться статистичні характеристики зміни блиску змінних зір (Ф.Й. Лукацька) і розглядаються теоретично фізичні явища, які можуть пояснити спостережувані ефекти. Такими явищами є обертання зір (В.В. Порфир'єв), хвильові процеси в зоряних атмосферах, викидання гарячих згустків речовини з глибин на поверхню зір.

Оскільки астрономічні спостереження з поверхні Землі будуть і надалі одним з основних засобів вивчення Всесвіту, необхідно продовжити дослідження умов поширення світла в земній атмосфері. Ці дослідження важливі ще й тому, що дають цінну інформацію про фізичні процеси в атмосфері Землі. В Головній астрономічній обсерваторії АН УРСР ці дослідження роз-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

почато у 1955 р. Одержано статистичні характеристики тремтіння та мерехтіння зір і на основі цих даних зроблено висновки про розмір оптичних неоднорідностей в атмосфері (І.Г. Колчинський).

Видатні успіхи в освоєнні космосу дають в руки вчених нові засоби дослідження Всесвіту і висувають перед ними нові відповідальні завдання. Українські астрономи у тісній співдружності з астрономами братніх республік активно працюють над розв'язанням цих завдань.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Орлов А.Я. Полтавская гравиметрическая обсерватория Академии наук УССР. «Труды Полтавской гравиметрической обсерватории АН УССР», 1950, т. 3.
2. Барабашов Н.П. Развитие астрономии на Украине / Природа, 1954, № 8.
3. Федоров Е.П. Нутация и вынужденное движение полюсов Земли по данным широтных наблюдений. — К., 1958 [бібліогр. с. 142—143].
4. Яковкин А.А. Движение, вращение и фигура Луны. В кн.: Луна. — М., 1960.
5. Колчинский И.Г. Исследование дрожаний звезд в телескопах / Известия Главной астрономической обсерватории АН УССР, 1961, т. 3, в. 2.
6. Гуртовенко Э.А., Семенова Н.Н. Спектрофотометрическое изучение протуберанцев и волокон в линиях водорода / Известия Главной астрономической обсерватории АН УССР, 1961, т. 4, в. 1; Каталог фотографических, фотовизуальных и фотокрасных величин 22 000 звезд. — К., 1962.
7. Коваль И.К. К изучению свойств атмосферы и поверхности Марса. В кн.: Физика Луны и планет. — К., 1964.
8. Гаврилов И.В. Методика лунной полигонометрии. В кн.: Фигура и движение Луны. — К., 1965.

ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ*

Построение классической теории вращения Земли было завершено к концу прошлого столетия. Тогда же возникли первые серьезные сомнения в том, можно ли считать приемлемым допущение об абсолютной твердости Земли, на котором основана эта теория. Так появилось новое направление в изучении вращательного движения Земли — поиски различных проявлений того влияния, которое оказывают на это движение деформации Земли и перемещения масс на ее поверхности и в недрах. Это влияние можно обнаружить при изучении трех взаимно связанных явлений:

- 1) движения мгновенной оси вращения Земли в пространстве, т. е. прецессии и нутации;
- 2) движения этой оси относительно самой Земли, с которыми связано перемещение полюсов Земли по ее поверхности;
- 3) изменения угловой скорости вращения Земли или продолжительности суток.

Сведения об этих явлениях доставляют астрономические наблюдения. Но поскольку ожидаемые эффекты очень малы, обнаружить их можно только по результатам длительных наблюдений самой высокой точности, требующих огромной работы астрономов-наблюдателей. Рассмотрим хотя бы наблюдения над изменением широт. Необходимость постановки этих наблюдений стала очевидной уже в конце XIX в., вскоре после того, как обнаружилось, что полюсы Земли не сохраняют неизменного положения. Тогда же стало ясно, что ценность наблюдений значительно возрастет, если они будут подчинены общему плану. Так возникла мысль о научной кооперации для изучения движения полюсов, получившая практическое осуществление в создании *Международной службы широты*. В ее организации и деятельности активно участвовали отечественные астрономы. Одна из пяти действующих станций Международной службы широты находится в г. Китабе Узбекской ССР.

Деятельность Международной службы широты — замечательный пример сотрудничества ученых многих стран. Даже обе мировые войны, хотя и затруднили эту деятельность, ни на один день ее не прервали. Этим была обеспечена непрерывность сведений о движении полюсов Земли с 1900 г. Однако по мере накопления фактов становилось все более ясным, что изменение

* В кн.: Развитие наук о земле в СССР. — М.: Наука, 1967.

широт и движение полюсов Земли — явления более сложные, чем это вначале казалось, и что программа Международной службы широты не обеспечивает изучения всех особенностей этих явлений. Было установлено, что результаты широтных наблюдений подвержены значительному влиянию местных условий и поэтому число пунктов, в которых ведутся наблюдения над колебаниями широты, должно быть значительно увеличено. Совсем не обязательно, чтобы эти наблюдения велись по одинаковым программам и с помощью однотипных инструментов, как это принято в практике Международной службы широты. Скорее, наоборот, желательны испытания различных программ, методов и инструментов.

Этими задачами занялось несколько обсерваторий, не входящих в Международную службу широты. Среди них нужно прежде всего назвать Пулковскую и Полтавскую. Широтные наблюдения в Пулкове были начаты еще в 1904 г. на зенит-телескопе, изготовленном пулковским механиком Г.А. Фрейбергом-Кондратьевым. Этот инструмент находится в эксплуатации и в настоящее время, продолжая давать результаты непревзойденной точности.

Особенно заманчивой задачей для астрономических обсерватории была постановка наблюдений, специально предназначенных для изучения таких явлений, которые невозможно или трудно выявить из анализа результатов Международной службы широты. Примером такого рода наблюдений могут служить наблюдения двух ярких зенитных звезд. Эти наблюдения начаты в 1939 г. в Полтаве (Попов, 1963), возобновлены после перерыва, вызванного войной, и продолжаются до настоящего времени. Полученные результаты содержат особенно ценную информацию о колебаниях широты с периодами, близкими к суткам. Объясняется это тем, что упомянутые зенитные звезды благодаря их яркости можно наблюдать в любое время суток. Кроме того, они очень удачно расположены по прямому восхождению: моменты их кульминации наблюдаются примерно через двенадцать часов. Значит, эти моменты всегда приходятся на противоположные фазы суточного колебания широты. Указанные особенности программы, продолжительность наблюдений, их точность и однородность результатов делают наблюдения Полтавской обсерватории исключительно ценными.

Проведение Международного геофизического года (1957—1959 гг.) послужило стимулом к расширению сети широтных станций. Хотя число обсерваторий, ведущих систематические широтные наблюдения, к началу МГГ достигло 20 (из них пять в СССР), их географическое размещение нельзя было считать удовлетворительным. Дело в том, что между европейской и американской группами обсерваторий находились только две действующие широтные станции: в Китабе и Мидзусаве (Япония). Поэтому советские астрономы считали неотложной задачей организацию промежуточных широтных наблюдений, в частности в восточной части Сибири. Эту задачу удалось решить именно в связи с подготовкой к МГГ: были начаты широтные наблюдения в Иркутске и на вновь построенной станции в Благовещенске, а также в Москве.

Разумеется, одновременно с увеличением числа действующих широтных станций улучшалось и их оснащение оборудованием. Так, отечественной промышленностью была изготовлена серия зенит-телескопов, значительно превышающих по размерам и мощности инструменты, установленные на стан-

циях Международной службы широты. Были введены в эксплуатацию и инструменты других типов. Однако все это не привело к очень заметному повышению качества широтных наблюдений. Дело в том, что уже более 50 лет назад точность широтных наблюдений достигла столь высокого уровня, к которому другие астрономические наблюдения теперь только приближаются. В последующие годы существенным был не столько качественный, сколько количественный рост службы широты.

Совсем по-иному сложилось положение дел с изучением *неравномерности вращения Земли*. Здесь технический прогресс привел к коренному изменению содержания и пересмотру самих задач службы времени. Прежде Земля считалась как бы идеальным хранителем времени: по ее вращению выверялся ход всех часов. Этой цели и служили астрономические наблюдения, при которых астроном как бы отсчитывает показания небесных часов, причем роль стрелки играет визирная линия его инструмента, а циферблата — звездное небо. В промежутках между наблюдениями время хранится при помощи часов высокой точности. Сравнение часов, находящихся в разных обсерваториях, осуществляется посредством передачи сигналов точного времени по радио. Астрономические определения поправок часов, хранение времени, передача и прием сигналов времени являются основными задачами *службы точного времени*. В их решение в последние десятилетия были внесены существенные изменения, которые привели к радикальному повышению точности результатов.

В практику астрономических наблюдений были введены так называемые безличные инструменты: фотографические зенитные трубы, астролыбии Данжона и фотоэлектрические пассажные инструменты. Советские астрономы сделали особенно много в отношении разработки метода *фотоэлектрической регистрации звездных прохождений*. Попыты в этом направлении были начаты в Пулковской обсерватории в 1933 г., а в 1939 г. здесь начались систематические наблюдения фотоэлектрическим методом. В последующие годы опытом Пулковской обсерватории воспользовались другие обсерватории. Аппаратура для фотоэлектрической регистрации звездных прохождений была значительно усовершенствована.

В дореволюционной России регулярной передачи сигналов времени по радио вообще не было. Но уже в декабре 1920 г. Пулковская обсерватория начала систематически передавать сигналы времени через Петроградскую радиостанцию. Теперь советская радиослужба времени достигла высокого уровня как в организационном, так и в техническом отношении благодаря широкому использованию современных средств электроники и автоматики. Но особенно существенными были успехи в хранении точного времени.

В чем принципиальное значение этих успехов? Дело в том, что для измерения времени не обязательно пользоваться лишь вращением Земли. Возможны и другие способы. Один из них основан на наблюдении орбитального движения планет, включая Землю, вокруг Солнца и спутников вокруг планет. Уравнения этого движения, полученные на основе гравитационной теории, связывают координаты упомянутых небесных тел с равномерно текущим ньютоновским или эфемеридным временем.

В принципе для измерения времени можно воспользоваться различными периодическими процессами, механическими или физическими, например,

колебаниями подвешенного груза (маятниковые часы) или балансира (в хронометрах). Однако периоды этих колебаний не сохраняются с таким постоянством, которое удовлетворяло бы современным требованиям к точности хранения времени. Большим постоянством отличаются колебания кристалла кварца. Кварцевые часы теперь широко применяются в качестве хранителей времени как в СССР, так и за границей. Но вполне полагаться на постоянство хода таких часов, особенно при измерении больших промежутков времени, все же нельзя, так как из-за постепенного изменения структуры кристаллов кварца (старения) происходит так называемый дрейф собственной частоты. Кроме того, для хорошей работы кварцевых часов нужно очень строго соблюдать температурный режим.

Поиски таких периодических процессов, которые были бы свободны от эффектов старения, присущих кварцевым часам, привели к мысли воспользоваться для измерения времени собственными колебаниями атомов. Частота этих колебаний не изменяется со временем и лишь в малой степени зависит от внешних условий. Трудности заключались в том, чтобы найти способ подсчета числа колебаний при очень высоких частотах. Однако эти трудности удалось преодолеть. Так были созданы атомные и молекулярные стандарты частоты, которые используются теперь для проверки хода кварцевых часов.

Итак, время можно измерять тремя способами. Первый из них основан на наблюдении *вращения Земли*, второй — на наблюдении *орбитального движения планет и спутников*, третий — на применении *атомных стандартов частоты*. Соответственно этому продолжительность измеряемого промежутка времени будет выражена в единицах *мирового, эфемеридного* или *атомного времени*. Во всех случаях в качестве единицы измерения можно взять секунду. Но одинаковым будет только название. Словом секунда мы в разных случаях будем называть по существу совершенно различные величины. При измерении мирового времени секундой называют $1 : 86\,400$ часть средних суток; секунда эфемеридного времени — $1 : 31\,556\,925,975$ часть тропического года; секунда атомного времени — продолжительность $9\,192\,631\,770$ циклов цезиевого стандарта частоты. Величины эти близки, но различия между ними весьма существенны для изучения вращения Земли.

Благодаря повышению точности определения и хранения времени, а также сравнения часов появилась возможность уверенно сравнивать между собой результаты измерения одного и того же промежутка времени различными способами. При этом обнаружилось, что продолжительность суток, выраженная в секундах эфемеридного и атомного времени, не остается строго неизменной. А так как были все основания полагаться на постоянство этих единиц измерения времени, то следовал важный вывод: скорость суточного вращения Земли изменяется. Значит, Землей нельзя пользоваться как часами. И, наконец, астрономические наблюдения звездных прохождений нужны не для проверки часов, а именно для изучения неравномерности вращения Земли. Этим и объясняется то коренное изменение самих задач службы времени, о котором упомянуто ранее. Вначале мы указали, что основным направлением в исследовании вращательного движения Земли являются поиски и изучение проявлений того влияния, которое оказывают на это движение деформации Земли и перемещение масс в ее пределах. Исходные факты для этого дают описанные нами астрономические наблюдения.

Начнем с изучения движения оси вращения Земли в пространстве. *Нутация* представляет собой совокупность большого числа слабых периодических колебаний этой оси. При этом изменяется и угол, который она образует с плоскостью эклиптики (нутация в наклонности), и направление ее проекции на эту плоскость (нутация в долготе). Понятно, что траектория полюса мира на небесной сфере имеет вид сложной и, на первый взгляд, неправильной кривой. Однако картина будет совсем простой, если из всей совокупности колебаний выделить одно какое-либо колебание с определенным периодом. Соответствующее ему движение полюса мира всегда будет движением по эллипсу. Наибольшим является эллипс, который полюс мира описывает за 18,6 года. Большую полуось этого эллипса (она лежит в плоскости, перпендикулярной экватору) называют *постоянной нутации*. Классическая теория, основанная, как сказано, на допущении абсолютной твердости Земли, связывает полуоси всех нутационных эллипсов точными соотношениями. Поэтому не приходится определять все эти полуоси из наблюдений; достаточно определить только *постоянную нутации*. Коэффициенты остальных членов нутации в наклонности и долготе вычисляются по точным формулам.

Но раз мы ставим под сомнение правильность классической теории, мы уже не имеем права пользоваться этими формулами, и определение коэффициентов отдельных членов нутации из астрономических наблюдений приобретает не только смысл, но и большое научное значение. Это попытался сделать Н.А. Попов. Он воспользовался упоминавшимися выше наблюдениями ярких звезд в Полтаве и нашел, что коэффициенты полумесячного члена нутации действительно отличаются от тех, которые дает теория. Впоследствии этот результат был подтвержден и уточнен Е.П. Федоровым и Е.И. Евтушенко. Основываясь более чем на 200 тысячах широтных наблюдений, они установили, что полуоси эллипса полумесячной нутации равны $0'',096$ и $0'',093$. Классическая теория вращения Земли дает для них соответственно $0'',088$ и $0'',081$. Затем Е.П. Федоров выполнил раздельное определение полуосей главного эллипса нутации (период 18,6 года). Для большой полуоси, т. е. постоянной нутации, он получил значение $9'',197$, что в рамках классической теории не согласуется с другими астрономическими постоянными. В новой системе астрономических постоянных согласующееся значение было бы $9'',227$.

Итак, некоторые расхождения между наблюдениями и выводами теории вращения абсолютно твердой Земли были обнаружены. Нужно было их объяснить. Расчеты показали, что упругие деформации Земли практически не влияют на нутацию. Оставалось рассмотреть возможное влияние жидкого ядра Земли. Это сделал еще в 1896 г. Ф.А. Слудский. Однако он не располагал необходимыми данными о размере, форме и массе ядра, чтобы довести исследования до численных результатов.

Интерес к этой проблеме вновь оживился в связи с поисками причин расхождения между значениями постоянной нутации, о котором было сказано выше. С наибольшей строгостью и полнотой влияние ядра Земли на ее вращение было изучено М.С. Молоденским. Он рассмотрел две модели Земли. В первой из них плотность в жидком ядре изменяется только вследствие адиабатического сжатия, во второй — кроме основного жидкого ядра, учитывается наличие твердого внутреннего ядра с плотностью около 23 г/см^3 .

В отличие от ранних работ, в исследованиях М.С. Молоденского привлеклись во внимание деформации упругой, сжимаемой и неоднородной оболочки Земли. Согласно с наблюдениями, особенно для второй модели, получилось значительно лучше, чем при допущении целиком твердой Земли. Но это еще не все. По исследованиям Ф.А. Слудского у Земли с жидким ядром возможен такой вид нутации, которого у целиком твердой Земли вообще быть не может: колебания оси вращения оболочки с периодом, близким к суткам. По расчетам М.С. Молоденского этот период на 7 мин короче средних суток для его первой модели и на 7 мин 2 с — для второй. Затем Н.А. Попову удалось обнаружить в уже упоминавшихся наблюдениях в Полтаве слабые колебания широты, соответствующие описанной суточной нутации.

С самого начала систематических широтных наблюдений их основной целью было изучение движения полюсов Земли. Так были получены данные об этом движении за последние 70 лет. Их анализ позволил обнаружить две периодические составляющие: годовую и 14-месячную, открытую Чендлером (США) в 1895 г. При годовом движении полюс описывает на поверхности Земли эллипс, полуоси которого, по данным А.Я. Орлова, равны $0'',088$ и $0'',075$. Годовое движение объясняется частично изменениями моментов инерции атмосферы, обусловленными переносом воздушных масс, причем основную роль играет формирование в зимние месяцы устойчивых максимумов атмосферного давления в Сибири. Как показал П.И. Парийский и другие, существенное влияние на скорость вращения Земли оказывают сезонные вариации момента количества движения атмосферы. Но метеорологические процессы протекают в разные годы по-разному. Их аномалии являются причиной, возбуждающей и поддерживающей другое упоминавшееся периодическое движение полюсов Земли — свободную нутацию с периодом 14 месяцев. Этот период зависит от механических свойств Земли и поэтому может служить критерием для проверки различных гипотез о ее внутреннем строении. Указанным обстоятельством воспользовался М.С. Молоденский, теоретически вычисливший период свободной нутации для нескольких моделей Земли. Под влиянием вязкости Земли свободная нутация Земли должна затухать. В последнее время советскими учеными (А.Н. Колмогоровым и др.) было сделано несколько попыток найти это затухание из анализа движения полюсов Земли.

Наблюдается ли, кроме периодических движений, *прогрессивное*, или, как его обычно называют, *вековое движение* полюсов Земли? К сожалению, на этот вопрос, естественно интересующий геофизиков, астрономы окончательного ответа дать пока не могут. А.Я. Орлов установил, что медленные непериодические изменения широт действительно наблюдаются. Но в то же время он пришел к выводу о том, что приписать их только вековому движению полюсов нельзя. По-видимому, эти изменения вызываются скорее местными причинами, а может быть, являются следствием ошибок наблюдений.

Выше мы пояснили, каким образом из астрономических определений времени удастся получить сведения об изменениях угловой скорости вращения Земли. Были обнаружены три типа этих изменений: вековое замедление, нерегулярные «скачкообразные» изменения и колебания с годовым и более короткими периодами. *Вековое замедление* проявляется в том, что продолжи-

тельность суток постепенно увеличивается на 0,001—0,002 с в столетие. Но в некоторые годы этот плавный ход внезапно нарушался: за сравнительно короткое время скорость вращения Земли заметно уменьшалась или увеличивалась (до 10^{-8} своей величины). Н.Н. Парийский в 1954 г. подробно рассмотрел возможные причины «скачкообразных» изменений и пришел к выводу, что никакими явлениями на поверхности Земли их объяснить нельзя. По его расчетам их можно объяснить такими внутренними процессами, как перекристаллизация вещества в слое толщиной около 10 м, при которой его плотность изменяется на 0,1 г/см³. *Годичные вариации* скорости вращения Земли, при которых продолжительность суток изменяется между январем и июлем на 0,001—0,002 с, хорошо удается объяснить влиянием ветров. Кроме того, существуют и слабые полугодовые вариации, а в последнее время Д.Ю. Белоцерковский обнаружил также колебания скорости вращения Земли с периодом около трех месяцев.

Теория случайных процессов, развитая в последние годы математиками, позволяет по-новому подойти к изучению вращения Земли. В распоряжении исследователей теперь имеется мощный математический аппарат, с помощью которого можно подвергнуть всестороннему анализу всю совокупность имеющихся наблюдений. Безусловно, есть основания рассчитывать, что таким путем будет получено много новых выводов, важных для астрономии и геофизики. Как можно было видеть, изучение вращения Земли — международная научная проблема. В ее исследовании советские ученые принимают большое участие.

Е.П. ФЕДОРОВ

АСТРОНОМИЯ НА УКРАИНЕ*

Автору этой статьи довелось впервые посетить украинские астрономические обсерватории около 25 лет тому назад, в дни, когда страна залечивала раны, нанесенные войной.

Тогда на Украине было пять астрономических обсерваторий, причем все они были основаны еще в дореволюционное время: Харьковская в 1808 г., Николаевская в 1821 г., Киевская в 1848 г., Одесская в 1871 г. и Львовская в 1908 г. Астрономическими исследованиями занималась и Полтавская гравиметрическая обсерватория, организованная в 1926 г. В послевоенные годы, с которых начинается наш рассказ, все эти обсерватории как бы переживали свое второе рождение: их небольшие коллективы, не жалея сил, трудились над возобновлением прерванных исследований, тогда же обдумывались планы расширения существующих и создания новых астрономических учреждений.

В 1944 г. по инициативе академика АН УССР А.Я. Орлова Президиум Академии наук УССР принял решение о строительстве под Киевом, в Голосеевском лесу, Главной астрономической обсерватории АН УССР (ГАО АН УССР). Первые инструменты — вертикальный круг и двойной астрограф — были установлены здесь в 1949 г.

Радиоастрономия стала развиваться на Украине несколько позже (рис. 1). В 1958 г. в Чугуевском районе Харьковской области, вблизи станции Граково, началось строительство Радиоастрономической обсерватории Института радиофизики и электроники АН УССР. Коллектив этой обсерватории, руководимый академиком АН УССР С.Я. Брауде, много и успешно потрудился над созданием уникальных инструментов.

Для решения задач, возникших в связи с активным освоением космического пространства, в 1957 г. была организована Ужгородская станция наблюдения искусственных спутников Земли (руководитель М.В. Братийчук)**.

В Крыму (с 1954 г. входит в состав Украинской ССР) находится Крымская астрофизическая обсерватория АН СССР, основанная в 1950 г., и ее Симеизское отделение. Мы ограничимся здесь лишь упоминанием этой круп-

* Земля и Вселенная, 1972. — № 6.

** Братийчук М.В. Наблюдения искусственных спутников Земли в Ужгороде. «Земля и Вселенная», № 4, 1971 г.

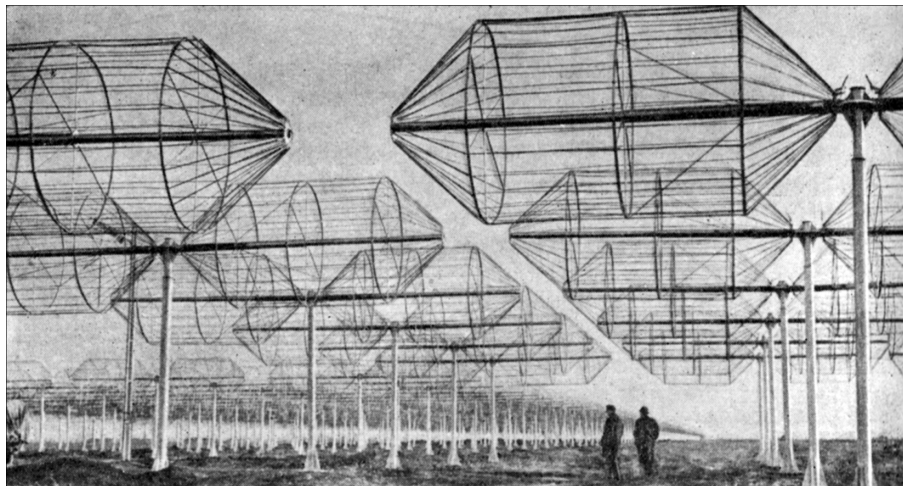


Рис. 1. Радиотелескоп УТР-2 Радиоастрономической обсерватории Института радиофизики и электроники АН УССР

нейшей в Европе обсерватории, ибо ее деятельность заслуживает специальной статьи.

