НАЩОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ Іопрани астропомічна обсерніторія Цілятр коліцідаль науково-гладітського полниналу та асторії науково-гладітського

КИЛВСЬКИЙ НАЦЮНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ Інсні ТАРАСА ШЕВЧЕНКА Аптроновічна обсеренторія

Я.С. Яцків, О.М. Александров, І.Б. Вавілова, В.І. Жданов, Ю.М. Кудря, С.Л. Парновський, О.В. Федорова, С.В. Хміль

ЗАГАЛЬНА ЛЕОРЈЯ BJDHOCHOCJID: випробовування часом

КИЇВ 2005 УДК 530. 12: 531.51: 524.8: 530.12(091) ББК

#### ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ: випробування часом.

Я. С. Яцків, О. М. Александров, І. Б. Вавилова, В. І. Жданов, Ю. М. Кудря, С. Л. Парновський, О. В. Федорова, С. В. Хміль. – К.: ГАО НАН України, 2005, 288 с., іл.

ISBN 966-02-3728-6

У монографії стисло викладені теоретичні основи загальної теорії відносності (ЗТВ), систематизовані її експериментальні перевірки та окреслені області застосування ЗТВ з урахуванням результатів останнього десятиріччя. Коротко розглянуто історію розвитку релятивістських досліджень в Україні. Книга призначена для науковців, аспірантів та студентів природничих спеціальностей, а також буде корисна всім, хто цікавиться ЗТВ.

#### GENERAL RELATIVITY THEORY: TESTS through TIME

Y. S. Yatskiv, A. N. Alexandrov, I. B. Vavilova, V. I. Zhdanov, Yu. N. Kudrya, S. L Parnovsky, E. V. Fedorova, S. V. Khmil. – K.: MAO NAS of Ukraine, 2005, 288 p.

Theoretical basis of the General Relativity Theory (GRT), its experimental tests as well as GRT applications are briefly summarized taking into account the results of the last decade. The monograph addresses scientists, post-graduated students, and students specialized in the natural sciences as well as everyone who takes a great interest in GRT.

#### ББК

© Яцків Я.С., Александров О.М., Вавилова І.Б., Жданов В.І., Кудря Ю.М., Парновський С.Л., Федорова О.В., Хміль С.В., 2005 © Жук І. Т., 2005

ISBN 966-02-3728-6

# Року фізики-2005 присвячується



The eternal mystery of the world is its comprehensibility

A. Einsteins



### ПЕРЕДМОВА

Світ складається з таємниць, які не можна відкрити в один день: природа не показує нам їх усіх разом... Наш час пояснив деякі з цих таємниць і майбутнє буде продовжувати нашу справу.

Луцій Сенека

Сторія розвитку науки підтверджує мудрі слова Луція Аннея Сенеки (близько 4 р. до н. е. – 65 р. н. е.), взяті нами з його праці "Природничі питання" епіграфом до передмови. З давніх часів філософи та вчені намагалися розгадати таємниці природи, використовуючи для цього якнайменше узагальнюючих понять. Серед славетних фізиків та астрономів особливе місце займають Ньютон, Максвелл та Айнштайн – вчені, котрі досягли найбільших успіхів у пізнанні законів природи.

Три століття тому Ньютон розгадав природу земного тяжіння та об'єднав його з небесною гравітацією. Два століття по тому Максвелл об'єднав сили електрики та магнетизму, показавши, що світло є проявом такої єдності.

У 1905 р. Айнштайн об'єднав поняття простору та часу, а через одинадцять років показав, що ньютонівська гравітація є проявом цього об'єднання, а саме описується кривиною єдиного просторово-часового многовиду. Так наука збагатилася двома геніальними відкриттями спеціальною теорією відносності (СТВ) та загальною теорією відносності (ЗТВ).

Сьогодні важко собі уявити розвиток науки без цих відкриттів, які стали основою сучасного наукового світогляду, породили нові напрями фізики та астрономії, зокрема релятивістську астрофізику та космологію. ЗТВ стала основою побудови систем відліку на Землі та у космічному просторі, які використовуються для досліджень руху нашої планети та інших небесних тіл, створення сучасних систем навігації та астроорієнтації. Тут варто нагадати, що дослідження руху планети Меркурій, а саме зміщення його перигелію на 43" за сто років, яке не вдавалося пояснити ньютонівською теорією гравітації, було першою успішною перевіркою ЗТВ. Айнштайн з цього приводу писав: "…резуль-

тат, що стосується зміщення перигелію Меркурія, наповнює мене глибоким задоволенням".

Теорія — це немов би живий організм, який постійно удосконалюється і пристосовується до змін навколишнього середовища. ЗТВ не є винятком, вона живе і розвивається, її експериментальні перевірки (а вірніше, визначення межі її придатності) продовжуються і донині. Цій проблемі і присвячена наша книга. В ній читач знайде інформацію про сучасний стан розвитку ЗТВ, про її перевірки, що вже відбулися або заплановані на найближчі роки, про спроби створення альтернативних теорій гравітації.

Ідея написання цієї книги народилася у авторів під час виконання дослідницького проекту Науково-технологічного центру України у 2003—2005 рр. Його завершення співпало з проголошенням ЮНЕСКО 2005 року "Роком Фізики" на честь 100-річчя з часу виходу у світ першої роботи Альберта Айнштайна з теорії відносності. Цій знаменній події автори присвячують свою роботу і сподіваються, що вона буде корисною для всіх тих, хто цікавиться історією природничої науки та її сучасним станом напередодні новітньої революції у фізиці та астрофізиці.

Автори далекі від думки, що пропонована читачу книга позбавлена окремих недоліків та неточностей. Будемо вдячні за зауваження та пропозиції, сподіваючись здійснити друге видання цієї книги до 100-річчя з часу створення Альбертом Айнштайном ЗТВ.

Автори висловлюють подяку членам-кореспондентам НАН України П.І. Фоміну та С.М. Рябченку за корисні дискусії.

Автори завдячують *співробітникам* Інституту теоретичної фізики НАН України, Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львівського національного університету ім. І. Франка, Інституту енциклопедичних досліджень НАН України за допомогу в підготовці розділу з історії релятивістських досліджень в Україні.

Київ, 1 липня 2005 року

### 1 . BCTTYTT

Усе має бути викладено так просто, як тільки можливо, але не простіше.

Альберт Айнштайн

**5**агальна теорія відносності (ЗТВ) — релятивістська теорія тяжіння, простору та часу — була побудована Айнштайном [99] та іншими вченими як узагальнення спеціальної теорії відносності [101] за наявності гравітаційної взаємодії. Протягом десятиліть ЗТВ цікавила лише обмежене коло теоретиків, оскільки точність спостереження гравітаційнорелятивістських ефектів була невисокою. Підвищення інтересу до встановлення більш ретельного експериментального підґрунтя ЗТВ припадає на 1960—1970-ті роки. Цьому сприяли відкриття квазарів, пульсарів, рентгенівських джерел, реліктового випромінювання; наприкінці 1970-х років цей список доповнили перші гравітаційні лінзи. Для зазначеного періоду характерне також суттєве підвищення точності вимірювання часу та кутових величин в астрометричних дослідженнях завдяки використанню квантових годинників і стандартів частоти, радіолокаційних і лазерних методів вимірювання відстаней.

В цей час велика увага приділялася порівнянню ЗТВ з іншими теоріями тяжіння, що конкурують із ЗТВ. Було ретельно проаналізовано загальні принципи життєздатності цих теорій, такі, як повнота і самоузгодженість теорії, існування правильної ньютонівської границі, відповідність спеціальній теорії відносності за умови відсутності гравітації. Навіть ці загальні вимоги сприяли відсіву певної кількості альтернативних теорій та показали, що задовольнити відразу всі принципи дуже непросто, і коло життєздатних теорій тяжіння є досить обмеженим.

Інтерес до тестування ЗТВ значно пожвавився останніми роками. Причини тут ті ж самі, що і в 1970-ті роки. З одного боку, це поява нових можливостей для перевірки ЗТВ, значною мірою обумовлених використанням космічної техніки. З іншого — це суто наукові потреби теорії та її застосувань. Загальна теорія відносності, яка у свій час кардинально змінила уявлення про час і простір, стала важливим засобом

для отримання нових знань про Всесвіт, у тому числі про екстремальні астрофізичні явища. У Сонячній системі неможливо відтворити фізичні умови, які були характерними для ранніх стадій еволюції Всесвіту або реалізуються всередині квазарів та релятивістських зір чи у надпотужних вибухових процесах, наслідком яких є гамма-спалахи та наднові. Для розуміння цих процесів необхідна наука про гравітацію. Однак рівень експериментального підтвердження ЗТВ не відповідає її фундаментальній ролі у сучасному пізнанні світу.

Серед причин збільшення інтересу до ЗТВ необхідно відзначити також її використання в тих областях науки і техніки, де завдяки зростаючій точності вимірювань необхідно враховувати релятивістські ефекти. Прикладом може слугувати визначення координат небесних тіл за допомогою радіоінтерферометрів з наддовгою базою та застосування сучасних шкал часу. З іншого боку, зрозуміло, що ЗТВ, як і будь-яка інша фізична теорія, має свої межі застосування, і їх встановлення набуває особливого значення для сучасної космології. Важливим поштовхом для пошуку таких меж та аналізу можливих узагальнень ЗТВ стали астрономічні свідчення про ненульове значення космологічної сталої, яка тривалий час практично не приймалася до уваги при інтерпретації астрономічних спостережень. Наразі достеменно відомо, що внесок цієї сталої забезпечує 70 % космологічної густини маси.

Експериментальні дослідження гравітаційної взаємодії суттєво відрізняються від досліджень інших фундаментальних взаємодій. Наприклад, на відміну від електродинаміки, де маємо різноманітні засоби для експериментування як на класичному, так і на квантово-польовому рівні, можливості для штучного впливу на гравітаційні поля вкрай обмежені. У Сонячній системі відсутні умови, за яких ефекти ЗТВ набували б значної величини. Але сучасні технічні засоби, зокрема пов'язані зі зростанням точності вимірювань, дають нові можливості для ретельних перевірок.

Загальна теорія відносності базується на невеликому числі загальних положень, які дають можливість формулювати рівняння гравітаційного та інших полів, а також співвідношення для спостережуваних величин у викривленому просторі-часі (ПЧ). Ця теорія задовольняє принципу "леза Оккама", оскільки вона є найбільш економною порівняно з конкуруючими теоріями тяжіння, що вводять додаткові поля та константи. Зрозуміло, що як необхідність введення додаткових елементів, так і відсутність такої необхідності треба перевіряти.

Ситуація в цій царині дуже швидко змінюється, тому ми поставили собі за мету подати огляд основ теорії, систематизувати її експериментальні перевірки та окреслити області застосувань ЗТВ з акцентом на результати останнього десятиріччя. Теоретичні основи викладені досить стисло,



оскільки детальне уявлення про релятивістську теорію тяжіння можна знайти у класичних виданнях [449, 489, 496], які зберігають свою актуальність, хоча не відображають сучасних досягнень. При викладенні перевірок ЗТВ, а також спостережуваних астрофізичних та космологічних ефектів, де ЗТВ виступає в усій своїй величі, ми віддавали перевагу тим з них, які містять усталені досягнення щодо точності і достовірності.



### 2. ОСНОВИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ ГРАВІТАЦІЇ

Ідеї Айнштайна відкрили новий шлях дослідження Всесвіту та надали новий стимул старій астрономічній науці, порівняний за впливом лише з тим, який надав їй Коперник.

Макс Борн

#### 2.1. Основні положення ЗТВ та метричних теорій тяжіння

...у будь-якому частковому вченні про природу можна знайти науки у власному розумінні лише стільки, скільки в ній є математики...

Іммануїл Кант

Загальна теорія відносності була створена А. Айнштайном виключно індуктивним шляхом. Наразі ця теорія спирається на експериментальну базу, ретельний аналіз її внутрішньої будови та численні порівняння з іншими варіантами теорії. Ця теорія є представником так званих *метричних теорій тяжіння*, котрі задовольняють фундаментальним постулатам щодо множини подій та існування ріманової метрики, а також загальним принципам, які визначають поведінку негравітаційних фізичних полів у викривленому просторі-часі. Аксіоматику метричних теорій тяжіння, що різко звужує поле можливих відхилень від ЗТВ, перевіряють за допомогою так званих «нульових» експериментів.

#### 2.1.1. Геометрія простору-часу

Просторово-часові відношення між об'єктами моделюються певними математичними засобами, серед яких основну роль відіграє *множина подій M*, або *простір-час. Подія* — точка ПЧ — це вихідне поняття теорії відносності, абстракція реальних подій, таких, наприклад, як розпад частинки чи зіткнення двох тіл. Подія визначається чотирма координатами  $x^{\mu}$ ,  $\mu = 1,2,3$ . У теорії відносності вважають, що множина  $M \in$  чотиривимірним диференційованим многовидом<sup>1</sup>, що дає змогу засто-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Поняття многовиду є одним з базових у сучасній геометрії. З фізичної точки зору головним у цьому понятті є наявність допустимих систем координат (в околі кожної точки), пов'язаних між собою диференційованими співвідношеннями. В околі будь-якої точки ПЧ можна вводити безліч допустимих систем координат.

совувати потужний апарат математичного аналізу для опису фізичних процесів. Відповідність між просторово-часовими відношеннями, котрі існують у реальному світі, та їх теоретичним відображенням встановлюється за допомогою *системи відліку*, яка пов'язує теоретичну модель фізичного процесу з практичною процедурою його вимірювань.

У спеціальній теорії відносності є клас виділених систем відліку, для означення яких необхідно задати шкалу часу (годинник) та тривимірну прямокутну декартову систему координат, причому її початок та осі (а також і годинник) жорстко пов'язані з деяким тілом відліку (або тілами), що рухається інерціально і не обертається. Часова вісь разом із просторовими осями координат утворюють чотиривимірний аналог декартової координатної сітки  $\chi_L^{\alpha}$ . Такі системи відліку (а також і координати) називають *лоренцевими* на честь Х. Лоренца, який зробив видатний внесок у побудову СТВ. При фіксованих одиницях вимірювання часу та відстаней лоренцеві системи відліку відрізняються між собою відносним зсувом початку координат, відносною швидкістю та напрямом просторових осей.

За наявності гравітації не існує фізично виділених систем координат, подібних до лоренцевих. Виникає альтернатива: або вводити такі системи умовно, що явно не задовольняє сучасним вимогам, або вважати всі системи рівноправними та формулювати рівняння математичної фізики координатно-незалежним чином. Друга вимога задовольняється, наприклад, якщо рівняння фізики записано у тензорній формі. Ця обставина має велику евристичну цінність, якщо розглядати її в колі інших постулатів теорії тяжіння. Відомо, що у тензорному вигляді можна записати практично будь-які рівняння, але для цього, звичайно, необхідно ввести додаткові геометричні об'єкти (напр., базисні векторні поля деякої системи координат). Тому нетривіальним є припущення, що коваріантний запис рівнянь можливий без введення додаткових об'єктів, які описують виділену систему координат (принцип коваріантності).

Розглянемо визначення геометрії ПЧ у рамках теорії відносності. Нехай x, x+dx — близькі точки на траєкторії x(p) спостерігача або деякого фізичного тіла малого розміру. У СТВ для визначення інтервалу власного часу  $d\tau$ , що вимірює годинник спостерігача між цими точками, справедлива формула

$$d\mathbf{r} = \frac{1}{c} d\mathbf{s}, \qquad (2.1)$$

де

$$ds^{2} = \eta_{\mu\nu} ds_{L}^{\mu} ds_{L}^{\nu}, \qquad \|\eta_{\mu\nu}\| = diag(1, -1, -1, -1), \qquad (2.2)$$

причому співвідношення (2.2) справедливе лише у лоренцевих координатах. Величину *ds*<sup>2</sup>, яка визначена формулою (2.2), називають *квадратом* 

*інтервалу*; ця величина має фундаментальне значення в СТВ<sup>1</sup>. Квадратичну форму (2.2) називають *метрикою Мінковського* на честь Г. Мінковського, який власне і запропонував чотиривимірне об'єднання простору і часу та інтерпретував СТВ як геометрію ПЧ. Квадратична форма (2.2) зберігає вигляд при переходах від однієї лоренцевої системи відліку до іншої.

Після перетворення від лоренцевих до довільних координат  $x_L^{\sigma} \to x^{\sigma} = x^{\sigma} \left( x_L^{\sigma} \right)$  отримаємо формулу для квадрата інтервалу:

$$ds^{2} = g_{\mu\nu}(x)dx^{\mu}dx^{\nu}$$
(2.3)

з метричним тензором 🚛, де

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial x_L^{\alpha}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial x_L^{\beta}}{\partial x^{\nu}}.$$
 (2.4)

Формула (2.3), якщо її поширити на довільні значення диференціалів  $dx^{\alpha}$ , цілком визначає геометрію цього простору. Зокрема, через метричний тензор виражаються відстані між точками у власному тривимірному просторі спостерігача та кути між векторами.

Виникає питання: чи завжди можна подати  $g_{\mu\nu}$  у вигляді (2.4)? Взагалі відповідь на це питання негативна. Для виконання формули (2.4) необхідно, щоб у всьому просторі виконувалась рівність

$$R^{*}_{*} = 0$$
, (2.5)

де

$$\boldsymbol{R}^{a}{}_{\mu\mu\nu} = \boldsymbol{\partial}_{\mu}\boldsymbol{\Gamma}^{a}{}_{\nu\rho} - \boldsymbol{\partial}_{\nu}\boldsymbol{\Gamma}^{a}{}_{\mu\rho} + \boldsymbol{\Gamma}^{a}{}_{\mu\sigma}\boldsymbol{\Gamma}^{\sigma}{}_{\nu\rho} - \boldsymbol{\Gamma}^{a}{}_{\nu\sigma}\boldsymbol{\Gamma}^{\sigma}{}_{\mu\rho} \qquad (2.6)$$

– тензор кривини Рімана, Т<sup>∞</sup> – ріманова зв'язність (символи Крістоффеля). Тут і далі використовуємо правило Айнштайна про підсумовування за індексами, що повторюються. Ріманів простір з метричним тензором (2.4) є плоским; його називають простором Мінковського.

Існування інерціальної системи координат  $\chi_L^{\alpha}$  у СТВ, де компоненти  $g_{\mu\nu}$  є сталими, відбиває факт однорідності ПЧ. Але за наявності гравітації такої однорідності вже немає. Про це свідчать експерименти з вимірювання інтервалів часу, а також викривлення траєкторій світлових променів у гравітаційному полі. Вирішальний крок на шляху переходу від СТВ до ЗТВ полягає у відмові від співвідношення (2.4) та наданні цілком нового змісту коефіцієнтам  $g_{\mu\nu}(x)$  квадратичної форми (2.3),

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Співвідношення (2.2) є аналогом формули для квадрата відстані між точками в евклідовій геометрії, однак у її праву частину не всі доданки входять зі знаком плюс. Саме тому таку геометрію називають псевдоевклідовою. Аналогічна різниця існує між рімановою та псевдорімановою геометріями.

згідно з яким ПЧ не є плоским, а тензор кривини  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ , що відповідає  $g_{\mu\nu}$ , взагалі кажучи, не дорівнює нулю. Відмінність  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  від нуля є необхідною та достатньою ознакою присутності ненульового гравітаційного поля, яке описується метричним тензором  $g_{\mu\nu}$ . Сигнатуру тензора<sup>1</sup>  $g_{\mu\nu}$ , що відбиває локальні властивості форми (2.3), вибирають таку саму, як і у тензора Мінковського. Це означає, що у кожній окремій точці ПЧ шляхом перетворення координат метрична квадратична форма може бути приведена до виду (2.2). Таким чином, множина подій є чотиривимірним рімановим многовидом із метричним тензором  $g_{\mu\nu}$ , компоненти якого входять у формулу (2.3) для квадрата інтервалу. Метричний тензор цілком визначає псевдоріманову геометрію, а разом із тим і гравітаційне поле в ЗТВ. Зокрема, за умови  $ds^2 > 0$  формула (2.3) визначає власний час, виміряний годинником спостерігача на траєкторії, яка сполучає близькі точки x та x + dx.

Існування деякого метричного тензора  $g_{\mu\nu}$  можна вважати математичним відображенням можливості вимірювати власний час, довжини, кути тощо. Теорія гравітації апріорі може містити крім метрики ще якісь скалярні або тензорні поля. Наприклад, добре відомі скалярно-тензорні теорії гравітації, у яких поряд із метричним тензором фігурує скалярне поле.

#### 2.1.2. Принципи еквівалентності

Гравітаційне поле проявляє себе через взаємодію з тілами та іншими полями. Шлях до теоретичного опису цієї взаємодії та спостережуваних величин вказує айнштайнівський принцип еквівалентності (АПЕ), який утворює фундамент метричних теорій тяжіння.

АПЕ складається з трьох складових:

 слабкий принцип еквівалентності (СПЕ) — траєкторія незарядженого пробного тіла залежить тільки від його початкового положення і початкової швидкості і не залежить від його внутрішньої структури або складу;

• принцип локальної лоренц-інваріантності — результат будь-якого негравітаційного локального експерименту не залежить від швидкості лабораторії, що вільно падає;

• принцип локальної позиційної інваріантності — результат будь-якого негравітаційного локального експерименту не залежить від того, де і коли у Всесвіті він проводиться. Зокрема, значення фундаментальних фізичних констант не змінюються ні з часом, ні у просторі.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Сигнатура тензора (матриці) — різниця між кількістю додатних та від'ємних власних значень.



Розглянемо спостереження в лабораторії, розміри якої досить малі проти характерних масштабів гравітаційного поля. Припустимо, що на лабораторію ззовні не діють ніякі сили, окрім гравітаційних, тобто вона вільно рухається в гравітаційному полі. Тоді, згідно з АПЕ, всередині такої лабораторії діють закони СТВ.

Згідно зі слабким ПЕ гравітаційна маса кожного тіла пропорційна інертній, тому при відповідному виборі одиниць вимірювання ці маси вважаються рівними.

Поряд із слабким ПЕ розглядають також сильний принцип еквівалентності, формулювання якого відрізняється тим, що він поширюється на тіла, у яких відчутний внесок гравітації у повну масу. Більшість метричних теорій не задовольняють вимозі сильного ПЕ, але у ЗТВ цей принцип діє.

Шифф [327] висунув гіпотезу, згідно з якою айнштайнівський принцип еквівалентності є наслідком слабкого ПЕ. Ця гіпотеза була підтверджена на прикладі деяких моделей порушення принципу еквівалентності (див. [526], де показано, що теорія, яка відповідає слабкому ПЕ, має бути метричною). Звичайно, строге доведення гіпотези Шиффа можливе лише в рамках певної теоретичної схеми, що охоплює метричні та неметричні теорії. Для доказу цього слугують неметричні узагальнення теорії тяжіння, короткий огляд яких подано нами в розділі 2.4.

Теорія гравітації вважається метричною, якщо безпосередній вплив гравітаційного поля на динаміку тіл та інших фізичних полів відбувається лише через метричний тензор. Інші поля, що описують гравітацію, можуть входити до рівнянь, які визначають метрику. Саме цими рівняннями метричні теорії гравітації різняться одна від одної.