Параллельно с созданием новых астрономических учреждений развивались старые университетские обсерватории. Когда-то они строились на окраинах городов, но города росли и обсерватории оказались в их центре. Условия для наблюдений становились все хуже и хуже. Возникла необходимость в строительстве загородных наблюдательных баз. В их числе нужно прежде всего назвать филиал Одесской обсерватории в Маяках. В сентябре 1971 г. отмечалось 100-летие Одесской обсерватории. После посещения Маяков один из участников юбилейных торжеств сказал: «Вот где можно поучиться энтузиазму и умению достигать больших результатов малыми средствами», выразив в этих словах общее впечатление от быстро развивающейся наблюдательной станции Одесской обсерватории.

Загородные базы появились и в других обсерваториях украинских университетов: Харьковская — рядом с Радиоастрономической обсерваторией Института радиофизики и электроники АН УССР, Киевская — в Лесниках и Триполье, Львовская — в Брюховичах.

В астрономических исследованиях деятельно участвуют кафедра астрономии (заведующий — профессор С.К. Всехсвятский) и кафедра общей радиотехники (профессор Е.И. Фиалко) Киевского государственного университета имени Т.Г. Шевченко, кафедра математической физики (профессор Ш.Г. Горделадзе) Киевского политехнического института, кафедра радиотехники (профессор Б.Л. Кашеев) Харьковского политехнического института.

Над чем же работают украинские астрономы?

Астрономия начинается — и исторически, и логически — с построения геометрической и кинематической модели Вселенной. Важные исходные данные для этого доставляют позиционные наблюдения небесных тел, которые некогда занимали основное место в работе астрономических обсерваторий.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Академик АН УССР Александр Яковлевич Орлов (1880—1954) — первый директор Главной астрономической обсерватории АН УССР



На Украине их вели Харьковская, Киевская и Одесская обсерватории, где были выполнены ряды наблюдений на меридианных кругах и получены превосходные звездные каталоги. С **астрометрических наблюдений** начала свою деятельность и Главная астрономическая обсерватория АН УССР. Когда же советские астрономы предложили проект создания Каталога слабых звезд, украинские обсерватории активно включились в его осуществление.

Поскольку позиционные наблюдения ведутся с поверхности Земли, положения небесных тел получаются в системах координат, связанных с ее орбитальным движением и вращением. Поэтому изучение вращения Земли можно отнести к области фундаментальной астрометрии. Но оно важно и для геофизики как один из путей к познанию механических свойств Земли. Все это имел в виду А.Я. Орлов при создании Полтавской гравиметрической обсерватории АН УССР (рис. 2).

В Полтаве были начаты и продолжают образцовые по тщательности многолетние ряды широтных наблюдений; здесь было положено начало изучению тех тонких эффектов, в которых проявляется влияние жидкого ядра Земли на ее вращение. К этим исследованиям тесно примыкают работы, выполненные сотрудниками ГАО АН УССР. Они осуществили общий анализ широтных наблюдений, вывели координаты полюса и изучили относительные перемещения зенитов обсерваторий.

Исследованием фигуры и рельефа Луны в наши дни занимаются ученые разных специальностей. А всего лишь лет двадцать тому назад эти вопросы привлекали внимание только немногих астрономов. Среди них нужно назвать

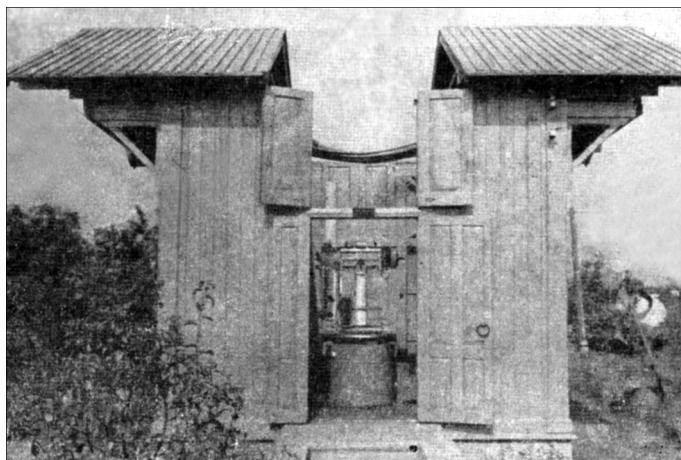


Рис. 2. Зенит-телескоп Полтавской гравиметрической обсерватории АН УССР

члена-корреспондента АН УССР А.А. Яковкина. По его инициативе в ГАО АН УССР начали развиваться «лунные» исследования, а теперь интенсивно создается сеть опорных точек — та основа, которая нужна для картографирования лунной поверхности. Для определения положения наблюдателя, находящегося на Луне, А.А. Яковкин с сотрудниками составил первый лунный астрономический ежегодник.

Отличительная черта астрометрических работ ГАО АН УССР — применение современного аппарата математической статистики. Сперва математическая статистика использовалась при изучении мерцаний и дрожаний изображения звезд — явлений, которые вызываются оптической нестабильностью атмосферы. Затем она была применена к анализу и оценке точности широтных наблюдений и, наконец, к изучению ошибок звездных каталогов. Этот подход оказался плодотворным — в каждом из названных направлений получены интересные результаты. Теперь практические методы, развитые в ГАО АН УССР (рис. 3), применяются и в других астрономических учреждениях нашей страны.

Начало исследованиям по **физике планет** было положено в Харькове, где более 50 лет тому назад Н.П. Барабашов приступил к фотометрическим наблюдениям Луны.

Еще в довоенные годы Харьковская астрономическая обсерватория выполнила под его руководством работы, которые приобрели мировую известность и стимулировали развитие планетных исследований в нашей стране. После войны они возобновились в более широком масштабе. Хорошо задуманные и тщательно проведенные колориметрические и спектрофотометрические наблюдения позволили, например, определить отражательную способность и характеристики микрорельефа различных областей лунной и марсианской поверхностей.

С 1960 г. лунно-планетные исследования развиваются и в ГАО АН УССР. В то время наземные астрономические наблюдения уже не были единственным источником информации о телах Солнечной системы: в действие вступили

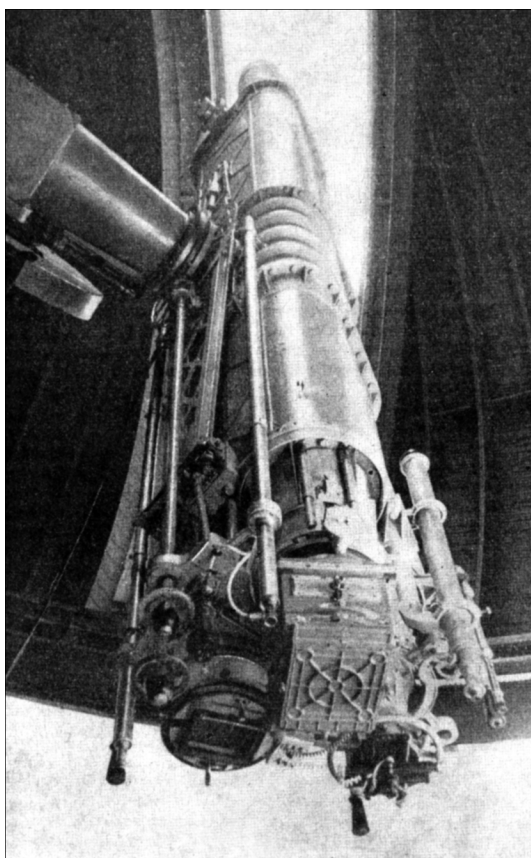


Рис. 3. Астрограф Главной астрономической обсерватории АН УССР

Академик АН УССР Николай Павлович Барабашов
(1894—1971) — известный исследователь планет



новые мощные средства исследований — космические аппараты. Данными, которые получались с их помощью, астрономы прежде всего воспользовались для проверки своих прежних выводов. И здесь уместно отметить, что научные предвидения академика АН УССР Н.П. Барабашова относительно строения лунной поверхности блестяще подтвердились.

Но дело, разумеется, не ограничивалось только проверкой. Необходимо было путем совместного изучения данных, полученных космическими аппаратами (а они поступали нарастающим потоком), и результатов наземных наблюдений исправлять и углублять наши представления о физических свойствах Луны и планет. Этим и занялись сотрудники ГАО АН УССР. Решить такую сложную задачу только своими силами обсерватории было бы трудно, так как достаточно мощных инструментов для астрофизических наблюдений она не имеет. Поэтому ГАО АН УССР начала сотрудничать с другими обсерваториями — Крымской астрофизической обсерваторией АН СССР и Шемахинской астрофизической обсерваторией АН АзербССР. В результате совместных исследований были сделаны существенно новые выводы о строении и физических свойствах поверхностей Луны и Марса, а также об атмосферах Венеры, Марса, Юпитера и Сатурна. В частности, в 1971 г., во время великого противостояния, были изучены контраст морей и фиолетовые облака Марса и показано, что материки и моря планеты имеют различные поляризующие свойства не только в длинноволновом, но и в ультрафиолетовом диапазоне спектра.

В Киеве еще в конце прошлого столетия М.Ф. Хандриковым была основана всемирно известная в ту эпоху школа исследователей движения планет и комет, а с 1939 г. по инициативе профессора С.К. Всехсвятского развиваются работы и в области физики комет. Эти работы активизировались во время Международного года спокойного Солнца, когда комплексно изучался механизм воздействия Солнца на Землю. Кометы — пока единственный источник сведений о тех частях межпланетного пространства, которые еще недоступны прямому зондированию.

При кафедре астрономии Киевского университета была создана рабочая группа для руководства кометными исследованиями в рамках программы МГСС. Она и теперь настойчиво занимается организацией наблюдений комет, вовлекая в эти наблюдения многие астрономические учреждения Советского Союза. На Украине исследования комет ведутся в Одесской обсерватории, на Ужгородской станции наблюдений за искусственными спутниками Земли и в ГАО АН УССР, которая выполняла обязанности мирового центра сбора и хранения данных наблюдений комет по программе МГСС.

Советские исследователи комет регулярно собираются в Киеве для обмена информацией и опытом: с 1964 по 1971 г. здесь состоялось шесть все-

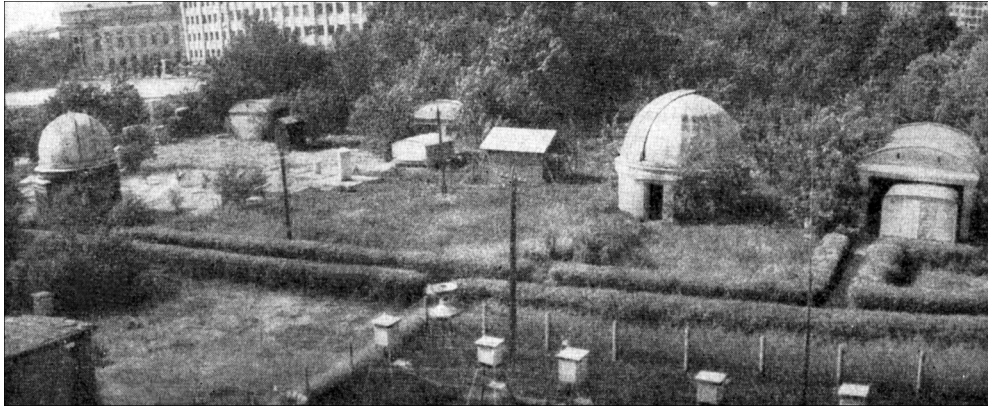


Рис. 4. Обсерватория Харьковского государственного университета

союзных кометных конференций, в которых принимали участие не только астрономы. Это придавало полноту и разносторонность дискуссиям о физике и происхождении комет.

Исследования метеоров начались на Украине в связи с Международным геофизическим годом. Фотографические наблюдения ведутся на загородных базах Киевской и Одесской обсерваторий, причем Одесская обсерватория возглавляла работы по этому разделу программ МГГ и МГСС. Радиолокационными наблюдениями успешно занимаются кафедра общей радиотехники Киевского университета и кафедра радиотехники Харьковского политехнического института (рис. 4), где создана специальная аппаратура.

Солнечная активность принадлежит к числу тех явлений, за ходом которых приходится непрерывно следить. В организованных для этого кооперативных наблюдениях — Службе Солнца — участвуют ГАО АН УССР, Харьковская, Львовская и Киевская обсерватории.

Но недостаточно просто отмечать, как протекают различные процессы на Солнце; важно уметь прогнозировать их ход, поскольку эти процессы существенно влияют на жизнь и деятельность людей на Земле (и еще больше — в космическом пространстве). А для этого нужно знать природу и механизм солнечной активности. На Украине над этой проблемой работают сотрудники ГАО АН УССР, Львовской и Киевской обсерваторий. Они исследуют хромосферные вспышки, пятна, протуберанцы, возвратные выбросы и другие активные образования. Данные об их строении и спектрах, полученные из наблюдений, используются для изучения физических условий в активных областях, например условий возбуждения и ионизации водорода, гелия и металлов во вспышках; переноса излучения в протуберанцах и прочее. Во Львове выполнены интересные расчеты скорости нарастания яркости солнечных вспышек, которые вызываются ударными волнами.

Далее возникает вопрос о механизме, посредством которого влияние солнечной активности передается на Землю. Различными аспектами этой проблемы занимается профессор С.К. Всехсвятский с учениками — сотрудниками кафедры астрономии Киевского университета. Они исследуют, в частности, связь деталей солнечной короны с образованиями в хромосфере, устой-

чивость корпускулярных потоков. К этому циклу работ примыкает уже упомянутое изучение комет как индикаторов условий в межпланетном пространстве.

Недавно в ГАО АН УССР и Львовской обсерватории начались исследования тонкой структуры профилей фраунгоферовых линий в спектре Солнца. Это поможет получить данные о поле скоростей и о температурных неоднородностях в солнечной атмосфере. Работы включают теоретические расчеты и наблюдения, которые ведутся в ГАО АН УССР на большом горизонтальном солнечном телескопе со спектрографом двойной дифракции.

Изучение Солнца проводится также средствами радиоастрономии как в Радиоастрономической обсерватории Института радиотехники и электроники АН УССР, так и на кафедре астрономии Киевского университета, где используются два радиотелескопа, работающие на волнах 150 и 50 см.

Усиленное внимание астрофизиков теперь привлекают звезды, находящиеся на критических стадиях эволюции, например, молодые, формирующиеся звезды, еще не достигшие главной последовательности, или звезды, ушедшие с главной последовательности, в недрах которых начался процесс горения гелия и углерода. Как правило, в атмосферах этих звезд должны происходить различные нестационарные процессы, что вызывает повышенный интерес к переменным звездам. Их исследования начали развиваться на Украине в послевоенные годы по инициативе большого энтузиаста этого дела члена-корреспондента АН УССР В.П. Цесевича, возглавившего Одесскую обсерваторию.

С 1951 г. в Одессе (рис. 5) ведутся регулярные фотографические наблюдения на многокамерных астрографах; в течение одной ночи теперь удается сделать снимки всего доступного наблюдением неба. Одесская обсерватория руководит и активно участвует в кооперативных работах по наблюдениям звезд типа RR Лиры. Международный астрономический союз поручил ей составление уточненного каталога элементов этих звезд. Исследуются также изменение блеска и цвета неправильных, полуправильных, долгопериодически

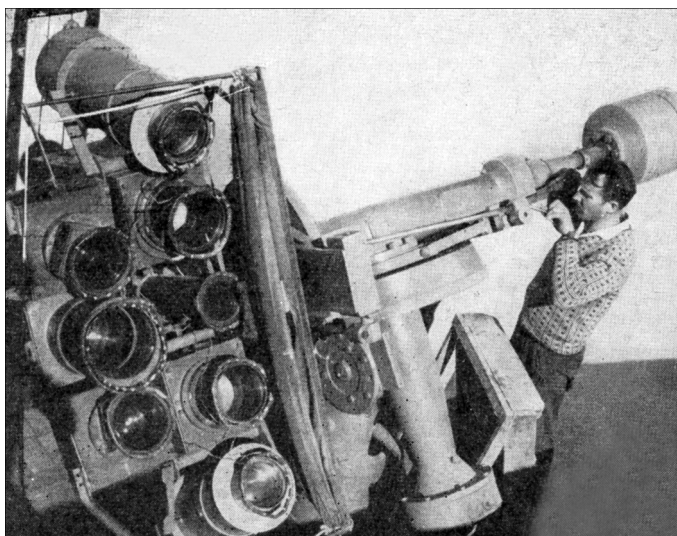


Рис. 5. Семикамерный астрограф загородной базы Маяки Одесской астрономической обсерватории

переменных, вспыхивающих звезд типа UV Кита и затменно-двойные звезды. В последнее время в Одессе стали развиваться фотоэлектрические наблюдения спектров звезд в видимой и инфракрасной областях.

Наблюдения переменных звезд ведутся еще с довоенных лет во Львовской обсерватории и на протяжении почти 25 лет в ГАО АН УССР. При анализе данных наблюдений широко используется аппарат теории случайных функций. Новая методика изучения связи между блеском и цветом нестационарных звезд была применена почти ко всем подходящим для этого опубликованным результатам наблюдений, что позволило обнаружить некоторые новые закономерности в поведении нестационарных звезд. Объектами теоретических исследований для украинских астрофизиков стали ударные волны и крупномасштабная конвекция в атмосферах звезд, динамическая стадия гравитационного сжатия звезды и другие.

В 1955 г. советские обсерватории приступили к комплексному **изучению Млечного Пути** по плану, предложенному членом-корреспондентом АН СССР П.П. Паренаго. В этих работах приняла участие и ГАО АН УССР. Исследования начались с составления каталога величин 22 000 звезд (в трех цветах) в нескольких площадках, находящихся в галактической плоскости. Каталог послужил основой для изучения межзвездного поглощения света в избранных направлениях, для определения расстояний до облаков поглощающего вещества и пространственных плотностей звезд различных спектральных классов. Следующий этап, выполнение которого уже начато, — уточнение положения спиральных ветвей, доступных оптическим наблюдениям, и исследование их тонкой структуры. Выбрано семь направлений в экваториальной плоскости Млечного Пути с таким расчетом, чтобы можно было изучать распределение звезд и межзвездной материи как в спиральных ветвях, так и между ними. Работа проводится в сотрудничестве с Абастуманской астрофизической обсерваторией АН ГрузССР. Последние несколько лет в ней участвует кафедра математической физики Киевского политехнического института, где под руководством профессора Ш.Г. Горделадзе организована обработка фотометрических наблюдений.

Чтобы охватить исследованиями большие расстояния, нужно изучать очень слабые звезды. Основная трудность состоит в получении их спектров; фотометрические данные получать легче. В ГАО АН УССР предложена классификация нерасширенных низкодисперсных спектров слабых звезд, что дает возможность проникать в глубины Вселенной на такие расстояния, которые ранее были недоступны.

Основное направление работ Радиофизической обсерватории Института радиофизики и электроники АН УССР — **исследование декаметрового радиозлучения** галактических и внегалактических дискретных источников, Солнца, планет, протяженных источников и галактик. Предполагалось, что в этом малоизученном диапазоне будут открыты интересные эффекты, связанные как с природой источников, так и с поглощением радиоволн в галактической и межгалактической плазме.

Поскольку создание механически управляемых антенн для наблюдений в декаметровом диапазоне — задача неосуществимая, пришлось создавать неподвижные широкополосные антенны-решетки с электрическим управлением диаграммой направленности и заняться разработкой аппаратуры для авто-

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

матизации их настройки. Первым таким инструментом Радиоастрономической обсерватории был интерферометр, состоящий из двух разнесенных вдоль линии восток — запад широкополосных 24-элементных решеток. Введение в эксплуатацию еще трех инструментов — 48-элементного радиоинтерферометра (диапазон 10—20 МГц), 256-элементного радиоинтерферометра (диапазон 20—40 МГц) и 208-элементного Т-образного радиотелескопа (диапазон 10—25 МГц) — позволило в 1960 г. начать измерения декаметрового излучения космических объектов. В 1966—1969 гг. на 208-элементном радиотелескопе УТР-1 были измерены спектры 112 дискретных источников.

С 1969 г. начались систематические наблюдения поглощения декаметровых волн в земной ионосфере, а затем обсерватория приступила впервые в мире к систематическому обзору дискретных источников излучения в этом диапазоне. Наблюдения ведутся на радиотелескопе УТР-2 — инструменте уникальных размеров и параметров. Он состоит из 2 040 широкополосных элементов, расположенных в виде буквы Т на площади 15,5 га. Можно ожидать, что с помощью этого радиотелескопа удастся исследовать в диапазоне 10—25 МГц радиоизлучение более 1000 дискретных источников, изучить переменность этого излучения, заняться поисками нетеплового излучения планет. Словом, введение в строй радиотелескопа УТР-2 дало советской астрономии новое мощное средство для проникновения в глубины Вселенной. Среди создателей этого инструмента следует отметить руководителя всех антенных разработок профессора А.В. Мень, главного конструктора УТР-2 кандидата физико-математических наук Л.Г. Солина и Н.К. Шарыкина.

Украинские астрономы не располагают столь же мощными оптическими телескопами. Позиционные наблюдения ведутся на меридианных инструментах и астрографах, изготовленных еще в прошлом столетии. Правда, астрометрические инструменты отличаются большим долголетием, морально стареют относительно медленно, и их эффективность можно значительно повысить даже путем частичных усовершенствований и автоматизации. В последние годы украинские астрономы уделяют этому большое внимание.

Обсерватории Украины имеют пока еще лишь небольшие телескопы для астрофизических наблюдений. Самые крупные из них — 70-сантиметровые рефлекторы в ГАО АН УССР и в Харьковской обсерватории. Это, конечно, не может удовлетворить украинских астрономов. Предстоит, прежде всего, развивать астрономическое приборостроение в самих обсерваториях. Начало этому уже положено: в Одесской обсерватории созданы телескопы системы Аргунова с диаметрами зеркал 425 и 650 мм. Установка таких инструментов в высокогорных условиях позволит повысить их эффективность и расширить диапазон частот. ГАО АН УССР уже приступила к созданию базы для астрофизических наблюдений на пике Терскол, на высоте 3200 м.

Понимая, что уровень астрономических исследований в большой мере зависит от того, насколько широко используются в них технические средства современной физики и электроники, украинские астрономы работают над созданием новых светоприемников и приборов, позволяющих автоматизировать наблюдения и их обработку. Сознание важности общих задач объединяет астрономов Украины с исследователями Вселенной других братских республик. В этом залог будущих успехов астрономии в Советском Союзе, который вступает в свое второе 50-летие.

Є.П. ФЕДОРОВ

РОЗДУМИ НАД ЗОРЯНИМ КАТАЛОГОМ КОПЕРНИКА*

Друга книга основної праці Коперника «Про обертання небесних сфер» закінчується «Каталогом знаків зодіака і зір» [1]. Цей каталог Н.І. Ідельсон назвав «музейним унікалом і однією з дивних частин астрономічної системи Коперника» [2]. Вже одне те, що ці слова належать такому тонкому знавцю історії астрономії, яким був Ідельсон, викликає зрозумілий інтерес до каталогу Коперника (рис. 1, 2). В чому ж його унікальність, його дивовижність?