Як окремий (хоча й не цілком незалежний) постулат відзначимо *принцип відповідності* або *існування ньютонівської границі* для експериментів у слабкому гравітаційному полі. З цього принципу випливає, що у певній системі координат

$$g_{00} = 1 + \frac{2U}{c^2},$$
 (2.7)

де U – ньютонівський гравітаційний потенціал. Співвідношення (2.7) повинно виконуватися у лінійному за  $U/c^2$  наближенні. Це є необхідною і достатньою умовою, щоби рівняння руху пробних тіл мали ньютонівську границю за умови  $U/c^2 << 1$ .

#### 2.1.3. Негравітаційні поля у викривленому ПЧ. Електродинаміка

Айнштайнівський принцип еквівалентності — дуже глибоке твердження, яке узагальнює уявлення про фундаментальні фізичні властивості оточуючого світу. Для застосування як провідної ідеї для побудови теорії

гравітації цей принцип має бути формалізованим у математичних термінах. Для цього зручно ввести на множині подій M локально-лоренцеву (у точці) систему координат. Систему координат називають лоренцевою у точці m (або локально-лоренцевою), якщо у цій системі в цій точці  $g_{\mu\nu}(m) = \eta_{\mu\nu}$ , причому усі похідні  $\partial g_{\mu\nu}(m) = 0$ . Ця система в околі mвідповідає системі відліку спостерігача, який вільно рухається у гравітаційному полі. Вона моделює ту локальну лабораторію, про яку саме йдеться в АПЕ. Можна показати, що така система існує для будьякої точки m. Локально-лоренцеві координати найбільше нагадують інерціальну систему координат плоского простору, де метричний тензор зводиться до  $\eta_{\mu\nu}$ , а його похідні дорівнюють нулю в усьому просторі.

Нехай *т* – будь-яка точка многовиду подій *М*. Подальше твердження можна вважати формалізацією АПЕ.

Постулат локальної лоренцевості. Нехай система координат є лоренцевою в точці т. Тоді у цій системі всі рівняння для локальних фізичних величин у точці т збігаються з відповідними співвідношеннями СТВ.

Цей постулат гарантує відповідність до СТВ, тобто перехід до спеціальної теорії відносності за умови відсутності гравітації, та, разом із вимогою коваріантності, однозначно визначає всі співвідношення для локальних полів у метричній теорії гравітації. Вважаємо, що локальні співвідношення — це такі, які означені в точці польовими функціями (компонентами негравітаційних полів) та їх похідними не вище першого порядку. Відповідно називатимемо *локальними* поля чи величини, які можна повністю описати локальними співвідношеннями. Наприклад, електромагнітне поле є локальним, оскільки рівняння Максвелла для напруженостей полів містять лише перші похідні.

Важливим є питання визначення спостережуваних величин, пов'язаних із векторними та тензорними фізичними полями в довільних координатах. Наприклад, тензор електромагнітного поля  $F^{\mu\nu}$  у кожній точці ПЧ — це багатокомпонентна величина. Її числові значення визначаються відносно локального векторного базису  $\mathbf{e}_{\mu\nu}^{\mu}(\mathbf{x})$  (в дужках внизу позначено номер вектора: a = 0,1,2,3). У СТВ роль базису виконує координатний репер лоренцевих координат. Аби компоненти поля у ЗТВ мали той самий зміст, що і у СТВ, базис має бути ортонормованим:

$$g_{\mu\nu}e^{\mu}_{(a)}e^{\nu}_{(b)} = \eta_{ab}, \quad a,b = 0,1,2,3.$$
 (2.8)

Таку ортонормовану четвірку векторних полів називають тетрадою. На практиці напрями векторів тетради фіксують за допомогою деякої фізичної процедури (напр., шляхом спостережень позагалактичних джерел випромінювання). Задане поле тетради формально дає змогу відновити метричний тензор, оскільки формулу (2.8) можна переписати у вигляді  $\mathbf{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \mathbf{e}_{\mu\nu}^{[\mu]} \mathbf{e}_{\mu\nu}^{[\mu]} - матриця, обернена до <math>\mathbf{e}_{\mu\nu}^{[\mu]}$ . Але за

допомогою практичних процедур вектори тетради можуть бути визначеними лише на світових лініях спостерігачів. У інших точках ПЧ, де досліджуються тензорні поля, тетрада може бути визначена лише теоретично із врахуванням формули (2.8), для чого потрібне знання метрики. При розгляді обмеженого кола задач часто користуються частковим визначенням системи відліку, задаючи в базових координатах лише метрику (або метрику і одне чи два векторних поля) [450], [500].

Більш докладно визначення системи відліку та спостережуваних величин у ЗТВ обговорюється у розділі 7.

Нехай світова лінія (траєкторія) деякого квазіінерціального спостерігача є  $x^{\mu}(\tau)$ , де  $\tau$  – власний час на траєкторії,  $u^{\mu} = dx^{\mu}/cd\tau$  – його 4-швидкість. У точці *m*, що належить траєкторії, введемо локально-лоренцеву систему відліку. У цій точці координатний репер утворює ортонормовану тетраду  $\mathbf{e}_{\mu\nu}^{\mu}$ . Покладемо  $\mathbf{e}_{\mu\nu}^{\mu} = \mathbf{u}^{\mu}$ . Решта векторів тетради реалізують декартові орти власної локально-лоренцевої системи спостерігача. Тоді можна скористатися принципом локальної лоренцевості і визначити в точці *m* компоненти електричного  $\mathbf{E}_{\mu\nu}(\mathbf{E}_{\mu\nu})$  та магнітного  $\mathbf{B}_{\mu\nu}(\mathbf{E}_{\mu\nu})$  полів (*i* = 1, 2, 3):

$$E_{i} = e_{(0)}^{\mu} e_{(i)}^{\nu} F_{\mu\nu}, \qquad B_{i} = -\frac{1}{2} \sum_{j,k=1,2,3} e_{ijk} e_{(j)}^{\mu} e_{(k)}^{\nu} F_{\mu\nu},$$

де 🚛 – тривимірний символ Леві-Чівіти.

Згідно з постулатом локальної лоренцевості, в точці *m* у системі координат, що відповідає базису **п**, рівняння електродинаміки мають той самий вигляд, що й у СТВ.

У локально-лоренцевих координатах у точці *m* перші частинні похідні за координатами дорівнюють компонентам коваріантної похідної, яка є тензором. Принцип загальної коваріантності дає можливість встановити загальний вигляд цих рівнянь. Запишемо рівняння Максвелла для викривленого простору, замінюючи звичайні похідні коваріантними:

$$F^{\mu\nu}{}_{\nu} = -\frac{4\pi}{c} J^{\mu}, \qquad (2.9)$$

$$F_{\alpha\beta\gamma\gamma} + F_{\beta\gamma\alpha\beta} + F_{\gamma\alpha\beta\beta} = 0. \tag{2.10}$$

Крапка з комою в нижньому індексі означає коваріантне диференціювання. У точці *m* це тензорне співвідношення цілком визначене компонентами у локально-лоренцевій системі для даної точки. Оскільки *m* вибрана довільно, це означає, що співвідношення визначене для усього простору. Подібним чином можна отримати рівняння руху зарядженої частинки малих розмірів у гравітаційному та електромагнітному полях:

$$\frac{\delta u^{\mu}}{ds} = \frac{e}{mc^2} F^{\mu}_{,\nu} u^{\nu}, \qquad (2.11)$$

де  $s = c\tau$ ;  $\tau$  — власний час вздовж світової лінії частинки  $x^{\mu}(s)$ ;  $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$ ;  $\delta/ds$  означає коваріантне диференціювання вздовж траєкторії частинки. За відсутності електромагнітного поля отримуємо

$$\frac{\delta}{ds}\frac{dx^{\mu}}{ds} = 0, \qquad (2.12)$$

тобто тіло рухається вздовж геодезичної. Для променів світла аналогічні рівняння можна отримати в наближенні геометричної оптики безпосередньо з рівнянь Максвелла (2.9) — (2.10). Релятивістські рівняння руху суцільного середовища будуть записані в розділі 2.1.4.

#### 2.1.4. Релятивістська гідродинаміка

У розділі 2.1.3 записані рівняння руху тіл та електромагнітного поля у викривленому просторі-часі. Для розв'язання задач астрофізики та космології до цих рівнянь необхідно додати рівняння, що описують рух суцільного середовища. У багатьох таких задачах працюють рівняння гідродинаміки. За відсутності дисипативних ефектів їх можна отримати з коваріантного закону збереження:

$$T^{\mu\nu}{}_{\nu} = 0,$$
 (2.13)

де тензор енергії-імпульсу

$$T^{\mu\nu} = (p+\varepsilon)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu} \qquad (2.14)$$

описує ідеальну релятивістську рідину з інваріантною густиною енергії середовища  $\varepsilon$ . Тобто  $\varepsilon(x)$  — густина енергії в системі спокою елементу рідини в точці x; p — тиск, який в загальному випадку є функцією двох термодинамічних параметрів (напр.,  $\varepsilon$  та питомої ентропії або густини баріонного числа n:  $p = p(\varepsilon, n)$ );  $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$  — ейлерова 4-швидкість. Гідродинамічне описання можливе за умови локальної ізотропії та локальної термодинамічної рівноваги, причому рівняння руху треба доповнити рівнянням стану та незалежним рівнянням для ще одного термодинамічного параметра, наприклад, законом збереження баріонного числа

$$(nu^{\mu})_{\mu} = 0.$$
 (2.15)

Рівняння (2.13) повністю визначають гладкі гідродинамічні течії. Маючи рівняння стану, можна перейти до інших термодинамічних змінних за допомогою другого закону термодинаміки

$$TdS = d(\varepsilon/n) + pd(1/n), \qquad (2.16)$$

де S — питома ентропія на один баріон. Звідси, а також із рівнянь (2.13), (2.14) та збереження баріонного числа (2.15) випливає збереження ентропії у неперервній течії **Б н** = **0**. У в'язких, а також у розривних течіях ентропія зростає.

Запишемо для повноти також рівняння магнітної гідродинаміки за умови відсутності дисипативних ефектів у випадку нескінченної провідності. У цьому випадку електричне поле в локальній системі елементу середовища дорівнює нулеві і тензор  $F_{\mu\nu}$  можна звести до вектора магнітного поля **на сери и разни с**абора и системі метричний тензор Леві-Чівіти. Рівняння руху для цього випадку також випливають із закону збереження з тензором енергії-імпульсу

$$T^{\mu\nu} = (p^* + \varepsilon^*) u^{\mu} u^{\nu} - p^* g^{\mu\nu} - \frac{1}{4\pi} h^{\mu} h^{\nu}, \qquad (2.17)$$

$$p^* = pc^2 + \frac{1}{8\pi} |h|^2, \quad \varepsilon^* = \varepsilon + \frac{1}{8\pi} |h|^2, \quad |h|^2 = -h^{\mu} h_{\mu} > 0$$

Рівняння магнітної гідродинаміки розглядають разом із рівняннями Максвелла (2.9), що зводяться до співвідношення

$$\left(u^{\mu}h^{\nu}-h^{\mu}u^{\nu}\right)_{\mu}=0.$$

Рівняння гідродинаміки у вигляді (2.13) були б неповними без формулювання співвідношень на розривах, що природним чином виникають у гідродинамічних ідеальних течіях та описують ударні хвилі. Вони відіграють важливу роль у процесах, які супроводжують народження релятивістських зір. Ці співвідношення на розривах мають вигляд законів збереження енергії-імпульсу та баріонного числа [Т" N, ]=0, [**ми<sup>\*</sup> N**]=(), де N<sub>v</sub> – нормаль до гіперповерхні розриву. Квадратні дуж-ки означають різницю величин з різних боків цієї гіперповерхні: [A] 📾 A — A, де A, A2 – параметри стану з різних боків розриву. Критерієм існування ударних хвиль є умова зростання ентропії на розривах. У магнітній гідродинаміці до нього додають співвідношення для магнітного поля на гіперповерхні розриву [(u\*h\* – h\*u\*) N, ]=0. Детальний аналіз властивостей релятивістських ударних хвиль можна знайти у книзі Ліхнеровича [218]; див. також [494]. Стандартний розгляд розривних течій суттєво спирається на умову випуклості адіабат Пуассона S = const ([218, 490, 491, 494]). Для загальних рівнянь стану в області надвисоких густин умова випуклості може порушуватися, особливо в околі фазових переходів. Як свідчать приклади з класичної гідродинаміки [518], умова зростання ентропії в цьому разі є недостатньою для коректного розгляду існування ударної хвилі. Критерії існування релятивістських ударних хвиль із загальним рівнянням стану отримано за умови існування неперервного профілю в методі малої в'язкості [48, 49, 447].

#### 2.2. Загальна теорія відносності

Фізичний закон повинен мати математичну красоту.

Поль Дірак

#### 2.2.1. Рівняння Айнштайна

За визнанням багатьох видатних вчених, ЗТВ є однією з найбільш красивих фізичних теорій. Вона не використовує для відновлення геометрії ріманового ПЧ жодних додаткових полів, окрім самого метричного тензора, і в цьому розумінні найбільше відповідає вимогам "оккамового леза".

Співвідношення (2.9)—(2.11) для електромагінтного поля, як і рівняння першого порядку для інших негравітаційних полів, спільні для усіх метричних теорій тяжіння. Різні метричні теорії відрізняються рівняннями для метричного тензора  $g_{\mu\nu}$ . У ЗТВ ці рівняння можна отримати з принципу стаціонарної дії, запропонованого Д. Гільбертом. Лагранжіан в дії Гільберта — скалярну кривину — можна отримати, враховуючи вимогу, щоб він був інваріантною комбінацією метричного тензора  $g_{\mu\nu}$  та його перших і других похідних, причому рівняння поля мають бути лінійними за другими похідними. За відсутності додаткових польових функцій рівняння визначаються практично однозначно — з точністю до двох констант. Одна — це константа гравітаційної взаємодії, що фіксується ньютонівською границею, друга — космологічна стала, яка визначається зі спостережень наднових типу 1а [125, 286–288, 310, 311] та флуктуацій реліктового випромінювання [89, 210, 282].

Із принципу стаціонарної дії випливають рівняння Айнштайна для гравітаційного поля:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\mu\nu}, R_{\mu\nu} = R^{\mu}_{\mu\sigma\nu}, R = R^{\mu}_{\mu}.$$
 (2.18)

Тут  $\Lambda$  – космологічна стала,  $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$  – тензор кривини Рімана,  $T^{\mu\nu}$  – тензор енергії імпульсу негравітаційних полів. Стала  $\Lambda$  проявляє себе на космологічних масштабах, що відповідає її назві.

Відзначимо, що космологічні проблеми стимулюють можливі модифікації теорії. У цьому сенсі розглядаються варіанти, коли космологічна стала є наслідком введення деякого скалярного поля, яка модифікує гравітаційну взаємодію [220, 318, 403]. Досить популярними є теорії з додатковими вимірами, зокрема, коли спостережуваний Всесвіт розглядають як 3+1 поверхню, "брану" (термін "брана" — багатовимірне узагальнення, що походить від слова "мембрана"), яка вкладена в мно-

говид більш високої розмірності [147, 228, 319]. Кінцевою метою цих розробок є об'єднання ЗТВ з квантовою теорією поля та розв'язання на цій основі проблеми народження Всесвіту [118, 530, 531].

Дамо короткі відомості щодо літератури, де зацікавлений читач може знайти огляди робіт і більш повний список посилань на дослідження властивостей рівнянь Айнштайна та їх розв'язків.

Рівняння (2.18) зводяться до системи в частинних похідних другого порядку гіперболічного типу з відповідними властивостями щодо існування та єдиності розв'язку задачі Коші [449, 496, 515, 529, 533]; при цьому дані Коші на початковій гіперповерхні мають задовольняти певним умовам зв'язку (див., напр., [173, 496, 512, 533]). Відома велика кількість точних розв'язків цих рівнянь (див., напр., [512]), серед яких найбільший фізичний інтерес мають метрики Шварцшільда та Керра–Ньюмена (див. [502, 534]), котрі описують чорні діри (ЧД), а також розв'язки Фрідмана, що широко використовуються в релятивістській космології [473] (ми ще не один раз повернемося до відповідних питань нижче з більш докладними коментарями).

Крім того, в цих монографіях подано результати стосовно збурень метрики та поведінки фізичних полів на фоні зазначених точних розв'язків (див. також [454, 523]). Відзначимо строгі результати, що стосуються якісних властивостей розв'язків, пов'язаних з будовою чорних дір та структурою сингулярностей [510, 533], асимптотичної поведінки полів далеко від ізольованих гравітуючих систем [502, 510, 532], проблеми енергії в ЗТВ [71, 527]. Необхідною умовою інтегровності рівнянь (2.18) є коваріантний закон збереження **Т** = **0**, який можна використовувати як стартову позицію для виведення рівнянь руху гравітуючих тіл. Розгляд пов'язаних з цим проблем можна знайти в [443, 451, 515, 520, 529].

#### 2.2.2. Слабкі поля та лінійне наближення

У випадку слабких гравітаційних полів метричний тензор подається у вигляді

$$g_{ad} = \eta_{ad} + h_{ad}, \quad [\eta_{ad}] = diag(1,-1,-1,-1),$$
 (2.19)

де компоненти доданків  $h_{\alpha\beta}$  до тензора Мінковського задовольняють умові  $h_{\alpha\beta} >> 0$ . Зручно ввести величини

$$\overline{h}_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}h\eta_{\alpha\beta}, \quad h = h_{\alpha\beta}\eta^{\alpha\beta}, \quad \overline{h} = -h$$

та накласти на них калібрувальні умови **р**. – **0**. Остання можливість забезпечується спеціальним вибором координатної системи. На малих масштабах космологічна стала не відіграє суттєвої ролі і нею можна знехтувати. Тоді в лінійному по  $h_{\alpha\beta}$  наближенні рівняння Айнштайна перетворюються на рівняння Даламбера з правою частиною:

$$\eta^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu}\bar{h}_{\mu\mu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\alpha\mu}.$$
 (2.20)

Для статичних полів звідси легко отримати звичайне рівняння Пуассона для ньютонівського потенціалу, тобто правильну ньютонівську границю ЗТВ, що і очікувалось. Наступні наближення рівнянь Айнштайна, які враховують квадратичні члени по  $h_{\alpha\beta}$ , дозволяють отримати постньютонівські рівняння руху тіл в ЗТВ [449, 489, 520, 529].

Повернемося до лінійного наближення. За умови відсутності матерії отримуємо рівняння

$$\eta^{\mu\nu}\partial_{\mu}\partial_{\nu}\bar{h}_{\mu\nu}=0, \qquad (2.21)$$

що описує поширення вільного гравітаційного поля в пустоті, тобто гравітаційні хвилі. Розв'язок (2.21) у вигляді розкладу за плоскими хвилями легко знайти за допомогою перетворення Фур'є. Властивості цього розв'язку можна з'ясувати за допомогою плоских монохроматичних хвиль, покладаючи  $h_{abc} = \mathbf{Re}(a_{abc} \mathbf{r}^{2}), \mathbf{S} = \mathbf{k}_{abc} \mathbf{x}^{2}$ , де, з урахуванням калібрувальної умови,

$$a_{ab}k^{\mu} = 0, \ k_{a}k^{a} = 0.$$
 (2.22)

Систему координат зручно вибрати такою, щоб хвильовий вектор мав компоненти:  $k^{\alpha} = (1,0,0,1)$ . Матриця  $a_{\alpha\beta}$  визначається з точністю до калібрувального перетворення

$$\boldsymbol{a}_{\alpha\beta} \rightarrow \boldsymbol{a}_{\alpha\beta} + f_{(\alpha} \boldsymbol{k}_{\beta)}, \quad f_{\mu} \boldsymbol{k}^{\mu} = \boldsymbol{0}, \tag{2.23}$$

де круглі дужки внизу позначають симетризацію по відповідних індексах. Ця формула відповідає довільності у визначенні координат. Її використовують для приведення матриці **п** до такого вигляду:

$$a_{\alpha\beta} = a_{+} (e_{i\alpha}^{1} e_{\beta}^{1} - e_{i\alpha}^{2} e_{\beta}^{2}) + 2a_{x} e_{i\alpha}^{1} e_{\beta}^{2}, \qquad (2.24)$$

де  $\mathbf{e}_{a}^{1} \mathbf{e}_{a}^{2} - \mathbf{o}_{d}$  одиничні просторові ковектори, при цьому  $\overline{h} = -h = 0$  та  $\overline{h}_{a} = h_{a}$ .

Отже, рівняння Айнштайна передбачають хвильові розв'язки, які мають два ступені вільності. Як видно з (2.24), тензор  $h_{\alpha\beta}$  можна подати лінійною комбінацією двох мод поляризації —  $\mathbf{a}_{\star}$  та  $\mathbf{a}_{\kappa}$ , зсунутих одна відносно одної на 45°. Це відповідає квадрупольному характеру гравітаційної хвилі. Усереднений за період скалярний квадрат  $h_{\alpha\beta}$  дає амплітуду коливань

$$\tilde{h} = \sqrt{\langle h_{u0} h^{-0} \rangle} = \sqrt{\langle a_{+} \rangle^{2} + \langle a_{x} \rangle^{2}}.$$
(2.25)

Відзначимо, що хвильові розв'язки слід було б очікувати навіть за умови несправедливості рівнянь Айнштайна (так воно і є в життєздатних альтернативних теоріях тяжіння [394, 395]). Існування гравітацій-

ного випромінювання є невід'ємною рисою будь-якої релятивістської теорії безмасового поля, яка (у наближенні слабкого поля) забезпечує структуру, аналогічну хвильовому рівнянню (2.21).

#### 2.2.3. Гравітаційне поле ізольованих систем

За умови відсутності зовнішнього випромінювання систему мас, зосереджену в обмеженій області простору<sup>1</sup>, називають *ізольованою*. Простір-час ізольованої системи є асимптотично-плоским, тобто метричний тензор цього ПЧ при відповідному виборі координат на просторовій нескінченності прямує до тензора Мінковського. Деякі властивості гравітаційного поля ізольованої системи аналогічні електродинаміці, але є й своя специфіка. Якщо в рівняннях Максвелла можна задавати довільний рух зарядів і це не призводить до математичних суперечностей, то у випадку ЗТВ Айнштайна рівняння руху тіл пов'язані з рівняннями поля і, точно кажучи, не можуть бути задані незалежно. Ізольована система не може випромінювати нескінченний час, адже це потребувало б нескінченної енергії. Більш детальне обговорення ізольованих систем та асимптотично-плоского ПЧ з математичної точки зору можна знайти в [510, 527, 532]. Для асимптотично-плоских ПЧ удається отримати строгі результати про якісну поведінку гравітаційного поля на нескінченності (поля випромінювання) та довести теореми про додатність енергії.

Передусім слід зауважити, що гравітаційне поле є нелокальним, тому для нього не існує густини енергії. Оскільки це поле не є лінійним, неможливо з'ясувати повну його енергію, якщо воно не спадає на нескінченності (тобто система не є ізольованою). Але для асимптотично-плоского ПЧ енергія є цілком визначеною величиною, що зберігається.

Оскільки ефективне випромінювання триває скінченний проміжок часу, асимптотика метричного тензора на нескінченності (у відповідній системі координат) до і після випромінювання має бути подібною до випадку статичної системи. Відомо [449, 489, 496], що за відсутності випромінювання саме ця асимптотика визначає енергію-імпульс системи  $P^{\alpha}$ . З фізичних міркувань вектор  $P^{\alpha}$  має бути часоподібним (відносно метрики Мінковського на нескінченності). Це означає, що у власній системі відліку ізольованої гравітуючої системи цей вектор має лише одну нетривіальну компоненту  $P^0$  – додатню енергію<sup>2</sup>. У випадку плоского простору  $P^0 = 0$ . Проблема додатності енергії гравітаційно-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> В ЗТВ існують приклади метрик з від'ємною енергією, але вони не відповідають фізичним умовам на тензор енергії-імпульсу в правій частині рівнянь Айнштайна.