Н.І. Ідельсон відповідає на це питання так. «Подібно до того, як Птоломей в «Альмагесті» дав нам перший зоряний каталог, віднісши в ньому положення 1022 зір по довготі до рівнодення його епохи (140 р. н. е.), то тепер Коперник будує свій новий каталог, де він наводить довготи й широти тих самих зір. Але оскільки Коперник вже знає, що рівнодення є рухомою точкою, то, — говорить він, — не положення зір треба відносити до рівнодення, місце якого з часом змінюється, а навпаки, положення рівнодення слід відносити до зоряної сфери». Відповідно до цього Коперник обирає за початок відліку, тобто за початок всіх довгот, певну зорю (γ Овна), довгота якої, як він вважає, дорівнює нулю, і, перетворюючи каталог Птолемея, визначає по відношенню до неї довготи всіх зір. Так він мислить створити вічний каталог, що не має ніякого зв'язку з рівноденням будь-якої епохи. Однак в історії астрономії такий каталог є не чим іншим, як музейним унікалом; з давніх часів і дотепер всі зоряні каталоги віднесено виключно до рівнодення епох спостереження.

Каталог Коперника прийнято вважати простим повторенням, або перекладом, каталогу 1022 зір Птолемея, оскільки Коперник тільки переніс в ньому початок відліку довгот. Ця зміна дуже істотна, бо вона є результатом нового принципу визначення положень зір. Розглянемо джерела і обґрунтування цього принципу та спробуємо дати йому оцінку в світлі дальшого розвитку астрономії (рис. 3).

«Візьміть папір і циркуль, хай цей білий аркуш буде величезним простором Всесвіту, на якому ви повинні розмістити і привести до порядку частини Всесвіту так, як це вам продиктує розум» [3]. Так в «Діалозі» Галілея ставиться завдання, яке і в історичній, і в логічній послідовності можна вважати першим в астрономії і яке тепер ми могли б назвати побудовою геометричної та кінематичної моделей Всесвіту.

* Система світу Коперника та сучасна астрономія / Відп. ред. Є.П. Федоров. — К., 1973.

NICOLAI COPERNICI
SIGNORVM STELLARVMQVE DEScriptio CANONICA, ET PRIMO
quae sunt Septentrionalis plagae.

Formae stellarum	Logitudo	Latitudo	
VRSAE MINORIS SI VE CYNOSURAE.	dinis partes.	rudinis partes.	magnitudo
In extremo cauda.	53 1/2	60 0	3
Sequens in cauda.	55 1/2	70 0	4
In eductione caudae.	69 1/2	74 0	4
In latere quadranguli praecedente australior	82 0	75 1/2	4
Eiusdem lateris Borea.	87 0	77 1/2	4
Earum quae in latere sequente australior	100 1/2	72 1/2	2
Eiusdem lateris Borea.	109 1/2	74 1/2	2
Stellae 7. quarum secundae magnitudinis 2. tertiae 1. quartae 4.			
Et circa Cynosuram aequiformis in latere sequente ad rectam lineam maxime auct.	103 1/2	71 1/2	4
VRSAE MAIORIS QVAE ELICEN VOCANT.			
Quae in rostro.	78 1/2	39 1/2	4
In binis oculis praecedens.	79 1/2	43 0	5
Sequens hanc.	79 1/2	43 0	5
In fronte duarum praecedens.	79 1/2	47 1/2	5
Sequens in fronte.	81 0	47 0	5
Quae in dextra auricula praecedente.	81 1/2	50 1/2	5
Duarum in collo antecedens.	85 1/2	43 1/2	4
Sequens.	92 1/2	44 1/2	4
In pectore duarum Borea.	94 1/2	44 0	4
Australior.	93 1/2	42 0	4
In genu sinistro anteriori.	89 0	35 0	3
Duarum in pede sinistro prioribus Borea.	89 1/2	29 0	2
Quae magis ad Austrum.	88 1/2	28 1/2	3
In genu dextro priori.	89 0	36 0	4
Quae sub ipso genu.	101 1/2	33 1/2	4
Quae in humero.	104 0	49 0	2
Quae in siliabus.	105 1/2	44 1/2	2
Quae in eductione caudae.	116 1/2	51 0	2
In sinistro crure posteriore.	117 1/2	46 1/2	2
Duarum praecedens in pede sinistro posteriori.	106 0	29 1/2	3
Sequens hanc.	107 1/2	28 1/2	3

Рис. 1. Перший аркуш зоряного каталогу Коперника

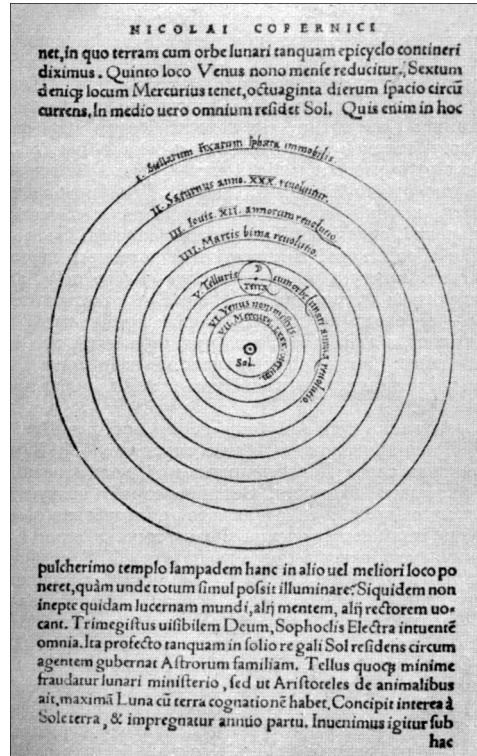


Рис. 2. Аркуш праці Коперника «Про обертання небесних сфер»

При такій побудові краще користуватися методом координат, який почали застосовувати в астрономії дуже давно, очевидно, навіть раніше, ніж у будь-якій іншій науці. Майже так само давно виявились деякі протиріччя між вимогами, які ставились до координатних систем. Виходячи з загальних уявлень, астрономи хотіли б відносити положення і рух небесних тіл до якої-небудь нерухомої системи відліку. Для попередників Коперника такою системою могла бути тільки система, пов'язана з Землею. Та для спостережної астрономії того часу вона була б незручною. Античних і середньовічних вчених цікавили перш за все рухи Сонця, Місяця і планет; вони особливо цінували можливість передбачувати цей рух. А положення Місяця і планет найпростіше було визначати відносно зір. Так в астрономії з'явилася допоміжна система координат — сфера зір, причому не як геометричний огляд, а як матеріальна оболонка Всесвіту.

Заради гармонії світу потрібно було, щоб рух був найпростішим — рівномірним добовим обертанням навколо нерухомої осі. І для практичної астрономії це було найзручніше: рух усіх небесних тіл спочатку визначали відносно зовнішньої сфери зір; потім уже неважко було, якби це стало необхідним, перейти до нерухомої системи відліку.

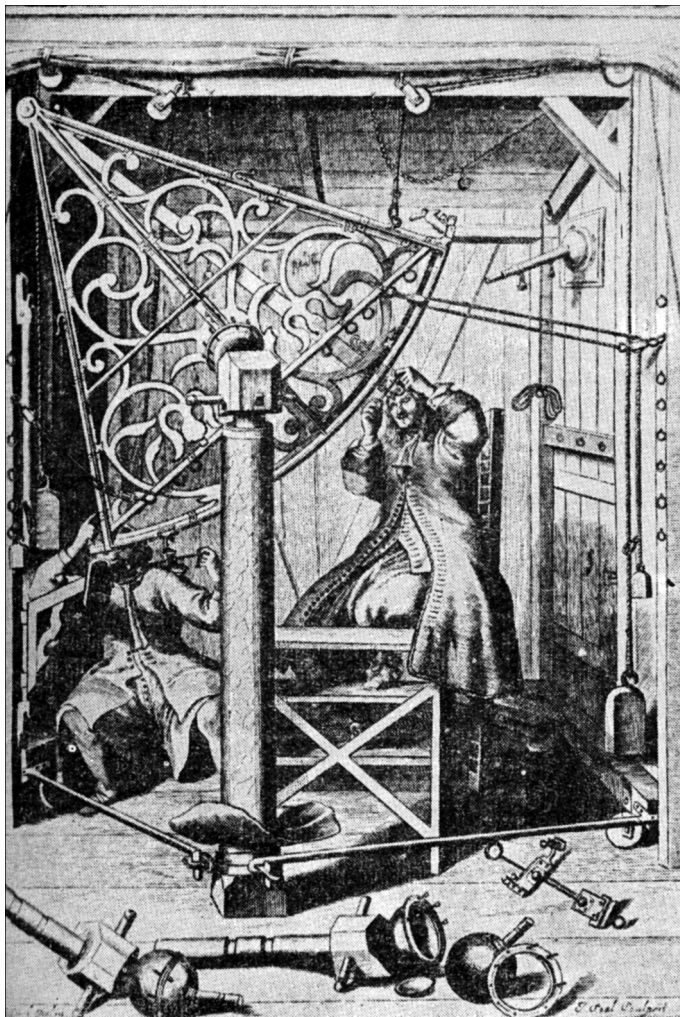


Рис. 3. Вивчення положення зір за допомогою секстанта в епоху Коперника

Але цим значення зовнішньої сфери не обмежувалось. У вченні Арістотеля їй відводилася роль первісного джерела руху небесних тіл — рушія Всесвіту. Між цією сферою і Землею Арістотель розміщував ще кілька десятків кришталевих оболонок. Зрозуміло, що єдиний можливий рух таких оболонок — обертання навколо осі, яка проходить через їх спільний центр, тобто через центр Землі. Вважалось, що всі сфери обертаються рівномірно, але, як сказано, тільки зовнішня — навколо нерухомої осі. Вісь наступної сфери прикріплена до зовнішньої сфери і бере участь в її обертанні, описуючи в просторі поверхню колового конуса. До другої сфери прикріплюється вісь третьої і т. д. За допомогою абсолютно рівномірних обертань чотирьох сфер Евдоксу Кнідському (408—355 рр. до н. е.) вдалося представити нерівномірний видимий рух планети. Цим чудовим, дотепним геометричним способом скористався Каліпп з Цізуksа (370—300 рр. до н. е.), щоб представити рух

Сонця, Місяця і п'яти планет, відомих античним вченим. Для цього йому потрібно було 33 сфери. Арістотель довів їх кількість до 55.

Однак відповідь на питання, що вважати найвищою сферою в цій ієрархії, сферою, яка робить просте добове обертання навколо нерухомої осі і призводить до руху весь складний механізм Всесвіту, не була досить зрозумілою. Вона залежала від того, як саме можна пояснити прецесію.

Важко сказати, коли і як було вперше встановлено, що Сонце під час свого річного руху переміщується на небесній сфері по великому колу. Можливо, і тут головну роль відіграли загальні уявлення про гармонію світу, а не дані спостережень. Як би там не було, ще вавилонські астрономи користувалися площиною екліптики як основною площиною системи координат. За початок відліку довгот вони обрали точку перетину екватора з екліптикою. Це й була та система координат, в якій античні астрономи із спостережень визначали положення небесних світил. Як встановив Гіппарх ще в II ст. до н. е., положення зір у цій системі змінюється: довготи постійно збільшуються. Тоді навіть не могли припускати, що зорі можуть переміщуватися одна відносно другої. Тому явище, відкрите Гіппархом і назване прецесією, астрономи тлумачили як відносне обертання сфери зір і системи екліптичних координат навколо нормалі до площини екліптики. Тоді і виникло питання, яка ж сфера обертається рівномірно відносно Землі. Набагато пізніше Данте писав: «З цього приводу висловлювались різні думки, але нарешті істину було знайдено. Птоломей відзначив, що восьма сфера (тобто небо зір) рухається в кількох напрямках. Він встановив, що орбіта її відхиляється від тієї правильної орбіти, по якій все обертається зі сходу на захід, і, нарешті, спонуканий початками філософії, яка вимагає обов'язкової наявності найпростішого першодвигуна, припустив існування ще одного неба, яке знаходиться за межами неба зір і обертається саме так — зі сходу на захід... Воно сприймається не відчуттям, а лише через той рух, про який говорилося вище; багато хто називає це небо кришталевим, тобто таким, яке просвічується або наскрізь прозоре» [4].

Панування ідей Арістотеля було, як пише Вуллі, «найбільш тривалою духовною тиранією» [5]. Наведені вище слова Данте написав тоді, коли «тиранія» наближалася до кінця. Останню спробу врятувати систему світу, яка складалася із арістотелевих сфер, зробив італійський вчений Фракасторо, з яким Коперник зустрічався в Падуї на початку XVI ст. Фракасторо виклав цю систему у великому астрономічному творі «Гомоцентрика», з яким він виступив у 1538 р., тобто за п'ять років до виходу в світ відомої праці Коперника «Про обертання небесних сфер» [1].

Отже, в тій картині світу, яку Коперник мав замінити новою, прецесію розглядали як рух сфери зір відносно дев'ятої невидимої сфери, що рівномірно, з добовим періодом обертається навколо нерухомої осі. Цікаво, що прецесія відіграла особливу роль у середньовічній теології. Вважалось, що час від створення до кінця світу коротший за період прецесійного руху. «Кінець кругообертання є поверненням в ту точку, до якої, за другим рухом (прецесією), небо зір ніколи не повернеться». Цей рух відбувається «з заходу на схід на один градус за сто років. Від початку світу небо повернулося не набагато більше, ніж на шосту частину; ми знаходимося вже в граничному віці» [4]. Добо-

вим обертанням неба можна було користуватися для вимірювання часу у випадках, коли йшлося про «створіння природи, які піддаються тлінню». Для «нетлінних створінь» більше підходить повільний прецесійний рух. Чи не тому Данте так говорить про вік Беатріче, коли він зустрівся з нею вперше: «В цьому житті вона перебувала вже стільки часу, що небо зір пересунулося до східних меж на дванадцяті частину одного градуса» [4]?

Подібні питання значною мірою залишалися предметом богослівських роздумів і диспутів і не дуже хвилювали астрономів, поки під їх ногами в центрі Всесвіту знаходилася нерухома Земля. Та Коперник опинився в іншому становищі, коли створював геліоцентричну систему світу. Природно, що перед ним виникло питання: якщо видимий добовий рух небесних тіл є відображенням руху Землі, то що ж нерухоме — сфера зір чи гіпотетична дев'ята сфера? На це питання Коперник цілком однозначно відповідає так: «Першою і найвищою з усіх є сфера нерухомих зір, яка містить сама себе і все і тому нерухома; вона є місцем Всесвіту, до якого належать рухи і положення решти світил» [1]. Згадавши про те, що для пояснення випередження рівнодення дехто придумав дев'яту і навіть десяті сферу і вже почала з'являтися на світ одинадцята, Коперник заявив, що всі ці сфери можна усунути як зайві, якщо ввести рух Землі. «Те, що рівнодення і сонцеповертання настають дещо раніше, здається не тому, що в напрямку послідовності знаків рухається сфера нерухомих зір, а швидше тому, що навпроти послідовності знаків зодіака рухається рівноденне коло, нахилене до площини зодіака відповідно до міри відхилення осі земної кулі» [1]. Н.І. Ідельсон назвав це найдивовижнішим з точки зору астронома відкриттям Коперника, відкриттям, яке належить тільки йому, бо ніяких натяків на цю думку ні у давніх, ні у середньовічних астрономів не було [2]. Коперник приписав осі обертання Землі два рухи: річний і деклінаційний. В кожному з них вісь обертання Землі описує навколо нормалі до площини екліптики одну й ту саму поверхню колового конуса. Річний і деклінаційний рухи протилежні за напрямом. Якби їх періоди були абсолютно однаковими між собою, вісь обертання, а отже, і площина екватора не змінювали б свого положення по відношенню до сфери нерухомих зір. Однак ці періоди, хоч і незначно, але різняться, що й зумовлює повільне переміщення екватора, а отже, і точок його перетину з нерухомою екліптикою. Таким чином, дещо штучно, але в принципі правильно Коперник пояснив явище прецесії особливостями обертання Землі. Саме тому «... не місця зір потрібно відносити до змінних у часі рівноденних точок, а навпаки, рівноденні точки — до сфери нерухомих зір». У зорях і слід шукати нерухомий початок для всіх астрономічних відліків, і Коперник робить це так: він обирає за основне коло системи небесних координат екліптику, а за початок відліку довгот — зорю γ Овна, або, як він її називав, «передню з двох на рогах і першу з усіх зір» [1].

Побудувати цю систему в просторі можна за допомогою армілярної сфери або астролабона (опис див. в [6]). Крім γ Овна, треба взяти з каталогу Коперника будь-яку іншу зорю, скажімо β Рака, і встановити по колах A_1R і A_2R візирі OS_1 та OS_2 так, щоб вони склали з площиною кола EE кути, що дорівнюють каталожним широтам обраних зір, а саме: $\beta_1 = 7^\circ 20'$ і $\beta_2 = 7^\circ 31'$ (рис. 4). Потім візирну вісь OS_1 спрямовують на зорю γ Овна, після чого повертанням

усього інструмента і додатковим поворотом круга A_1R навколо осі OR візирну вісь OS_2 спрямовують на зорю β Рака. Після всього цього (слід зазначити, що внаслідок добового руху зір справа ця зовсім не проста) площина EE займе положення площини екліптики за каталогом Коперника, вісь OR буде спрямована на полюс екліптики, а пряма OA_1 — в точку екліптики, від якої відлічуються довготи.

Тепер ми знаємо, що в результаті збуджуючого впливу планет на орбітальний рух Землі площина екліптики не зберігає незмінного положення і відносні положення зір не змінюються. Але Коперник (можливо, на своє щастя) цього не знав, а тому мав підстави вважати, що його координатна система нерухома, бо вона незмінно пов'язана з кришталевою сферою, яка «все в собі містить» і до якої, немовби для зручності спостережень, «зорі прикріплені так надійно, що не можуть змінювати свого взаємного розміщення».

Та вже під час свого народження ця система була приречена на нетривале існування. Перш за все почали сумніватися, чи існує взагалі сфера нерухомих зір. Цей сумнів Сальвіаті, який в «Діалозі» Галілея виражає погляди автора, висловлює так [3]: «Що ж ми тепер зробимо, синьйор Сімпліціо, з нерухомими зорями? Чи розсіємо ми їх по величезних безоднях Всесвіту на різних відстанях від якоїсь певної точки, чи зберемо їх на одній поверхні, сферично розміщеній навколо свого центра так, що кожна з них буде однаково віддалена від одного й того самого центра?». Сальвіаті сам відповідає на це питання. З впевненістю можна вважати, що небо рідке і кожна зоря блукає сама по собі. Але тоді «який закон керує їх рухом? І з якою метою? Тільки для того, щоб при спостереженні з Землі вони здавалися ніби вдавненими в єдину сферу?» [3]. Кеплер при вивченні рухів планет все ще відносив до сфери нерухомих зір їх положення і в конкретизації уявлень про цю сферу пішов далі своїх попередників, можливо, навіть занадто далеко. Та Кеплер висловлював і зовсім інші думки про будову Всесвіту. Щоправда, він робив це в тих творах, які В.Я. Струве назвав «сміливою і навіть фантастичною спекуляцією про аналоги і гармонії світу» [7] і на підставі яких Беррі сказав: «...ми були б кращої думки про розумовий кругозір і тверезість міркувань Кеплера, якби він спалив три чверті того, що надрукував» [8]. Однак саме в цих «фантастичних» творах Кеплер, як і Джордано Бруно, припускав, що Сонце — це одна з численних зір, причому інші зорі, розсіяні в просторі, також оточені планетами. Ці висловлювання Кеплера було майже забуто. «Але вони, — пише В.Я. Струве, — заслуговують на нашу увагу, бо в них знаходиться, так би мовити, зародок поглядів сучасної астрономії на будову зоряного неба» [7].

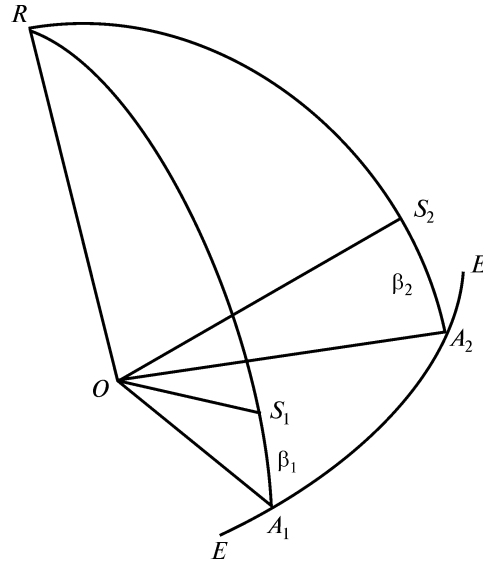


Рис. 4

Справді, тверда зоряна сфера, за уявленням астрономів, наче починає «танути» і «розпливатися» у світовому просторі, й на початку XVIII ст. вона зовсім зникає, зорі дістають свободу пересуватися одна відносно другої. У 1718 р. Галлей вперше за даними спостережень підтвердив те, що вони дійсно переміщуються. Астрономи опинилися в положенні людей, котрі вважали предмети, що плавають, вершинами скель, які виступають з води, а тепер переконалися у своїй помилці.

Отже, матеріальну сферу, до якої немовби для зручності спостережень прикріпляли зорі, довелось зовсім відкинути (хоч її нематеріальний образ і досі зберігся в астрономії, щоправда, лише як допоміжний засіб при розв'язуванні деяких задач). Поряд з цим система координат, якою користувався Коперник при складанні свого каталогу, втратила опору. Справді, замість γ Овна і β Рака ми могли обрати інші зорі і в такий самий спосіб будувати нові координатні осі. Природно, що системи осей, «прив'язані» до різних зір унаслідок власних рухів цих зір, будуть оберталися одна відносно другої.

Чи можна знайти серед цих систем нерухому, або, точніше, таку, яка б не оберталася? Як впевнитися в тому, що вона дійсно нерухома? Очевидно, що на підставі одних тільки кінематичних міркувань зробити це неможливо.

Те, що за даними спостережень завжди можна визначити лише відносний рух спостерігача або об'єкта, який спостерігається, Коперник розумів краще, ніж будь-хто з його попередників або сучасників, хоч дехто з них і був змушений примиритися з неможливістю довести нерухомість Землі за допомогою самих лише кінематичних міркувань. До останніх належить і Птоломей. На перших сторінках «Альмагеста» він писав: «Багато хто з людей вважає, що неможливо висунути заперечення проти припущення про те, що небеса нерухомі і що Земля робить за добу один оберт навколо осі світу з заходу на схід, або проти думки, що обертаються і Земля, і небо навколо однієї й тієї самої осі, але з різними швидкостями. Небесні явища, мабуть, і не суперечать цим спрощеним припущенням».

Такої самої думки був і хорезмський вчений аль-Біруні (973—1048 рр.). Він писав так: «Обертання Землі ніякою мірою не порушує астрономічних викладок, бо всі астрономічні ознаки можуть бути добре збережені як в одній теорії, так і в іншій... Питання це дуже важко розв'язати» [9]. Коли розум виявляється безсилим, Арістотель і його послідовники кличуть на допомогу почуття. Сімпліцію говорить про це так: «Арістотель — як той, хто не покладається більше, ніж треба, на свій розум, хоч і надзвичайно прозорливий, вчить у своїй філософії, що даним чуттєвого досвіду треба віддавати перевагу перед будь-яким міркуванням, побудованим людським розумом. Він казав, що той, хто став би заперечувати свідомство почуття, заслуговував би на покарання його позбавленням цього самого почуття» [3]. Це виглядає як спроба за допомогою такого суворого вироку відмежуватися від необхідності робити «насилля над почуттями з тим, щоб всупереч їм взяти верх над уявною очевидністю». Навіть людині нашого часу це насилля дається нелегко. «Хіба я не знаю, що зорі не ходять? — питає себе Левін у романі Л.М. Толстого «Анна Кареніна», дивлячись на планету, яка вже змінила своє положення відносно найвищої гілки берези. — Але я, дивлячись на рух зір, не можу уявити собі обертання Землі, і я правий, коли кажу, що зорі ходять».