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Точніше, якщо густина тензора енергії імпульсу негравітаційних полів швидко спадає на просторовій нескінченності.

го поля привертала увагу протягом 1970-х років багатьох видатних спеціалістів з математичної фізики. Досить складне розв'язання проблеми знаходимо в роботах Шона та Яо [339]. Більш просте доведення додатності енергії було наведено Віттеном [398]. Ці роботи стимулювали низку досліджень математичного характеру [71, 527], що продовжуються й дотепер (див., напр., [283]).

Точна теорія гравітаційного випромінювання розвивалася у зв'язку з алгебраїчною класифікацією Петрова гравітаційних полів [511] (див. також монографії [512, 513]). Цю класифікацію зручно подати в термінах так званих головних векторів Дебеве *l*<sup>α</sup> (див., напр., [471, 525]). Останні визначаються як розв'язки алгебраїчного рівняння

$$\int_{\mathbf{z}} C_{\mathbf{c} \, \mathbf{l} \, \mathbf{b} \, \mathbf{d} \, \mathbf{z}} \, I^{\mathbf{p}} I^{\mathbf{p}} \, I_{\mathbf{l} \, \mathbf{l}} = \mathbf{0}, \qquad (2.26)$$

де

$$C_{abyd} = R_{abyd} + \frac{1}{2} \left( R_{ad} g_{\beta \gamma} - R_{a \gamma} g_{\beta \beta} + R_{\beta \gamma} g_{a \beta} - R_{\beta \beta} g_{a \gamma} \right) + \frac{1}{6} R \left( g_{a \gamma} g_{\beta \beta} - g_{a \beta} g_{\beta \gamma} \right) -$$

тензор конформної кривини Вейля [512, 513], а квадратні дужки внизу позначають антисиметризацію за відповідними індексами. Нагадаємо, що  $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$  переходить у тензор кривини Рімана в області ПЧ, де права частина рівнянь (2.18) дорівнює нулеві. У загальному випадку існує чотири різних роз'язки рівняння (2.26), тоді ПЧ належить типові І за Петровим. Два із розв'язків рівняння (2.26) можуть збігатися або, що еквівалентно, може існувати нетривіальний розв'язок рівняння

$$l_{\mu}C_{alb,e} l^{\mu} l^{\mu} = 0. (2.27)$$

За Петровим, простір-час належить типові II, якщо існує лише один розв'язок рівняння (2.27) або типові D (від "*degenerate*" — вироджений) за умови існування двох незалежних розв'язків. Якщо збігаються три розв'язки рівняння (2.26) або, що еквівалентно, існує розв'язок рівняння

$$C_{aps}l^{p}l^{s}=0,$$

то простір-час належить типові III за Петровим.

Нарешті, якщо збігаються всі чотири вектори Дебеве або існує розв'язок рівняння

$$C_{\alpha\beta\beta}I^{\delta} = 0,$$

то простір-час належить типові N (від "*null*" — нульовий). Подальше виродження виникає при переході до конформно-плоских ПЧ, для яких  $C_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$ .

Наявність випромінювання ізольованої системи визначають, аналогічно класичній електродинаміці, за допомогою асимптотичної поведінки на просторовій нескінченності (вздовж ізотропних геодезичних). З точки зору ЗТВ ізольованій системі відповідає асимптотично-плоский простір-час. У цьому випадку справедливою є теорема Сакса [317]

про розщеплення, за якою тензор кривини гравітаційного поля вздовж ізотропної геодезичної подається розкладом за оберненими степенями відстані *r* до початку просторових координат, що знаходиться всередині системи мас:

$$R_{adys} = \frac{I_{adys}}{r^5} + \frac{I^5}{r^4} + \frac{II(D)_{adys}}{r^3} + \frac{III_{adys}}{r^2} + \frac{N_{adys}}{r}, \qquad (2.28)$$

де тензор у чисельнику кожного доданка не залежить від відстані та відповідає певному типу Петрова ( $I^0$  відповідає спеціальному випадку першого типу). З формули (2.28) видно, що на великих відстанях домінує структура тензора кривини типу N. Зауважимо, що аналогічний результат можна отримати і у випадку слабких хвиль, що описуються формулами (2.22) та (2.24) у лінійному наближенні.

#### 2.3. Рівняння Айнштайна в космології

...космологічна стала, яку позначають грецькою літерою λ, підіймає свою гидку голову знов і знов.

Георгій Гамов

#### 2.3.1. Рівняння однорідної ізотропної космології

Згідно з космологічним принципом наш Всесвіт у середньому є просторово-однорідним та ізотропним. Врахування цієї умови в рівняннях Айнштайна з космологічною сталою веде до розв'язків Фрідмана.

Наведемо основні рівняння, які описують сучасний етап космологічного розширення. Вони випливають з рівнянь (2.18) з тензором енергії-імпульсу (2.13) релятивістської ідеальної рідини. При цьому для опису ранньої, так званої гарячої, стадії розширення Всесвіту застосовують рівняння p = c/3, що описує ультрарелятивістский ідеальний газ, фотони або їхню суміш за умови термодинамічної рівноваги. Але у сучасну епоху баріонна речовина еволюціонує окремо від випромінювання. Для її опису можна застосовувати рівняння стану "пилової" матерії (з рівнянням стану p = 0), частинки якої взаємодіють тільки гравітаційно, причому в ролі таких "частинок" баріонної речовини виступають галактики. У сумарний тензор енергії імпульсу  $T_{m} = \rho_{m} c^3 \mu^{\mu} a^{\mu}$ дають внесок темна небаріонна матерія (приблизно 25 %) та баріонна матерія – видима і невидима (5 %).

Член з космологічною сталою можна також подати як доданок у тензорі енергії-імпульсу ідеальної рідини, що відповідає рівнянню ста-

ну  $p = -\varepsilon$ . Це легко бачити, якщо перенести член з  $\Lambda$  в праву частину (2.18) та покласти  $T_{\Lambda}^{\mu\nu} = -p_{\Lambda}g^{\mu\nu}$ ,  $p_{\Lambda} = -\varepsilon_{\Lambda}$ ;  $\varepsilon_{\Lambda} = \Lambda c^{4}/(8\pi G)$  можна інтерпретувати як густину енергії вакууму. При цьому  $T_{\Lambda}^{\mu\nu}$  формально також має вигляд (2.14).

Звідси (якщо знехтувати внеском інших видів матерії) права частина рівнянь Айнштайна (2.18) має вигляд

$$T^{\mu\nu} = T_{\mu}^{\ \mu\nu} + T_{\lambda}^{\mu\nu}. \tag{2.29}$$

За теорією інфляції тривимірний простір зараз має бути практично плоским, тобто густина маси у Всесвіті з великою точністю є критичною; саме цей варіант узгоджується зі спостережними даними. Звідси випливає, що метрика простору-часу Всесвіту має такий вигляд:

$$ds^{2} = c^{2}dt^{2} - a^{2}(t)(dr^{2} + r^{2}d\theta^{2} + r^{2}\sin^{2}\theta d\phi^{2}), \qquad (2.30)$$

де масштабний фактор a(t) залежить тільки від часу t. Метрика (2.30) визначає усі геометричні співвідношення на космологічних масштабах.

Рівняння Айнштайна (2.18) з правою частиною (2.29) для метрики (2.30) дають таку систему рівнянь:

$$\frac{dH}{dt} + H^2 = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p/c^2), \qquad (2.31)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \qquad (2.32)$$

де  $H = a^{-1}(da/dt)$  — параметр Габбла.

З рівнянь гідродинаміки залишається лише одне співвідношення

$$\frac{d\rho}{dt} + 3\left(\rho + \frac{p}{c^{1}}\right)\frac{d}{dt}\ln a = 0, \qquad (2.33)$$

яке залежить від (2.31), (2.32).

Якщо відома залежність a(t), метрика (2.30) дає можливість розрахувати спостережувані величини, зокрема залежність фотометричної відстані до позагалактичних об'єктивів від їх червоного зміщення(див., напр. [449, 473]). Нагадаємо, що фотометрична відстань — це така, на якій в евклідовому просторі нерухомий об'єкт дає той самий потік енергії в точці спостереження, як цей самий об'єкт у фрідманівському Всесвіті. Параметр H та масштабний фактор a пов'язані з червоним зміщенням z та фотометричною відстанню  $D_{ph}$  такими співвідношеннями [318, 449, 473]:

$$1+z = \frac{a(t_0)}{a(t)}, \quad H(z) = \left[\frac{d}{dz}\left(\frac{D_{js}(z)}{1+z}\right)\right]^2, \quad (2.34)$$

де  $t_0$  – сучасна епоха (час від народження Всесвіту),  $z = z(t,t_0)$ . Перше співвідношення дає змогу перейти в рівняннях (2.31), (2.32) від космологічного часу t до червоного зміщення z, зокрема маємо  $\frac{d}{dt} = -(1+z)H(z)\frac{d}{dz}$ .

#### 2.3.2. АСDМ-модель з критичною густиною

Із співвідношень (2.33) та (2.34) для холодної матерії ( $p_m = 0$ ) розрахуємо залежність густини  $\rho_m$  від *z*:

$$\rho_m = \rho_{m0} (1+z)^3; \quad \rho_n = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$
 (2.35)

де  $\rho_{m0}$ ,  $\rho_c$  та  $H_0 = H(0)$  – значення густини холодної матерії, критичної густини та параметра Габбла в сучасну епоху. Густина маси "темної енергії" стала і тільки вона дає внесок у тиск в (2.32). Ці залежності випливають із (2.33), після чого залишається незалежним лише одне співвідношення з (2.31), (2.32). Враховуючи (2.32), маємо

$$\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = H_0 \left[ \left[ 1 - \Omega_m + (1 + z)^3 \Omega_m \right]^{1/2}; \quad \Omega_m = \frac{\rho_{m0}}{\rho_c} \right]$$

або

$$H(z) = H_0 \left[ 1 - \Omega_{-} + (1 + z)^3 \Omega_{-} \right]^{1/3}.$$
 (2.36)

Звідси можна отримати зв'язок фотометричної відстані з червоним зміщенням в ACDM-моделі з критичною густиною:

$$D_{pk}(z) = \frac{c(1+z)}{H_0} \int_{1}^{z+1} \frac{d\xi}{\sqrt{1-\Omega_{pk} + \Omega_{pk}\xi^3}}.$$

Експериментально отримана залежність  $D_{ph}(z)$  дає змогу визначити параметри  $H_0$  та  $\Omega_m$ .

#### 2.3.3. Моделі з космологічним полем

Наразі активно розробляються так звані динамічні моделі космологічної сталої, де вона насправді не стала, а змінна в часі та пов'язана з деяким полем. Це поле інколи називають "квінтесенцією" або (мабуть, не дуже вдало) "темною енергією" [318]. На ранньому етапі космологічного розширення значення  $\Lambda$  було дуже великим, що забезпечило експоненційне розширення Всесвіту (інфляцію) та причинний зв'язок між різними областями його видимої частини [461]. Сучасне значення  $\Lambda$  значно менше, але воно дає головний внесок у космологічну густину. Якщо записати рівняння стану темної енергії у вигляді

 $p = w\rho$ , де *p* та  $\rho$  відповідно її тиск та густина, то для незмінної космологічної сталої маємо w = -1. Експериментальна оцінка за спостереженнями реліктового випромінювання *w* < -0.78 з довірчою ймовірністю 95 % [64]. Тут виникає низка пов'язаних між собою питань: чи можна це поле ототожнити з гравітацією; чи є воно універсальним; як його врахувати в рівняннях космології; чи впливає воно на маси елементарних частинок та величини фундаментальних констант; чи можна зареєструвати якісь ефекти "темної енергії" в гравітаційних експериментах тощо.

Можливості динамічних моделей космологічної сталої, що містять скалярне поле, декілька таких полів чи векторні поля, — більш широкі, ніж у випадку АСDМ-моделі. Космологічне поле, якщо воно дійсно існує, може бути досить специфічним об'єктом, властивості якого суттєво відрізняються від усіх досі відомих полів. У зв'язку з цим в літературі аналізують різноманітні лагранжіани таких полів [318].

Розглянемо як приклад загальну модель зі скалярним полем, лагранжіан якого є

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}) - \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\varphi}), \tag{2.37}$$

де  $X = (1/2)g^{\varphi}\partial_{\alpha}\varphi\partial_{\beta}\varphi$ ,  $F(X) - кінетичний член, <math>V(\varphi)$  – потенціал. У формулах цього підрозділу вибір системи одиниць відповідає c = 1.

Тензор енергії-імпульсу має вигляд

$$T_{\nu}^{\mu} = -\delta_{\nu}^{\mu} (F - V) + \partial_{\nu} \phi \partial^{\mu} \phi (\partial F / \partial X).$$
(2.38)

В однорідній ізотропній космології лише похідні за часом  $X = (1/2)(d\sigma/dt)^{2}$  є відмінними від нуля. У цьому випадку тензор (2.38) можна подати у вигляді тензора ідеальної релятивістської рідини (2.14) і його нетривіальні компоненти можна формально ототожнити з гідродинамічними параметрами – тиском та густиною маси, покладаючи - - E(N) E(-)

$$\rho_{\varphi} \equiv F(X) + V(\varphi) + 2X \frac{\partial F(X)}{\partial Y}.$$

Якщо виконується умова  $p_{a} = -p_{a}$  для будь-якого *F*, маємо  $\varphi = \text{const}$ , що в  $\Lambda \text{CDM}$ -моделі відповідає сталому  $\Lambda$ . Але цей випадок не вичерпує усіх допустимих варіантів моделі зі скалярним полем.

Вважаючи, що у Всесвіті є лише пилова матерія з рівнянням стану  $p_m = 0$  та скалярне поле з лагранжіаном (2.36), з (2.31) – (2.33) отримуємо умови для кінетичного члена та його першої похідної, що випливають зі спостережень:

$$X\frac{dF}{dX} = \rho_{e}\psi(z), \qquad (2.39)$$

$$\boldsymbol{F} - \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{e}} \boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{z}). \tag{2.40}$$

де функції

$$\psi(z) = \frac{(1+z)}{6H_0^3} \frac{dH^2}{dz} - \frac{1}{2}\Omega_{\rm st}(1+z)^3$$
$$\xi(z) = \frac{(1+z)}{3H_0^3} \frac{dH^2}{dz} - \frac{H^2}{H_0^2}$$

визначаються експериментально з точністю до констант  $\Omega_m$ ,  $H_0$ .

Коли вигляд кінетичного члена F(X) (зазвичай його обирають у вигляді  $F(X) \equiv X$ ), величина  $\Omega_m$  та функції  $\psi$  та  $\xi$  відомі, тоді потенціал  $V(\varphi)$  визначається з цих рівнянь параметрично разом із  $\varphi(z)$ . Якщо величину  $\Omega_m$  оцінювати незалежно, то, згідно з (2.34), функції  $\psi$  та  $\xi$  можна виразити через залежність фотометричної відстані  $D_{ph}(z)$  від червоного зміщення z, відомої зі спостережень за надновими [288, 354]. Однак вирази (2.39), (2.40) містять другі похідні від експериментальної залежності  $D_{ph}(z)$ , що робить процедуру визначення потенціалу дуже чутливою до зашумлення спостережних даних. Крім того, слід підкреслити велику довільність у виборі лагранжіану (2.37), котру залишають вимірювання фотометричної відстані. Для конкретизації космологічного поля потрібні додаткові дані чи гіпотези фізичного характеру.

#### 2.4. Неметричні узагальнення теорії тяжіння

Всегда стремились люди страстно куда попало вон из темени в пустой надежде, что пространство освобождает нас от времени.

Ігор Губерман

#### 2.4.1. Мотиви узагальнень

На сьогодні результати усіх проведених експериментів погоджуються з висновками ЗТВ. Однак доцільно проаналізувати можливості модифікацій ЗТВ, пов'язані зі змінами моделі простору-часу. Це необхідно як для планування перевірок теорії, так і для дослідження меж її застосувавння. Важливим кроком на цьому шляху було дослідження класу метричних теорій, що для слабкого поля можна описати в рамках так званого параметризованого постньютонівського (ППН) формалізму [526]. Ці теорії задовольняють принципам еквівалентності; у цьому класі теорій інтерпретуються результати "ненульових" експериментів

(див. розд. 3.1.3). Але щоб розглянути даний комплекс проблем з більш широких позицій і дати теоретичну основу для аналізу перевірок принципів еквівалентності (розд. 2.1.2), потрібен аналіз неметричних модифікацій ЗТВ. Таких теорій існує дуже багато і ми не даємо тут їх повного огляду; обмежимося лише загальним обговоренням проблем, що виникають.

Прикладами неметричних теорій є афінно-метричні теорії, в яких поряд з метричним тензором використовується неметрична афінна зв'язність, теорії з декількома метриками на многовиді простору-часу [395], а також фінслерові узагальнення ЗТВ [439, 519]. Метрично-афінні узагальнення ЗТВ виникають природним чином у рамках калібрувального підходу до побудови теорії гравітації (див., напр., [145, 146, 478]). Фінслерові узагальнення ЗТВ спираються на відповідну модифікацією СТВ. Вони приваблюють можливістю модифікувати релятивістську кінематику при дуже високих швилкостях [236], як це перелбачається у деяких підходах до квантової гравітації. Таку модифікацію розглядають як можливе пояснення поведінки спектра космічних променів у області надвисоких енергій (див., напр., [68, 135, 229]). У літературі обговорюються також космологічні тести, які б дали можливість виявити або заперечити неметричні ефекти, наприклад, подвійне променезаломлення світла при поширенні у гравітаційному полі [297]. Починаючи з відомого ТНец-формалізму [394, 526], неметричні узагальнення залучають для інтерпретації перевірок принципів еквівалентності.

Як було відмічено у розділі 2.1, загальною рисою метричних теорій є універсальний алгоритм, за допомогою якого майже автоматично встановлюються рівняння електродинаміки та інших фізичних полів на фоні гравітаційного, а також співвідношення для локальних спостережуваних величин, що дають можливість аналізувати результати усіх вимірювань. У неметричних теоріях, що не містять принципу локальної лоренцевості, для повноти фізичної картини ці питання необхідно аналізувати окремо. Послідовна гравітаційна теорія має задовольняти критерій *повноти*, тобто повинна містити рецепти модифікації усіх рівнянь теоретичної фізики для врахування впливу гравітації. У першу чергу мова йде про рівняння електродинаміки та рівняння руху тіл і суцільного середовища. Водночас послаблення постулатів метричності повинне зберігати найбільш фундаментальні вимоги *самоузгодженості* та *відповідності до* ЗТВ [526].

#### 2.4.2. Час та рівняння руху пробних тіл у фінслеровій теорії

Обговоримо передусім фінслерове узагальнення теорій гравітації, що видається чи не найбільш природним. У цій теорії диференціал



інтервалу визначається додатньо-однорідною формою першого ступеня за  $dx^{v}$ :

$$ds = \Phi(x, dx). \tag{2.41}$$

На траєкторії x(p) з параметром p для диференціалу власного часу маємо

$$d\mathbf{r} = \frac{1}{c} \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) d\mathbf{p}, \qquad \dot{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{p}}; \qquad (2.42)$$

умова однорідності забезпечує незалежність обчислення власного часу від вибору параметра *p*. У випадку ріманової метрики (2.3)

$$\Phi_{max}(x, \dot{x}) = \{g_{\mu\nu} \dot{x}^{\mu} \dot{x}^{\nu}\}^{1/2}.$$
 (2.43)

Вимірювання часу, очевидно, не вичерпує усіх можливих вимірювань спостережуваних величин. Зокрема, для теоретичного опису геометричних вимірювань необхідно задати спосіб обчислення кутів між напрямами, тобто аналог метричного тензора. В узагальненій теорії тяжіння цей тензор можна отримувати з форми (2.41), як це роблять у фінслеровій геометрії [519]:

$$G_{\mu\nu}(x^{\mu}, y^{\mu}) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \left[\Phi(x^{\mu}, y^{\mu})\right]^{\mu}}{\partial y^{\mu} \partial y^{\nu}}.$$
 (2.44)

Цей метричний тензор залежить не тільки від точки  $\mathbf{x}^{n}$ , але і від напряму вектора  $\mathbf{y}^{n}$ . Ця залежність вимагає фізичної інтерпретації. Один із можливих підходів полягає у тому, щоб задати векторне поле  $\mathbf{y}^{n}(\mathbf{x}^{n})$  та інтерпретувати його як поле швидкості системи відліку [439, 519]. Альтернативний підхід, наприклад, полягає у тому, аби інтерпретувати  $\mathbf{y}^{n}(\mathbf{x}^{n})$  як деяке космологічне поле.

Для аналізу спостережень необхідним елементом є рівняння електродинаміки, котрі узагальнюють (2.9)–(2.11) за наявності фінслерової метрики (2.41). Це, в свою чергу, тягне за собою аналіз усіх астрономічних спостережень та систем відліку, пов'язаних (прямо чи опосередковано) з поширенням електромагнітного випромінювання. Виникає велика кількість варіантів, особливо в плані розгляду спостережних величин у припущенні відсутності принципу локальної лоренцевості. Наприклад, для вимірювання часу замало вказати форму (2.41), необхідним є розгляд конкретних моделей годинників та способу порівняння їх відліків. У зв'язку з цим одним із можливих шляхів дослідження є використання наближених феноменологічних схем, аналогічно неметричному  $TE \varepsilon \mu$ -формалізму, та залучення параметризованих лагранжіанів ([297, 394, 526]).

Певні вказівки на придатність такого підходу можна отримати, якщо зв'язати форму (2.41) з лагранжіаном пробної частинки. Нехай пробне (точкове) тіло з ненульовою масою спокою рухається у гравітаційному

полі. Маючи формулу для інтервалів часу (2.41), природно ввести рівняння руху тіла за допомогою інтегралу дії:

$$S_{a} \sim \int \Phi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) d\mathbf{p}. \qquad (2.45)$$

Це досить сильне припущення, яке дає змогу порівнювати результати перевірок за допомогою вимірювання часу та за допомогою стеження за траєкторіями тіл.

У будь-якому разі слід очікувати, що величина  $\Phi^2(x, \dot{x})$  мало відрізнятиметься від квадратичної форми  $\Phi_{metr}^2(x, \dot{x})$ . Відкладаючи питання про спосіб обчислення спостережуваних величин, з'ясуємо, чи можна відрізнити рівняння руху, що відповідають дії (2.45), від рівнянь геодезичних ліній, що відповідають якомусь метричному тензору:

$$S_{a} = \int L_{\mu}(x,\dot{x})dt, \quad L_{\mu} = -mc^{2} \{g_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}\}^{1/2},$$

де  $\dot{\mathbf{x}}^{r} = d\mathbf{x}^{r} / dt$ . Нехай  $(\mathbf{x}^{r}) = \{ct, \mathbf{x}\}$ ; де t – координатний час у певній системі, що є аналогом барицентричної системи відліку для Сонячної системи;  $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$  (покомпонентно  $\mathbf{v}^i = d\mathbf{x}^i/dt$ , i = 1,2,3) — звичайна тривимірна швидкість руху пробного тіла, яка в астрономічних явищах мала порівняно зі швидкістю світла:  $|\mathbf{v}| \ll c$ . Покладаючи p = t, маємо

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^{2} = g_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{dt}\frac{dx^{\nu}}{dt} = c^{2}\left[g_{00} + 2g_{0i}\frac{v^{i}}{c} + g_{ij}\frac{v^{i}v^{i}}{c^{2}}\right].$$
 (2.46)

В усіх експериментах, що плануються у найближчому майбутньому в межах Сонячної системи, виконуються умови

 $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu}; \ |g_{0\mu}| \ll 1, \ |v| \ll c.$ 

Недіагональні члени метрики пов'язують із гравімагнітними ефектами, що виникають внаслідок обертання джерел гравітаційного поля. Оцінка цих ефектів у ЗТВ дає малі величини (див. розд. 3.3). Тому для типових випадків внесок лінійних членів за швидкостями у квадратних дужках навіть менший, ніж квадратичних.

Порівняємо (2.46) з квадратом величини  $\Phi(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{L}, \mathbf{y}/c)$  (p = t). Розкладаючи за малими величинами  $v^i/c$ , запишемо

$$\Phi^2 = \Phi^2_{(2)} + \Phi^2_{(4)}.$$
 (2.47)

Тут перший доданок об'єднує члени до другого порядку по  $v^i/c$ :

$$\Phi_{(2)}^{2} \approx \Phi^{2}(x, 1, 0) + \Phi_{\nu}^{2}(x, 1, 0) \frac{\nu_{i}}{c} + \frac{1}{2} \Phi_{\nu\nu_{j}}^{2}(x, 1, 0) \frac{\nu_{i}\nu_{j}}{c^{2}}, \qquad (2.48)$$

де  $\Phi_{v_1}^2 = \frac{\partial \Phi^2}{\partial v_2}$ ,  $\Phi_{v_1v_2}^3 = \frac{\partial \Phi^2}{\partial v_1 \partial v_2}$  і т. д., а другий — решту членів розкладу, в

якому обмежимося членами до четвертого порядку:

$$\Phi_{(4)}^{2} \approx \frac{1}{3!} \Phi_{\gamma_{1}\gamma_{1}\gamma_{2}}^{2} (\mathbf{x}, \mathbf{l}, 0) \frac{\nu_{i} \nu_{j} \nu_{k}}{c^{3}} + \frac{1}{4!} \Phi_{\gamma_{1}\gamma_{1}\gamma_{2}\gamma_{1}}^{2} (\mathbf{x}, \mathbf{l}, 0) \frac{\nu_{i} \nu_{j} \nu_{k} \nu_{i}}{c^{3}}.$$
 (2.49)

Звідси видно, що для виявлення неметричних ефектів треба вийти за рамки квадратичного наближення. Дійсно, якщо обмежитися членами, квадратичними за швидкостями, то для довільної фінслерової форми можна підібрати метричний тензор із компонентами

$$g_{00}(\mathbf{x}) = \Phi^{2}(\mathbf{x}, \mathbf{1}, \mathbf{0}), \quad g_{0i} = \frac{1}{2}\Phi^{2}_{\eta}, \quad g_{ij} = \frac{1}{2}\Phi^{2}_{\eta, s_{j}}, \quad (2.50)$$

такий, що величина Ф у цьому наближенні співпадає з виразом (2.46) для власного часу пробної частинки в деякій метричній теорії. Подальший розгляд у цьому наближенні зводиться до ППН-формалізму, який свого часу детально був проаналізований (див., напр., [394, 395]).

Розглянемо варіанти членів вище другого порядку (2.49). При збереженні гіпотези ізотропії та однорідності можна припустити, що в системі спокою Всесвіту (системі реліктового випромінювання)  $\Phi_{(4)}^2 = \lambda (V_{\bullet} + v)^4$ , куди входить швидкість Сонця  $V_{\bullet}$  відносно релікта та швидкість тіла *v* відносно Сонця. Величина  $\lambda$  може бути пов'язана з деяким космологічним полем, але, зважаючи на характерні космологічні масштаби, для експериментів у Сонячній системі будемо вважати її сталою. Внесок членів ~  $(V_{\bullet} + v)^4$  є порівняним з іншими членами в  $\Phi(x, \dot{x})$ , що впливають на значення зсуву перигелію планет при русі навколо Сонця. Спостереження за планетами з точністю до відсотка підтверджують передбачення ЗТВ, а значить суттєво обмежують відхилення від цієї теорії, пов'язані з ненульовим параметром  $\lambda$ .

Розгляд зазначених питань є корисним принаймні для того, щоб порівняти різні експерименти та визначити найбільш оптимальні шляхи для отримання оцінок параметрів, що визначають неметричні ефекти. Так, можна перевіряти формулу (2.42) за допомогою прямого вимірювання часу чи частоти у гравітаційному полі. Досі найточніші перевірки релятивістського зсуву частоти проводилися у полі Землі. За допомогою сучасних стандартів частоти було перевірено відповідні ефекти першого порядку за гравітаційним потенціалом з відносною точністю до 10<sup>-4</sup>. У проекті Сонячного зонду (STM) розглядають можливість вимірювання гравітаційного зсуву частоти на відстані чотирьох радіусів Сонця. У такому випадку з'являється можливість перевірки ефектів ~  $(v^2/c^2)$ ,  $v^2 r_g/(rc^2)$  та  $(r_g/r^2)$  що мають тут порядок 10<sup>-13</sup>.

Але за припущенням (2.45) члени, що відповідають за зсув частоти, виникають і в постньютонівському наближенні для рівнянь руху пробного тіла. Вони впливають на такі релятивістські ефекти, як прецесія перигелію планет, зокрема Меркурія. Тому в рамках зазначеного при-

пущення вимірювання часу без траєкторних спостережень не дадуть нової інформації. Втім зазначимо, що, хоча припущення (2.45) є цілком прийнятним з точки зору сучасних теоретичних уявлень, його також треба перевіряти.

Додаткові можливості для теоретичних зіставлень виникають при побудові конкретних моделей вимірювання часу. Неметричні поправки в дії (2.45) дають внесок і в квантові рівняння руху, тобто впливають на величини переходів між станами в атомі водню тощо. Таким чином, вимірювання ефекту зсуву частоти дають змогу інакше оцінити відхилення від метричності. Аналогічні перевірки можна проводити за допомогою порівняння ходу різних типів годинників, розміщених в одній лабораторії.

Наприкінці відзначимо, що побудова феноменологічного неметричного формалізму для перевірок теорії тяжіння може бути основана на параметризованих рівняннях руху, що виникають, наприклад, при використанні умов наближеної лоренц-інваріантності для постньютонівських лагранжіанів (див., напр., [451, 452, 453]).

## 2.4.3. Неметричні узагальнення вихідних положень теорії простору-часу

У подальшому розгляді обмежимося лише тими неметричними узагальненнями ЗТВ, які можна охарактеризувати як *геометричні*. Як і у випадку метричних теорій, ми приймаємо, що **моделлю ПЧ є чотиривимірний многовид М, а гравітаційна взаємодія моделюється його геометричною структурою.** Це створює певну основу для забезпечення повноти та самоузгодженості. Слід зазначити, що при застосуванні більш складних, ніж ріманова, геометрій зазвичай виникає декілька можливостей модифікації кожного з основних рівнянь фізики, тому перевірки самоузгодженності залишаються важливою проблемою. Наприклад, треба перевіряти, що різні за принципом дії годинники у змінному гравітаційному полі змінюють хід одинаково, принаймні у перевірених експериментально межах. Повне дослідження цього питання виходить за рамки нашого розгляду; ми обмежуємося лише обговоренням вихідних положень теорії на основі аналізу руху пробних тіл.

Далі, зважаючи на те, що для деяких явищ висновки ЗТВ добре перевірені, ми вимагаємо виконання *принципу відповідності* з ЗТВ. Точніше, вважаємо, що в узагальненій теорії існує неперервний граничний перехід до ЗТВ, коли деякий параметр то прямує до нуля (зауважимо, що у ППН-формалізмі також виконується ця умова).

Головними геометричними структурами, необхідними для фізики, є метрична форма та зв'язність. Перша дає змогу моделювати просто-



рово-часові вимірювання, друга — визначати похідні тензорних величин. У ПЧ Мінковського метрика псевдоевклідова, а зв'язність відповідає абсолютному паралелізму. У метричних теоріях зв'язність повністю визначається рімановою метрикою. Будемо шукати подальші узагальнення цих структур, які можна було б узгодити з тими положеннями теорії гравітації, що надійно підтверджені досвідом. Зазначимо, що із принципу відповідності до СТВ випливає існування у кожній точці ПЧ метричного тензора лоренцевої сигнатури.

Перейдемо до обговорення можливих послаблень постулатів метричності [394, 526]. Нагадаємо, що, за Уіллом, метричні теорії можуть бути визначені такими постулатами:

- 1) простір-час має метрику g<sub>αβ</sub>;
- 2) світові лінії пробних тіл є геодезичними лініями цієї метрики;
- 3) у локальних вільно падаючих системах відліку, що мають назву лоренцевих, негравітаційні закони фізики є законами СТВ.

Не можна не помітити, що перші два постулати мають цілком визначений геометричний зміст, тобто вони стосуються математичної моделі ПЧ та руху тіл. Третій постулат (як і АПЕ) сформульований у фізичних термінах і ще потребує математичного моделювання. Зрозуміло, що з фізичного принципу не можна вивести математичну модель і він не може бути еквівалентним системі математичних постулатів. Лоренцева система відліку фактично моделюється орторепером, що переноситься паралельно вздовж геодезичної траєкторії спостерігача. При цьому третій постулат можна сформулювати так:

3') вмикання гравітаційного поля моделюється переходом від евклідової зв'язності ПЧ СТВ до ріманової зв'язності, що відповідає метриці g<sub>ав</sub>.

Завдяки виконанню умови метричності **д**<sub>авт</sub> = **0** довжини векторів та кути між ними не змінюються при паралельному перенесені.

У релятивістській теорії власний час є чи не найбільш фундаментальною вимірювальною величиною. Дж. Сінг [524] навіть пропонував відмовитися взагалі від терміну «геометрія», замінивши його на «хронометрія». Тому, переходячи до моделювання геометрії ПЧ, перш за все треба визначити формулу для власного часу.

Далі ми розглядаємо пробні тіла як матеріальні точки, з якими можна пов'язати стандартні годинники. Відповідно СПЕ вважаємо, що рух пробного тіла визначається початковим положенням та швидкістю. Нехай  $\mathbf{x}^{\mu} = \mathbf{x}^{\mu} (\mathbf{p}) -$ траєкторія тіла, p -довільний монотонно зростаючий параметр. Тоді для диференціала власного часу маємо прийняти формулу (2.41).

Як уже відзначалося, самої форми  $\Phi(\mathbf{x}^{n}, d\mathbf{x}^{n})$  (2.41) недостатньо для моделювання просторово-часових вимірювань. Для цього необхід-

но мати аналог метричного тензора. З умови однорідності функції Ф випливає, що

$$(d\tau)^2 = G_{\mu\nu}(x^{\mu}, dx^{\mu})dx^{\mu}dx^{\nu}, \qquad (2.51)$$

де тензор  $G_{\mu\nu}$  ( $\mathbf{x}^{a}, \mathbf{y}^{\mu}$ ) визначається формулою (2.44); він є однорідним ну-льового степеня однорідності за змінними  $y^{\beta}$ :  $G_{\mu\nu}$  ( $\mathbf{x}^{a}, \mathbf{x}y^{\mu}$ )  $= G_{\mu\nu}$  ( $\mathbf{x}^{a}, \mathbf{y}^{\mu}$ ). Це одне з можливих означень метричного тензора у фінслеровій ге-

ометрії. У рімановій геометрії завдання метричної форми еквівалентне завданню метричного тензора. У випадку фінслерової геометрії це вже не так, і нема достатніх підстав, щоб приймати цю формулу. Якщо завдавати безпосередньо симетричний тензор  $G_{\mu\nu}(x^{*}, y^{*})$  нульового сте-пеня однорідності за змінними  $y^{\beta}$ , тобто відмовитися від формули (2.44), то приходимо до так званих узагальнених фінслерових геометрій. Отже, ми припускаємо, що для розглядуваного нами класу теорій справедливий такий узагальнений постулат:

1) На просторово-часовому многовиді М існує узагальнений фінслерів

1) На просторово-часовому многовиді М існує узагальнений фінслерів метричний тензор  $G_{\mu\nu}(x^*,y^*)$ ; квадрат інтервалу між близькими подіями задається формулою (2.51); коли  $\mathfrak{T}$  прямує до нуля, тензор  $G_{\mu\nu}$ прямує до метричного тензора ЗТВ,  $G_{\mu\nu}(x^*,y^*) \longrightarrow g_{\mu\nu}(x^*)$ . Згідно з принципом відповідності метричний тензор можна подати у вигляді  $G_{\mu\nu}(x^*,y^*) = g_{\mu\nu}(x^*) + \mathfrak{T} \Theta_{\mu\nu}(x^*,y^*)$ , де  $\mathfrak{T} \Theta_{\mu\nu}(x^*,y^*) = -$ тензор деформації метрики. При  $\mathfrak{T} = 0$  тензор  $G_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^*)$  має лоренце-ву сигнатуру. Сигнатура може змінюватися лише на гіперповерхнях, що визначаються рівнянням  $\mathfrak{T} = G_{\mu\nu}(x^*,y^*) = 0$ . Це рівняння може мати один чи кілька розв'язків  $\mathfrak{T} = \Omega$ . Отже можна стверлжувати, що у кожній перетинає поверхню  $\varpi = 0$ . Отже, можна стверджувати, що у кожній точці (х ) і для всіх напрямів (у ) існує скінченний інтервал значень параметра  $\varpi$ , у якому сигнатура тензора  $G_{\mu\nu}$  залишається лоренцевою.

Тому здається цілковито виправданим такий постулат: 2) Рівняння  $G(x_0^a, dx^b) = 0$  виділяє в дотичному просторі  $T_a M$  точки x<sub>0</sub> двопорожнинний світловий конус; кожному 4-напряму, що задовольняє це рівняння, відповідає траєкторія світлового променя.

Далі, згідно з прийнятою моделлю, маємо:

3) Через кожну точку  $\chi_0^{\alpha}$  ПЧ у кожному 4-напряму, такому, що  $G(x_0^{\alpha}, dx^{\alpha}) > 0$ , проходить одна і тільки одна траєкторія пробних тіл. З кожним пробним тілом можна пов'язати стандартний годинник, покази якого збігаються з інтервалом уздовж траєкторії.

Нарешті, узагальнюючи постулат 3'), ми поки-що не уточнюємо зв'язність ПЧ однозначно, а лише вимагаємо такої умови:

4) Вплив гравітації на динаміку матерії моделюється введенням нетривіальної зв'язності на M; при  $\varpi = 0$  зв'язність  $\Pi 4 \epsilon$  псевдорімановою, що відповідає метриці g<sub>ав</sub>.
Рівняння (2.41) фіксує певну параметризацію траєкторій частинок ненульової маси. Його можна переписати у вигляді

$$\Phi(x^{\alpha}, dx^{\beta}/d\tau) = 1 \qquad (2.52)$$

і розглядати як інтеграл руху або як в'язь. Унаслідок цього лише три компоненти 4-вектора швидкості  $dx^{\beta}/d\tau$  є незалежними.

З третього постулата випливає, що шляхи пробних тіл задовольняють систему рівнянь другого порядку:

$$\frac{d^2 x^a}{d\tau^2} + K^a \left( x^{\theta} \cdot \frac{dx^{\tau}}{d\tau} \right) = 0.$$
 (2.53)

При цьому будемо вважати, що функції

$$K^{\alpha}\left(x^{\beta},\frac{dx^{\gamma}}{dz}\right)$$

є однорідними другого порядку по  $\frac{dx^2}{dx}$ , отож вони можуть бути представлені у вигляді

$$K^{\alpha}\left(\mathbf{x}^{\mu},\frac{d\mathbf{x}^{\nu}}{d\tau}\right) = K^{\alpha}_{\beta\gamma}\left(\mathbf{x}^{\mu},\frac{d\mathbf{x}^{\nu}}{d\tau}\right)\frac{d\mathbf{x}^{\vartheta}}{d\tau}\frac{d\mathbf{x}^{\nu}}{d\tau},\qquad(2.54)$$

де симетричні за нижніми індексами коефіцієнти

$$K_{fr}^{\alpha}\left(x^{\mu},\frac{dx^{\nu}}{d\tau}\right)$$

є однорідними нульового степеня за швидкостями. Таке припущення важливе з кількох причин. Воно дає можливість: 1) обирати незалежним чином одиниці вимірювання координат та (власного) часу; 2) поширювати рівняння (2.53) на світлоподібні траєкторії, коли параметр т набуває іншого фізичного тлумачення; 3) поширювати рівняння (2.53) на просторовоподібні траєкторії, коли квадрат інтервалу стає від'ємним. Наслідком цієї однорідності є те, що розв'язки рівняння (2.53) залежать від початкових швидкостей  $\mathbf{x}^{\mu}$  та параметра лише через добутки  $(\mathbf{x}^{\mu} - \mathbf{x})$ . Тут і надалі звичайні похідні за власним часом позначаємо точкою вгорі:  $d\mathbf{x}^{\mu}/d\mathbf{r} = \mathbf{x}^{\mu}$ .

Рівняння (2.53) і (2.54) визначають криві, які можна назвати *геодезичними* для розглядуваних узагальнених геометрій. З точки зору диференціальної геометрії ці рівняння визначають так звану пульверизацію. При перетвореннях координат коефіцієнти  $\mathbf{K}_{\mathbf{pr}}^{\bullet}(\mathbf{x}^{\bullet}, \mathbf{x}^{\mathsf{rr}})$  перетворюються як компоненти зв'язності. Будемо розглядати геодезичні криві як автопаралельні (аби виконувався узагальнений закон інерції) і фор-

мально перепишемо рівняння (2.53) з умовою (2.54) через коваріантні похідні:

$$\frac{D\dot{x}^{a}}{d\tau} = \frac{d\dot{x}^{a}}{d\tau} + H^{a}_{\ b\tau} \dot{x}^{b} \dot{x}^{r} = 0. \qquad (2.55)$$

Доходимо висновку, що фізичну зв'язність  $H^{*}_{\mu\nu}(x^{*},x^{*})$ , існування якої утверджується четвертим постулатом, можна подати у вигляді

$$\boldsymbol{H}_{\beta r}^{a}\left(\boldsymbol{x}^{\mu}, \boldsymbol{\dot{x}}^{\nu}\right) = \boldsymbol{K}_{\beta r}^{a}\left(\boldsymbol{x}^{\mu}, \boldsymbol{\dot{x}}^{\nu}\right) + \boldsymbol{L}_{\beta r}^{a}\left(\boldsymbol{x}^{\mu}, \boldsymbol{\dot{x}}^{\nu}\right), \qquad (2.56)$$

де 🛵 – тензор, який задовольняє таку умову:

$$\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{\mu}} \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{x}}}^{\boldsymbol{\mu}} \boldsymbol{\dot{\boldsymbol{x}}}^{\boldsymbol{\mu}} = \boldsymbol{0}. \tag{2.57}$$

Диференціюючи (2.52) та враховуючи рівняння (2.51), (2.53) і (2.54), отримуємо умову, що пов'язує узагальнені метричну та геодезичну структури:

$$\left(G_{\alpha\beta,\tau} - 2G_{\alpha\beta}K^{\beta}_{\beta\gamma} - G_{\alpha\beta,\beta}K^{\delta}_{\gamma\mu}\dot{x}^{\mu}\right)\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\tau} = 0.$$
(2.58)

Тут комою внизу позначені частинні похідні за координатами, а двома комами — частинні похідні за компонентами швидкості. Рівняння (2.58) є однорідним третього степеня за швидкостями.

Таким чином, геометрія ПЧ визначається метричним тензором  $G_{\mu\nu}(\mathbf{x}^{*}, \mathbf{y}^{*})$  та зв'язністю (2.56), які задовольняють рівняння (2.57) та (2.58). Нехай  $\mathbf{g}_{\mu\nu}(\mathbf{x}^{*})$  — метричний тензор, що відповідає у рамках ЗТВ тому ж розподілу матерії, і  $\Gamma_{\mu\nu}(\mathbf{x})$  — відповідна ріманова зв'язність. Згідно з принципом відповідності вважаємо, що тензор деформації

$$\Pi^{a}_{\beta\gamma}\left(\boldsymbol{x}^{\mu},\boldsymbol{y}^{\nu}\right) = H^{a}_{\beta\gamma}\left(\boldsymbol{x}^{\mu},\boldsymbol{y}^{\nu}\right) - \Gamma^{a}_{\beta\gamma}\left(\boldsymbol{x}^{\mu}\right)$$
(2.59)

формально пропорційний параметру  $\varpi$ .

Якщо порівняти геодезичні лінії, визначені рівнянням (2.55), з рімановими геодезичними, що відповідають метриці  $\mathbf{E}_{\mu\nu}(\mathbf{x}^{\bullet})$ , то за однакових початкових умов вони будуть поступово розходитися. Для лінійної за параметром  $\boldsymbol{\varpi}$  частини цього відхилення можна знайти представлення через квадратури від тензора  $\boldsymbol{\Pi}^{\bullet}_{\mu\nu}$ .

Як приклад розглянемо більш простий випадок, коли компоненти метричного тензора та коефіцієнти зв'язності не залежать від швидкостей. Рівняння (2.53) стає рівнянням афінних геодезичних і ми приходимо до афінно-метричних теорій гравітації [145, 146, 478]. У цьому випадку з рівняння (2.57) випливає, що тензор  $L_{\mathbf{R}} \in$  кососиметричним за нижніми індексами. Це так званий тензор геодезичного скруту, який зазвичай позначають як  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$ . Рівняння (2.58) набуває такого вигляду:

$$G_{[\alpha\beta,\gamma]} - 2G_{\delta[\alpha}K^{\delta}_{\beta\gamma]} = 0$$
 (2.60)

або, якщо прийняти звичайні позначення для коваріантного диференціювання та врахувати (2.56) і (2.57),

$$G_{(aff)} = 0. \tag{2.61}$$

Відомо, що в будь-якому просторі афінної зв'язності завдання поля симетричного тензора другої валентності  $G_{af}(x)$ , що використовується для жонглювання індексами, дає змогу представити коефіцієнти зв'язності у вигляді [57]

$$\Gamma_{a\mu\nu} = \left[ \alpha \mu \nu \right] + Q_{a\mu\nu} + \left( B_{a\mu\nu} + B_{\mu\mu} - B_{\nu\alpha\mu} \right). \tag{2.62}$$

Тут ми, на відміну від загального випадку, позначили коефіцієнти афінної зв'язності традиційно як  $\Gamma_{auv} = G_{ag} \Gamma^{s}_{\mu\nu}; \{a\mu\nu\} - символи$  $Крістоффеля; <math>Q_{auv} = S_{auv} + S_{\mu\nu\alpha} + S_{\mu\nu\alpha}$  – так званий тензор конторсії;

$$S_{app} = \frac{1}{2} \left( \Gamma_{app} - \Gamma_{app} \right)$$
 – тензор скруту;  $B_{app} = -\frac{1}{2} g_{app}$  – тензор "немет-

ричності". Тепер умова збереження норми 4-швидкості (2.58) або (2.60) означає, що повністю симетрична частина тензора неметричності дорівнює нулю [57].