Рис. 5. Глобус Ягеллонського університету
(виготовлено у 1524 р.)



Та для науки така апеляція, мабуть, давно і повністю втратила силу. А коли Птоломей переконався, що, спостерігаючи небо, можна одержати тільки «свідощтво почуття», а не наукові аргументи, які б підтверджували припущення нерухомості Землі, він спробував знайти такі аргументи в іншій області. Птоломей твердив, що «...відносно явищ, які відбуваються в сусідстві з нами і в повітрі, протилежне припущення здається будь-кому надто смішним». Тут нема потреби спинятися на доказах Птолемея, які впливають з аналізу цих явищ. Важливе інше. На тих гідних подиву за простотою і переконливістю сторінок «Діалога» Галілея, які присвячені аналізу і спростуванню цих доказів, вже вимальовується думка, дуже важлива для дальшого розвитку методу координат в астрономії, про те, що на основі динамічних міркувань можна побудувати таку систему координат, осі якої не змінюють своїх напрямів у просторі. Протягом наступного (після «Діалога») століття ця думка остаточно оформилася, її практичне застосування в астрономії стало можливим.

Після створення і наступного усталення геліоцентричної системи світу астрономія стала наукою про те, як, знаходячись на поверхні одного небесного тіла, що швидко летить і обертається, можна визначати положення інших тіл та того, на якому знаходиться сам спостерігач, тобто Землі (рис. 5).

Обертання Землі можна компенсувати протилежним обертанням труби телескопа так, щоб візирна вісь зберігала по можливості незмінний напрямок у просторі. Тепер цей спосіб застосовується у фотографічній астрометрії; раніше ним користувалися і при візуальних астрономічних спостереженнях.

Для цього використовували так званий поперечний жезл, а потім секстант (останній — в усякому разі до кінця XVII ст.). Так, у 1678—1688 рр. Флемстід виміряв за допомогою секстанта багато кутових відстаней між зорями. По суті це були перші систематичні спостереження у Грінвічській обсерваторії. Працювати з секстантом доводилося удвох: перший спостерігач, пересуваючи весь інструмент, наводив один з телескопів на будь-яку зорю, а другий, переміщуючи другий телескоп, наводив його на іншу зорю. Потім кут між телескопами відлічували по градуїзованій дузі. Безпосереднім результатом цих спостережень була довжина дуг, які з'єднують зорі.

Будувати будь-яку систему координат при таких спостереженнях взагалі не доводиться. Але щоб потім все-таки перейти від довжини дуг до координат, треба за допомогою того чи іншого способу прив'язати координатні осі

до зір. Найпростіший спосіб ми вже описали при обговоренні системи каталогу Коперника. В дещо іншій формі такий самий спосіб прив'язки осей до зір пропонує Ейхорн [10].

Слід зазначити, що побудова системи координат — це не зображення координатних осей і площин на рисунку і не вказівки на словах, де повинен розміщуватися початок координат і як повинні бути спрямовані осі, а виконання таких дій з астрономічним інструментом, у результаті чого візирній осі інструмента може бути надано будь-якого напрямку, заданого у прийнятій системі координат, зокрема, осей цієї системи.

Класичний приклад такої побудови ми маємо при спостереженнях з армілярною сферою і астролабомом* (каталог Коперника, що ґрунтується на даних спостережень головним чином саме з астролабомом, виконаних ще античними астрономами). Проводяться ці спостереження так. Спочатку за вимірними полуденними висотами Сонця h_1 , h_2 в момент літнього і зимового сонцестояння (для цих вимірювань використовували інші інструменти: градуйовані круги і квадранти, встановлені в меридіані) знаходять нахил екватора до екліптики ε і широту місця спостережень φ :

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_2}{2}; \quad \varphi = \frac{h_1 + h_2}{2}.$$

Потім ці величини використовують для підготовки астролабона до основних спостережень. Один з його кругів, який можна назвати екліптичним, закріплюють на осі, нахилений під кутом $90^\circ\varepsilon$ до його площини. Вісь встановлюють нерухомо так, як тепер встановлюють полярну вісь телескопа. Потім поворотом екліптичного круга на цій осі його встановлюють так, щоб площина проходила через центр Сонця. Цим і закінчується будова системи екліптичних координат. Площина екватора реалізується кругом інструмента, перпендикулярним до його полярної осі, а площина екліптики — кругом, нахиленим до цієї осі під кутом $90^\circ - \varepsilon$. Якщо дивитися з центра інструмента на точку перетину цих кругів, то промінь зору буде спрямований у точку весняного або осіннього рівнодення. Зрозуміло, що весь час інструмент доводиться обертати, слідкуючи за тим, щоб площина його екліптичного круга постійно проходила через центр Сонця, так би мовити гідирувати по Сонцю.

Якщо екліптичну систему побудовано в такий спосіб, можна визначити в цій системі координат небесних тіл їх довготи і широти. Для цього використовують обладнані діоптрами розділені круги, які можна повертати навколо осі, що перпендикулярна до площини екліптичного круга. Оскільки античні та середньовічні астрономи вели спостереження неозброєним оком, вони не могли бачити водночас Сонце і зорі, а тому змушені були як допоміжне світило використовувати Місяць або Венеру.

Викладений метод, мабуть, більш, ніж будь-який, інший, заслуговує бути абсолютним, бо в ньому координатна система будується до кінця при кожному спостереженні, і координати небесних тіл знаходять зразу в цій самій системі.

* Астролабон описано в [6, с. 165]. Його також описав сам Коперник [1, с. 106], причому в російському перекладі цей інструмент помилково названо астролябією.

Ми розглянули дві принципово різні системи координат. Перша з них пов'язана тільки з зорями, і тому зовсім не обов'язково, щоб її основним кругом була екліптика або екватор. Навпаки, для побудови другої системи зорі зовсім не потрібні; використовуються тільки спостереження за Сонцем.

Якби нам довелося робити вибір між цими системами, якій з них треба було б віддати перевагу? При спробі відповісти на це питання ми знову натрапляємо на ті суперечності між вимогами, які ставляться до координатних систем, про що йшлося раніше. Але нам не треба вибирати, бо жодну з систем в первісному вигляді тепер не використовують. Крім того, взагалі не можна (хоч в епоху Коперника це здавалося ще імовірним) вибирати єдину систему так, щоб вона якось задовольняла всі вимоги.

Основним кругом системи, в якій координати зір знаходять безпосередньо з меридіанних спостережень, може бути тільки миттєвий істинний екватор. Іншого вибору немає. Та в задачах небесної механіки незручно відносити положення небесних тіл до системи істинного екватора, бо осі цієї системи виконують складні рухи відносно інерціальної системи. За інерціальну систему звичайно приймали екваторіальну або екліптичну систему будь-якої початкової епохи. Дехто пропонує обрати основною площиною так звану незмінну площину Лапласа [11]. В теоретичних дослідженнях такі системи зручні, але їх побудова, в тому розумінні, в якому ми вживаємо тут цей термін, практично неможлива. Тільки за відповідними формулами можна розрахувати положення осей цих «нерухомих» систем відносно осей системи істинного екватора, побудова яких вже є операцією, добре освоєною спостерігачами на меридіанних інструментах.

Найпростіший спосіб, який часто застосовується, полягає ось у чому. Для визначення напряму миттєвої осі обертання Землі використовують спостереження біля полярної зорі у верхній і нижній кульмінаціях. Приймають, що ця вісь проходить через середину дуги, яка з'єднує два зазначених положення зорі. Якщо встановити трубу меридіанного інструмента під кутом 90° на південь від осі, яка визначена таким способом, то візирна лінія інструмента, обертаючись разом з Землею, рухатиметься паралельно площині істинного екватора, а точка візирування «накреслить» серед зір істинний екватор. Однак на практиці, як правило, виходить так, що названий кут дещо відрізняється від 90° на малу величину Δ_0 . Тоді у схиленнях зір екваторіальної зони буде стала помилка Δ_0 , яку можна виявити при спостереженнях Сонця і планет. Називається вона помилкою екватора каталогу. Отже, підкреслимо ще раз, що сам метод спостережень на меридіанних інструментах вже визначає основну площину тієї системи координат, в якій з цих спостережень одержуємо положення зір.

Інша річ — вибір початку, від якого відлічують прямі сходження. Ось що писав з цього приводу Ньюкомб [12]: «Нема безпосередньої необхідності відносити пряме сходження зір до істинної точки весняного рівнодення, бо будь-який інший початок можна також добре для цього використовувати, за винятком тих випадків, коли необхідно порівнювати прямі сходження і довготи. Але на небі нема видимих точок чи систем точок, якими б можна було користуватися, щоб встановити такий початок. Тому і користуються рівноденням або таким наближенням до нього, яке можна практично здійснити.

Для цього при складанні будь-якого абсолютного каталогу крім зір доводиться спостерігати Сонце і планети. Але, як пишуть Клеменс і Вулард, «дії, за допомогою яких одержують прямі сходження і схилення фундаментальних опорних зір, є в дійсності прямою протилежністю того, чого можна було б чекати на основі прийнятого визначення цих координат. Істинний зміст цих дій полягає в тому, щоб знайти положення екватора і точки весняного рівнодення відносно зір. Не зорі прив'язують до екватора і рівнодення, яких ми не можемо бачити, а навпаки, екватор простежують серед зір і положення рівнодення визначають відносно зір» [13].

І ось каталог складено: проти номера кожної зорі в ньому вписано її координати і власні рухи, а отже, і положення осей в початкову епоху; рухи їх задано відносно зір. Однак, порівнюючи різні каталоги, виявляємо систематичні розбіжності, які можна пояснити тим, що координатні осі цих каталогів не збігаються [14]. Тому говорять, що кожний абсолютний каталог «задає свій екватор і свою точку весняного рівнодення» [15], які так і називають екватором і рівноденням каталогу.

Тепер ми можемо зазначити, що принципової відмінності між побудовою координатних осей каталогу Коперника і будь-якого сучасного каталогу, власне кажучи, нема: і в тому, і в іншому випадку осі прив'язуються до зір. Звичайно, тепер для цього застосовують не ті способи й інструменти, якими користувалися в епоху Тіхо Браге та Коперника.

На відміну від інших вчених Коперник не прагнув до того, щоб система його каталогу була близькою до кінематичної (екліптичної) системи координат. Він свідомо відмовився від цього, щоб зробити спосіб прив'язки координатних осей до зір винятково чітким і простим.

Такої ясності нема у твердженні (яке часто повторюється), що кожен каталог визначає свою власну і до того єдину систему координат, або, точніше, напрямок координатних осей. Як побудувати ці осі, взявши з каталогу тільки дві зорі, ми вже показали. Але тоді виникає питання. Якщо ми замінимо одну із зір або обидві іншими, то чи одержимо ті самі осі? Як побудувати осі, пов'язані з великою кількістю зір? На перше з цих питань Ейхорн відповідає так [10]. Кожен каталог визначає не одну систему осей, а, швидше, безліч їх, причому напрямок осей є функцією області сфери, до якої віднесено ці осі. Вони не збігатимуться, якщо положення зір не зовсім узгоджені. Більшою чи меншою мірою така неузгодженість є в кожному каталозі, однак, якщо розглядати кожен з них окремо, виявити її неможливо. Зробити це можна, тільки порівнюючи каталоги.

Нехай S_i — точка на поверхні допоміжної сфери одиничного радіуса, яка зображує i -ту зорю; $X'Y'Z'$ і $X''Y''Z''$ — дві системи прямокутних осей із спільним початком у центрі вказаної сфери. Радіус-вектор точки S_i позначатимемо \vec{r}'_i або \vec{r}''_i залежно від того, як його задано: проекціями на осі $X'Y'Z'$ чи на $X''Y''Z''$.

Очевидно,

$$\vec{r}'_i = \sigma \vec{r}''_i, \quad (1)$$

де σ — матриця повороту, елементи якої залежать від трьох кутів. Останні

можна вибирати по-різному. Якщо відповідні осі близькі за напрямом, зручно користуватися так званими самольотними кутами u, v, w (рис. 6).

Тоді матриця σ матиме такий вигляд:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} 1 & w & -v \\ -w & 1 & u \\ v & -u & 1 \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Задачі, при розв'язанні яких використовують рівняння (1), поділяють на дві групи.

Перша група. Якщо елементи матриці σ і координати точки S_i в одній із систем відомі, то за допомогою (1) знаходять координати точки в іншій системі. Як приклад задачі цієї групи

можна назвати зведення до епохи спостережень. Якщо α'_i, δ'_i і α''_i, δ''_i — сферичні координати зорі відповідно в системах $X'Y'Z'$ і $X''Y''Z''$, то в першому наближенні з (1), враховуючи (2),

$$\begin{aligned} \delta'_i - \delta''_i &= v \cos \alpha'_i - u \sin \alpha'_i, \\ \alpha'_i - \alpha''_i &= (v \sin \alpha'_i + u \cos \alpha'_i) \operatorname{tg} \delta'_i - w. \end{aligned} \quad (3)$$

Звідси зразу ж одержуємо формули для врахування впливу прецесії на схилення і прямі сходження. Для цього досить замінити v на ndt , w на mdt та покласти $u = 0$. Тоді

$$\frac{d\delta_1}{dt} = n \cos \alpha_1, \quad \frac{d\alpha_1}{dt} = m + n \sin \alpha_1 \operatorname{tg} \delta_1.$$

Друга група. Якщо відомо координати точок S_i в обох системах, з (1) можна знайти елементи матриці σ . Оскільки елементи цієї матриці, як зазначалося, залежать від трьох кутів, найменше число координат, які повинні бути задані в кожній з систем, також дорівнює трьом (наприклад, $\alpha'_1, \delta'_1, \delta'_2$ — в системі $X'Y'Z'$ і $\alpha''_1, \delta''_1, \delta''_2$ — в системі $X''Y''Z''$). Тоді

$$u = \frac{(\delta'_2 - \delta''_2) \cos \alpha'_1 - (\delta'_1 - \delta''_1) \cos \alpha'_2}{\sin(\alpha'_2 - \alpha''_2)}.$$

Аналогічний вираз можна записати для v і w .

Коперник вважав свій каталог вічним у тому розумінні, що положення зір, віднесені до системи цього каталогу, завжди були і будуть незмінними. Якщо користуватися відповідним інструментом, наприклад астролабомом, координати зір можна одержати зразу в цій самій системі. Тепер ми знаємо, що створити такий вічний каталог неможливо, бо через власні рухи зір їх від-

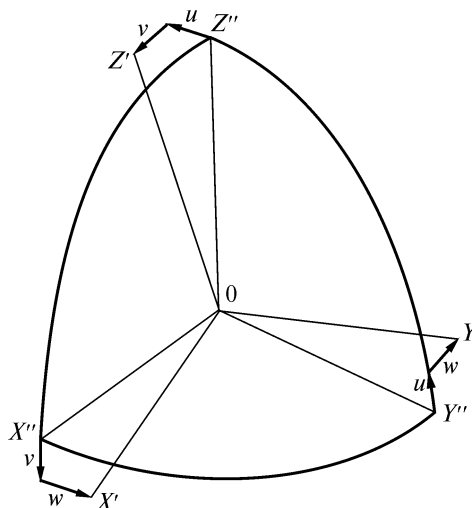


Рис. 6

носні положення змінюються. Але у позагалактичних об'єктів ці відносні зміни настільки малі, що ними можна знехтувати, принаймні за сучасними критеріями. Тому можна побудувати таку систему координат (назвемо її системою G), в якій ці об'єкти нерухомі. Однак знаходити положення зір безпосередньо в цій системі незручно. Як ми вже зазначали, сама методика меридіанних спостережень така, що координати зір одержуємо в системі миттєвого екватора. Доводиться переходити від неї до системи G , для чого необхідно знайти відповідну матрицю переходу. Це можна зробити, якщо ми маємо координати кількох об'єктів (але не менше двох) в обох системах.

Думка про те, що в такий спосіб можна віднести положення зір до осей, які не обертаються, вперше була висловлена ще Лапласом, проте застосовувати цей спосіб почали лише в XIX ст., зокрема при складанні каталогу слабких зір.

Загальноприйнятим до цього часу є класичний спосіб, який схематично можна описати так. Із спостережень одержують каталоги $K_0, K_1, \dots, K_j, \dots, K_m$, віднесені до таких положень осей екваторіальних координат, які ці осі займали в моменти $T_0, T_1, \dots, T_j, \dots, T_m$ відповідно. Далі задача зводиться до того, щоб знайти матрицю переходу від будь-якого каталогу, наприклад від K_j до K_0 . З теорії орбітального і обертового рухів Землі одержуємо аналогічні вирази для елементів цієї матриці (див. [16]) із порівняння координат зір у різні епохи — константи, які входять у ці вирази. Основними фіксованими площинами у фундаментальній системі положення зір повинні бути площини екватора і екліптики, що задаються обертовими і орбітальними рухами Землі. Тому природно було б чекати, що їх переміщення можна обчислити на основі динамічної теорії їх рухів. Але на практиці тільки рух екліптики і малі члени в рівняннях руху екватора можна одержати таким способом. Основну частину місячно-сонячної прецесії та нутації доводиться визначати за даними спостережень, оскільки ми повно і точно не знаємо механічних властивостей Землі.

Хай R_i — радіус-вектор i -ї зорі в системі каталогу K_0 ; \bar{r}_i — те саме в системі каталогу K_j . Тоді, враховуючи власний рух зір, на підставі (1)

$$\bar{R}_i = \sigma(T_0, T_j, P) \bar{r}_i + \dot{\bar{r}}, \quad (4)$$

де $\dot{\bar{r}}$ — вектор власного руху зорі S_i , перпендикулярний до \bar{r}_i ; P — стала прецесії. Оскільки число невідомих у системі (4) щонайменше на одиницю перебільшує число рівнянь, на власні рухи доводиться накладати додаткові умови, наприклад

$$\sum_{i=1}^n \dot{\bar{r}} = 0.$$

Зрозуміло, що величина P залежить як від прийнятої умови, так і від вибору зорі. Інакше кажучи, поправку сталої прецесії і власні рухи зір при такому способі розділити не вдасться.

Рівняння (4) дає можливість із спостережень в епоху T_j одержати координати зір в системі, що не обертається і реалізується каталогом K_0 . Зведення до цієї системи — досить складна послідовність дій. Коперник вважав, що такий самий результат він одержував простим перенесенням нуля-пункту довгот

$$\alpha - \alpha' = (\nu \operatorname{ctg} \varepsilon + \sin \alpha' \operatorname{tg} \delta') - \Delta\varepsilon \cos \alpha' \operatorname{tg} \delta' - a.$$

Для Сонця (нехтуючи його широтою або запроваджуючи відповідні поправки в екваторіальні координати)

$$\sin (\alpha' - a) \operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} \delta'. \quad (5)$$

Скориставшись цим рівнянням, одержимо з точністю до величин порядку

$$\operatorname{ctg} \varepsilon + \sin \alpha' \operatorname{tg} \delta' = \operatorname{ctg} \varepsilon \sec^2 \delta'.$$

Тому

$$\alpha - \alpha' = -a + \nu \operatorname{ctg} \varepsilon \sec^2 \delta' - \Delta\varepsilon \cos \alpha' \operatorname{tg} \delta'.$$

Прямі сходження Сонця α' можна знайти безпосередньою прив'язкою до зір каталогу K_j . Якщо в системі цього каталогу знайти схилення Сонця δ' , то за допомогою (5) легко одержати різниці $\alpha - \alpha'$, а потім і саму величину a , яку (не зовсім вдало) називають поправкою рівнодення каталогу. Зазначимо, що деякі автори плутають поправку екватора Δ_0 з кутом ν , на який екватор CC треба повернути навколо осі OY .

Якщо за аналогією з каталогом Коперника ми перенесемо нуль-пункт прямих сходжень з точки весняного рівнодення в іншу точку, наприклад так, щоб пряме сходження будь-якої зорі дорівнювало нулю, попередні формули істотно не зміняться. Тільки a в (5) вже не буде малою величиною.

Нема сумніву в тому, що сам по собі «Каталог знаків зодіака і зір» Коперника має тепер лише історичне значення і в цьому розумінні його дійсно можна було б назвати музейним унікалом. Але роздуми над каталогом повчальні і корисні для розв'язання завдань, які стоять перед астрономією наших днів та можуть виникнути в майбутньому.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Николай Коперник*. О вращениях небесных сфер. — М.: Наука, 1964.
2. *Идельсон Н.И.* — В кн.: Николай Коперник. — М.—Л., 1947.
3. *Галилео Галилей*. Диалог о двух главнейших системах мира. — М.—Л., 1948.
4. *Данте Алигьери*. Малые произведения. — М.: Наука, 1948.
5. *Woolley R.* The Longest Year. — Canberra, 1948.
6. *Паннекук А.* История астрономии. — М.: Наука, 1966.
7. *Струве В.Я.* Этюды звездной астрономии. — М.: Изд-во АН СССР, 1953.
8. *Берри А.* Краткая история астрономии. — М.—Л.: Гостехиздат, 1946.
9. *Кары-Ниязов Т.Н.* Астрономическая школа Улугбека. — М.—Л.: Наука, 1950.
10. *Eichorn H.* CASPAR Transactions, 1970, 7.
11. *Абалакин В.К.* Системы координат в астрономии, 26, УзССР, Ташкент: ФАН, 1971. — С. 26.
12. *Newcomb S.* A Compendium of Spherical Astronomy, 1906.
13. *Woolard E., Clemence G.* Spherical Astronomy. — New York and London, 1966.
14. *Мионов Н.Т.* Астрометрия и астрофизика, 1971, 13, 13.
15. *Подобед В.В.* Фундаментальная астрометрия. — М.: Наука, 1968.
16. *Explanatory Suppe to the «Ephemeris».* — London, 1961.
17. *Observatory*, 1969, 89, 171.

Є.П. ФЕДОРОВ

ВІД АЛ-БІРУНІ ДО КОПЕРНИКА*

В 1973 р. наукова і, особливо, астрономічна громадськість відзначатиме два знаменних ювілеї: 1000 років від дня народження видатного середньо-азіатського вченого ал-Біруні та 500 років від дня народження творця геліоцентричної системи світу, великого польського вченого Міколая Коперника. При вивченні історії астрономії може скластися враження, що за п'ять століть, які розділяють ці події, у науку про Всесвіт не було внесено нічого істотного. Нехай і так, але під час цього уявного застою відбувалась велика і важка перебудова свідомості людей. Вона і привела до того відродження науки, з якого починається розвиток сучасної культури і цивілізації. Астрономічні знання, які з глибокої давнини нагромаджувало людство, були узагальнені й зведені в єдину систему в тринадцяти книгах «Математичного твору» Клавдія Птолемея. Ця праця була вищим, але і останнім твором античної астрономії. Більше того, в умовах повного зруйнування стародавнього античного суспільства наукову спадщину його в Європі не було кому перейняти і зберегти.

Це зробили вчені мусульманського Сходу. Вони діяльно збирали і перекладали на сирійську та арабську мови, а згодом і уважно вивчали видатні твори вчених стародавньої Греції і Риму.