Взагалі метричний тензор і коефіцієнти зв'язності залежать не тільки від точки простору-часу, але також і від 4-напряму у цій точці. Це, так би мовити, фінслерове узагальнення афінно-метричних геометрій. Фінслерова геометрія дуже багата можливостями для узагальнення звичних понять, але їх застосовність у фізиці наразі досліджена ще недостатньо. Наприклад, відомо декілька різних узагальнень поняття кута між векторами [519]. Не важко ще збільшити їх кількість, але необхідно проаналізувати, яке з них має бути застосоване у конкретній фізичній ситуації. Ми сподіваємося, що тут у нагоді може стати принцип відповідності. Згідно з цим принципом для значень параметра  $\varpi$ , що належать деякому околу нуля, метричний тензор  $G_{\mu\nu}(x^{\mu}, y^{\mu})$ при всіх значеннях змінних  $x^{\mu\nu}$  має лоренцеву сигнатуру. Отже, існує поле орторепера  $h^{\mu}(x^{\mu}, y^{\mu})$  та дуального корепера  $h^{\mu}_{\mu}(x^{\mu}, y^{\mu})$ , так що  $G_{\mu\nu}(x^{\mu}, y^{\mu}) = \eta_{\mu}h^{\mu}h^{\mu}$ . Як і у ЗТВ, орторепер можна вважати моделлю локальної лоренцевої системи відліку. Нехай у точці  $x^{\mu\nu}$  заданий деякий вектор  $A^{\mu\nu}$ . Його можна розкласти за лінійним базисом  $A^{\mu\nu} = A^{\mu\mu}(x^{\mu\nu}, y^{\mu\nu})$ . Але виникає питання, як треба обирати та інтерпретувати аргумент  $y^{\mu\nu}$  і чи пов'язаний він з вектором  $A^{\mu\nu}$ . Одна з можливостей полягає в тому, щоб ототожнити вектор  $y^{\mu\nu}$  з 4-швидкістю системи відліку (монадою) [438]. З іншого боку, це може бути якесь динамічне чи геометрич-

не векторне поле **у**<sup>\*</sup> (**x**<sup>\*</sup>). В обох цих випадках орторепер не залежить від **A**<sup>\*</sup>. Це дає змогу визначити скалярний добуток векторів та кут між ними простим перетворенням відповідних лоренцевих визначень. Але слід зауважити, що такі гіпотези дещо відходять від вихідних фінслерових положень, оскільки, наприклад, формула (2.41) інтерпретується як «довжина» вектора **t**<sup>\*</sup>.

Отже, розглядуваний клас узагальнень ЗТВ допускає визначення локально лоренцевих систем відліку, але вимагає подальшого вивчення.

Як видно, клас теорій, які задовольняють сформульовані вимоги, містить цілий набір різноманітних геометрій. Виникає питання, яким чином порівнювати між собою та зі спостережними даними висновки альтернативних теорій. Наприклад, коли в диференціальній геометрії порівнюють два простори, зазвичай вважають, що вони визначені у спільній системі координат. Отож, чи існує для розглядуваних геометрій якась спільна система референції? Позитивна відповідь на це запитання базується на таких міркуваннях. На практиці системи відліку визначаються оптичними спостереженнями за небесними тілами та певними діями з годинниками, гіроскопами і т. ін. Кожна повна теорія гравітації має містити математичні моделі вільного руху пробних тіл, поширення світла та вказаних дій. Тому як спільну основу для порівняння можна взяти такі визначення систем відліку, які базуються саме на цих моделях. Тобто мова йде про те, що математична система відліку має моделювати певну фізичну картину. Це відрізняє її від системи координат, що обирається з міркувань зручності розв'язання математичних рівнянь, котру, взагалі кажучи, невідомо як можна було б реалізувати практично. Таким чином, ці поняття різняться не стільки математичними об'єктами, скільки їх застосуванням.

У ЗТВ такі моделі систем відліку добре відомі. Це так звані системи відліку локального спостерігача, такі, як система відліку Фермі та оптична система відліку [515, 524]. Саме вони можуть бути узагальнені й покладені в основу порівняння висновків різних теорій гравітації. Вони базуються на розгляді геодезичних ліній (зокрема, світлових) та паралельного перенесення орторепера.

Інтегрування рівняння геодезичних — це складна математична задача, яка точно розв'язується лише для дуже простих просторів. Але

добре відомо, як вона розв'язується у формі степеневих рядів для загального випадку довільної пульверизації [519], [515]. Розроблений також метод інтегрування геодезичних та побудови систем відліку локального спостерігача у наближенні слабкого поля [234, 259, 437].



# 3. СПОСТЕРЕЖУВАНЈ РЕЛЯТИВЈСТСЬКЈ ЕФЕКТИ ТА ПЕРЕВЈРКИ ЗТВ

Головна моя робота — нова трактовка відомих законів природи.

Георг Ріман

Серевірки ЗТВ можна поділити на дві групи: "нульові" та "результативні" експерименти. У першу (дуже важливу) групу входять численні перевірки базових принципів метричних теорій та інші дослідження, в яких оцінюють відсутність ефектів, не передбачуваних ЗТВ. Значні зусилля гравітаціоністів були спрямовані також на перевірки всіх складових АПЕ [394]: універсальності вільного падіння, локальної лоренц-інваріантності та локальної позиційної інваріантності (див. розд. 2.1.2). Не зупиняючись на цьому питанні докладно, переадресуємо читача до книжок Уілла [395, 526] та оглядів [160, 394]. Існує більше сотні ненульових ефектів ЗТВ [479], що складають "результативну" групу. Однак більшість із них не є незалежними; вони мають спільну фізичну природу і визначаються однаковими постньютонівськими параметрами [394, 526]. Нижче ми обмежимося тими ефектами, які є базовими як у теоретичному плані, так і з точки зору сучасних можливостей щодо їх спостереження.

### 3.1. Перевірки принципів еквівалентності

Якщо суддя падає на камінь — погано судді, якщо камінь падає на суддю — ой погано судді.

Єврейське прислів'я

#### 3.1.1. Перевірки лоренц-інваріантності

Лоренц-інваріантність (ЛІ), яка за наявності гравітаційного поля стає локальною, є одним із наріжних каменів не тільки теорії відносності, але і всієї фундаментальної фізики. Тому пошуки можливих порушень ЛІ мають виключно важливе значення [236, 394, 526]. Впевненість у ЛІ негравітаційних взаємодій необхідна при тестуванні власне гравітаційних ефектів при великих швидкостях (див., напр., [291, 503]).

Лоренцеве перетворення від однієї інерціальної системи відліку до іншої, що рухається з відносною швидкістю v, характеризується так званим  $\gamma$ -фактором Лоренца  $\gamma = 1/\sqrt{1-\nu^2/c^2}$ , який теоретично може приймати необмежені значення. Втім можна припустити, що при великих значеннях  $\gamma$ -фактора формули перетворень потребують модифікації. У ла-

бораторних умовах, звичайно, неможливо досягти дуже великих значень  $\gamma$ -фактора (на прискорювачах протонів  $\gamma \sim 10^3$ ). Але для протонів у космічних променях надвисоких енергій ( $E \sim 10^{20}$  еВ) вже маємо  $\gamma \sim 10^{11}$ . Ще більших значень може приймати  $\gamma$ -фактор частинок у близькому околі ЧД.

Широко поширеною є думка, що природну межу застосовності ЗТВ має покласти її об'єднання з квантовою теорією поля. Ціла низка сучасних теоретичних моделей квантової гравітації передбачає або припускає порушення ЛІ при енергіях, сумірних з так званою планківською енергією  $E_{Pl} \approx 10^{28}$  еВ [384]. При цьому привабливою обставиною є те, що порушення ЛІ може регуляризувати теорію поля. Отже, розрив між  $E_{Pl}$  і найвищими енергіями, що спостерігаються у космічних променях, складає приблизно вісім порядків. Можна сподіватися, що сильне порушення ЛІ при планківських енергіях буде призводити до деяких відхилень від ЛІ і при менших енергіях.

Тестування ЛІ охоплює фізику елементарних частинок, ядерну та атомну фізику, гравітаційну фізику та релятивістську астрофізику [236]. Теоретичні підходи, які використовуються для параметризації гіпотетичних відхилень від ЛІ, варіюються від безпосередньої модифікації релятивістської дисперсійної формули  $E = e^{-m} + p^{-1}$  (де *E*, **p**, *m* – енергія, імпульс, маса частинки) до так званого розширення стандартної моделі (Standard Model Extension, SME) [74] – глибоко розробленого теоретико-польового формалізму, що враховує можливі порушення всіх типів взаємодій. Оскільки ЛІ внутрішньо пов'язана з іншою фундаментальною симетрією – СРТ-інваріантністю, порушення останньої буде одночасно означати порушення ЛІ [140].

Зупинимося на деяких аспектах тестування ЛІ, що найбільш тісно пов'язані з гравітацією.

Основною базою перевірок ЛІ (як в експериментальному, так і в теоретичному плані) є процеси за участю електромагнітної взаємодії. При аналізі експериментів з електромагнітними сигналами широко вживається кінематична модель порушення ЛІ, що була запропонована Робертсоном [314], а пізніше розроблена у роботі Мансури–Сексла [232]. У цьому підході припускається існування виділеної інерціальної системи відліку  $\Sigma(t, \mathbf{x})$ , відносно якої швидкість світла  $c \in$  ізотропною. Перетворення Лоренца, що зв'язує  $\Sigma$  з іншою інерціальної системою відліку  $S(t', \mathbf{x}')$ , яка рівномірно рухається зі швидкістю **v**, узагальнюється так [37]:

$$f = a^{-1} \left( t' + \frac{(\mathbf{vx}')}{c^2} \right),$$
  

$$\mathbf{x} = d^{-1} \left( \mathbf{x}' - \frac{\mathbf{v}(\mathbf{vx}')}{v^2} \right) + b^{-1} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{vx}')}{v^2} + a^{-1} \mathbf{v} \left( t' + \frac{(\mathbf{vx}')}{c^2} \right).$$
(3.1)

Тут коефіцієнти *a*, *b*, *d* – функції модуля відносної швидкості *v*. Експерименти, про які йдеться нижче, нечутливі до вибору типу синхронізації годинніків, тому для простоти тут обрано синхронізацію за Айнштайном. За цієї умови таке перетворення є найбільш загальним, взаємно однозначним перетворенням, що зберігає прямолінійність інерціального руху. У СТВ маємо  $\mathbf{a}^{-1} = \mathbf{b} = \mathbf{\gamma}$ ,  $\mathbf{d} = 1$ . У першому наближенні за параметром  $\mathbf{v}^2/\mathbf{c}^2$  покладаємо  $\mathbf{a} = 1 + \mathbf{a}_{\mu\nu}\mathbf{v}^2/\mathbf{c}^2$ ,  $\mathbf{b} = 1 + \beta_{\mu\nu}\mathbf{v}^2/\mathbf{c}^2$ ,  $\mathbf{d} = 1 + \delta_{\mu\nu}\mathbf{v}^2/\mathbf{c}^2$ , так що у ЗТВ  $\mathbf{a}_{\mu\nu} = -1/2$ ,  $\beta_{\mu\nu} = 1/2$ ,  $\delta_{\mu\nu} = 6$ . Далі, скориставшись рівнянням світлового конуса  $c^2t^2 = (\mathbf{x}\mathbf{x})$  та поклавши  $\mathbf{r}' = \sqrt{(\mathbf{x}'\mathbf{x}')}$ , знаходимо час поширення сигналу на відстань  $\mathbf{r}'$  у системі відліку  $S(t', \mathbf{x}')$  в залежності від кута  $\theta$  між напрямом поширення і вектором **v**:

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{r}'}{c} \left[ 1 - \left( \boldsymbol{\beta}_{MS} - \boldsymbol{\alpha}_{MS} - 1 \right) \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} - \left( \frac{1}{2} - \boldsymbol{\beta}_{MS} + \boldsymbol{\delta}_{MS} \right) \sin^2 \theta \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right]. \quad (3.2)$$

У якості системи відліку **Σ** зазвичай розглядають систему, в якій реліктове випромінювання в середньому ізотропне. Відносно неї Сонячна система рухається зі швидкістю **Ка = 369.5** км/с у напрямі з галактичними координатами (**П**, **Ы**) = (**264\*.4**, **48\*.4**) [199].

Експерименти, подібні до виконаних Майкельсоном та Морлі [242], визначають коефіцієнт при доданку, що залежить від напряму. На протязі значного часу найбільш суворе обмеження на цей параметр було отримане у 1979 р.: **Р**<sub>ог</sub> | ≤5-10<sup>-7</sup> [44]. Нові оцінки з'явилися протягом 2002–2003 рр. [251, 399]. У 2003 р. були повідомлені результати експерименту, у якому порівнювалися частоти кріогенного сапфірового резонатора та водневого мазера [37]. При цьому вище наведену оцінку було покращено на півпорядку: **Р**<sub>ог</sub> | ≤(1.2±2.2)·10<sup>-7</sup>.

У експериментах типу проведених Кеннеді та Торндайком [161, 188] визначається коефіцієнт  $P_{ET} = (\beta_{KT} - \alpha_{KT} - 1)$ . У роботі [37] для цього параметра отримано таке обмеження:  $|P_{KT}| \leq (1.6\pm3,0) \cdot 10^{-9}$ .

В інших експериментах з годинниками та з вимірювання допплерівського зсуву можна вимірювати параметр **а** [143, 312, 400], для якого сучасне обмеження є таким: **а т** + 1/2 **≤ 8**-10<sup>-7</sup>. Набагато точніше визначення усіх трьох параметрів, що описують

Набагато точніше визначення усіх трьох параметрів, що описують відхилення від ЛІ у формалізмі Робертсона—Мансури—Сексла, очікується отримати після проведення цілої низки експериментів на Міжнародній космічній станції (МКС) та інших космічних апаратах (КА) [211] (див. розд. 3.4).

Розглянутий підхід є суто кінематичним і тому описує лише обмежене коло гіпотетичних порушень ЛІ. Більш детальні теорії розглядають конкретні модифікації фундаментальних рівнянь фізики, що викли-

кані такими порушеннями, та відповідні спостережні наслідки. Одним з них є анізотропія інертної маси, існування якої, звичайно, вимагало би перегляду основних принципів теорії гравітації. Тестування цього аспекту ЛІ здійснюється за допомогою експериментів, започаткованих Хьюзом [170] і Древером [95] на самому початку 60-х років минулого століття. На протязі приблизно двадцяти років їх експерименти були найбільш точними перевірками ЛІ [394]. Ці експерименти полягають у порівнянні показів годинників різних типів, які знаходяться поруч і спільно рухаються разом із Землею. Посилання на сучасні дослідження цього напряму можна знайти в [236]. Зокрема, оцінки різних компонент тензора анізотропії маси нейтрона обмежені значеннями 10<sup>-26</sup> +10<sup>-26</sup> еВ.

Ще один широко вживаний кінематичний підхід до опису порушень ЛІ полягає у модифікації релятивістського дисперсійного рівняння  $\mathbf{E}^* = \mathbf{c}^* \mathbf{m}^* + \mathbf{p}^* [236]$ , замість якого розглядають<sup>1</sup> різні формули вигляду  $\mathbf{E}^* = \mathbf{c}^* \mathbf{m}^* + \mathbf{p}^* + f(\mathbf{p})$ . При цьому деякі автори вважають, що релятивістська формула справедлива лише у виділеній системі відліку, інші — розглядають можливість збереження інваріантності за рахунок деформації групи Лоренца [135, 229]. Якщо вимагати збереження обертової інваріантності, то функція *f* залежатиме лише від модуля імпульсу  $|\mathbf{p}|$ . Порушення ЛІ на планківських масштабах енергій моделюють таким розкладом:

$$E^{2} = c^{4}m^{2} + p^{2} + E_{R}f^{(1)}|p| + f^{(2)}p^{2} + \frac{f^{(3)}}{E_{R}}|p|^{3} + \dots$$

Звідси випливає, що швидкість фотона залежить від його енергії. Астрофізичні спостереження дають можливість отримати деякі обмеження на параметри цієї формули. Найкраще з них [35] було отримане при спостереженнях спалаху від об'єкта Маркарян 421 — блазара з червоним зміщенням **z** = 0.03, хоча подібні результати отримані і при спостереженнях інших об'єктів. Найкоротший спалах від Маркарян 421 продемонстрував сильну кореляцію потоків фотонів з енергіями 1 ТеВ та 2 ТеВ в інтервалах накопичення у 280 с. Це накладає обмеження на різницю швидкостей фотонів різних енергії і, відповідно, на поправки, що модифікують дисперсійне рівняння.

Резюмуючи цей невеличкий огляд тестувань ЛІ, треба зазначити, що, незважаючи на значні зусилля дослідників, на сьогодні відсутні які-небудь експериментальні свідоцтва порушень ЛІ. Дещо псують цю ідилічну картину дані спостережень космічних променів надвисоких енергій. Згідно з теоретичними розрахунками протони з енергіями *E* > 5·10<sup>19</sup> eB

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Таку зміну можна трактувати як перехід до фінслерової геометрії ПЧ (див. розділ 2.4).



мають досить швидко її втрачати внаслідок фотонародження піонів при взаємодії з космічним мікрохвильовим фоном. Це так зване ГЗКобрізання спектра (за прізвищами Грайзена, Зацепіна та Кузьміна) [141, 426]. Але спектр, отриманий зі спостережень, не має цього обрізання. Це може бути сигналом про існування відхилень від ЛІ при високих енергіях [192]. Разом з тим необхідно зауважити, що процеси прискорення та поширення космічних променів — складні явища, які приховують ще багато загадок, тому відсутність ГЗК-обрізання, можливо, знайде більш традиційне пояснення.

#### 3.1.2. Перевірки слабкого та сильного ПЕ

Зупинимося на декількох прямих перевірках слабкого ПЕ, на цей час найбільш точних — експериментах типу Етвеша [526]. Власне кажучи, перевіряють рівність прискорень тіл різного складу в гравітаційному полі, що дає змогу накласти обмеження на параметр Етвеша:

$$\eta = \frac{m_{g,1}}{m_i} - \frac{m_{g,2}}{m_2} = 2 \frac{a_i - a_2}{a_1 + a_2}$$

де  $\mathbf{m}_{i}$  – інертні маси тіл,  $\mathbf{m}_{i}$  – їхні гравітаційні маси,  $\mathbf{a}_{i}$  – прискорення (i = 1, 2).

Тіла мають бути малими порівняно з характерним масштабом, на котрому відчутні відхилення гравітаційного поля від однорідного. В експериментах типу Етвеша спостерігають дві маси з різних матеріалів, підвішені на крутильних вагах, причому схема побудована таким чином, шоб за наявності порушень принципу еквівалентності в гравітаційному полі виникали б крутильні коливання. Зокрема, в експериментах Ролла-Кроткова-Діке у Прінстоні [315] та Брагінського-Панова у Москві [446] активним фактором було гравітаційне поле Сонця; ці експерименти дали обмеження на рівні и <10<sup>-10</sup>. Найбільш жорсткі обмеження *n* < 4-10<sup>-11</sup> отримані у Вашінгтонському університеті [20, 355]. Це дуже висока точність, яка дає змогу встановити обмеження на порушення принципу еквівалентності (ПЕ) для різних типів маси, що обумовлені різними типами взаємодії – ядерною, електромагнітною чи слабкою. Зокрема, в лабораторних експериментах слабкі взаємодії дають відносний внесок у загальну масу тіл порядку 10<sup>-10</sup>, тому для цих взаємодій  $\eta$  обмежене на рівні 0,1 %. Внесок гравітаційних взаємодій в маси звичайних тіл є замалим і не дає можливості отримати аналогічну оцінку в таких експериментах.

Для планет гравітаційний дефект маси є досить значним, що дає змогу перевірити сильний ПЕ [267]. Це важливо відзначити, оскільки всі метричні теорії тяжіння задовольняють слабкий ПЕ, але не обов'яз-

ково сильний ПЕ. Нордтведт [268] показав, що у випадку порушення ПЕ виникали б аномальні коливання відстані Земля—Місяць. Розглянемо це більш докладно.

Позначимо  $\lambda = \frac{m_{f}}{m} - \frac{M_{f}}{M}$ , де $M_{g}$ ,  $m_{g}$  – гравітаційні маси Землі та

Місяця, що відіграють роль "гравітаційних зарядів", а M, m – їхні інертні маси. Оскільки ефект у відносному русі Землі та Місяця, пов'язаний з можливим порушенням ПЕ, має бути дуже малим, його можна оцінити методом збурень, розглядаючи відповідні поправки на фоні ньютонівського руху. Для спрощеного розгляду можна вважати незбурені орбіти Землі навколо Сонця та Місяця навколо Землі коловими, а вектори кутових швидкостей цих колових рухів – паралельними. Нехай вектор **S** – напруженість гравітаційного поля Сонця, що створює прискорення Землі та Місяця. Припливними змінами поля Сонця в системі Земля—Місяць у випадку грубої оцінки будемо нехтувати, тобто вектор **S** вважатимемо сталим за абсолютною величиною  $S = \Omega^2 R_{ES}$ , де  $R_{ES}$  – відстань до Сонця,  $\Omega = 2\pi$  рік<sup>-1</sup>, причому **S** обертається з частотою  $\Omega$ . Позначимо  $\rho = \mathbf{r} - \mathbf{R}$ ;  $\rho = |\rho|$  – відстань Земля та Місяця та Землі. З рівнянь руху Землі та Місяця у полі Сонця знаходимо

$$\ddot{\mathbf{p}} = -\frac{\gamma}{\rho} \ddot{\mathbf{p}} + \lambda \mathbf{S}, \qquad (3.3)$$

де  $\gamma = GM_{m}m_{m}\frac{m+M}{mM}$ . Звідси отримуємо рівняння  $\dot{\mathbf{h}} \approx \lambda[\mathbf{p} \times \mathbf{S}]$  для кутово-

го моменту **h** = **[***ρ***×***μ***]**, яке легко проінтегрувати в першому наближенні за λ. Для відстані *ρ* маємо

$$\ddot{\rho} = \frac{(\rho \cdot \ddot{\rho})}{\rho} + \frac{\hbar^2}{\rho^3} = -\frac{\gamma}{\rho^2} + \lambda \frac{(\rho \cdot \mathbf{S})}{\rho} + \frac{\hbar^2}{\rho^3}.$$
(3.4)

Кожну величину подаємо як суму незбуреного сталого значення (з індексом 0) та аномальних коливань (зі штрихом), пов'язаних із внеском  $\lambda \neq 0$ :  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ;  $h = h_0 + h'$ ;  $h_0^2 = \omega^2 \rho_0^4 = \gamma \rho_1$ . З рівняння для ку-

toboro momenty maєmo  $h' = \lambda \frac{\rho_0 S}{\Lambda} \cos(\alpha)$ , de  $\alpha = \Lambda t + \alpha_0$ ,  $\Lambda = \alpha - \Omega$ ,  $\alpha - \Omega$ 

кут, що відраховуємо від напряму вектора **S** (на Сонце) до напряму  $\rho$  на Місяць,  $\omega = (1/12)$  рік<sup>-1</sup> — частота обертання Місяця навколо Землі. Розглядаючи малі збурення  $\rho' - \lambda \cos(\alpha)$  відносно колової орбіти, з рівняння (3.4) дістанемо

$$\rho' = \lambda \frac{\Omega R_{scr}(1+2\omega/\Lambda)}{(2\omega-\Omega)} \cos \alpha.$$
 (3.5)

Звідси амплітуда аномальних коливань складає приблизно 2λ·10<sup>12</sup> см. Відсутність таких аномальних коливань дає змогу перевірити принцип еквівалентності з високою точністю, порівняною з точністю сучасних перевірок СПЕ в лабораторних умовах. Але додатково до наземних перевірок, які підтверджують лише слабкий ПЕ, "місячний експеримент Етвеша" підтверджує також сильний ПЕ.