Свого вищого розквіту культура мусульманського Сходу досягла в X—XI ст., тобто саме в той час, коли жив і працював ал-Біруні. Він займався багатьма науками: астрономією і медициною, фізикою і лінгвістикою, математикою та історією. Готуючись до подорожі в Індію, він на 45 році життя вивчає санскрит, а повернувшись з подорожі видає обширний науковий опис цієї країни. З питань астрономії ал-Біруні написав більше тридцяти праць, в тому числі «Ключ до астрономії», «Вивчення руху Сонця», «Трактат про Місяць», «Трактат про астролябію» та ін. Особливо цікаві його «Мас'удові таблиці». В цій праці розповідається, зокрема, про оригінальний і простий спосіб, яким користувався ал-Біруні для визначення радіуса Землі. Під час подорожі по Індії він зійшов на гору, яка здіймається над рівнем моря на 652 локті і там виміряв відхилення від 180° кута між променями зору, скерованими до двох діаметрально протилежних точок видимого горизонту. Ал-Біруні знайшов, що цей кут дорівнює $1^\circ 8'$ і одержав для радіуса Землі значення, що в метричній системі дорівнює 6316 км.

* Короткий астрономічний календар, 1973. — К.: Наукова думка, 1972.

Арабські астрономи займались головним чином практичною астрономією: нових уявлень про будову Всесвіту вони не висунули. Але, безсумнівно, ідеї Птолемея і Аристотеля були їм відомі, причому вони віддавали перевагу останньому. Аристотель уявляв собі Всесвіт як гігантський механізм, що складається з криштальних сфер, з'єднаних між собою осями. В спільному центрі цих сфер знаходиться Земля. Вона нерухома, а всьому механізмові надає руху зовнішня сферична оболонка, яка рівномірно обертається, роблячи один оборот за добу. Від неї цей рух передається внутрішнім сферам. До деяких з них прикріплені планети, а також Сонце і Місяць. Інші сфери не мають на собі нічого, але вони відіграють роль проміжних ланок загального механізму. Грецькі астрономи ставили таке завдання: підібрати розміри сфер і розташувати їх осі так, щоб відтворити складні видимі рухи Сонця, Місяця і п'яти планет, які були відомі на той час *. Для цього Аристотелеві потрібно було 55 сфер. Уся ця побудова дозволяла зберегти основний постулат Аристотеля: Земля нерухома і знаходиться в центрі Всесвіту. Такого ж погляду дотримувався і Птоломей. Але і в античному світі були вчені, які заперечували постулат про нерухомість Землі. Птоломей так говорить про них на перших сторінках «Математичного твору»: «Багато людей вважають, що неможливо висунути заперечення проти припущення, що небеса нерухомі, а Земля робить один оберт за добу навколо осі світу з заходу на схід. Небесні явища, може, не суперечать цим спрощуючим припущенням. Але, — продовжує Птоломей, — щодо явищ, суміжних з нами і в повітрі, думка про те, що обертається Земля, всякому здається дуже сміховинною».

Проте сумніви Птолемея виявились більш обґрунтованими, ніж його глузування. Подібні сумніви щодо можливості довести нерухомість Землі лише тільки астрономічними спостереженнями висловлювали інші вчені й після Птолемея, в тому числі ал-Біруні. Він писав: «Обертання Землі ні в якій мірі не порушує астрономічних обчислень, бо всі астрономічні ознаки добре зберігаються як в одній теорії, так і в другій. Питання це дуже важко вирішити».

Як ми зазначали, ал-Біруні жив у той час, коли мусульманська культура досягла вершини свого розвитку і вже починався її спад. У той же час європейський світ почав поволі оправлятися від перенесеного потрясіння. Тоді розпочалась, так би мовити, зворотна течія науки із Сходу на Захід, головним чином через Іспанію, яка була тоді під владою арабів.

В Європі почали з'являтися переклади на латинську мову творів арабських авторів. Такі переклади були справою дуже важкою — багатьох термінів у латинській мові не було. Іноді їх вигадував перекладач, іноді в латинський текст вставляли арабські слова. Саме такого походження деякі загальноприйняті наукові терміни, наприклад азимут, зеніт, надир. Особливо цікаве походження слова *zenit*. У латинській транскрипції арабські слова «в бік голови» записують так: *samt al — ra's*. Але під час переписування було зроблено опіску: *ni* замість *m* і *samt* перетворився в *sanit*, а пізніше в *zenit*.

Перекладались на латинську мову і ті праці античних вчених, які раніше було перекладено з грецької на арабську. Під арабською назвою «Алмагест» став відомим в Європі і «Математичний твір» Птолемея. Його переклад з

* Приклади видимих рухів планет див. на с. 55—60 Календаря.

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

арабської зробив у 1175 р. Герхард з Кремони. В такий же спосіб проникли в Європу ідеї Аристотеля.

На кінець XII ст. церква стала пануючою політичною і духовною силою у феодальному суспільстві князів і рицарів, селян і городян, абатств і монастирів. Ніяка наука не розвивалась без згоди церкви. Щоб розповсюдження ідей античних вчених стало можливим, треба було показати, що ці ідеї не суперечать догматам католицької релігії. Серед вчених того часу, які поставили перед собою таке завдання, найбільш відомий домініканський монах Фома Аквінський (1225—1274). У своїх працях він звів космологію Аристотеля і вчення церкви до єдиної системи мислення, так званої схоластики. Це вчення протягом кількох століть придушувало вільний дух наукового дослідження. Ця духовна тиранія тривала і в епоху Коперника. Так, у 1538 р., тобто лише за п'ять років до виходу з друку його знаменитого твору «Про обертання небесних сфер», італійський вчений Фракастаро — з ним Коперник зустрічався в Падуанському університеті— виступив з обширним трактатом «Гомоцентрика», в якому він викладав і обстоював аристотелеву систему світу. Великий подвиг Коперника полягає насамперед у тому, що він виступив проти однієї з основ усієї будови схоластики — догмата про нерухомість і центральне положення Землі.

Те, що здавалось Птоломею і ал-Біруні лише трудністю при створенні системи світу, Коперник зробив вихідним пунктом свого дослідження. «Всяка сприймана зміна положення, — писав він, — відбувається внаслідок руху або спостережуваного предмета, або спостерігача, або внаслідок руху того і другого». Людина спостерігає з поверхні Землі, тому якщо Земля знаходиться у стані будь-якого руху, то все, що знаходиться поза нею, здаватиметься земному спостерігачеві рухомим з тією ж швидкістю, але в протилежному напрямі.

Правда, щоб визнати, що Земля рухається, треба, за словами Галілея, «зробити насилля над почуттями». Але зате як природно і просто пояснюються тоді складні видимі рухи небесних тіл.

Католицька церква не відразу зрозуміла, якого нищівного удару її догматам завдає геліоцентрична система Коперника, в якій замість центра світобудови Землі приділяється лише роль рядового члена сімейства планет. Але коли це стало зрозумілим, почалось послідовне і безжальне переслідування прибічників цієї системи, переслідування, найбільш трагічними епізодами якого були процес над Галілеєм і спалення Джордано Бруно.

Е.П. ФЕДОРОВ

КАК НАЙТИ ПОЛЮС ЗЕМЛИ?*

СКОЛЬКО ПОЛЮСОВ У ЗЕМЛИ?

Можно ли отметить положение географического полюса колышком, вбитым в землю! Если можно, то как найти место, куда нужно забить этот колышек!

Около 40 лет назад известный советский астроном, академик АН УССР А.Я. Орлов опубликовал статью «Что такое полюс и где он?» (Газета «Красный Крым», 11 августа 1937). В начале этой статьи приведены слова выдающегося ученого, академика О.Ю. Шмидта о том, что полюс — это точка, которую трудно определить. Но, подчеркивает А.Я. Орлов, полюс должен быть обязательно определен и притом со всей возможной точностью: «Все астрономические и геодезические измерения относятся к полюсу, и если в его определении будет хоть малейшая ошибка, то она войдет в наши географические карты и в те каталоги, где даются положения звезд, по которым проверяются часы, а затем дается точное время».

А.Я. Орлов писал далее: «Филологически слово «полюс» производят от греческого «полос», что первоначально означало, по-видимому, тот вбитый в землю колышек, тот «прикол», вокруг которого на веревке пасется привязанный к нему домашний скот. Эта картина пастушеской жизни перенесена была на небесный свод, где все звезды движутся вокруг некоторой точки, и у кочевых народов еще и теперь Полярная звезда иногда называется Золотым приколом.

Потом колышек, забитый в землю, чтобы обозначить полюс, стал время от времени вновь появляться в научных дискуссиях. Особенно привлекательной возможностью (хотя бы мысленно) закрепить таким способом сетку географических координат на поверхности Земли представлялась геодезистам, которые привыкли пользоваться при измерениях прочно установленными реперами. Естественно, ответа на вопрос о том, где следует забить колышек, ждали от астрономов, которые занимаются проблемой движения полюсов Земли. Это сделал А.А. Михайлов в статье «О приведении астрономических определений широты, долготы и азимута к единой эпохе» («Астрономический журнал», 47, 3, 1970). Вот что он писал: «Пусть мы исходим из некоторого пункта с известной астрономической широтой и направлением меридиана. Двинемся из этого пункта к северу, по временам измеряя широту. В конце концов мы дойдем до точки $90^{\circ}0'00''$. Будет ли это полюс — точкой (так в подлиннике. — Е.Ф.), где ось вращения пересекает земную поверхность той,

* Земля и Вселенная, 1977. — № 4.

где нужно забить колышек? Нет, это будет точка, в которой вертикальная линия параллельна оси вращения и которая отстоит от колышка на угол при центре Земли, равный уклонению отвеса, возможно, на сотни метров. Возникает вопрос, будет ли эта точка единственной, т. е. придем ли мы в одно и то же место, если начнем двигаться по разным меридианам? Почти несомненно, что эта точка единственная, потому что геоид есть выпуклая поверхность. Возможно, что есть места внутри или на границе тяжелых масс, где уровенная поверхность силы тяжести вогнута или имеет отрицательную кривизну. Но это — исключительные случаи, вряд ли имеющие место на поверхности Земли, а тем более во внешнем пространстве. Таким образом, можно считать, что точка, в которой широта равна точно $90'$, единственная, но это не будет полюс в указанном смысле» («Земля и Вселенная», № 6, 1970, с. 4—7; № 1, 1972, с. 50—53).



Теперь мы приглашаем читателя отправиться в путь к полюсу, следуя этим указаниям. И даже если цель не будет достигнута, наше путешествие не окажется напрасной тратой времени — оно может быть поучительным, поскольку в пути, как мы увидим, встретятся непредвиденные трудности и нам придется заниматься задачами, над решением которых стоит подумать. В приведенной выдержке речь идет, конечно, о реальной Земле с ее сложным рельефом. Но мы облегчим нашу задачу — будем считать, что Земля имеет форму правильного **эллипсоида вращения**, т. е. тела, поверхность которого образуется при вращении эллипса вокруг его малой оси. (Тем, как определяются размеры и форма этого «земного эллипсоида», мы интересоваться не будем.) Перпендикуляр к поверхности земного эллипсоида в любой ее точке A проходит через ось фигуры (но не через центр эллипсоида O). Иначе говоря, ось OF и перпендикуляр AZ_A лежат в одной плоскости, которую называют плоскостью меридиана точки A . След от ее пересечения с поверхностью земного эллипсоида — меридиан этой точки — плоская кривая. **Все меридианы сходятся в полюсах земного сфероида** (рис. 1).

Ось симметрии OF обладает еще одним свойством, на котором нам нужно особо остановиться. Напомним, что Земля вращается вокруг оси, которая всегда проходит через центр ее масс O , но несколько изменяет направление не только в пространстве, но, как это показал теоретически Л. Эйлер, и по отношению к самой Земле. Понятно, что вследствие этого будут перемещаться те точки, в которых ось вращения пересекает поверхность Земли, т. е. полюсы вращения, что в свою очередь приведет к изменениям широт (а также долгот) всех точек земной поверхности. Такие изменения были обнаружены в конце прошлого столетия, и с тех пор систематические широтные наблюде-

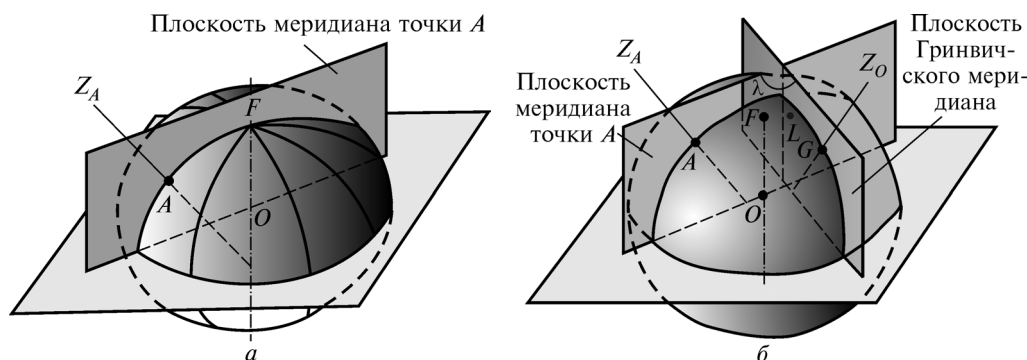


Рис. 1. Модели фигуры Земли: *a* — меридианы всех точек поверхности земного эллипсоида сходятся в его полюсах, а нормали к поверхности проходят через ось симметрии OF ; *б* — у реальной Земли плоскости средних меридианов параллельны оси устойчивости вращения OF , но через эту ось не проходят, а астрономический полюс L , т. е. точка, в которой отвесная линия параллельна оси OF , не совпадает с полюсом F

ния, которые ведут многие обсерватории мира, дают астрономам возможность непрерывно следить за тем, как движутся полюсы вращения Земли.

Однако это явление оказалось более сложным, чем следовало из теории Эйлера. Полюсы Северный и Южный описывают на поверхности Земли неправильные (но совершенно одинаковые) кривые — **полодии, напоминающие спираль, витки которой то расширяются, то сжимаются**. Хотя картина получается запутанной, все же удастся, взяв полодию за несколько (например, за 6) лет, довольно уверенно найти ее центр, причем выясняется, что полюс не отходит от этого центра более чем на 15 м. По крайней мере за последние 130 лет (а о предшествующем времени у нас нет данных) он ни разу далее не отклонялся. Для рассматриваемой модели Земли центром той кривой, по которой движется полюс, будет как раз полюс земного эллипсоида.

А может ли ось вращения совпасть с осью фигуры? Да, может. Тогда вращение Земли окажется устойчивым, т. е. ее ось вращения не будет перемещаться в теле Земли, а полюс — по ее поверхности. Однако этого в действительности никогда не наблюдалось: даже если бы в какой-то момент обе оси совпали, они опять разошлись бы вследствие возмущающего влияния различных процессов на поверхности и в недрах Земли.

Однако пора возвратиться к реальной Земле. О каком же полюсе идет речь, когда мы говорим, что его положение можно обозначить колышком? Конечно, не о постоянно блуждающем полюсе вращения, а о неподвижном полюсе фигуры.

Но здесь мы встречаемся с первой трудностью, которая состоит в том, что, строго говоря, у реальной Земли нет оси симметрии, а значит, нет и полюсов фигуры. Но ось устойчивого вращения у реальной Земли все же есть. Точки, в которых она пересекает земную поверхность, можно было бы назвать **полюсами устойчивого вращения**. В зарубежной литературе их часто в этом случае называют **полюсами фигуры**. Воспользуемся этим термином и мы, понимая, что он уже не будет строгим, когда мы имеем дело с реальной, т. е. с несимметричной Землей.

Заметим, что теперь отвесная линия в полюсе фигуры может не совпадать и, по всей вероятности, действительно не совпадает по направлению с осью устойчивого вращения OF . Однако, как указывает в приведенной выдержке А. А. Михайлов, вблизи каждого из полюсов фигуры есть точка L , в которой отвесная линия параллельна оси OF . Средняя широта этой точки равна точно $+90^\circ$ в северном полушарии и -90° в южном. Известные американские астрономы Клеменс и Вулард в книге «Сферическая астрономия» называют эти точки астрономическими полюсами. Приняв этот термин, мы можем сказать так: у симметричной модели Земли полюс фигуры и астрономический полюс совпадают; у реальной Земли они не совпадают*. Однако не только в полюсе фигуры, но и в любой другой точке на несимметричной Земле отвесная линия и нормаль к поверхности земного эллипсоида несколько различаются по направлению. Они образуют малый угол, который называется отклонением отвеса — с этим термином мы уже встречались в приведенной выдержке из статьи А.А. Михайлова. Значит, как правило, отвесная линия в точке A не будет лежать в плоскости, проходящей через эту точку и ось OF ; она не будет пересекать ось OF , а пройдет мимо нее. Или иначе: нельзя провести такую плоскость, в которой находились бы и ось устойчивого вращения Земли OF , и отвесная линия в точке A . Что же такое тогда плоскость меридиана этой точки? Согласно принятому в астрономии определению, это — плоскость, проходящая через отвесную линию в точке A и параллельная либо мгновенной оси вращения, либо оси фигуры. В последнем случае мы имеем плоскость **среднего меридиана**. Теперь скажем так: раз плоскости средних меридианов не проходят через ось OF , значит линии, по которым они пересекают поверхность Земли, не сходятся в полюсе фигуры F . Они не сходятся и в астрономическом полюсе, и вообще не пересекаются в какой-либо одной точке.

КАКИМ ПУТЕМ ИДТИ

Итак, реальная Земля имеет по меньшей мере три Северных (а значит, и три Южных) полюса: **блуждающий полюс вращения**, в котором мгновенная ось вращения Земли пересекает ее поверхность, **полюс фигуры и астрономический полюс**, в котором отвесная линия параллельна оси устойчивого вращения.

Придем ли мы к какому-либо из этих полюсов и к какому именно, если (как предлагает А.А. Михайлов), выйдя из пункта с известной широтой и направлением меридиана, мы будем двигаться, время от времени измеряя широту? А.А. Михайлов дает ответ и на этот вопрос: в точку с широтой $90^\circ 00' 00''$, т. е. в астрономический полюс.

* А.А. Михайлов пишет, что расстояние между полюсами, возможно, составляет сотни метров. Правильность этой оценки недавно подтвердила канадская экспедиция, которая занималась определениями отклонений отвеса вблизи Северного полюса путем сравнения положения станции на широте $89^\circ 40'$, определенного двумя способами — астрономическими наблюдениями и с помощью навигационной спутниковой системы. Расчеты, основанные на результатах таких определений, показывают, что полюс фигуры находится на расстоянии 120–250 м от астрономического полюса.

Чтобы выяснить, так ли все на самом деле, уточним путь, которым мы могли бы пойти. Одна возможность — идти так, чтобы все время оставаться в плоскости меридиана начального пункта A . От этого сразу же следует отказаться, поскольку кривая, по которой эта плоскость пересекает поверхность Земли, как мы выяснили, в общем случае не пролегает через астрономический полюс. Значит, идя вдоль этой кривой и время от времени определяя широту, мы никогда не получим ровно 90° , так как точки с такой широтой нет на нашем пути — она остается в стороне.

Однако есть и другая возможность — все время идти прямо на север. Для этого нужно прежде всего найти направление полуденной линии в исходном пункте A , т. е. той прямой, по которой плоскость меридиана пересекает плоскость горизонта в этом пункте. На том, как определяется направление полуденной линии, мы останавливаться не будем; достаточно сказать, что астрономы располагают необходимыми для этого средствами и методами. Допустим, направление прямой AN найдено, и чтобы закрепить его, установим B на некотором расстоянии от A . К вехе нам и следует идти, а когда мы до нее дойдем, нужно вновь определить в точке B направление полуденной линии. И вот тогда могут обнаружиться некоторые любопытные обстоятельства, связанные с теми нарушениями симметрии Земли, которые проявляются в отклонениях отвеса. Может оказаться (как правило, так и бывает), что отвес в пункте B не находится в плоскости меридиана начального пункта A ; он может отклоняться от этой плоскости в ту или иную сторону. Отсюда следует, что плоскости меридианов двух соседних точек A и B не будут совпадать.

Теперь начнем рассуждать: если обе плоскости параллельны оси OF , значит, и линия их пересечения — прямая BM , **пролегающая** через точку B , должна быть параллельна OF , поскольку она лежит одновременно в плоскостях меридианов обеих рассматриваемых точек (рис. 2).

Следующий этап нашего пути, т. е. отрезок BC , будет лежать уже в плоскости меридиана точки B , а не начального пункта A . Так мы и пойдём на север, определяя в конце каждого пройденного отрезка пути направление дальнейшего движения. Если же мы станем уменьшать длины этих участков, то в пределе у нас получится огибающая семейства плоскостей меридианов — цилиндрическая поверхность с образующей, параллельной оси OF . Напомним, что по определению цилиндрическая поверхность — это поверхность, описываемая прямой линией, которая движется, оставаясь параллельной западному направлению. След пересечения этой поверхности с поверхностью Земли — линия двойкой кривизны. По ней нам и нужно идти, если мы хотим двигаться всегда точно на север, так как касательной к этой кривой в любой ее точке будет полуденная линия.

Куда приведет нас этот путь? Мы будем приближаться к астрономическому полюсу, но по мере приближения нам будет все труднее и труднее находить нужное направление пути, что обусловлено самим способом построения плоскости меридиана. В любой точке, например в точке B , это — плоскость, проходящая через две прямые: отвесную линию и прямую BM , параллельную оси OF . По мере приближения к астрономическому полюсу L , угол между этими прямыми уменьшается и вместе с этим понижается точность, с которой определяется положение плоскости меридиана, а значит, и направле-

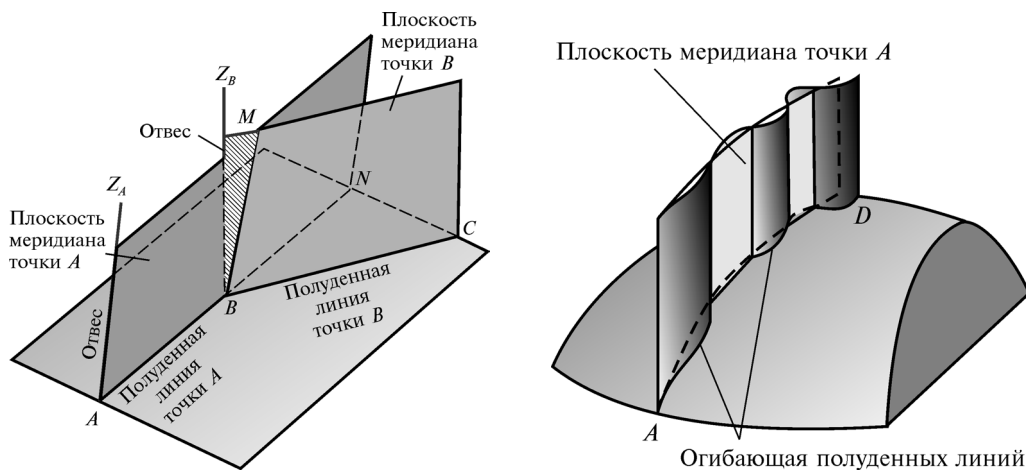


Рис. 2. Плоскости меридианов A и B параллельны оси фигуры (см. рис. 1). Значит, и линия их пересечения BM также параллельна этой оси

Рис. 3. Чтобы всегда двигаться точно на север, нужно идти по огибающей полуденных линий AD . По мере приближения к астрономическому полюсу, огибающая становится все более и более извилистой

ние полуденной линии. Даже небольшие изменения в направлении отвеса приводят к значительным поворотам плоскости меридиана (а в самом астрономическом полюсе любую плоскость, проходящую через отвесную линию, можно принять за плоскость меридиана). Таким образом, кривая, по которой мы идем, вблизи астрономического полюса становится все более и более извилистой, поэтому найти направление полуденной линии будет все труднее и труднее (рис. 3). В ближайшей же окрестности полюса мы рискуем вообще потерять ориентировку: вместо того, чтобы идти к полюсу, мы будем блуждать вокруг него.

Поэтому нужно посмотреть, нет ли еще какого-либо пути к полюсу, который стоило бы испытать. Обратим внимание на то, что огибающая полуденных линий проходит через точки с различной долготой. Долготой точки на поверхности Земли, как известно, называется угол, который образует плоскость меридиана этой точки с плоскостью меридиана Гринвича. Значит, у точек, имеющих одинаковую долготу, плоскости меридианов между собой параллельны. Но плоскости меридианов точек, находящихся на огибающей полуденных линий, не параллельны друг другу, — как видно из самого построения этой огибающей, они друг с другом пересекаются.

Значит, соединив точки с одинаковой долготой, мы получим другую кривую на поверхности Земли (но, конечно, также двойкой кривизны, а не плоскую). Она-то и называется меридианом. Мы можем направиться из исходного пункта A по меридиану этого пункта. Но для того, чтобы все время оставаться на этом меридиане, нам придется определять время от времени уже не направление полуденной линии, а долготу точки, в которой мы находимся, и, если она окажется больше долготы начальной точки, отходить к востоку, а если меньше, — к западу.

Однако в окрестности полюса мы встретимся с теми же трудностями, что и ранее. Действительно, определение долготы есть по существу определение направления плоскости меридиана места наблюдения по отношению к плоскости Гринвичского меридиана. А это, как мы уже выяснили, сделать с необходимой точностью вблизи полюса нельзя. Значит, при движении по меридиану исходного пункта наш путь по мере приближения к полюсу будет становиться все более и более извилистым и неуверенным.

Можно сказать, что, отправляясь из какого-либо пункта *A*, мы, подобно былинному богатырю, должны выбрать одну из трех дорог. Одна дорога — это кривая, по которой плоскость меридиана точки *A* пересекает поверхность Земли. Но, как мы выяснили, этот путь не привел бы нас ни к полюсу фигуры, ни к астрономическому полюсу. Второй путь идет по полуденным линиям, и его можно считать как бы составленным из их коротких отрезков. Он представляет собой кривую двойкой кривизны, которая может отклоняться от плоскости меридиана исходного пункта то в одну, то в другую сторону, причем тем сильнее, чем ближе мы подходим к полюсу. Третий путь — меридиан точки *A*. Это тоже выпукло-вогнутая кривая. Достичь астрономического полюса вторым и третьим путем оказывается задачей практически неосуществимой.

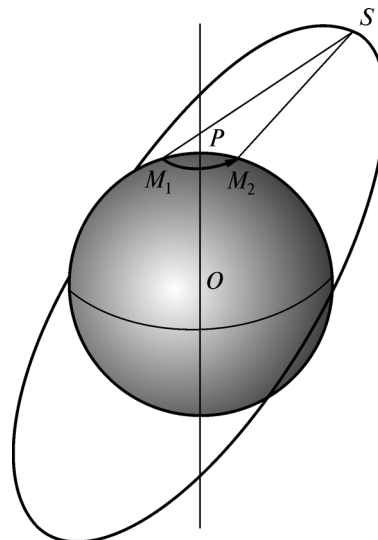
МЕЖДУНАРОДНАЯ СЛУЖБА ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСА

Но если на практике не удастся указать то место, где на поверхности Земли находится полюс, может возникнуть вопрос, чем же тогда занимается Международная служба движения полюса (МСДП) — организация, которая была создана еще в конце прошлого столетия (первоначально она называлась Международной службой широты) именно для того, чтобы определять координаты, или положение, полюса Земли в последовательные моменты времени. И что имел в виду А.Я. Орлов, когда писал, что «полюс должен быть обязательно определен»? Видимо, нечто иное, а не поиск тех точек на поверхности Земли, о которых шла речь выше.

На каждой обсерватории, участвующей в МСДП, регулярно определяются широты. Если значение широты, найденное из наблюдений, вычесть из 90° , мы получим угол, который образуют между собой отвесная линия в пункте наблюдений и мгновенная ось вращения Земли. Отметим, что **задача МСДП состоит в определении направления оси вращения Земли по отношению к отвесным линиям в ряде точек земной поверхности.** Так получают данные об изменениях этого направления, или о движении оси вращения в теле Земли. Только это и могут дать астрономические наблюдения, но, к счастью, в большинстве случаев только это и нужно для геодезической практики и геофизических исследований.

Но если движение оси вращения Земли найдено, можно считать известным и движение тех точек, в которых ось пересекает поверхность Земли, т. е. Северного и Южного полюсов. В этом смысле и следует понимать слова А.Я. Орлова о необходимости точного определения положения полюса. Для такого определения нам незачем идти к полюсу — мы можем определить положение полюса, находясь от него на расстоянии в тысячи километров. По-

Рис. 4. Измерение расстояний от наблюдательных станций M_1 , M_2 до искусственного спутника Земли S лазерными дальномерами. Из этих измерений можно найти положение той точки земной поверхности, через которую проходит мгновенная ось вращения Земли, а не направление этой оси относительно отвесных линий



нятно, это еще не дает нам возможности указать на поверхности Земли ту точку, в которой нужно забить колышек, чтобы отметить положение полюса. А как быть, если такая отметка понадобится, например, для осуществления проекта, о котором недавно сообщалось в печати? «Знаменитый французский исследователь морских глубин Жак-Ив Кусто решил снарядить научно-исследовательскую экспедицию к отметке Северного полюса. Исследователь собирается пробурить многометровую толщу льда и в 1978 году опуститься на 600 метров в глубины Северного Ледовитого океана» (Газета «Известия», 20 ноября 1976). По-видимому, участникам этой экспедиции, как и прежних экспедиций к Северному полюсу, будет достаточно отметить его положение лишь приближенно, с ошибкой, например, в несколько сот метров. Во всяком случае, в настоящее время этим пришлось бы удовлетвориться.

В последнее время появился новый способ получения данных о движении полюса, основанный на измерении расстояний от различных точек поверхности Земли до ее искусственных спутников или до уголкового отражателя на Луне, который сможет обеспечить гораздо более высокую точность. Этот способ дает именно положение той точки земной поверхности, в которой ее пересекает ось вращения Земли, тогда как классические астрономические методы, как мы видели, давали только направление данной оси. Но о новых методах определения положения полюса стоит рассказать отдельно.

Допустим (рис. 4), что в точке M_1 на поверхности Земли установлен лазерный дальномер — прибор, с помощью которого можно измерять расстояние до спутника S . Земля вращается вокруг оси OP , а спутник движется по орбите, которая занимает неизменное положение в пространстве. Примем для простоты, что период обращения спутника равен точно двум часам. Тогда через 12 часов, сделав шесть оборотов, он окажется в той же самой точке пространства S . А лазерный дальномер вследствие вращения Земли переместится за это время в точку M_2 (мы говорим здесь о перемещении в пространстве, а не на поверхности Земли). Его расстояние от спутника изменится, так как отрезок M_2S меньше, чем M_1S . Но если бы нам удалось установить дальномер в точке P , таких изменений с суточным периодом не наблюдалось бы. И тогда мы могли бы сказать: вот здесь и находится мгновенный полюс вращения Земли.

Е.П. ФЕДОРОВ

**АЛЕКСАНДР ЯКОВЛЕВИЧ ОРЛОВ.
ЖИЗНЬ, ТВОРЧЕСТВО, НАУЧНОЕ НАСЛЕДИЕ***

К концу прошлого столетия выяснилось, что наблюдения движения полюсов Земли, морских приливов и периодических изменений силы тяжести в разных точках на поверхности суши могут стать средством изучения общих механических свойств Земли и проверки гипотез о ее внутреннем строении. В числе первых ученых, вполне оценивших действенность этого средства, был Александр Яковлевич Орлов. Основным направлением его научно-организационной деятельности стало развитие исследований приливных деформаций и вращения Земли, положивших начало изучению Земли как сложной физической системы, подверженной действию внешних сил. Теперь эти исследования при всей их широте и разнообразии применяемых средств и методов образуют единый комплекс, известный под названием геодинамики. А.Я. Орлова можно с полным основанием считать одним из зачинателей этой науки, сыгравшим выдающуюся роль в ее развитии в нашей стране.

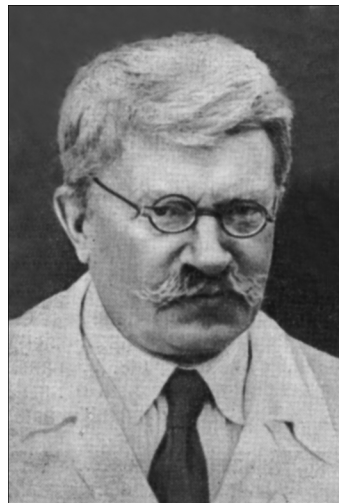
Тем, кто пожелал бы ознакомиться с его жизнью и деятельностью подробно, можно рекомендовать биографию А.Я. Орлова, обстоятельно написанную З.Н. Аксентьевой [1]. Здесь же мы ограничимся краткими сведениями о его жизни, уделив больше внимания рассмотрению научного творчества А.Я. Орлова. Мы попытаемся также проследить судьбу некоторых из важнейших идей этого выдающегося ученого и их влияние на развитие астрономии и геодинамики за годы, прошедшие со дня его смерти.

Александр Яковлевич Орлов родился 25 марта (по старому стилю) 1880 г. в г. Смоленске. В 1898 г. окончил гимназию в г. Воронеже и в том же году поступил в Петербургский университет. Уже в первых работах, которые А.Я. Орлов опубликовал в студенческие годы, проявились его незаурядные способности и увлеченность наукой. Поэтому по окончании курса обучения в 1902 г. он был оставлен при университете и на три года командирован за границу для подготовки к профессорскому званию. Сначала молодой ученый остановился в г. Париже, чтобы послушать курс лекций в Сорбонне, затем переехал в г. Лунд (Швеция), где занимался небесной механикой под руководством проф. Шарлье, и закончил свою зарубежную командировку в Геттингенском университете — здесь он работал по сейсмологии у проф. Вихерта.

Вернувшись на родину, А.Я. Орлов поступил на должность ассистента астрономической обсерватории Юрьевского (теперь Тартуского) университета. В

* В кн.: Геодинамика и астрометрия: Основания, методы, результаты. — К., 1980.

1907 г. он провел серию наблюдений на зенит-телескопе в Пулковской обсерватории. Хотя эти наблюдения продолжались всего около года, приобретенный практический опыт определений широты несомненно оказался полезным для А.Я. Орлова, когда он позже занялся обширными работами по анализу широтных наблюдений. Из Пулковской обсерватории А.Я. Орлов возвратился в г. Юрьев, где с 1 января 1909 г. ему было поручено заведывание сейсмической станцией и чтение в университете лекций по сейсмологии, небесной механике и геодезии. В г. Юрьеве А.Я. Орлов приобрел опыт работы с легкими маятниками Цельнера—Репсольда без затухания, которые применялись для записи сейсмических колебаний. У него возникла мысль о возможности применения этих маятников для изучения приливных колебаний отвесной линии. В г. Юрьеве имелись прекрасные погреба для таких наблюдений, что и дало А.Я. Орлову возможность провести замечательные по точности ряды наблюдений, создавшие, по оценке З.Н. Аксентьевой, эпоху в истории проблемы земных приливов. Эти наблюдения легли в основу магистерской диссертации А.Я. Орлова, которую он защитил в 1910 г. В следующем году А.Я. Орлов участвовал в Международном сейсмологическом съезде в г. Манчестере, где выступил с докладом о наблюдениях деформаций земного шара и был избран членом международной комиссии, курирующей работы по этой проблеме.



Александр Яковлевич Орлов
(1880—1954)

В том же году А.Я. Орлов совершил еще одну поездку за границу — посетил Иеркскую обсерваторию (США), где имелись снимки комет, интересовавшие А.Я. Орлова в связи с изучением движения материи в хвостах комет. Он начал заниматься изучением комет в 1909 г. и посвятил этому вопросу 7 статей. В приложении 1 к настоящему очерку приводится выдержка из письма, полученного мною в апреле 1954 г. от известного специалиста по кометной астрономии, члена-корреспондента АН СССР С.В. Орлова, в которой он кратко излагает суть и дает оценку их значения.

На упоминавшемся выше манчестерском сейсмологическом съезде была отмечена важность создания земноприливной станции в Сибири. Наиболее подходящим местом для этого оказался г. Томск, где под руководством А.Я. Орлова в 1911 г. были начаты, а к началу 1912 г. закончены работы по строительству станции для наблюдений приливных изменений силы тяжести. Систематические наблюдения на этой станции начались 25 сентября 1912 г.

Летом того же года А.Я. Орлов участвовал в гравиметрической экспедиции в Западной Сибири, а в декабре он был назначен экстраординарным профессором и директором астрономической обсерватории Новороссийского университета в г. Одессе. С этого времени научная и научно-организационная деятельность А.Я. Орлова проходит в основном в Украине. В первые годы жизни в г. Одессе он занимался окончательной обработкой и гармонизи-



А.Я. Орлов
в студенческие годы



А.Я. Орлов в годы работы
в обсерватории Юрьевского
(теперь Тартуского) университета

ческим анализом юрьевских, томских и потсдамских наблюдений над лунно-солнечными деформациями Земли, что и стало предметом его докторской диссертации — ее защита состоялась в 1915 г. В те же годы он пользовался методами гармонического анализа и при изучении других периодических явлений, в том числе приливов в Черном море, изменений блеска переменных звезд и пр. Методически к этим работам примыкает анализ 18-летнего ряда наблюдений солнечных пятен в г. Одессе, выполненный А.Я. Орловым с целью уточнения периода и положения оси вращения Солнца.

Однако постепенно на первое место в его научных изысканиях выдвигается всестороннее изучение движения полюсов Земли — проблема, к работам над которой А.Я. Орлов привлекает своих учеников — студентов Новороссийского университета. Эти работы приобретают такой размах, что для их продолжения становится вполне оправданным и необходимым создание специального научно-исследовательского учреждения.

То было время, когда молодое Советское государство быстро набирало темпы экономического развития. В 1924 г. в г. Харькове состоялся съезд по изучению производительных сил Украины, на котором выяснилось, что для правильной постановки поисков полезных ископаемых первостепенное значение имеет составление гравиметрической карты республики. Материалов для этого не было, так как гравиметрически Украина оставалась практически совсем необследованной: сила тяжести была определена всего лишь в 10 случайно расположенных пунктах.

Занимаясь в основном фундаментальными исследованиями, А.Я. Орлов всегда с готовностью откликался на запросы практики. Например, в первые годы после Великой Октябрьской социалистической революции он принял деятельное участие в астрономо-геодезических работах, которые проводились Военно-морским ведомством; под его руководством была восстановлена триангуляционная сеть по берегам Черного моря от р. Днестр до р. Днепр и прове-

дены повторные нивелировки в г. Одессе и ее окрестностях с целью изучения оползней; он организовал издание морского астрономического ежегодника, необходимого флоту.

Выдвигая на харьковском съезде предложение о создании гравиметрической обсерватории в г. Полтаве, А.Я. Орлов также имел в виду запросы практики. Он наметил программу работ этой обсерватории, охватывающую как фундаментальные исследования механических свойств Земли на основе данных о движении полюса и приливных изменениях силы тяжести, так и работы прикладного характера — гравиметрическую съемку Украины. Выбор места был в значительной мере обусловлен тем, что на параллели г. Полтавы вблизи зенита проходят две яркие звезды, которые можно наблюдать не только ночью, но и в светлое время суток. Такие наблюдения особенно ценны для изучения короткопериодических изменений широт.

Полтавская гравиметрическая обсерватория была основана в 1926 г., и намеченная А.Я. Орловым программа стала выполняться без промедлений. Работы начались с установления гравиметрической связи г. Полтавы с центром Европейской системы — г. Потсдамом и со всеми пунктами Советского Союза, которые ранее уже были непосредственно связаны с Потсдамом. Благодаря этому г. Полтава стала одним из четырех основных гравиметрических пунктов СССР. Параллельно велась маятниковая гравиметрическая съемка Украины, в ходе которой удалось обнаружить несколько аномалий силы тяжести, в том числе наиболее крупную Черниговскую. По рекомендации А.Я. Орлова район этой аномалии был особенно подробно обследован различными геофизическими методами. На примере гравиметрической съемки Украины А.Я. Орлов показал преимущества площадного метода, при котором гравиметрические пункты более или менее равномерно распределяются по площади, перед съемкой по узким профилям. Площадной метод получил всеобщее признание гравиметристов и был положен в основу гравиметрической съемки всего Советского Союза. Подробнее об этих работах Полтавской обсерватории рассказывается в статье И.А. Дычко, В.Г. Булацена и В.Г. Баленко, публикуемой в настоящем сборнике.

В 1927 г. А.Я. Орлов был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР. В 1934—1938 гг. он работал в Государственном астрономическом институте им. П.К. Штернберга и в Геодезическом институте в г. Москве, после чего вновь возглавил Полтавскую гравиметрическую обсерваторию Ака-



А.Я. Орлов на палубе парохода «Олимпик» во время поездки в США (снимок 1916 г.)



А.Я. Орлов в рабочем кабинете (Полтава, 1950 г.)

демии наук УССР и в 1939 г. был избран действительным членом (академиком) этой академии.

Работы Полтавской обсерватории пришлось прервать в сентябре 1941 г., когда фронт вплотную подошел к городу. Обсерватория была эвакуирована в г. Иркутск, где смогла продолжать свою деятельность на базе Иркутского университета им. А.А. Жданова.

А.Я. Орлов приехал в г. Полтаву сразу же после освобождения города от немецких захватчиков. Он застал здесь еще дымящиеся развалины и, не теряя времени, стал принимать неотложные меры по восстановлению основанного им научного учреждения. В феврале 1944 г. сотрудники обсерватории вернулись из г. Иркутска в г. Полтаву и вскоре возобновили прерванную работу.

Продолжая руководить Полтавской гравиметрической обсерваторией АН УССР, А.Я. Орлов в первые годы после Великой Отечественной войны приступает к организации другого крупного академического научного учреждения — Главной астрономической обсерватории. В 1945—1948 гг. он руководит проектированием этой обсерватории, приобретением для нее первых инструментов и строительством первых объектов. Однако с годами ему становилось все труднее совмещать большую научную работу с многообразными административными обязанностями. Поэтому в 1948 г. он ушел с поста директора Главной астрономической обсерватории АН УССР. По просьбе Президиума АН УССР А.Я. Орлов в 1950 г. вновь возглавил эту обсерваторию, но уже в следующем году дальнейшее ухудшение здоровья заставило его совсем отказаться от административной деятельности. Руководство Полтавской гравиметрической обсерваторией он передал члену-корреспонденту АН УССР З.Н. Аксентьевой.

Однако А.Я. Орлов продолжал при личных встречах и в письмах помогать советами и указаниями своим ученикам, работавшим в г. Полтаве, г. Киеве и других научных центрах нашей родины. С прежней энергией за-

нимался и вопросами организации работ по изучению движения полюса — всего за месяц до смерти он председательствовал в Москве на совещании по этому вопросу. Буквально до последних дней А.Я. Орлов не прекращал научных исследований. Сердечный приступ, за которым последовала смерть, застал его за рабочим столом, когда он заканчивал большую итоговую статью о движении полюса. А.Я. Орлов скончался 28 января 1954 г. в г. Киеве.

* * *

Обратимся теперь к научному наследию А.Я. Орлова. Полный список его трудов приложен к очерку З.Н. Аксентьевой [1]. Он содержит 140 монографий, статей и кратких сообщений, заключающих результаты напряженного труда, которому А.Я. Орлов отдал более полувека своей жизни: первые его статьи были опубликованы в 1901 г., а над последней он, как приведено выше, работал в день своей смерти.

В научном наследию А.Я. Орлова выделяются две темы: наблюдения приливных колебаний отвесной линии и движение полюсов. Работы, относящиеся к первой теме, рассматриваются в статье П.С. Матвеева, которая помещена в настоящем сборнике. Здесь я остановлюсь на работах А.Я. Орлова, посвященных изменениям широт и движению полюсов Земли. Они начали появляться в печати в последние годы его пребывания на посту директора Одесской обсерватории. В последующие годы изучение этих явлений занимает все большее место в его научной деятельности, а после 1940 г. составляет предмет всех, за немногими исключениями, публикуемых им статей. Остановимся на наиболее важных задачах, над которыми работал А.Я. Орлов в этой области.

Короткопериодические колебания широты

Наблюдения с горизонтальными маятниками доставляют данные об изменениях относительного положения отвесной линии и оси маятника, которая колеблется вместе с его основанием при деформациях поверхности Земли. Широтные наблюдения дают возможность находить изменения угла между отвесной линией в данной точке и осью вращения Земли. Из теоретических соображений следует, что в этих изменениях должны содержаться и приливные колебания отвесной линии. Естественно, что переходя от изучения приливных изменений силы тяжести к анализу широтных наблюдений, А.Я. Орлов прежде всего попытался найти в колебаниях широт лунные приливные волны. Для этого он воспользовался пулковскими наблюдениями близзенитной звезды δ Кассиопеи. Небольшой статьей о результатах этого исследования, опубликованной в 1923 г., открывается цикл работ А.Я. Орлова, посвященный анализу изменений широт. В дальнейшем он несколько раз возвращается к поискам лунных членов в широтных наблюдениях, в последний раз в большой статье «Анализ пулковских наблюдений на зенит-телескопе с 1915 по 1928 гг.», опубликованной посмертно [14, т. I, с. 234—260]. Ему удается уверенно выявить как приливную, так и нутационную волны, для которых он получает соответственно следующие выражения:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 0,0066'' \sin (2 \zeta - 2\alpha + 21^\circ), \\ &\pm 17 \qquad \qquad \qquad \pm 15 \\ \Delta\varphi &= 0,0127'' \sin (2 \zeta - \alpha - 3^\circ), \\ &\pm 16 \qquad \qquad \qquad \pm 7 \end{aligned}$$

где ζ — средняя долгота Луны, α — прямое восхождение наблюдаемой звезды.

Средняя широта и ее изменения

Первая из серии работ А.Я. Орлова, посвященных общему анализу изменений широты, была опубликована на английском языке в 1925 г. [14, III, с. 227—241]. Она и положила начало той дискуссии о способе использования результатов широтных наблюдений для вывода движения полюсов Земли, которая продолжается вот уже более пятидесяти лет и все еще не завершилась.

Традиционный способ, которым пользуются при анализе этих наблюдений, состоит в следующем. Когда накопится материал наблюдений за достаточно продолжительный промежуток времени, находят среднее арифметическое из всех мгновенных широт. Чеккини назвал это среднее начальной широтой*. Затем вычисляют отклонения наблюденных широт от начальной и ими, т. е. отклонениями, пользуются при выводе координат полюса, причем не только внутри интервала осреднения, но и далеко за его пределами, даже если явно обнаруживается систематическое смещение наблюдаемых широт в сторону от начальных. Так поступает центральное бюро Международной службы движения полюса и до сих пор, причем в качестве начальных широт четырех международных станций (Карлофорте, Мидзусава, Гейтерсберг и Юкайя) используются средние арифметические наблюденных широт за 1900—1905 годы.