Відносна величина гравітаційного дефекту маси, який оцінюється за допомогою ньютонівського співвідношення для гравітаційної енергії, у випадку Землі

$$\frac{\Delta M_{gav}}{M} \sim \frac{3GM}{5c^3 R_{Earth}} = 4 \cdot 10^{-54}$$
.

Аналогічна величина для Місяця є на порядок меншою. Нехай ПЕ не виконується лише для зазначеного гравітаційного внеску в масу. Для основної маси, за винятком гравітаційної складової, при відповідному виборі одиниць покладемо **М** = **М**, але для внесків гравітаційної енергії в гравітаційну та інертну масу Землі отримаємо

$$\lambda_{gau} = \frac{\Delta M_{z,gau} - \Delta M_{gau}}{M} \neq 0.$$

Тоді матимемо  $\lambda - \lambda_{grav} = \frac{\Delta M_{grav}}{M} - 4 \cdot 10^{-11} \lambda_{grav}$ . У випадку  $\lambda_{grav} = 1$  амп-

літуда аномальних коливань відстані  $\rho'$ складала б приблизно 8 м.

Більш точний небесно-механічний розгляд дає додаткові поправки до  $\rho'$ , які, однак, можна врахувати незалежним чином. Найбільш важливими є припливні зміни вектора **S**, які дають внесок в  $\rho'$ з тією ж частотою  $\Lambda$ , але із значно більшою амплітудою. Все ж ці поправки можна оцінити з належною точністю, достатньою для того, щоб забезпечити оцінку аномальних коливань за допомогою вимірювань відстані між Землею та Місяцем.

Врахування припливних членів впливає також і на амплітуду коливань в (3.5), ці члени дають поправку на рівні 15 %. У результаті амплітуда коливань в (3.5) за умови **Д** і збільшується до 9 *м*. На теперішній час результати лазерної локації Місяця обмежують цю величину на рівні двох сантиметрів.

Точні вимірювання відстані Земля—Місяць почалися у 1969 р., коли на місячній поверхні екіпаж космічного корабля "Аполлон 11" встановив кутиковий відбивач світла. Додаткові відбивачі було встановлено екіпажами кораблів "Аполлон 14" і "Аполлон 15" та автоматичними станціями "Луна 17" і "Луна 21". Завдяки лазерній локації Місяць набув статусу унікальної лабораторії з гравітаційно-фізичних вимірювань. Теоретична інтерпретація таких вимірювань базується на постнью-

тонівській теорії руху Місяця із врахуванням збурень з боку Сонця і планет. Ці дослідження підтвердили, що прискорення Землі і Місяця у гравітаційному полі є однаковим з точністю ~ 3·10<sup>-13</sup> [13, 252, 269, 396]. Завдяки чутливості вимірювань до внеску гравітаційної взаємодії в загальну масу, це дає підтвердження сильного ПЕ [342, 526].

Іншим важливим аспектом принципів еквівалентності є припущення про незмінність фундаментальних констант. Ідея можливих змін фундаментальних констант з часом, мабуть, уперше обговорювалася Мілном та Діраком. Дослідження руху Місяця за допомогою лазерної локації обмежують зміну гравітаційної константи на рівні  $\dot{G}/G \le 5 \cdot 10^{-12}$ за рік (див. також розд. 3.2.2). Переважна більшість досліджень свідчить про незмінність сталої тонкої структури  $\alpha_f$  (див. напр., [82, 247, 394]), в тому числі досить сильні оцінки можливих змін  $\dot{\alpha}_f / \alpha_f < 6 \cdot 10^{-7}$  за більш, ніж 10<sup>10</sup> років, що випливають з геофізичних досліджень ізотопного вмісту [83].

Перевірка незмінності сталої тонкої структури  $\alpha_{j}$  може бути побудована і на спостереженнях ліній поглинання в спектрах далеких квазарів. Були альтернативні повідомлення про нібито спостережуваний доказ варіацій  $\alpha$  на основі спостережень ліній поглинання у спектрах 28 квазарів (0.4 < z < 3.5); один з останніх таких результатів на користь змін  $\alpha_{f}$  у часі (див. напр. [253, 254]) нібито дає ненульову оцінку відносних варіацій  $\Delta \alpha_{j}/\alpha_{r} \approx (-0.54 \pm 0.12) \cdot 10^{-1}$ , тобто на рівні 4.7 осма проведені нещодавно спостереження [299] з високою роздільною здатністю по довжині хвилі на телескопі ESO VLT дають верхні обмеження відносних змін на рівні  $2 \cdot 10^{-6}$ ; тут спостерігалися лінії поглинання заліза (z = 1.15) в напряму QSO HE 0515-4414.

#### 3.1.3. Гравітаційне червоне зміщення

Однією із значущих перевірок ЗТВ Айнштайн вважав ефект гравітаційного червоного зміщення (ГЧЗ) або гравітаційного зсуву частоти спектральних ліній атома [100]. Цей ефект базується на залежності частоти фотона від потенціалу гравітаційного поля  $U_2$  і проявляє себе, коли приймач світла знаходиться в області з меншим гравітаційним потенціалом  $U_1$ . Зокрема, якщо виключити звичайний ефект Допплера, залежний від швидкості, то виміряна спостерігачем частота випромінювання атома  $\omega_1$ , який знаходиться в гравітаційному полі масивного небесного тіла, буде меншою від власної частоти випромінювання атома цього самого елемента  $\omega_2 > \omega_1$ . Фактично ГЧЗ — це той самий ефект, що й гравітаційне уповільнення часу: чим сильніше гравітаційне поле, тим більше уповільнення часу. Отже, спостерігач, який знаходиться в місці з іншим гравітаційним потенціалом, буде інтерпретувати зсув частот як зміну ходу часу.

Айнштайн отримав точну формулу ефекту ГЧЗ, користуючись законом збереження енергії. Можна показати, що в статичному гравітаційному полі  $[g_{00}(\mathbf{r})]^{1/2}E_{nok} = const$ , де  $E_{nok} = hc/\lambda_{nok}$  – локально виміряна енергія частинки,  $\lambda_{nok}$  – локально виміряна довжина її хвилі. У такій формі закон справедливий для частинок з нульовою (фотон) і ненульовою масою спокою. Звідси  $\lambda_{nok}(g_{00})^{-1/2} = \text{const}$  або

$$+z = [g_{00}^{(1)} / g_{00}^{(2)}]^{1/2}, \qquad (3.6)$$

де  $z = \omega_{r} / \omega_{l} - 1$  – червоне зміщення.

Такий самий результат випливає в усіх метричних теоріях з розгляду власного часу з врахуванням формул (2.1), (2.3) для нерухомих випромінювача та спостерігача у статичному полі тяжіння.

Звідси для випадку слабкого гравітаційного поля, використовуючи наближену формулу (2.7) для  $g_{00}$ , дістанемо

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} = -\frac{U_1 - U_2}{c^2}, \qquad (3.7)$$

де <br/>  $\omega, \, U-$ частота випромінювання і потенціал поля у відповідних точках.

Цю формулу легко отримати як результат збереження енергії: фотони втрачають частину своєї енергії  $E = \hbar \omega$  на подолання гравітації і їхня частота відповідно зменшується. При цьому неявно використовується припущення про рівність інертної та гравітаційної мас фотона.

Пізніше з'ясувалася значущість ГЧЗ для перевірок АПЕ [526], а саме його третьої складової — *принципу локальної позиційної інваріантностіі* (розд. 2.1.2): ефект є однаковим в будь-якій метричній теорії, що має правильну ньютонівську границю. Вимірювання ГЧЗ підтверджують не тільки ЗТВ, а й постулати метричних теорій в цілому. Ці вимірювання з високою точністю підтверджують, що локальні лоренцеві системи відліку не перебувають у спокої відносно поверхні Землі, а прискорюються вниз з тим самим прискоренням g, яке діє на вільні частинки.

На якісному рівні ефект ГЧЗ відіграє принципову роль для з'ясування факту викривленості ПЧ. Розглянувши світові лінії двох частинок, що знаходяться у спокої відносно статичного гравітаційного поля та обмінюються світловими сигналами, Шілд [345] помітив, що ГЧЗ є несумісним з геометрією ПЧ Мінковського. Це можна інтерпретувати як свідчення викривленості ПЧ (див. також [496]).

Ефект ГЧЗ (і водночас принцип локальної позиційної інваріантністі) в полі Землі стало можливим перевірити лише у 1960—1965 рр. в серії експериментів Паунда—Ребки—Снайдера [294, 295]. Перевірка полягала у вимірюванні зсуву частоти між двома однаковими стандартами частоти, розташованими на різних висотах над поверхнею. Власна частота кожного з них у локальній лоренцевій системі відліку не залежить від положення і швидкості цієї системи відліку. Порівняння частот

двох однакових годинників, що знаходяться на різних висотах, відповідає порівнянню швидкостей двох локальних лоренцевих систем відліку. А саме одна з них пов'язана з годинником під час випромінювання його сигналу, а друга система відліку — з другим годинником у час прийому цього сигналу. Коли в такому експерименті буде зареєстровано зсув частоти між двома годинниками, то це буде наслідком допплерівського зсуву першого порядку між двома локально лоренцевими системами відліку. Якщо принцип локальної позиційної інваріантності порушується, то зсув частот відбуватиметься не за формулою (3.7), а за формулою

# $z_{a} = (1+\alpha)\Delta U/c^{2},$

де параметр α — тестовий параметр принципу локальної позиційної інваріантністі, що характеризує годинник, зсув частоти якого вимірюється, може бути ненульовим і залежним від типу годинника при відхиленні від принципів метричної теорії.

Постановка експериментів Паунда–Ребки та Паунда–Снайдера, як і багатьох наступних експериментів з перевірки принципу локальної позиційної інваріантності, стала можливою завдяки відкриттю ефекта Мьоссбауера (1959 р.). У зазначених експериментах ефект Мьосбауера було використано для оцінки впливу однорідного гравітаційного поля на зміщення вузької резонансної лінії поглинання гамма-променів з енергією 14.4 кеВ від ізотопу 57 Fe. Випромінювач і поглинач гамма-променів були встановлені в підземній частині і нагорі башти Джефферсонівської фізичної лабораторії Гарвардського університету (h = 22.5 м). Ефект ГЧЗ, який на основі принципу еквівалентності становить  $\Delta\lambda/\lambda = 2gh/c^2 = 4.9 \cdot 10^{-15}$ , було підтверджено з точністю до 1 % [295]. Таким чином, довжина хвилі фотонів залежить лише від властивостей атомів (або ядер), які їх випромінюють. Це так само відноситься і до вимірювання часу атомними годинниками. Варто зазначити, що в цих експериментах оцінці підлягала саме відмінність власного часу  $\Delta \tau$ двох годинників або двох локально лоренцевих систем відліку (див. зокрема [496], т. 3, с. 299).

Іншу серію експериментів з перевірки ГЧЗ, обумовленого гравітаційним полем Землі, було виконано у 1960–70-х рр. з використанням атомних годинників, встановлених на літаках, ракетах і КА. Зокрема, в експерименті [12] різниця у показі часу двох ідентичних атомних годинників, встановлених у спеціальній установці, вимірювалася до і після того, як одна з установок транспортувалася на літаку в супроводі радіолокатора упродовж 15 год на висоті 10 км (п'ять незалежних польотів). Наростання різниці часу  $\Delta \tau$  реєструвалося телеметрично за допомогою лазерних імпульсів тривалістю 0,1 нс. Теоретична оцінка для такого експерименту складає:  $\Delta \tau_{reop} = 47.1 \pm 0.25$  нс = 52.8 нс (гравіта-

ційний потенціал) — 5.7 нс (відносна швидкість). У цьому експерименті було отримано  $\Delta \tau_{\text{вимір}} / \Delta \tau_{\text{геор}} = 0,987 \pm 0,010.$ 

Найбільш жорстку верхню оцінку параметра α з формули (3.8) було отримано в експерименті Вессо – Левіна [379, 380] по вимірюванню ГЧЗ в полі Землі. Частота воднево-мазерного годинника, встановленого на ракеті, порівнювалася з годинниками, встановленими у наземній лабораторії. Висота підйому ракети становила 10 000 км. Це був перший спеціалізований космічний запуск (місія Gravity Probe A, 1976 р.), призначений для тестування фундаментального фізичного закону. За результатами цього експерименту **а** <1.4-10<sup>-1</sup>. Інформацію про експеримент розміщено на сайті http://einstein.stanford.edu/genxint/faqs/gpaxvessot. html.

Серед перевірок принципу локальної позиційної інваріантністі відзначимо "нульовий" експеримент з порівняння ходу різних типів годинників у змінному гравітаційному полі. Експеримент було проведено у квітні 1978 р. у Стенфордському університеті. Ідея полягала в тому, що під час експерименту (10 діб) варіації сонячного потенціалу  $\Delta U/c^2$  мали дві складові: синусоїдальну з 24-годинним періодом і амплітудою  $3 \cdot 10^{-13}$ , викликану обертанням Землі, та лінійну з темпом  $3 \cdot 10^{-12}$  за добу, обумовлену рухом Земілі по орбіті. Було використано систему з двох воднево-мазерних годинників та трьох генераторів, стабілізованих надпровідним контуром; тут не було знайдено відхилень від принципу локальної позиційної інваріантністі у межах тестового параметру ( $\alpha^{ВМГ} - \alpha^{\Gamma CHK}$ ] < 2·10<sup>-2</sup> (цю точність було пізніше покращено [134]).

Врахування поправок за ГЧЗ і уповільнення часу стало необхідною складовою навігаційних потреб Глобальної позиційної системи [14]. Якщо не враховувати ефекти СТВ і ЗТВ, то розбіжність показів між бортовими і наземними годинниками сягає 39 мкс за день.

Декілька важливих експериментів було виконано для перевірки ГЧЗ під дією гравітаційного поля планет Сонячної системи і Сонця.

Свого часу Айнштайн оцінив, що для зорі Сонце величина гравітаційного червоного зміщення у ньютонівському наближенні складає близько  $2 \cdot 10^{-6}$  довжини хвилі. Цю оцінку можна отримати з формули (3.6). Для небесного тіла з масою *M* і радіусом *R* вона набуває вигляду

$$z_{r} = (1 - 2GM / Rc^{2})^{-1/2} - 1.$$
 (3.9)

Звідси для Сонця  $\mathbf{r}_{\mathbf{r}} \approx GM_{\bullet}/(c^2R_{\bullet}) \approx 2 \cdot 10^{-6}$  [538]. Зокрема, для довжини хвилі  $\lambda = 5000$  Å отримуємо  $\Delta \lambda \approx 10^{-2}$  Å. Допплерівська напівширина лінії атома водню, яка в умовах сонячної фотосфери в 15 разів більша, сильно маскує ГЧЗ. Проте у 1962 р. Браулту [43] за допомогою спеціально сконструйованого фотоелектричного спектрометра з досить вузькою щілиною вдалося виміряти ГЧЗ потужної спектральної лінії натрію D<sub>1</sub> ( $\lambda = 5895.923$  A), утвореної у високих шарах фотосфери

Сонця. Ефект ГЧЗ для цієї лінії було підтверджено з точністю до 5 %. Пізніше в експерименті з вимірювання ГЧЗ для триплету лінії кисню в інфрачервоній ділянці спектра лімба Сонця було досягнуто точність 2 %, так само точність вимірювання сонячного ГЧЗ за допомогою осциляторних годинників, встановлених на КА "Галілео", склала 1 %. У 1980–81 рр. з точністю 1 % перевірено ефект ГЧЗ, викликаного гравітаційним полем Сатурна за допомогою стабільних осциляторних годинників, встановлених 1977 р. на КА "Вояджер" (див. також [394, 395]).

Цікаво порівняти ці дані з величинами ГЧЗ, що вдається виміряти для об'єктів поза Сонячною системою. На поверхні білих карликів величина ГЧЗ досягає  $z_g = 10^{-4}$ , що превалює над допплерівською шириною лінії. У разі спостереження зорі як компоненти подвійної системи з надійною точністю можна оцінити масу. Враховуючи формулу (3.9), отримаємо

$$r_{a}/R = 1 - 1/(1 + z_{a})^{2}$$

де *r*<sub>g</sub> — гравітаційний радіус Шварцшільда, звідки дістанемо радіус *R* компактної зорі.

Досить важливим є вимірювання ефекту ГЧЗ для нейтронних зір, оскільки радіус нейтронної зорі важко піддається прямому вимірюванню, особливо у випадку радіо-пульсарів. Перший надійний результат з ототожнювання спектральних ліній нейтронної зорі отримано [78] за допомогою космічного телескопу КА "ХММ-Ньютон" у спостереженнях 2000 р. за рентгенівським джерелом ЕХО0748-676. У спектрі цієї нейтронної зорі вдалося ідентифікувати лінії "обідраних" атомів Fe XXVI та FeXXV (з переходами n = 2-3), OVII та OVIII (з переходами n = 1-2). Довжини хвиль цих ліній зміщено у червону частину спектра однаково на величину z<sub>g</sub> = 0,35. Звідси отримуємо, що радіус нейтронної зорі складає 2.2 rg, а R ... М/Миз 6.6 км. Якщо припустити, що її маса є стандартною для більшості пульсарів (1.4 М.), то отриманий результат задовольняє модель звичайної нейтронної зорі без долучення фазових переходів у піон-каонний конденсат або кваркглюонну плазму (розд. 5.1). Якщо маса менша від 1.1 М., то отримане значення радіуса буде досить малим, і рівняння стану потребує уточнень.

### 3.2. Релятивістські ефекти у Сонячній системі

З видимого пізнавай невидиме.

Григорій Сковорода

#### 3.2.1. Параметризований постньютонівський формалізм для сферично-симетричних полів

Для порівняння різних метричних теорій тяжіння в 1970-ті рр. був створений параметризований постньютонівський формалізм, котрий дає змогу отримати уніфікований вираз для метричного тензора в постньютонівському наближенні. Метрика ППН-формалізму містить обмежену кількість безрозмірних констант, значення яких відповідають різним метричним теоріям. Формалізм охоплює практично усі такі теорії і дає можливість описати усі гравітаційні експерименти, що стосуються руху тіл та поширення електромагнітного випромінювання у Сонячній системі. Техніка ППН-формалізму докладно описана в монографіях [395, 496, 526] та оглядах (див., напр., [394]).

Обмежимося спрощеним варіантом ППН-формалізму. Якщо не розглядати такі нетрадиційні ефекти, як наявність виділеної системи відліку, порушення ЛІ та порушення законів збереження, то в ППНметриці залишаються лише дві вільні константи. Ці константи залишаються у виразі для ППН-метрики сферично-симетричного поля, за допомогою якої можна описати класичні експерименти з вимірювання гравітаційного зсуву частоти, викривлення траєкторії світла, затримки сигналів, прецесію перигелію планет.

Загальна метрика статичного сферично-симетричного поля може бути подана у сферичних ізотропних координатах  $t, r, \theta, \varphi$ :

$$ds^{2} = A(r)c^{2}dt^{2} - B(r)\{dr^{2} + r^{2}[d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}]\}.$$
 (3.10)

Вигляд метрики (3.10) можна конкретизувати, якщо прийняти, що гравітаційне поле створюється сферично-симетричним тілом з масою M та центром у початку координат r = 0. Функції A та B мають бути безрозмірними функціями від безрозмірних величин (нагадаємо, що і координати, і ds мають розмірність довжини). У статичній задачі, що розглядається, безрозмірні незалежні змінні, від яких залежать ці функції, можуть бути побудовані лише з радіальної змінної r, гравітаційної сталої G, швидкості світла c і маси центрального тіла M. З точністю до функціонального перетворення єдиною такою змінною є  $r_{c}/r_{c}$ , Zля Сонця  $r \approx 3$  км. Радіус Сонця  $R \approx 7 \cdot 10^{-5}$  км, звідси на поверхні Сонця  $r_{c}/R = 4 \cdot 10^{-6}$ . Малість цієї величини вказує на малість гравіта-

ційно-релятивістських ефектів у Сонячній системі. Далі, враховуючи *г*/*г* << 1, розкладемо *A* та *B* за степенями цього малого параметра:

$$A(r) = 1 - \alpha \frac{r_{e}}{r} + \frac{\beta}{2} \left( \frac{r_{e}}{r} \right)^{2} + \dots; B(r) = 1 + \gamma \frac{r_{e}}{r} + \dots$$
(3.11)

де  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  – безрозмірні коефіцієнти. Формулу (3.11) називають *розкладом Едінгтона* – *Робертсона*.

Можна конкретизувати перший коефіцієнт, порівнюючи (3.11) з (2.7):  $\alpha = 1$ , та показати [526], що такий же результат можна отримати з розгляду ГЧЗ (формула (3.7).

Перейдемо до інших гравітаційно-релятивістських ефектів, пов'язаних із параметрами  $\beta$  та  $\gamma$ . Відразу ж зауважимо, що в ЗТВ  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 1$ .

Параметр у визначає викривлення траєкторії світлових променів у полі компактної сферично-симетричної маси. Кут відхилення променя є

$$\delta \boldsymbol{\varphi} = (\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{I}) \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{s}} / \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{s}}, \qquad (3.12)$$

де *r*<sub>m</sub> – прицільна відстань відносно центра.

Цей же параметр визначає гравітаційний внесок у час поширення електромагнітних сигналів (ефект Шапіро). Ефект був неодноразово виміряний при радіолокації КА та планет Сонячної системи. Коли радіолокаційний сигнал проходить у гравітаційному полі, створюваному деякою масою M, виникає додаткова затримка. Наведемо формулу для цієї величини в координатах, що відповідають метриці (3.10). Нехай сигнал випромінюється у точці  $r = r_1$ , проходить повз масу M на відстані  $r_m$ , відбивається від рефлектора при  $r = r_2$ , проходить зворотний шлях і реєструється знов у точці  $r = r_1$ . Завдяки гравітації виникає додаткова затримка у часі поширення сигналів, яка змінюється при переміщенні спостерігача та рефлектора відносно Сонця. Гравітаційна частина цієї затримки, що змінюється з прицільною відстанню  $r_m$ , становить

$$\Delta T_{\text{spec}}^{*} = \frac{r_{\text{f}}}{c} (\gamma + 1) \ln \left( \frac{4r_{\text{s}}r_{1}}{r_{\text{s}}^{2}} \right). \tag{3.13}$$

У Сонячній системі ця величина може сягати сотень мікросекунд. Внесок гравітаційної затримки необхідно враховувати у сучасних астрометричних спостереженнях, зокрема у радіоінтерферометрії з наддовгою базою (РНДБ) і при радіолокації планет та КА у Сонячній системі. Коли світло від далеких квазарів проходить повз галактику, що знаходиться біля лінії зору, гравітаційна затримка може сягати місяців та років. Цей ефект обумовлює так звану відносну часову затримку в позагалактичних гравітаційно-лінзових системах, за наявності декіль-

кох зображень квазара, коли світло поширюється до спостерігача двома чи більше шляхами (див. розд. 5.5).

Зупинимося коротко на математичній моделі РНДБ з урахуванням ефектів ЗТВ.

У процедурі РНДБ-спостережень реєструються сигнали віддаленого радіоджерела на світових лініях — 4-траєкторіях антен  $x_i(\tau_i)$ , i = 1,2. За допомогою стандартів частоти на траєкторіях антен проводиться перетворення сигналів і генерація міток часу. Після віднімання частоти сигнали записують на магнітні стрічки чи інші носії; записи нормованих сигналів  $Z 1(\tau)$  і  $Z 2(\tau)$  надходять у коррелятор. Докладний опис техніки РНДБ можна знайти в книзі [458].

Оскільки параметри супроводу і перетворень сигналів відомі, для простоти можна вважати, що в коррелятор надходять безпосередньо сигнали Z1 і Z2, причому один із сигналів запізнюється на час затримки  $\tau_{sar}$ :  $Z2(\tau-\tau_{sat})$ . Кореляційні властивості полів випромінювання можуть бути досліджені так само, як це робиться в класичній оптиці. Для наступного обговорення досить інформації про эйконал  $\Omega$ , оскільки максимум кореляції сигналів 1 і 2 у межах точності процедури РНДБ відповідає рівності:

 $\Omega(\mathbf{x}_1(\mathbf{r}_1)) = \Omega(\mathbf{x}_2(\mathbf{r}_2)). \tag{3.14}$ 

де  $\tau$  – моменти приходу сигналу до антен 1 і 2 за власними годинниками кожної з антен. Це основне рівняння РНДБ, яке визначає зв'язок часів  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , і залежність часу затримки  $\tau_{3aT} = \tau_1 - \tau_2$  від цих величин, наприклад,  $\tau_{3aT}(\tau_1) = \tau_1 - \tau_2(\tau_1)$  як функцію від  $\tau_1$  (за годинником першої антени).

При спільній обробці сигналів можна визначити іншу радіоінтерферометричну величину — частоту інтерференції  $\omega_{l}$ . При перемножуванні сигналів  $Z 1(\tau)$  і  $Z 2(\tau)$  з фіксованим часом затримки  $\tau_{sat}$  виникають сигнали з частотою

$$\omega_{I} = \frac{d}{d\tau} \left[ \Omega(x_{2}(\tau - \tau^{*})) - \Omega(x_{1}(\tau)) \right] \Big|_{\tau^{*} = \tau_{\text{min}}}$$

Існує інше визначення частоти інтерференції як похідної від часу затримки за власним часом однієї з антен:

$$\ddot{\omega}_I = \omega_g \frac{d\tau_{sar}}{d\tau_1}$$
,

де  $\omega_0$  — середня частота прийнятого випромінювання, яку можна назвати "обчислюваною частотою інтерференції". Однак  $\omega_1$  ближче до класичного визначення частоти інтерференції, що у звичайних інтерферометрах виміряється незалежно від  $\tau_{sat}$ . Легко отримати зв'язок

$$\bar{\omega}_{j} = \omega_{j} \left\{ \frac{d\Omega}{dx^{\mu}} \frac{dx_{2}^{\mu}}{d\tau_{2}} \right\}^{-1} \omega_{0}$$

Величина  $\tau_{3ar} = \tau_1 - \tau_2$  залежить від синхронізації годинників на траєкторіях антен. Процедура синхронізації може бути різною: на основі транспортування годинників чи шляхом прив'язки моментів  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{0}$ до якої-небудь системи відліку. При вимірюваннях кутових відстаней між джерелами на небі, синхронізацію можна проводити за часом надходження сигналу від опорного джерела. У результаті різницю часу затримки  $\tau_{3ar} = \tau_1 - \tau_2$  для двох різних джерел випромінювання можна зв'язати з кутом між напрямками на ці джерела. Це дає змогу отримати даний кут з високою точністю, що оцінюється величиною  $c\Delta\tau/L$ , де  $\Delta\tau$  – похибка вимірювання часу затримки, L – відстань між антенами (база інтерферометра). Сучасна оцінка точності  $\Delta\tau \sim 10^{-12}$  с. Оскільки для наземних вимірювань L обмежене розмірами Землі, наразі розробляються проекти космічного радіоінтерферометра (див. сайти http://sgra.jpl.nasa.gov/usspace-vlbi; http://www.asc.rssi.ru/radioastron). Розрахунки релятивістських ефектів у РСДБ див., напр., у [435, 458] та в бібліографії в цих роботах.

Параметр  $\beta$  з (3.11) характеризує вже нелінійні ефекти в метриці ПЧ за масою джерела поля. Він проявляє себе в поправках до траєкторії тіла. У ньютонівській теорії орбіта пробного тіла у полі тяжіння компактної сферично-симетричної маси є замкненою кривою — еліпс і зміна кута між послідовними перицентрами становить  $2\pi$  (повне обертання). Вплив релятивістської гравітації дає додатковий кут повороту

$$\delta \varphi = \pi r_{e} \left( 1 + \gamma - \frac{\beta}{2} \right) \left( \frac{1}{r_{1}} + \frac{1}{r_{2}} \right),$$

де  $r_1$  та  $r_2$  — значення радіальної координати перицентра та апоцентра. Це робить орбіту незамкненою. Перицентр зсувається у напрямі руху тіла, причому ефект накопичується з кожним поворотом, що полегшує його спостереження. Для Меркурія релятивістський зсув перигелію (тобто перицентра навколо Сонця) становить 43" за 100 років.

### 3.2.2. Сучасні оцінки ППН-параметрів

Пояснення аномального зсуву перигелію Меркурія у 43" за 100 років, який не мав задовільного тлумачення від часу його відкриття у 1859 р., стало першим успіхом гравітаційної теорії Айнштайна [540]. У 1919 р. при вимірюваннях відхилення світла гравітаційним полем Сонця під час його повного затемнення було отримане експериментальне підтвердження передбачень цієї теорії [459]. Точність вимірювань склала 30 % [394]. Від того часу точність підтвердження ЗТВ зросла на багато порядків. Наприклад, радіолокація КА "Вікінг" під час його польоту до Марсу підтвердила передбачення ЗТВ (ефект Шапіро) з точністю ~ 0.1 % [301, 343].



Релятивістський ефект відхилення світла відіграє суттєву роль у сучасних астрометричних дослідженнях. Їх основу утворюють спостереження квазарів та активних галактик за допомогою РНДБ. Внаслідок ефекту відхилення взаємні кутові положення цих джерел чутливі до положення Сонця на небесній сфері. Обробка понад двох мільйонів спостережень дала змогу отримати оцінку параметра  $\gamma$ :

$$\gamma - 1_{\text{press}} \leq 3 \cdot 10^{-4}$$

яка узгоджується з ЗТВ на рівні ~ 0.03 % [216, 313, 394].

Одним з найточніших засобів перевірки ЗТВ у Сонячній системі є лазерна локація Місяця, планет та КА. Дослідження відстані між Землею та Місяцем (розд. 3.1) сприяло отриманню важливих висновків [266]:

1) гравітаційна сила не залежить від різниці у хімічному складі цих тіл;

2) для ППН-параметра  $\beta$  отримана оцінка

$$|\beta-1| \leq 2 \cdot 10^{-4}$$

3) так звана прецесія де Сітера (геодезична прецесія), передбачена ЗТВ (див. розд. 3.3.2), знайшла експериментальне підтвердження на рівні 0.1% [270];

4) гравітаційна стала *G* не зазнає часових варіацій (принаймні, на рівні *G***/G ≤ 5**·10<sup>-13</sup> за рік).

Очікується, що точність лазерної локації Місяця підвищиться на порядок після введення в дію нового спостережного комплексу The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation (APOLLO), який тепер створюється у Нью-Мехіко [397].

Найбільш точна оцінка ППН-параметра уотримана у експериментах з КА "Кассіні" [34] (див. також [374]):

## $y = 1 \approx (2.1 \pm 2.3) \cdot 10^{-1}$ .

Цей результат дав можливість дещо покращити інші оцінки [374] на основі даних локації Місяця. Зокрема, для варіації гравітаційної сталої отримані такі границі:  $\ddot{G}/G \approx (0.46 \pm 1.0) \cdot 10^{-12}$  /рік.

Підвищення точності перевірок ЗТВ було певною мірою стимульоване потребами космічної навігації. Класична теорія руху планет, побудована Ньютоном на основі законів класичної механіки, забезпечувала точність у декілька сотень кілометрів при обчисленні координат планет. Така точність не була достатньою для забезпечення міжпланетних польотів. У зв'язку з цим у 1960–80-ті рр. Інститутом радіотехніки та електроніки АН СРСР спільно з іншими організаціями були організовані систематичні радіолокаційні спостереження за внутрішніми планетами (див. [484]). Крім того, були опрацьовані результати оптичних спостережень за планетами і Сонцем, отримані в Миколаївській астро-

номічній обсерваторії, а також спостережень за КА "Венера 9", "Венера 10", "Венера 11", "Венера 12" та інші дані. Для опрацювання були створені програмні комплекси чисельного інтегрування рівнянь руху планет у класичному ньютонівському та релятивістському варіантах. Передбачалося визначення не тільки елементів орбіт внутрішніх планет, але і ряду астрономічних сталих: астрономічної одиниці, радіусів планет та ін. У результаті опрацювання всього масиву астрометричних та радіолокаційних даних в релятивістському варіанті теорії руху планет значно зросла узгодженість виміряних та теоретично обчислених величин (відстаней, кутових координат). Так було здійснено інтегральну перевірку ЗТВ, яка включає всі можливі її ефекти в русі планет та у поширенні світла з точністю до 1 %.

Врахування додаткової інформації, отриманої зі спостережень за планетами, дає змогу значно покращити оцінки ППН-параметрів та обмеження на варіації гравітаційної сталої. Нещодавно в результаті опрацювання більш, ніж 300 тис. спостережень за планетами Сонячної системи в період від 1913 по 2003 р., а також великої кількості високоточних радарних та РНДБ-спостережень за внутрішніми планетами та КА, були отримані такі оцінки [516]:

 $\dot{G}/G < 10^{-10}/\text{pik}; \ \beta = 1.0000 \pm 0.0001; \ \gamma = 0.9999 \pm 0.0002,$ 

які також повністю відповідають ЗТВ.

Таким чином, на сьогодні постньютонівське наближення ЗТВ перевірене з вельми високою точністю.

## 3.3. Гравімагнітні ефекти ЗТВ та їх перевірки у космосі

Пошук істини важливіше, ніж володіння нею.

Альберт Айнштайн

У цьому розділі ми розглянемо ефекти ЗТВ, що отримали назву *гравімагнітних* (або *гравітомагнітних*). Вони пов'язані з обертанням масивних тіл. Згідно з розв'язками рівнянь ЗТВ навколо таких тіл має існувати ефект так званого захоплення системи відліку, внаслідок якого всі тіла біля центрального масивного тіла, що обертається, починають обертатися в тому ж напрямку. Найбільш виразно це проявляється біля чорних дір, що обертаються. Аналіз їх простору-часу, котрий описується відомою метрикою Кера (див розд. 5.1.4), показує, що ззовні горизонту такої діри існує так звана ергосфера – просторова область у формі сплюснутого еліпсоїда обертання, в якій всі частинки мають обертатися навколо

діри. Тільки за межами цієї ергосфери можливе існування нерухомих частинок відносно віддаленого спостерігача.

У слабкому гравітаційному полі, наприклад, такому, яке спостерігається у межах Сонячної системи, прояви гравімагнітних ефектів дуже слабкі. Наближена метрика, яка описує простір-час навколо центрального тіла зі сферично-симетричним розподілом маси, що повільно обертається, має вигляд

$$ds^{2} = c^{2} \left(1 - \frac{2GM}{c^{2}r}\right) dt^{2} - \left(1 + \frac{2GM}{c^{2}r}\right) (dr^{2} + r^{2} d\theta^{2} + r^{2} \sin^{2} \theta \, d\phi^{2}) + \frac{4GJ}{c^{2}r} \sin^{2} \theta \, dt d\phi, \qquad (3.15)$$

де M та J — маса та момент імпульсу тіла відповідно, а координати ( $\rho$ , $\theta$ , $\varphi$ ) при зменшенні M та J до нуля переходять у звичайні сферичні координати. У наближенні слабкого поля та нерелятивістських швидкостей на пробну частинку, яка рухається зі швидкістю **v** у гравітаційному полі (3.15), діє прискорення, що має вигляд, схожий зі силою Ампера або Лоренца:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \frac{2G}{c} \cdot \frac{\mathbf{J} - \mathbf{3}(\mathbf{J}\mathbf{n})\mathbf{n}}{r^3}, \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{3.16}$$

Тут літерами **B** та **n** позначені напруженість гравімагнітного поля та одиничний вектор у напрямку пробної частинки; c — швидкість світла у вакуумі, G — гравітаційна стала. З формули (3.16) видно, що поле **B** має такий же вигляд, як магнітне поле магнітного диполя.

### 3.3.1. Ефект Лензе-Тірінга

Для частинки, що вільно обертається навколо центрального тіла, таке гравімагнітне прискорення призводить до відомого ефекту Лензе—Тірінга [87, 217], коли захоплення системи відліку викликає прецесію орбіти частинки. Еліптична орбіта обертається як "ціле", не змінюючи свого ексцентриситету, навколо центрального тіла з кутовою швид-кістю ([489], стор. 426):

$$\Omega_{LT} = \frac{2GJ}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}} \{ \mathbf{n}_1 - 3n_2 (\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2) \}, \qquad (3.17)$$

де a, e — відповідно довжина великої піввісі та ексцентриситет орбіти частинки (пробного тіла), а  $\mathbf{n}_1$ ,  $\mathbf{n}_2$  — одиничні вектори у напрямках  $\mathbf{J}$  та моменту імпульсу частинки на орбіті. Це приводить до сталого обертання площини орбіти навколо напрямку осі обертання центрального

тіла та до додаткового зміщення перицентра орбіти. Швидкість прецесії довготи висхідного вузла  $\Psi$  та аргументу перигею  $\psi$ 

$$\dot{\Psi} = \frac{2GJ}{c^2 a^2 (1-e^2)^{3/2}}, \quad \dot{\psi} = -\frac{6GJ\cos i}{c^2 a^3 (1-e^2)^{3/2}}, \quad (3.18)$$

де *i* — нахил орбіти. Для штучного супутника Землі на дуже низькій орбіті перша величина дорівнює 0,26"/рік. Зазначимо, що друга величина додається до більш відомого ефекту ЗТВ — зсуву перигею супутника Землі або перигелію планети, наприклад Меркурія.

Дія ефекту Лензе–Тірінга не обмежується зміною елементів орбіти. Якщо тіло, що обертається, має власний момент імпульсу (напр., один із чотирьох гіроскопів на супутнику Gravity Probe B), то воно починає прецесувати з певною частотою (3.17). Цей ефект був завбачений Шиффом. Знак ефекту залежить від кута між векторами  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ . Це можна пояснити такими міркуваннями. Коли гіроскоп знаходиться поблизу полюса, то він намагається повертатись у напрямку обертання Землі завдяки захопленню системи відліку. Якщо він знаходиться в екваторіальній площині, то і гравітаційне поле й захоплення системи відліку зменшуються із відстанню від Землі. Можна уявити собі гіроскоп, вісь якого орієнтована перпендикулярно Землі. Тоді ближчу до Землі частину гіроскопа завдяки захопленню системи відліку сильніше тягне у бік обертання Землі. Внаслідок цього відбувається прецесія спіну гіроскопа у напрямку, протилежному обертанню Землі. Зазначимо, що це відноситься тільки до випадку слабких полів та невеликих порівняно зі світлом швидкостей, тобто до Сонячної Системи, але не до чорних дір. Відзначимо, що період прецесії вісі Землі завдяки цьому ефекту дорівнює 273 мрд. років.

#### 3.3.2. Геодезична прецесія

Прецесія Лензе—Тірінга не єдина релятивістська прецесія. Є ще геодезична прецесія, яка відбувається при паралельному перенесенні кожного вектора (в тому числі й вектора спіну частинки, що обертається, або гіроскопа) у викривленому просторі-часі. Прецесія Томаса відбувається і в плоскому просторі-часі при негеодезичному русі під дією зовнішнього прискорення. У 1916 р. де Сітер завбачив геодезичну прецесію обертальної системи Земля—Місяць ("earth—moon gyroscope") у гравітаційному полі Сонця [87]. У кінці 1980-х років вона була виявлена за допомогою комбінації визначення відстані до Місяця та РНДБ-спостережень [344]. Точність цього підтвердження сягає порядку 1 % після використання уточнених даних [396]. У збірці [265] на стор. 497 стверджується, що Бертотті та інш. виміряли цей ефект з похибкою, мен-



шою 2 %. Прецесія де Сітера (інша назва для геодезичної прецесії) відбувається у напрямку руху системи Земля—Місяць зі швидкістю 0.0192"/рік. Період прецесії осі Землі завдяки цьому ефекту дорівнює 5÷6.7×10<sup>7</sup> років (див. роботу Коріналдезі та Папапетру у [265]), що набагато більше, ніж період прецесії лінії рівнодення завдяки взаємодії Сонця та Місяця з квадрупольним моментом Землі, який приблизно дорівнює 26 тис. років.

Для оцінки можливості перевірки гравімагнітних ефектів у Сонячній системі за межами системи Земля-Місяць доцільно розрахувати викликаний ними зсув перигелію різних тіл. Прецесія Лензе-Тірінга для Меркурія забезпечує зсув його перигелію на -0,0128" за 100 років. Це є малим доданком порівняно зі зсувом 43" за 100 років, котрий виникає завдяки відомому ефекту ЗТВ. Для інших планет прецесія Лензе-Тірінга дає ще менший зсув. Перспективам її вимірювання присвячена робота [174]. Краще виглядає ситуація із супутниками планет. Завдяки ефекту Лензе-Тірінга, супутник Юпітера V (Амальтея) має гравімагнітний зсув перицентра 2.26"/рік, однак його неможливо спостерігати в наш час. Аналогічний ефект для Місяця становить –1,9×10-4 кут.с за 100 років. Звичайно, можна виміряти гравімагнітні ефекти за допомогою штучних супутників Сонця. Гравімагнітні внески у відхилення світла та затримки сигналів у полі Сонця будуть помітними для вимірювань в рамках нещодавно запропонованих місій LATOR [370] та ASTROD [261] (див. розд. 3.4).

За межами Сонячної системи вимірюванню тонких гравімагнітних ефектів заважають великі похибки та невизначеності у параметрах віддалених космічних систем. Відзначимо завбачення Крамера [207], який вважає, що геодезична прецесія подвійного пульсара В1913+16 може призвести через декілька десятків років до відхилення променя зорі від напрямку на Землю. Для земного спостерігача він зникне й відновиться через декілька століть.

Таким чином, для перевірки гравімагнітних ефектів є сенс застосовувати штучні супутники Землі і досліджувати еволюцію з часом елементів їх орбіт. Теоретично можна також використовувати точні порівняння швидкості плину часу на супутнику і на поверхні Землі. Однак нескладні оцінки (див. далі розд. 3.3.3) показують, що це ще не дасть можливості поміряти гравімагнітні ефекти.

#### 3.3.3. Гравімагнітний вплив на хід годинників

Розглянемо кругову орбіту супутника в екваторіальній площині Землі в просторі-часі, що описується метрикою (3.15). Її рівняння й позначення координат мають вигляд

$$x^{1} = r = const, \quad x^{2} = \theta = \pi/2 = const, \quad x^{3} = \phi = \omega t, \quad x^{0} = t.$$
 (3.19)

Після підстановки (3.19) у рівняння геодезичних

$$\frac{d^3 x^{\prime\prime\prime}}{ds^2} + \Gamma^{\prime\prime}_{\beta\prime} \frac{dx^{\prime\prime}}{ds} \frac{dx^{\prime\prime}}{ds} = 0$$
(3.20)

ми маємо одну умову при  $\alpha = 1$ 

$$\Gamma_{00}^{i} + \omega^{2} \Gamma_{33}^{i} + 2\omega \Gamma_{03}^{i} = 0.$$
 (3.21)

3 використанням приблизних значень Г, отриманих з метрики (3.15), маємо рівняння

$$\frac{GM}{r^2} - \omega^2 r - \frac{2GJ}{c^2 r^2} \omega = 0.$$
(3.22)

Саме останній член дає нам відміну від ньютонівського наближення для кутової швидкості обертання. Розв'язком (3.22) є

$$\boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} - \frac{GJ}{c^2 r^3}.$$
 (3.23)

Останній доданок дає невелике відхилення від ньютонівської кутової швидкості обертання супутника. Швидкість плину часу на його борті, що вимірює еталон, є

$$\tau \neq t \left( 1 - \frac{GM}{c^2 r} - \frac{r^2 \omega^2}{2c^2} + \frac{2GJ\omega}{c^4 r} \right). \tag{3.24}$$

Останній доданок пов'язаний саме з обертанням Землі. Після підстановки (3.23) у (3.24) ми отримуємо вплив обертання Землі на швидкість плину часу на борту супутника:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{3GJ}{c^4 r} \omega = \frac{3GJ}{c^4 r} \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \propto r^{-24}.$$
(3.25)

Цей ефект зменшується зі збільшенням *r*. Його максимальне значення досягається для орбіти супутника біля поверхні Землі (дуже низька орбіта), коли  $r \approx R = 6$  371 110 м, і має порядок  $\Delta T/T \cong 3.5 \times 10^{-20}$ . Це менше, ніж похибка стандарту часу, що передбачається встановити на борті МКС (біля  $10^{-16}$ ). Таким чином, неможливо виміряти цей ефект без підвищення точності еталона часу на борту штучного супутника Землі. Але проблема не обмежується тільки недостатньою точністю еталона. Другий та третій доданки в (3.24), що пов'язані зі впливом маси Землі, набагато перевищують гравімагнітний внесок. Саме вони дають основний вплив на швидкістю супутника, та ефект ЗТВ – гравіта-

ційне червоне зміщення. Розходження у плині часу характеризуються відношенням  $\Delta T/T$ . Для обох вищезгаданих ефектів воно має порядок  $r_0/R \sim 10^{-10}$ , де  $r_0 \approx 0.444$  мм — гравітаційний радіус Землі, а R > 6400 км — радіус колової орбіти супутника. Таким чином, гравімагнітний внесок на десять порядків нижче основного ефекту. Справу погіршує також те, що гравітаційне поле Землі відрізняється від поля точкової частинки. Його можна розкласти за мультиполями і оцінити внесок окремих складових у швидкість плину часу. Внесок монополя — маси Землі — був оцінений вище. Оцінимо тепер внесок квадруполя. У першому наближенні ми можемо вважати Землю сплюснутим еліпсоїдом обертання, а саме еліпсоїдом Красовського з осями a = 6 378 245 м та c = 6 356 863 м. Середній радіус дорівнює r = 6 371 110 м, маса  $M = 5.98 \cdot 10^{27}$  г. Тензор квадрупольного моменту характеризується величиною  $D = D_{zz} = -2D_{xx} = -2D_{yy} \approx 0.8rM(c-a) = -6.517 \, 10^{42} \, \Gamma \cdot cm^2$ .