А.Я. Орлов настойчиво указывал на то, что среднее арифметическое широт за год или какой-либо другой промежуток времени это совсем не то же, что средняя широта в средний момент рассматриваемого промежутка. Последнюю он определял следующим образом:

«В астрономии принято такое определение: если какая-нибудь величина имеет вековые и периодические изменения, то ее «среднее» для данного момента значение равно такому ее значению, которое эта величина имела бы, если бы не было периодических изменений. Этим ясным общепринятым понятием и следует пользоваться для того, чтобы определить, что такое «средняя широта» в данный момент: это есть такое значение широты, какое она имела бы в этот момент, если бы не было ее периодических изменений» [13, с. 10].

Когда понятие средней широты было таким образом определено, нужно было дать способ ее вычисления. А.Я. Орлов сделал и это. Он писал: «Законы изменения широты нам известны лишь приближенно, однако уже настоль-

* «Достаточным» промежутком чаще всего считают шесть лет, однако Чеккини ограничился всего одним годом, объяснив это следующим образом [19]: «Когда в 1949 г. мне было поручено руководство центральным бюро Международной службы широты, я счел необходимым немедленно зафиксировать систему начальных широт для пяти функционирующих тогда станций».



А.Я. Орлов среди участников первой Всесоюзной широтной конференции
(Полтава, 1939 г.)

ко хорошо, что по крайней мере для небольших промежутков времени, например, не более, как в полтора года, эти законы можно выразить с достаточной для определения средней широты точностью суммой двух гармонических составляющих с периодами в 1 и 1,2 года. На основании этого мы предполагаем вычислять среднюю широту для момента $t + 7,5$ ** по следующей формуле:

$$\varphi_m = \frac{1}{20} \sum_{t=0}^4 (\varphi_t + \varphi_{t+5} + \varphi_{t+6} + \varphi_{t+11}), \quad (1)$$

которая составлена так, что изменения широты с периодами в 1 и 1,2 года исключаются. Действительно, полусумма $\frac{1}{2}(\varphi_t + \varphi_{t+5}) = u_t$ не содержит уже годовой волны; в полусумме $\frac{1}{2}(u_t + u_{t+6}) = \omega_t$ нет чандлеровской волны с периодом 1,2 года, а среднее из пяти последовательных значений ω_t свободно и от полугодовой составляющей, амплитуда которой, впрочем, весьма мала» [14, т. I, с. 274].

** Хотя здесь и в формуле (1) символ t имеет разные значения, при практическом применении указанной формулы это затруднений не вызывало. — *Е.Ф.*

Описанный метод вошел в практику обработки широтных наблюдений как в Советском Союзе, так и за границей. Но высказывались и критические замечания, которые в основном сводились к следующему. Строго говоря, формулой А.Я. Орлова можно пользоваться лишь при том условии, что период Чандлера равен в точности 1,2 года, а начальные фазы и амплитуды всех периодических колебаний широты постоянны (см., например, [3]). Это, разумеется, понимал и сам А.Я. Орлов, но он, по-видимому, имел достаточные основания считать, что те нарушения приведенного выше условия, с которыми приходится иметь дело на практике, не могут оказать ощутимого влияния на результаты вычисления средней широты по формуле (1). Позже это подтвердил В.И. Сахаров [16].

Анализом наблюдений сложных периодических процессов приходится заниматься во многих естественных и гуманитарных науках. При этом часто пользуются такими преобразованиями исходных данных, которые позволяют выделить интересующие исследователя гармоники и существенно ослабить остальные. Отношение амплитуды данной гармоники в преобразованном ряде к ее амплитуде в исходном ряде называют функцией избирательности или частотными характеристиками преобразования.

В 1943 г. Лабрусты опубликовали монографию [22], в которой рассмотрели различные преобразования и для каждого из них нашли функцию избирательности. Следуя методу Лабрустов, Мелькиор получил функцию избирательности и для преобразования (1) [23], он предложил и другую формулу для вычисления средней широты. Однако по причинам, рассмотренным в работе [15], формула Мелькиора практического применения не получила. Другими авторами было предложено еще несколько формул для вычисления средней широты. Они сопоставлены в работах [4, 17].

Любую из этих формул можно привести к такому виду:

$$\Phi + \Psi_i = \sum_{j=-n}^n k_j \varphi_{i+j}, \quad (2)$$

где Φ — постоянная величина (это может быть начальная широта), $\Phi + \Psi_i$ — средняя широта в i -й момент, т. е. то же самое, что и φ_m в (1), k_j — постоянные коэффициенты. Различные формулы для вычисления средней широты отличаются друг от друга именно этими коэффициентами и, как следствие, — функциями избирательности. В теории случайных функций преобразование (2) называется фильтрацией, поскольку им пользуются для разделения колебаний с разными частотами.

Заметим, что обсуждению подвергалось не определение средней широты, а только способ ее вычисления, предложенный А.Я. Орловым. Когда же такое определение все же нужно было дать, не упоминалось, что это уже было сделано А.Я. Орловым. Например, в материалах коллоквиума № 26 МАС (Торунь, 1974) читаем: «Использование понятия «среднего» положения станции находится в согласии со стандартной астрономической практикой установления средних, чтобы затем заниматься периодическими отклонениями от этих средних, как это, например, делается при разделении прецессии и нутации в теории движения кинетического момента Земли в пространстве» [25, с. 31].

Это почти дословно повторяет ту аргументацию, которой за полвека до коллоквиума в г. Торуне пользовался А.Я. Орлов, когда доказывал необходимость отдельного изучения периодических колебаний широты и медленных непериодических изменений средней широты.

При уравнивании геодезических сетей нужно иметь данные о том, как изменяются долготы и широты многих пунктов земной поверхности. Поскольку нецелесообразно вести систематические наблюдения во всех пунктах, важно было выяснить, можно ли на основании наблюдений только в нескольких из них находить изменения координат любой точки поверхности Земли. В отношении периодических составляющих вопрос этот уже давно был решен положительно, поскольку удалось установить, что такие изменения вызываются общей причиной — периодическим движением полюса. Иначе обстоит дело с медленными изменениями средней широты. Изучив изменения средних широт всех международных станций и тех обсерваторий, которые вели систематические широтные наблюдения, А.Я. Орлов пришел к выводу, что эти изменения никак нельзя объяснить движением полюса.

Он привел ряд доказательств этого вывода, «чтобы ни у кого не было сомнения в его правильности». Самым убедительным доказательством он считал то, что для близких между собой по долготе обсерваторий — Пулковской, а также станции Карлофорте — вариации средних широт получаются совсем различными между собой, чего, разумеется, не могло бы быть, если бы эти вариации вызывались движением полюса.

Никто никогда не пытался опровергнуть эти доказательства, но их игнорировали или о них забывали. Такое впечатление складывается, например, при чтении статей А.А. Михайлова о движении полюса, опубликованных за последние десять лет. В одной из них [11] А.А. Михайлов взял из отчета центрального бюро Международной службы широты (МСШ) за 1965 г. и сравнил между собой кривые изменений широт трех станций восточного полушария, близких по долготе, и, отдельно, четырех станций западного полушария, также близких друг к другу по долготе. В каждом случае он обнаружил, что сравниваемые кривые схожи между собой, и на этом основании сделал следующий вывод (известный еще с конца прошлого столетия): «...по крайней мере в отношении периодических колебаний широты эти станции участвуют в общем движении». И далее: «Если такие независимые станции дают такое же периодическое изменение широты, как и международные станции, то можно предположить, что это имеет место и для вековых изменений, так как другого объяснения, по-видимому, нет».

Однако те, кто занимались не предположениями, а внимательным анализом многолетних рядов наблюдений, всегда получали новые подтверждения правильности вывода А.Я. Орлова о том, что медленные непериодические изменения широт нельзя приписывать общей причине, именно вековому движению полюса Земли.

Так, Н.Т. Миронов [8], выбирая попарно станции, близкие по долготе, находил коэффициенты корреляции K между изменениями их широт как периодических, так и медленных непериодических. В первом случае он получил только положительные значения K , превосходящие 0,6, причем у 80 % рассмотренных комбинаций $K > 0,8$. В противоположность этому коэф-

фициенты корреляции изменений средней широты распределялись приблизительно равномерно на всем интервале их возможных значений, т. е. от -1 до $+1$. Особенно наглядно удалось Н.Т. Миронову показать, что средние широты международных станций подвержены значительным неполярным изменениям [9]. На основании данных широтных наблюдений он нашел, что дуги между зенитом станции Юкайа, с одной стороны, и зенитами Китаба, Казани, Горького, Полтавы и Пулкова, с другой, с 1957.5 до 1971.5 уменьшились в среднем на $0,20''$, что можно было бы приписать либо значительным ошибкам собственных движений звезд программы МСШ, либо постепенному смещению станции Юкайа к северу. Но первое объяснение отпадало, поскольку подобного увеличения широты у станции Гейтерсберг не обнаруживалось. Направление перемещения этой станции изменялось: иногда она удалялась от Оттавы, Благовещенска и Иркутска и приближалась к Вашингтону и Ричмонду; в другое время ее смещение происходило в противоположном направлении.

Но вот что замечательно: перемещения обеих станций, выведенные по изменениям дуг, соединяющих их зениты с зенитами нескольких обсерваторий, почти точно совпадают с изменениями средних широт этих станций, полученными по формуле А.Я. Орлова (1). Трудно дать более несомненное подтверждение как существованию значительных неполярных изменений средней широты, так и правильности метода ее вычисления!

Определение координат полюса Земли

Итак, А.Я. Орлов, во-первых, дал определение понятия средней широты, во-вторых, предложил простой способ ее вычисления, и, наконец, показал, что движением полюсов обуславливаются только отклонения мгновенных широт от средних, а не изменения самих средних широт. Отсюда следовало, что при вычислении координат полюса нужно пользоваться именно этими отклонениями. Тогда начало координат будет совмещено со средним полюсом эпохи наблюдений, который А.Я. Орлов определил следующим образом: «Средним полюсом эпохи называется такое положение полюса, каким оно было бы для этой эпохи, если бы не было его периодического движения» [14, т. I, с. 181].

С предложением принять это определение и основанный на нем способ вычисления координат полюса А.Я. Орлов выступил в 1948 г. на 7-м съезде Международного астрономического союза (МАС) в г. Цюрихе — тогда он в последний раз выезжал за границу. Но это предложение было принято МАС только на 10-м съезде (Москва, 1958) уже после смерти А.Я. Орлова и начала работ Советской службы широты, о которой будет сказано ниже. При вычислении координат полюса эта служба руководствовалась указанными выше рекомендациями и, таким образом, получила координаты полюса «в системе А.Я. Орлова». Они и использовались Советской службой времени.

Зарубежные службы времени до 1956 г. были вообще лишены возможности учитывать поправки за движение полюса в своей текущей работе, поскольку центральное бюро МСШ не смогло обеспечить своевременного определения и присылки этих данных. Такая возможность появилась только

после того, как по решению 9-го съезда МАС (Дублин, 1955) Международное бюро времени в г. Париже, которым в то время руководил Н.М. Стойко, организовало срочное вычисление координат полюса. В соответствии с рекомендацией 10-го съезда МАС эти координаты, начиная с 1959 г., вычислялись в системе А.Я. Орлова, т. е. по уклонениям наблюдаемых широт от средних широт, найденных для того же момента по формуле (1). Таким образом, идеи и метод А.Я. Орлова получили наконец официальное признание и практическое применение.

Однако центральное бюро МСШ, которым тогда руководил Чеккини, не считаясь с упомянутым решением МАС, продолжало вычислять координаты полюса по уклонениям наблюдаемых широт от начальных, за которые были приняты средние арифметические наблюдаемых широт за время 1900—1905 гг. Такая несогласованность могла привести к серьезным затруднениям и путанице, особенно в геодезических работах, когда бывает нужно вводить поправки за движение полюса в результаты астрономических определений долгот, широт и азимутов при уравнивании триангуляционных сетей.

Естественно, что обсуждение методов вычисления координат полюса возобновилось на симпозиуме, посвященном будущему Международной службы широты, который состоялся в г. Хельсинки осенью 1960 г. Принятая на этом симпозиуме резолюция так и не дала ответа на вопрос о том, какие же координаты полюса рекомендуются для всеобщего пользования. «Симпозиум рекомендует — гласила эта резолюция — чтобы координаты полюса давались в следующей форме:

$$x = x_0 + x_1, \quad y = y_0 + y_1,$$

где x и y вычисляются при использовании фиксированных начальных широт, а x_0 и y_0 — при использовании средних широт эпохи». Международное бюро времени продолжало пользоваться координатами x_0 , y_0 ; геодезисты предпочитали x , y , которые публиковались центральным бюро МСШ.

Резолюция симпозиума в г. Хельсинки не содержала численных значений фиксированных начальных широт. Они были предложены и утверждены только через 7 лет на 13-м съезде МАС в г. Праге. Считалось, что таким образом можно задать начало координат — оно было названо условным международным началом (СИО), к которому будут отнесены положения мгновенного полюса за все время деятельности МСШ, если находить их по отклонениям наблюдаемых широт от фиксированных начальных. Такая возможность казалась привлекательной для геодезистов, как это видно, например, из следующего высказывания финского геодезиста Оландера [24]: «В астрономо-геодезическом методе необходимо относить наблюдения к полюсу, фиксированному на Земле, поскольку реперы на ее поверхности нужны для геометрической геодезии. Поэтому возвращение к среднему полюсу начала столетия было мероприятием, которое приветствовали геодезисты».

Это суждение геодезистов (а также некоторых астрономов, не занимавшихся практически определением координат полюса) предопределило исход обсуждения вопроса о выборе начала координат, который был вновь поднят в 1967 г. на Пражском съезде МАС. Считалось, что достаточно зафиксировать начальные широты международных станций, чтобы получить зафиксиро-

рованное начало координат, упуская из виду то, что слово «зафиксировать» имеет существенно различные значения в том и другом случае. В первом случае это значит просто принять некоторые численные значения начальных широт и условиться пользоваться ими при вычислении координат полюса по всем данным наблюдений международных станций. Во втором случае фиксированный полюс означает неподвижный полюс.

Так и стали называть СЮ, а средний полюс эпохи наблюдений получил название движущегося начала. Сами эти определения лишены смысла, если не указано, по отношению к чему одно начало движется, а другое сохраняет неизменное положение, а этого при определении СЮ сделано не было.

Чтобы устранить неясности в этом вопросе, следуя совету А.Б. Мигдала [7], формулируем его в терминах наблюдаемых величин. Из широтных наблюдений на станциях МСШ получаются положения зенитов этих станций относительно звезд на вспомогательной сфере. Поскольку положение полюса вычисляется также относительно звезд, имеется возможность найти его положение и относительно зенитов. Очевидно, что начало координат, которым пользуются при описании движения полюса, — это некоторая точка, находящаяся на вспомогательной сфере, причем ее положение на сфере должно быть определено относительно зенитов международных станций.

Когда вводилось СЮ, то предполагалось, что это точка, находящаяся на постоянных угловых расстояниях от зенитов пяти международных станций, т. е. неподвижная по отношению к «созвездию» зенитов. Но анализ наблюдений показывает [17], что такой точки вообще не существует и именно поэтому, что сами зениты друг относительно друга перемещаются. Это происходит из-за неполярных изменений средних широт, которые обнаружил А.Я. Орлов. Средний полюс эпохи наблюдений — это точка, находящаяся от зенитов международных станций на угловых расстояниях, равных дополнениям до 90° средних широт, вычисленных для данной эпохи. Видимо, это имел в виду С.К. Костинский, когда писал, что среднему положению полюса в данный момент соответствуют и средние широты в тот же момент всех точек земной поверхности [5, с. 93].

Таким образом, роль *тела отсчета*, по отношению к которому определяется движение мгновенного полюса, СЮ и среднего полюса эпохи наблюдений, играет созвездие зенитов международных станций. (Вместо этого можно было бы рассматривать движение соответствующих осей относительно пучка отвесных линий в точках установки зенит-телескопов этих станций.) Из-за деформаций этого созвездия жестко связать с ним начало координат полюса вообще невозможно. Поэтому, изучая относительное движение СЮ и среднего полюса эпохи наблюдений, совсем не следует пользоваться термином *неподвижное начало*.

Попытки вывести это движение из наблюдений приводили к довольно хорошо согласующимся между собой результатам, что вполне естественно, поскольку исходные данные всегда оставались в основном одними и теми же, а применявшиеся способы были совпадающими или схожими. Так, было установлено, что по отношению к СЮ средний полюс эпохи перемещается со скоростью около $0,4''$ в столетие приблизительно по меридиану 70° зап. долготы. Можно ли считать это доказательством существования векового движе-

ния полюса? А.А. Михайлов без колебаний отвечает на этот вопрос утвердительно. Он пишет [12]: «Не подлежит сомнению, что среднее, т. е. освобожденное от чандлерова и годового периодических движений, положение земных полюсов имело за последние 60—70 лет некоторое смещение», которое в другой работе [10] А.А. Михайлов рассматривает как общее перемещение земной коры. А.Я. Орлов был более осторожен в своих выводах. Он подчеркивал, что международные наблюдения не дают никакого контроля полученных данных о вековом движении полюса, а наблюдений на трех только широтных станциях слишком недостаточно, чтобы иметь полную уверенность в правильности этих данных [14, т. I, с. 233]. На этом основании А.Я. Орлов делает следующий вывод: «Нужны еще долгие наблюдения на гораздо большем, чем теперь, числе станций...»

Действительно, при том способе вычислений, который принят центральным бюро МСШ, фиктивное вековое движение полюса могло получиться в результате комбинации неполярных изменений средних широт международных станций. Если взять наблюдения только трех станций — Мидзусава, Карлофорте и Юкайа, — ни подтвердить, ни опровергнуть этого нельзя. Привлечение наблюдений в Гейтесберге дает в принципе некоторую возможность проверки, но сделать определенный вывод с помощью статистического метода испытания гипотез и в этом случае не удастся [18]. Наблюдениями в Китабе нельзя воспользоваться из-за их недостаточной продолжительности — они начались только в 1931 г., — а брать для 1903.0 экстраполированное значение широты этой станции, как это делает А.А. Михайлов, разумеется, не имеет смысла. Приходится, таким образом, признать, что на основании наблюдений МСШ пока невозможно сделать окончательный вывод о том, происходило ли вековое движение полюса в нашем столетии. Наблюдения изолированных обсерваторий не подходят для изучения этого движения из-за возможного влияния ошибок собственных движений.

Однако, как показал А.Я. Орлов, ими можно с успехом пользоваться для изучения периодической составляющей, что, конечно, требует предварительного исключения из наблюдений изменений средних широт. Именно так были получены на основе всех систематических широтных наблюдений данные о периодическом движении полюса в монографии [17].

При вычислении координат полюса Международное бюро времени (ВН) пользуется результатами определений широты и времени многих обсерваторий — общее число инструментов достигает теперь 80. Следует ожидать, что влияние неполярных изменений широт и долгот при этом значительно ослабляется и начало координат полюса в системе ВН будет меньше отклоняться от среднего полюса эпохи, чем СЮ. Это уже можно заметить по результатам, полученным ВН за 15 лет (Приложение 2 к этой статье).

В теории прецессии и нутации рассматривается вращение главных осей инерции Земли. Прямая, проходящая через центр массы Земли и средний полюс эпохи, будет наилучшим возможным приближением к полярной оси инерции. Это составляет довольно существенное преимущество выбора среднего полюса эпохи в качестве начала координат мгновенного полюса, отмеченное, в частности, на коллоквиуме № 26 МАС в 1974 г.

Все это дает основания думать, что через некоторое время, когда накопятся наблюдения новыми методами, нужно будет вновь возвратиться к вопросу об определении начала координат полюса и еще раз обсудить те преимущества среднего полюса эпохи, которые показал А.Я. Орлов.

Я не буду останавливаться на том вкладе, который внес А.Я. Орлов в изучение периодических составляющих движения полюса Земли. Этот вопрос хорошо освещен в статье Я.С. Яцкива «Изучение вращения Земли — комплексная проблема геодинамики», которая помещена в настоящем сборнике. Отмечу только опыт определения эллиптичности экватора Земли по форме осредненной траектории чандлеровского движения полюса. Это интересное исследование было забыто: оно не упоминается ни в известной монографии У. Манка и Г. Мак-Дональда [6], ни в работах Сугавы [26], который, по существу, шел тем же путем, что и А.Я. Орлов.

Советская служба широты

В 1915 г. А.Я. Орлов писал: «...Наша родина, раскинувшаяся на два материка, при своем разнообразном рельефе особенно пригодна для всякого рода геодезических и геофизических исследований» [114, т. III, с. 13]. Ее протяженность по долготе позволяет разместить широтные станции так, что только по их наблюдениям можно было бы непрерывно следить за движением полюсов Земли. В течение многих лет А.Я. Орлов настойчиво добивался организации таких наблюдений, т. е. создания Советской службы широты, независимой от международной.

Наиболее важной и вместе с тем самой трудной частью этого дела была организация широтных наблюдений на востоке нашей страны. По предложению А.Я. Орлова такие наблюдения начал в г. Иркутске В.К. Абольд. Но из-за малых размеров инструмента и его непригодности к работе в условиях сибирской зимы получить хорошие результаты ему не удалось, и в 1937 г. эти наблюдения были совсем прекращены. В 1940—1941 гг. А.Я. Орлов провел подготовительные мероприятия по строительству широтной станции в г. Комсомольске-на-Амуре, но завершению этой работы помешала война.

В послевоенные годы создание Советской службы широты приобрело характер неотложной задачи. С одной стороны, повысилась заинтересованность некоторых организаций и прежде всего Государственной службы времени СССР в получении срочных данных о движении полюса. С другой стороны, нарушились международные связи, ухудшилась деятельность центрального бюро МСШ и выяснилась его неспособность организовать получение и сообщение таких данных.

В то время в СССР систематические широтные наблюдения велись в Пулковке, Казани (АОЭ), Полтаве и Китабе. Эти пункты расположены по долготе в пределах 37° , чего, конечно, недостаточно для того, чтобы только по их наблюдениям вычислять координаты полюса обычным путем. Приходилось искать иной путь.

Он был найден А.Я. Орловым. Предложенный им приближенный способ основывается на следующих эмпирических закономерностях, полученных из анализа многолетних данных о движении полюса:

1. Периодическую часть этого движения можно представить в виде суммы двух составляющих: годовой и чандлеровской.

2. Годовое движение происходит по эллипсу, форма и положение которого не изменяются.

3. Хотя амплитуда и начальная фаза чандлерова движения изменяются значительно, в первом приближении можно считать, что в течение промежутков времени, не превосходящих 1,2 года, это движение совершается равномерно по окружности.

Способ А.Я. Орлова дает возможность быстро найти координаты полюса по наблюдениям только одной станции. Сравнение координат, полученных по данным разных станций, и, позже, координат, опубликованных МСШ, убедило А.Я. Орлова в том, что этот способ дает вполне удовлетворительные результаты.

Правда, некоторые систематические расхождения обнаруживаются всегда и объясняются влиянием годовой неполярной волны в колебаниях широт, которую Кимура назвал z -членом. А.Я. Орлов много размышлял о природе этой волны и возможных путях ее уменьшения. «Надо подумать, — писал он в Полтаву в 1951 г., — как избавиться от z -члена. Сейчас мне представляется, что он зависит от местных климатических условий, и, быть может, второй зенит-телескоп следовало бы поставить на горке, там, где метеорологическая станция. Может быть, ветер, создавая там лучшую вентиляцию, выдувал бы эту нечистую силу в виде z -члена».

Частично уменьшения влияния местных неполярных колебаний широты и улучшения координат полюса, полученных по методу А.Я. Орлова, можно достичь путем осреднения их значений, найденных отдельно по наблюдениям нескольких обсерваторий.

План деятельности Советской службы широты был одобрен 10-й Всесоюзной астрометрической конференцией (Пулково, 1952). В соответствии с этим планом Полтавская гравиметрическая обсерватория АН УССР начала в мае 1953 г. вычислять координаты полюса, пользуясь методом А.Я. Орлова и данными наблюдений советских обсерваторий. Эти работы продолжались до конца 1961 г., а затем были приостановлены, поскольку тогда уже стали поступать срочные данные о движении полюса Земли от Международного бюро времени в г. Париже.

А.Я. Орлов хорошо понимал, что применение его метода Советской службой времени было вынужденной временной мерой. Понимали это и другие советские астрономы, занимавшиеся изучением движения полюсов Земли. Поэтому после смерти А.Я. Орлова они продолжали добиваться осуществления его планов организации широтных наблюдений на востоке нашей страны. Успеху этого дела содействовало проведение Международного геофизического года: в 1958 г. начались широтные наблюдения в г. Иркутске на большом зенит-телескопе ЗТЛ-180 и закончилось строительство широтной лаборатории Пулковской обсерватории в г. Благовещенске, где был установлен такой же инструмент. Этим строительством руководил сын А.Я. Орлова, пулковский астроном Борис Александрович Орлов. Таким образом удалось создать сеть станций, опираясь на которую, в СССР может быть организова-

но независимое вычисление координат полюса Земли, сразу, как только в этом возникает необходимость.

Александр Яковлевич не искал в науке легких путей и в своих исследованиях никогда не отступал от самых суровых требований научной добросовестности. Одно из правил, которых он придерживался, состояло в том, что при изучении периодических явлений для суждения о точности получаемого результата недостаточно указать его средние ошибки. Важно убедиться, что найденное периодическое явление повторяется и в других рядах наблюдений, а не появляется лишь в одной серии, а потом исчезает. Однажды я сообщил Александру Яковлевичу о результатах законченной мной вычислительной работы. Он ответил так: «Ваш результат превосходно согласуется с теорией. По нашим правилам это подозрительно и его надо еще и еще проверить».

Статьи его написаны так, чтобы каждый, кто пожелал бы проверить результаты, мог бы проследить весь ход рассуждений и повторить вычисления. Излагая способ определения координат полюса без цепного уравнивания, А.Я. Орлов писал: «Он... отличается от других методов тем, что выявляет все трудности исследования, а не скрывает их за разного рода допущениями и предположениями. Благодаря этому становится виден тот путь, по которому надо идти, чтобы довести дело определения координат полюса до совершенства» [14, т. I, с. 114]. Исходя из таких же соображений, А.Я. Орлов считал, что не следует выводить поправки склонений и собственных движений из самих широтных наблюдений, чтобы не затемнять явление нагромождением и разыскиванием таких неизвестных, которые могут быть получены независимо из особых наблюдений, специально организованных для этой цели.

Все написанное Александром Яковлевичем отличает та ясность и простота, которые достигаются ценой большого труда. Обычно, прежде чем направить работу в печать, он по несколько раз ее переделывал, заменяя один вариант другим. Было у него и такое правило, которое он советовал соблюдать и своим ученикам: когда уже кажется, что в статье нечего улучшать, ее нужно на некоторое время положить в ящик письменного стола и дать ей «вылежаться». Только если и после этого не возникает сомнений в ценности статьи и не появится необходимость еще одной ее переработки, статью можно направлять для опубликования. Понятно, что при такой требовательности многое из написанного Александром Яковлевичем осталось в рукописи.

И здесь уместно привести слова Валерия Брюсова, сказанные, правда, об авторе художественных произведений, а не научных трудов: «Значение писателя определяется количеством его произведений, оставшихся в рукописи. Посредственность успеваеет все закончить, успеваеет все напечатать». Талант «жаждет сделать слишком многое и многое написанное находит недостойным себя» [2, т. 2, с. 550].

Незадолго до смерти Александр Яковлевич писал: «Лет через 15 или 20 все дело изучения изменений широты и движения полюса улучшится и примет иное, более совершенное направление, чем теперь». За годы, прошедшие после того, как были написаны эти слова, большие возможности для такого улучшения действительно появились, и теперь задача состоит в том, чтобы их использовать в полной мере.

**О РАБОТАХ А.Я. ОРЛОВА
ПО КОМЕТНОЙ АСТРОНОМИИ ***

Пятьдесят лет тому назад началось фотографирование комет светосильными астрографами; на негативах хвостов I типа (газовых) можно было различать много деталей, например, облачных образований, недоступных визуальным наблюдениям. Методом проектирования хвостов на плоскость кометной орбиты, выработанным Ф.А. Бредихиным, можно было определить с достаточной точностью отталкивательные ускорения $1 + \mu$ Солнца в пылевых хвостах II и III типов, но громадные значения $1 + \mu$ в газовых хвостах I типа с уверенностью вычислить оказалось невозможным. П. Егерман [20] в 1908 г. предложил метод их определения; он брал из наблюдений только пространственные координаты облачного образования (R , W — радиус-вектор и аномалию в плоскости кометной орбиты), наносил соответствующие точки на эту плоскость и, зная, что это гипербола, определял параметры орбиты, а следовательно, и $1 + \mu$. Метод тоже оказался непригодным, так как П. Егерман пренебрегал промежутками времени между наблюдениями, известными с большой точностью.

В 1910 г. А.Я. Орлов опубликовал чрезвычайно простой и вместе с тем точный метод, где были использованы и пространственные координаты облачного образования, и моменты наблюдений. Кометоцентрические координаты ξ и η были разложены в ряды еще Бесселем (1835) по степеням промежутка времени t между вылетом частицы из ядра кометы и моментом наблюдения. Ряды можно было использовать только в районе головы кометы, где t невелико; еще Ф.А. Бредихин показал, что для исследования хвостов эти ряды явно непригодны.

А.Я. Орлов разложил в аналогичные ряды гелиоцентрические координаты облачного образования (R и W) по степеням промежутков времени, а нуль-пункты (начало отсчетов времени) взял в середине всех наблюденных моментов фотоснимков, что гарантировало малость промежутков времени, а следовательно, полную применимость рядов. Каждое наблюдение развертывалось в уравнение, в котором неизвестными были: средний радиус-вектор

R_0 , производные $\frac{dR_0}{dt}$ и $\frac{d^2R_0}{dt^2}$ (все для среднего момента времени) и W_0 ,

$\frac{dW_0}{dt}$, $\frac{d^2W_0}{dt^2}$. Решив уравнения по способу наименьших квадратов,

А.Я. Орлов мог легко определить искомые элементы гиперболической орбиты и $1 + \mu$. Этот изящный и простой метод получил дальнейшее развитие; он позволил с исчерпывающей точностью определить отталкивательные ускорения $1 + \mu$ в хвостах нескольких комет и убедиться в кратности этих величин числу 22,3 (в единицах ускорения солнечного притяжения). Кратность ускорений была заподозрена еще Ф.А. Бредихиным.

* Автор Приложения 1 С.В. Орлов.

Большой интерес для всех, занимающихся кометами, имеет анализ самой теории кометных хвостов, проведенный Александром Яковлевичем. Этот анализ был вызван статьей А. Копфа [21]. Копф исследовал хвост кометы 1907 IV методом проектирования на плоскость кометной орбиты для определения $1 + \mu$; он пришел к заключению, что фигуру этого хвоста нельзя объяснить исходя из механической теории кометных форм.

А.Я. Орлов провел анализ основ механической теории хвостов комет и показал, что для определения $1 + \mu$ методом Бесселя—Бредихина нужно знать кривизну хвоста, а измерений, проведенных А. Копфом, оказалось недостаточно, и часть исследованного им хвоста была, в сущности, прямой. Александр Яковлевич писал: «Результаты его основаны на совершенно произвольных числах и заключения лишены основания».

Большое значение имели статьи А.Я. Орлова, где он дал новые формулы для проектирования координат на плоскость кометной орбиты. Они оказались значительно проще и удобнее прежних сложных формул, которыми пользовались Бессель, Ф.А. Бредихин и др.

Приложение 2

ДВИЖЕНИЕ СЮ И НАЧАЛА КООРДИНАТ ПОЛЮСА СИСТЕМЫ ВИН ОТНОСИТЕЛЬНО СРЕДНЕГО ПОЛЮСА ЭПОХИ НАБЛЮДЕНИЙ *

Координаты полюса, публикуемые Центральным бюро МСШ (ILS), взятые с обратным знаком, будут описывать движение условного начала СЮ относительно мгновенного полюса, положение которого в невращающейся системе отсчета задается уравнениями прецессии и нутации. Воспользовавшись формулой А.Я. Орлова для вычисления средней широты, мы можем освободить это движение от периодических составляющих.

СЮ есть точка, условным образом связанная с зенитами пяти международных станций. Их некоррелированные «собственные» перемещения влияют на результаты ILS и, возможно, приводят к появлению в них того эффекта, который обычно называют «вековым движением полюса».

Начало отсчета, которым пользуются при выводе координат полюса ВИН, связано с зенитами значительно большего числа обсерваторий. Следует ожидать, что их некоррелированные перемещения будут при выводе координат полюса в значительной степени взаимно уничтожаться, так что указанный эффект будет заметно слабее. Проведенный нами анализ результатов ILS и ВИН (рис. 7) в некоторой мере подтверждает это предположение, а следовательно, и мнение А.Я. Орлова о том, что изменения средних широт имеют неполярное происхождение и их нужно исключать при вычислении координат полюса. Если анализ более продолжительных рядов координат полюса, полученных в будущем ILS и ВИН, а также, возможно, другими методами,

* Автор Приложения 2 А.А. Корсунь.

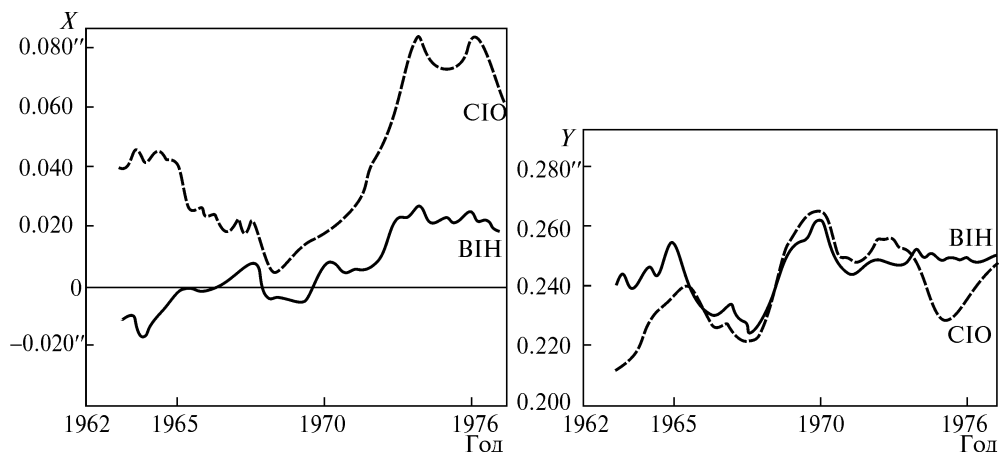


Рис. 7. Движение СЮ и начала координат полюса системы ВИН относительно среднего полюса эпохи наблюдений

подтвердит этот вывод, станет очевидным ошибочность решения о переходе от среднего полюса эпохи наблюдений (полюса А.Я. Орлова) в СЮ, принятого МАС в 1967 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксентьева З.Н. Очерк жизни и творчества Александра Яковлевича Орлова. — В кн.: Орлов А.Я. Избр. тр. — Киев: Изд-во АН УССР, 1961. — Т. 1. — С. 7—37.
2. Брюсов В. Miscellanea. — В кн.: Избр. произведения. — М.: Гослитиздат, 1955. — Т. 2. — 650 с.
3. Гаттори Т. Некоторые вопросы изменения широты. — В кн.: О состоянии широтных исследований в настоящее время и их развитии в будущем. — М.: Изд-во АН СССР, 1960. — С. 36—42.
4. Костина Л.Д., Сахаров В.И. О вековом движении географического полюса Земли // Астрометрия и астрофизика. — 1975. — Вып. 27. — С. 7—13.
5. Костинский С.К. Об изменении астрономических широт. — СПб., 1889. — 105 с.
6. Манк В., Мак-Дональд Г. Вращение Земли. — М.: Мир, 1964. — 381 с.
7. Мигдал А. О психологии научного творчества // Наука и жизнь. — 1976. — № 2. — С. 100—106.
8. Миронов Н.Т. О природе медленных неполярных изменений широты // Астрон. циркуляр. — 1973. — № 769. — С. 7—8.
9. Миронов Н.Т. О неполярных изменениях средних широт Юкайи и Гейтерсберга // Астрон. циркуляр. — 1973. — № 771. — С. 4—7.
10. Михайлов А.А. О вековых изменениях географических координат // Астрон. журн. — 1968. — 45, вып. 3. — С. 473—477.
11. Михайлов А.А. О приведении астрономических определений широты, долготы и азимута к единой эпохе // Астрон. журн. — 1970. — 47, вып. 3. — С. 613—618.
12. Михайлов А.А. О вековом движении земных полюсов // Астрон. журн. — 1970. — 47, вып. 6. — С. 1296—1299.
13. Орлов А.Я. Служба широты. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. — 123 с.
14. Орлов А.Я. Анализ пулковских наблюдений на зенит-телескопе с 1915 по 1928 гг. — Избр. тр. — Киев: Изд-во АН УССР, 1961. — Т. 1. — С. 38—79.

15. Рубашевский А.А., Федоров Е.П. О вычислении средней широты // Астрон. журн. — 1959. — 36, вып. 6. — С. 1122—1128.
16. Сахаров В.И. О преимуществах формулы А.Я. Орлова для определения средней широты. — В кн.: Тр. 12-й астрометр. конф. СССР. — Л.: Изд-во АН СССР, 1957. — С. 314—320.
17. Федоров Е.П., Корсунь А.А., Майор С.П. и др. Движение полюса Земли с 1890.0 по 1969.0. — Киев: Наук. думка, 1972. — 263 с.
18. Федоров Е.П. Существует ли вековое движение полюса Земли? // Астрометрия и астрофизика. — 1975. — Вып. 27. — С. 3—6.
19. Cecchini G. Relazione sull' Attivita del Servizio Internazionale delle Latitudini dal 1957.0 al 1958. 3 presente alia X Assemblea Gen. dell' UAI. — Torino, 1958. — 30 p.
20. Jeagermann P. Die Bewegung der Kometenschweifmaterie // Зап. Российской Акад. наук. — 1908. — 16, № 28. — С. 15—38.
21. Kopf A. Untersuchungen über den Schweif des Kometen 1907 (Daniel) // Publ. Astron. Inst. Heidelberg. — 1910. — 3, N 7. — S. 17—23.
22. Labrouste H., Labrouste J. Analyse des graphiques resultant de la superposition de sinusoides. — Paris, 1943. — 120 S.
23. Melchior P. Sur la fluctuation des latitudes moyennes des stations du service des latitudes et la methode d'Orlov // Bull. geod. — 1957. — N 46. — P. 22—27.
24. Ölander V.R. Reduction of astronomical latitudes and longitudes 1922—1948 in to the FK4 and CIO system // Publ. Finish Geodetic Inst. — 1972. — N 73. — P. 5—44.
25. On reference coordinate systems for earth dynamics // Proc. IAU colloq., N 26. — Torun, Poland, 1974; Warsawa, 1975.
26. Sugawa Ch. On the triaxiality of the Earth deduced from chandler ellipse // Proc. Int. Latitude Obs. Mizusawa. — 1969. — N 9. — P. 191—211.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Часть I. ТЕОРИЯ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ И ГЕОДИНАМИКА	5
<i>Е.П. Федоров.</i> Основы современной теории движения земных полюсов	7
<i>А.А. Тресков, Л.А. Гузов, Е.П. Федоров.</i> Поверхность Мохоровичича по данным, относящимся к далеким землетрясениям	23
<i>Е.П. Федоров.</i> О влиянии колебаний уровня океана, вызываемых движением полюсов Земли, на это движение	29
<i>Е.П. Федоров.</i> Раздельное определение коэффициентов главных членов нутации в наклонности и долготе	34
<i>Е.П. Федоров.</i> Об учете влияния морских приливов при изучении лунно-солнечных изменений силы тяжести	38
<i>Е.П. Федоров.</i> Изучение внутреннего строения Земли методами астрономии и гравиметрии	50
<i>Е.П. Федоров.</i> О силах взаимодействия ядра и оболочки Земли, возникающих вследствие нутации	61
<i>E.P. Fedorov.</i> Magnitudes and spectra of important dynamical phenomena	66
<i>E.P. Fedorov.</i> Nutation and the oppolzer's terms	75
Часть II. ИЗМЕНЕНИЕ ШИРОТ И ДВИЖЕНИЕ ПОЛЮСОВ ЗЕМЛИ	81
<i>Е.П. Федоров.</i> О широтных наблюдениях в Полтаве	83
<i>Е.П. Федоров.</i> Новая программа для службы широты и ее испытание в Полтаве ..	90
<i>Е.П. Федоров, Е.И. Евтушенко.</i> Лунные полумесячные колебания широты по наблюдениям на станциях Карлофорте и Юкая с 1899 по 1934 г.	119
<i>Е.П. Федоров.</i> О медленных неполярных изменениях широты	121
<i>Е.П. Федоров.</i> Об изучении движения мгновенной оси вращения Земли	126
<i>E.P. Fedorov.</i> On the computation of the pole coordinates	130
<i>Е.П. Федоров.</i> Нутация по данным широтных наблюдений	135
<i>А.А. Рубашевский, Е.П. Федоров.</i> О вычислении средней широты	141
<i>E.P. Fedorov.</i> Nutation as derived from latitude observations	150
<i>Ф.Ф. Рубашевский, Е.П. Федоров.</i> К вопросу об оценке точности широтных наблюдений	156
<i>Е.П. Федоров.</i> Служба широты	163
<i>Е.П. Федоров, А.П. Цапова.</i> О приведении результатов Международной службы широты в единую систему	174
<i>Е.П. Федоров, И.И. Глаголева.</i> Про згладжування спостережень над коливанням широт	184
<i>Е.П. Федоров.</i> Об оценке точности координат полюса Земли	189

<i>И.И. Глаголева, Е.П. Федоров.</i> Об изучении спектра ошибок широтных наблюдений	199
<i>И.И. Глаголева, Е.П. Федоров.</i> О построении и оценке точности кривых колебаний широты	208
<i>А.А. Корсунь, Е.П. Федоров.</i> О назначении весов при выводе координат полюса Земли по данным широтных наблюдений	229
<i>Е.П. Федоров, Я.С. Яцкив.</i> О причинах кажущегося «раздвоения» периода свободной нутации Земли	236
<i>E.P. Fedorov, A.A. Korsun, S.P. Major, N.T. Panchenko, V.K. Tarady, Ya.A. Yatskiv.</i> New determination of the polar motion from 1890 to 1969	242
<i>E.P. Fedorov, A.A. Korsun, N.T. Mironov.</i> Non-periodic latitude variations and the secular motion of the Earth's pole	244
<i>А.А. Корсунь, Е.П. Федоров.</i> О совместном определении координат полюса и неравномерности вращения Земли	251
<i>Е.П. Федоров.</i> О свободном движении полюса Земли с периодом, близким к суткам — как нужно сравнивать наблюдения с теорией	258
<i>Е.П. Федоров.</i> Существует ли вековое движение полюса Земли?	260
<i>E.P. Fedorov.</i> On the coordinate systems used in the study of polar motion	265
<i>Е.П. Федоров, Р.М. Расулов.</i> Можно ли утверждать, что вековое движение полюса Земли существует?	274
<i>Е.П. Федоров.</i> Об определении параметров вращения Земли из наблюдений	278
Часть III. АСТРОМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ	289
<i>Н.А. Попов, Е.П. Федоров.</i> К вопросу о методике наблюдений отклонения светового луча в поле тяготения Солнца	291
<i>К.С. Мансурова, Е.П. Федоров.</i> Об определении систем склонений звезд широтных программ	293
<i>Е.П. Федоров.</i> О внутренней и внешней ошибках наблюдений	297
<i>Wm. Markowitz, N. Stoyko, E.P. Fedorov.</i> Longitude and latitude	307
<i>Н.Т. Миронов, Е.П. Федоров.</i> О системах координат, применяемых при изучении вращения Земли	319
<i>Е.П. Федоров.</i> О принципах построения координатных систем, применяемых в астрометрии	327
<i>А.Н. Курьянова, Е.П. Федоров.</i> О систематических и случайных разностях звездных каталогов	345
<i>Е.П. Федоров.</i> Об определении направлений координатных осей каталогов звезд	359
<i>Е.П. Федоров.</i> О системах координат, применяемых службами широты и времени	372
<i>Е.П. Федоров.</i> О системах сферических координат	392
<i>Е.П. Федоров.</i> Общий взгляд на астрометрию	399
<i>Е.П. Федоров.</i> О связи радиointерферометрической и экваториальной координатных систем	442
<i>Е.П. Федоров.</i> Об одной возможности использования наблюдений пульсаров в астрометрии	447
Часть IV. НАУЧНО-ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ И НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЕ РАБОТЫ	455
<i>Е.П. Федоров.</i> К предстоящему международному обсуждению методов исследования изменений широты и движения полюсов	457
<i>Е.П. Федоров.</i> Некоторые соображения о реорганизации работ по изучению движения полюса	459

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

<i>Е.П. Федоров.</i> О подготовке плана будущих работ по изучению движения полюсов Земли	466
<i>Е.П. Федоров.</i> К столетию со дня рождения С.П. Глазенапа	471
<i>Є.П. Федоров.</i> Про роль астрономії у вивченні внутрішньої будови Землі	473
<i>Е.П. Федоров.</i> Некоторые проблемы физики Земли на X съезде Международного астрономического союза	482
<i>Е.П. Федоров.</i> Изучение движения полюсов	486
<i>Е.П. Федоров.</i> Форум исследователей Вселенной	496
<i>Е.Р. Fedorov.</i> Nutation	503
Астрономія	510
Вращение Земли	516
<i>Е.П. Федоров.</i> Астрономия на Украине	523
<i>Є.П. Федоров.</i> Роздуми над зоряним каталогом Коперника	532
<i>Є.П. Федоров.</i> Від ал-Біруні до Коперника	547
<i>Е.П. Федоров.</i> Как найти полюс Земли?	550
<i>Е.П. Федоров.</i> Александр Яковлевич Орлов. Жизнь, творчество, научное наследие	558

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ГОЛОВНА АСТРОНОМІЧНА ОБСЕРВАТОРІЯ

Є.П. ФЕДОРОВ

ВИБРАНІ ПРАЦІ

(Російською мовою)

Київ, Науково-виробниче підприємство
«Видавництво “Наукова думка” НАН України», 2014

Художній редактор І.Р. СІЛЬМАН

Технічний редактор Т.С. БЕРЕЗЯК

Коректор Л.Г. БУЗІАШВІЛІ

Оператори В.Г. КАМЕНЬКОВИЧ, О.О. ПОНОМАРЕНКО

Комп'ютерна верстка Т.О. ЦЕНЦЕУС

Підп. до друку 05.06.2014. Формат 70 × 100/16. Папір офс. № 1.

Гарн. Таймс. Друк. офс. Ум. друк. арк. 47,61.

Ум. фарбо-відб. 47,61. Обл.-вид. арк. 40,0.

Тираж 300 прим. Зам. № ДФ 209

НВП «Видавництво “Наукова думка” НАН України»

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи

до Державного реєстру ДК № 2440 від 15.03.2006 р.

01601 Київ 1, вул. Терещенківська, 3

ПП «Видавництво “Фенікс”»

03680 Київ 680, вул. Шутова, 13б