Поблизу поверхні Землі (коли гравімагнітний внесок досягає максимуму для низьких орбіт супутника) ми загалом не можемо відокремити вклад квадрупольного моменту, бо мультипольний розклад існує тільки на великих відстанях, але ми можемо оцінити цей ефект за допомогою стандартного розкладу потенціалу за мультиполями на великих відстанях від Землі  $\varphi = \varphi^{(1)} + \varphi^{(2)} + \dots$ . Квадрупольна складова  $\varphi^{(2)}$  забезпечує різницю у швидкості плину часу:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{g_{00}} - 1 \approx \frac{\varphi^{(3)}}{c^3} = \frac{DG}{4c^2 R^3} \left( 3\left(\cos^2\theta\right) - 1 \right).$$
(3.26)

Тут R — радіус колової орбіти супутника,  $\theta$  — його широта, кутові дужки (,,,,) означають усереднення за часом. Після обчислень ми маємо

$$\frac{\Delta T}{T} = 4.67 \cdot 10^{-13} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(3\left(\cos^2\theta\right) - 1\right),\tag{3.27}$$

де *r* – радіус Землі. Цей ефект діє як на супутнику, так і на Землі. Ми можемо поміряти тільки різницю зазначених впливів.

$$\frac{\Delta T}{T} = -3 \cdot 4.67 \cdot 10^{-13} \frac{h_r}{r} \cdot \left(3\left\langle\cos^2\theta\right\rangle - 1\right) \approx 1.1 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{h_c}{500 \, \text{кm}} \cdot \left(3\left\langle\cos^2\theta\right\rangle - 1\right).$$
(3.28)

Тут  $h_c = R - r - висота орбіти супутника над поверхнею Землі. Для розра$ хунку останнього множника ми застосовуємо сферичну тригонометріюі отримуємо

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 2.2 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{h_{\rm s}}{500 \, \text{km}} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \sin^2 \alpha\right), \qquad (3.29)$$

де  $\alpha$  – кут нахилу орбіти супутника до екватора. Таким чином, вплив ефекту, що розглядається, оцінюється різницею у швидкостях плину

часу порядку 10<sup>-13</sup>. Це теж набагато більше, ніж гравімагнітний внесок. Аналогічним чином можна оцінити й внесок 16-польної складової. Але на відміну від маси Землі величини її мультипольних моментів виміряні з набагато меншою точністю. Спричинені цим похибки у врахуванні внеску мультиполів у швидкість плину часу переважатимуть гравімагнітний внесок (3.25).

#### 3.3.4. Орбітальні гравімагнітні експерименти

Таким чином, для виявлення та вимірювання гравімагнітних ефектів ЗТВ слід зосередитись на дослідженні спричиненої ними еволюції орбіт супутників.

### LAGEOS, LAGEOS II ma LARES

Найбільшого успіху досягли експерименти за участю супутників системи LAGEOS (LAser GEOdynamic Satellite). Це супутник LAGEOS, що був запущений NASA у 1976 р., та супутник LAGEOS II, який був запущений NASA разом з Італійським Космічним Агентством у 1992 р. Наразі розглядаються плани запуску третього супутника, що отримав назву LARES (LAser RElativity Satellite). Параметри орбіт цих супутників та величина їх прецесії Лензе—Тірінга наведені у табл. 3.1.

Орбітальні параметри	LAGEOS	LAGEOS II	LARES
а напіввісь (км)	12 270	12 163	12 270
е ексцентриситет	0.0045	0.014	0.04
і нахил (град)	110	52.65	70
$\dot{\Psi}_{LT}$ (кут. мкс/рік)	31	31.5	31
$\dot{\psi}_{ m LT}$ (кут. мкс/рік)	31.6	-57	-31.6

*Табл. 3.1.* Параметри орбіт LAGEOS, LAGEOS II та LARES і їх прецесія Лензе–Тірінга

Супутники LAGEOS та LAGEOS II мають форму кулі діаметром 60 см, що віддзеркалює лазерні промені із Землі, та важать 406 кг. За роки їх польоту більш, ніж 50 станцій на поверхні Землі зробили мільйони лазерних визначень положень цих супутників з похибкою у декілька міліметрів. Їх аналіз підтвердив існування та величину прецесії Лензе— Тірінга. Є деякі неузгодженості відносно точності цього підтвердження. Це викликане не тільки підвищенням точності з часом за рахунок накопичення спостережних даних (у перших публікаціях групи Чіуфоліні йдеться про точність до 30 % [73], в останніх вона збільшилась і похиб-

ки досягли рівня 6 % [72]), але й складністю врахування ефектів несферичності Землі. Похибка через несферичність Землі значно перевищує інші похибки, пов'язані з неточністю врахування атмосферного гальмування, тиску сонячного випромінювання, зміною кутової швидкості обертання Землі та положенням її полюсів, зсувом наземних станцій завдяки дрейфу континентів, а також гравітаційними збуреннями від Сонця, Місяця та планет. Більше того, величина зсуву орбіти через несферичність Землі на декілька порядків перевищує величину самої прецесії Лензе-Тірінга. У зв'язку з цим застосовувались складні моделі гравітаційного поля Землі. У роботі [73] використовувалась модель EGM-96, а спостережувана прецесія складала  $110\% \pm 20$  від теоретично розрахованої. У роботі [72] використовувалась поліпшена модель EIGEN-GRACE02S, а спостережувана прецесія склала 99  $\% \pm 5$ від теоретичної. Для покращення точності використовували також суму координат вузлів та перигеїв декількох супутників. Однак Іоріо в роботі [175] стверджує, що точність вимірювання прецесії Лензе-Тірінга за допомогою супутників LAGEOS завжди оцінювалась з нереалістичним оптимізмом. Він вважає, що невизначеність у впливі перших парних членів мультипольного розкладу дає надто велику похибку визначення елементів орбіти та порядку величини самої прецесії. Тому похибкам у 1-30 мають відповідати не 5-10 % загальної точності, а 15-45 %, або навіть 26-78 %.

Ситуація має поліпшитися після запуску супутника LARES. З табл. 3.1 видно, що він повинен працювати з LAGEOS у режимі "метелика", тому комбінація параметрів їх орбіт буде слабко залежати від перших парних членів мультипольного розкладу гравітаційного потенціалу Землі. Це значно підвищить точність вимірювання прецесії Лензе—Тірінга.

#### Gravity Probe B (GP-B)

Суттєвий прогрес у точності вимірювання гравімагнітних ефектів слід очікувати з огляду на запуск супутника Gravity Probe B (проект Стенфордської місії), який, як очікується, дасть можливість перевірити гравімагнітні ефекти з похибкою 1%. Ідея Стенфордської місії була висунута ще в 1959 р. Шиффом та Пафом. Ідея експерименту — спостереження прецесії гіроскопа, що обертається зі супутником навколо Землі, відносно віддаленої зорі. Вона цілком відрізнялась від місії супутника Gravity Probe A (GP-A), котрий був запущений у 1976 р. NASA (Wallops Flight Center у Вірджинії). Тоді після 1 год.55 хв. польоту, висота якого досягла 10 тис. км над поверхнею Землі, супутник впав в Атлантичний океан. Протягом польоту атомний годинник вимірював швидкість плину часу, яка відрізнялась від аналогічної швидкості на Землі.

Супутник GP-В не має еталону часу, але має на борту 4 надпровідні гіроскопи. Його політ має бути тривалим (місія має завершитися нап-

рикінці літа 2005 р.), а основні вимірювання стосуються елементів його орбіти та орієнтації гіроскопів. Перші елементи супутника почали виготовляти у 1992 р. Після деяких затримок, викликаних як заміною 4-го гіроскопа, так і проблемами з фінансуванням, супутник був виведений на орбіту з бази Ванденбург повітряних сил США 20 квітня 2004 р. о 9:55 ранку. Через 128 днів після цього почалося накопичення даних. Інформація про поточний стан місії розміщена на сайті http://einstein. stanford.edu/.

Плошина орбіти супутника проходить через полюси Землі та зорю ІМ Пегаса, екваторіальні координати якої –  $\alpha = 22^{h}53^{m}2.274^{s}$ ,  $\delta = 16^{\circ}50'28.43''$ . Висота орбіти — 640 км. Телескоп на борту Gravity Probe В зафіксовано так, що він спрямований на цю зорю. У процесі автоматичного захоплення зорі використовувався пошук потрібного зоряного візерунку. Для перевірки захоплення телескоп був переоріентований на кут 1,0047°, після чого в полі зору виявилась, як і передбачалося, ізольована зоря HD 216635. Зоря IM Пегаса відіграє ключову роль у експерименті, оскільки є опорною зорею, відносно якої вимірюється зсув як орбіти супутника, так і осей гіроскопів. Наведемо її основні характеристики. Це подвійна змінна зоря, зоряна величина якої в максимумі сягає 5.85. Зміна яскравості досить складна, відчутний вплив плям. Відстань до Землі приблизно 100 Пк. Спектральний тип, радіус, маса обох компонент та їх орбітальні елементи можна знайти на сайті http://www. yorku.ca/bartel/guidestar/, присвяченому цій зорі. Від 1997 року за допомогою мереж довгобазових радіоінтерферометричних ґраток Національної радіоастрономічної обсерваторії США, мережі 65-метрових антен Deep Space Network (NASA) та 100-метрової антени Радіоастрономічного інституту ім. Макса Планка (Max-Planck-Institut fur Radioastronomie) у Німеччині проводяться спостереження положення цієї зорі відносно положення не менше двох квазарів. Сесії відбуваються приблизно 4 рази на рік і тривають не менше 18 годин. Після попередньої обробки в NRAO (Сокорро, Нью-Мехіко, США) дані опрацьовувалися в Йоркському університеті (Торонто, Канада) та Гарвардському Смітсонівському астрофізичному центрі (Кембрідж, Массачусетс, США). Виявилося, що власний рух зорі ІМ Пегаса складає 35 кутових мс/рік, тобто має такий самий порядок, як ефект Лензе–Тірінга (6.32 кут. хв. за 100 р.). Але, оскільки похибки власного руху дорівнюють  $1'' \cdot 10^{-4}$ /рік, він суттєво не зменшує точності експерименту. Положення супутника GP-В відносно опорної зорі вимірюється багатьма спостережними станціями. Зокрема, в Україні спостереження проводяться в ГАО НА-НУ. Перші результати експерименту з використанням супутника GP-В мають з'явиться незабаром.

#### 3.4. Проекти подальшого тестування ЗТВ у космічних експериментах

Теорії подібні мишам: вони проходять через дев'ять дір і застряють у десятій.

Франсуа Вольтер

Наведемо стислий огляд деяких проектів майбутніх експериментів, які знаходяться на різних стадіях підготовки [211, 213] (див. також розд. 3.3.4 і 4.4.2).

### 3.4.1. Гравітаційні експерименти на МКС

Перш за все розглянемо деякі гравітаційні тести, до проведення яких планується залучити МКС [212]. Аналіз переваг проведення цих експериментів у космічних умовах та існуючих на МКС технічних обмежень також можна знайти у роботі [90].

#### ACES/PHARAO

Проект ACES/PHARAO (Atomic Clock Ensemble in Space/Project d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite) передбачає:

встановлення на МКС годинника PHARAO та дослідження його функціонування у космічних умовах (у конструкції годинника застосовано дуже сповільнений потік охолоджених атомів цезію [309]);
реалізацію на базі PHARAO та водневого мазера шкали часу, яка може бути порівняна з показами годинників на поверхні Землі з точністю ~10<sup>-16</sup>, що значно перевищує точність синхронізації, яка досягнута за допомогою Global Positioning System (GPS). Це дозволить реалізувати глобальну систему часової синхронізації з надвисокими характеристиками і в перспективі надасть нові можливості для навігаційних та позиційних застосувань;

 перевірку ефекту ГЧЗ (з точністю, кращою більш ніж на порядок порівняно з раніше досягнутою);

• пошук часових варіацій сталої тонкої структури **ш – с/лс** з точністю до 10<sup>-16</sup>/рік шляхом порівняння PHARAO та водневого мазера;

• пошук анізотропії швидкості світла на рівні 2·10<sup>-16</sup>, який планується здійснити з урахуванням того, що при порівнянні з наземними годинниками мікрохвильові сигнали будуть спрямовуватися у різних напрямках.

Інформацію про проект див. на сайтах http://www.opdafl.obspm.fr/ www. pharao.html, http://www.cnes.fr/activites/connaissance/physique/lindex.html.

#### **SUMO**

Проект SUMO (Superconducting Microwave Oscillator) – експеримент на борту MKC, що має на меті перевірку фундаментальних принципів теорії відносності:

- ізотропії швидкості світла з точністю ∆с/с ≤ 10<sup>-18</sup>;
- ії незалежності від швидкості лабораторії з точністю ∆*c*/*c* ≤ 3·10<sup>-18</sup>;
- універсальності ГЧЗ.

Першу перевірку можна розглядати як сучасний варіант експерименту Майкельсона-Морлі; друга є аналогом експерименту Кеннеді-Торндайка; третя підтверджує, що незалежно від конструкції всі годинники в гравітаційному полі змінюють свій хід однако. Не важко впевнитися, що порушення універсальності гравітаційного зміщення частоти означало би порушення принципу локальної позиційної інваріантності.

Основа експерименту — порівняння ходу атомного годинника, що має стабільність 10<sup>-16</sup> 10<sup>-18</sup>, та частот ультрастабільних надпровідникових генераторів з об'ємним резонатором, які будуть орієнтовані вздовж перпендикулярних осей.

Експеримент має проводитися на МКС у спеціальному боксі (Low Temperature Microgravity Physics Facility – LTMPF) – гігантському дьюарі, що охолоджується рідким гелієм і здатний забезпечити температуру 0.5 К протягом кількох місяців.

Інформацію про проект див. на сайті http://bigben.stanford.edu/sumo/.

#### PARCS

РАRCS (Primari Atomic Reference Clock in Space) — це проект застосування на МКС цезієвого атомного годинника з лазерним охолодженням та системи передачі часу за допомогою супутників GPS. Запуск планується на 2008 р. Передбачається взаємодія з проектом SUMO для перевірки універсальності гравітаційного зміщення частоти.

Мета проекту:

• перевірка гравітаційної теорії шляхом вимірювання ГЧЗ та проведення інших вимірювань для тестування основ СТВ та ЗТВ;

• вивчення лазерно-охолоджених атомів в умовах мікрогравітації;

• покращення точності зберігання шкали часу.

Проектна стабільність годинника дорівнює  $7 \cdot 10^{-14}$ /с, точність — краща  $10^{-16}$ . Очікується, що похибка у визначенні зсуву частоти віднос-



но годинників на поверхні Землі буде меншою 2·10<sup>-16</sup>, а також що після врахування релятивістських поправок орбітальний годинник зможе слугувати як міжнародний стандарт часу.

Інформацію про проект див. www.boulder.nist.gov/timefreq/cesium/ parcs.htm

### RACE

RACE (Rubidium Atomic Clock Experiment) — це ще один з експериментів з годинниками, проведення яких заплановано на МКС [212]. У годиннику, на відміну від PHARAO та PARCS, замість цезію застосовуються атоми рубідію. Це дає змогу значно зменшити систематичну похибку, що обумовлена зіткненнями атомів.

Головна мета проекту:

• демонстрація нових годинникових засобів з лазерно охолодженими атомами, які дають можливість порівнювати частоту з точністю 1.10<sup>-17</sup>;

• значне покращення класичних годинникових перевірок ЗТВ;

• передача точного часу та частоти.

RACE планується до запуску на МКС у 2010 р.

#### WEAX

Експеримент WEAX (Weak Equivalence Antiproton eXperiment) призначений перевірити слабкий принцип еквівалентності для антиматерії з точністю  $10^{-3}$  в спеціальному боксі LTMPF на MKC [168].

#### LATOR

Проект LATOR (Laser Astrometric Test of Relativity) передбачає [373]:

- перевірку ЗТВ Айнштайна в умовах найбільш інтенсивного гравітаційного оточення, існуючого у межах Сонячної системи, тобто в екстремальній близькості до Сонця;
- вимірювання ключового ППН-параметра γз точністю ~10<sup>-9</sup>, що у 30 тис. разів краще точності досягнутої при вимірюванні гравітаційного відхилення світла;
- пряме незалежне вимірювання ППН-параметра β за гравітаційною дією на світло з точністю ~10<sup>-4</sup>;
- перше вимірювання складових другого порядку за гравітаційним потенціалом у просторових компонентах метричного тензора з точністю ~10<sup>-4</sup>;
- вимірювання квадрупольного моменту Сонця  $J_2$  з точністю ~5·10<sup>-3</sup>;
- пряме вимірювання гравімагнітного ефекту захоплення системи відліку, обумовленого обертанням Сонця (перше визначення за дією на світло), з точністю \$10<sup>-2</sup>;



 перевірку альтернативних теорій гравітації та космології (скалярнотензорних теорій) шляхом пошуку залишків скалярного поля у Сонячній системі.

Технологічну основу експерименту становить світловий трикутник, створюваний лазерними далекомірами на двох КА, що знаходяться на навколосонячних орбітах (розміри яких близькі до 1 астрономічної одиниці), та лазерним приймально-передавальним пристроєм на МКС. Метою експерименту є вимірювання гравітаційного відхилення лазерного променя при його проходженні у безпосередній близькості до Сонця. Для цього планується застосування на МКС оптичного інтерферометра з великою базою (~100 м) для вимірювання кутової відстані між КА. Необхідна точність вимірювань відстаней приблизно дорівнює 1 см, кутів —  $10^{-13}$  рад.

#### 3.4.2. Проекти космічних експериментів для перевірки теорії гравітації

## ASTROD

ASTROD (Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices) – космічний проект, що передбачає [260]:

- високоточне вимірювання релятивістських ефектів (особливо ППНпараметрів β, γ) з покращенням точності від 3-х до 6-и порядків;
- вимірювання кутового моменту Сонця через ефект Лензе–Тірінга (див. розд. 3.3);
- визначення сонячних *g*-мод шляхом вимірювання гравітаційного поля Сонця;
- підвищення точності вимірювань гравітаційної сталої G та її варіації у часі G;
- детектування низькочастотних гравітаційних хвиль у діапазоні від 50 мкГц до 5 мГц;
- точне визначення орбіт та мас планет і головних астероїдів;
- дослідження сталого аномального прискорення у напрямку Сонця<sup>1</sup>.

Базова концепція цього проекту передбачає два КА на навколосонячних орбітах, на кожному з яких є таке обладнання:

 система компенсації негравітаційних прискорень, що складається з пробної маси, акселерометра з абсолютною стабільністю 10<sup>-13</sup> 10<sup>-15</sup> м/с<sup>2</sup>, та електростатичного ракетного двигуна;

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Спостереження за КА "Піонер 10", "Піонер 11" виявили так званий аномальний (малий блакитний) зсув частоти випромінюваних сигналів зі сталим темпом (5.99±0.01)·10<sup>-9</sup> Гц/с. Його інтерпретують як прояв аномального сталого прискорення у напрямку Сонця, значення якого  $a_p = (8.74 \pm 1.33) \cdot 10^{-8}$  см/с<sup>2</sup> [371, 372].


- два лазери, аналогічні тим, що розроблені для проекту LISA (див. розд. 4.4.2);
- два телескопи, також розроблені для LISA;
- годинники з точністю, кращою 10<sup>-15</sup>.

Протягом усієї місії здійснюється лазерна локація космічних апаратів відносно земної системи відліку. Крім того, здійснюється їх взаємна локація при зближеннях.

#### MICROSCOPE

Французький проект MICROSCOPE (Micro-satellite a trainee Compensee pour l'Observation du Principe d'Equivalence) має на меті перевірку СПЕ з точністю  $\eta < 10^{-15}$ . Тут  $\eta = 2(a_1 - a_2)/(a_1 + a_2)$  – параметр Етвеша, що характеризує відносну різницю прискорень  $a_i$  (i = 1, 2) двох пробних тіл у гравітаційному полі маси М (у системі відліку, де ця маса знаходиться у спокої). Зауважимо, що в наземних умовах та при лазерній локації Місяця не вдається досягнути точності, кращої, ніж  $\eta \sim 10^{-12} * 10^{-13}$ . З іншого боку, низькоенергетичне наближення теорії струн передбачає порушення принципу еквівалентності на рівні  $\eta \sim 10^{-18} = 10^{-15}$  [84]. У експерименті MICROSCOPE вимірюватися буде відносне прискорення двох співосних циліндрів, виготовлених з платини та танталу, один з яких знаходиться всередині іншого [368]. Другий аналогічний акселерометр, в якому обидва циліндри зроблено з платини, буде застосовано для усунення систематичних похибок. Акселерометри будуть знаходитися на супутнику, вільному від зносу, який буде обертатися навколо Землі по коловій полярній орбіті на висоті 600 700 км. Запуск супутника заплановано на березень 2008 р. Інформацію про проект подано на сайтах: http://www.onera.fr, http://www.cnes.fr/activites/connaissance/physique/ lindex.htm.

#### STEP

Проект STEP (Satellite Test of the Equivalence Principle), як і MICRO-SCOPE призначений для перевірки СПЕ в умовах КА на навколоземній орбіті [223]. Проектна точність вимірювання диференціального прискорення характеризується нерівністю  $\eta \leq 10^{-18}$ . Таке значне збільшення точності має бути досягнуте завдяки використанню цілої низки новітних технологій. Чотири диференціальні акселерометри будуть вміщені у вакуумний контейнер і охолоджені до температури 2 К. Пробні маси одного з них виготовлені з іридієво-платинового сплаву та ніобію, другого — з ніобію та берилію. Пробні маси кожного з двох інших акселерометрів виготовлені з іридієвого-платинового сплаву та берилію. Для вимірювання відносного зміщення пробних мас будуть застосовані надпровідникові квантові магнітометри SQID (Superconducting Quantum

Interference Device). Точність компенсації негравітаційних прискорень супутника має бути на чотири порядки вищою порівняно з експериментом MICROSCOPE.

Більш докладно з проектом можна ознайомитися на сайті http:// einstein.stanford.edu/STEP/index.html.

#### **OPTIS**

Проект OPTIS (Optical Test of the Isotropy of Space) за науковою ідеологією подібний до проекту SUMO, запропонованого для MKC. Відмінності полягають у тому, що замість мікрохвильових надпровідникових генераторів з об'ємним резонатором у проекті OPTIS планується використати два лазери та хрестоподібний монолітний високостабільний оптичний резонатор. Проектна точність перевірки ізотропії швидкості світла складає  $10^{-18}$ , перевірки незалежності швидкості світла від швидкості лабораторії –  $10^{-16}$ , рівності ГЧЗ для атомного та оптичного годинників –  $10^{-4}$ .

Для здійснення проекту пропонується запустити супутник на високу ексцентричну орбіту з висотою перигею 10 000 км та апогею 40 000 км. Сценарій польоту передбачає проведення експерименту Кеннеді—Торндайка на низькій орбіті та подальший підйом супутника на високу орбіту для проведення експерименту Майкельсона—Морлі. Суттєвою деталлю OPTIS є компенсація негравітаційних прискорень, що забезпечить інерційний рух без знесення (drag-free). Це потрібно для проведення експериментів з перевірки СТВ та ЗТВ, оскільки навіть нескомпенсоване прискорення  $10^{-7} g$  може спотворити резонатор і призвести до похибок.

Також обговорюється можливість використання супутника OPTIS для перевірки гравімагнітних ефектів (див. розд. 3.3) [214]. Завдяки високій орбіті супутника гравімагнітні ефекти будуть більш слабкими, ніж для супутника на низькій орбіті. Але згідно з попередніми розрахунками орбітальні дані супутника OPTIS (на відміну від супутника GP-B) можуть використовуватися в комбінації з даними супутників LAGEOS для покращення точності вимірювання прецесії Лензе—Тірінга.

Інформацію про проект див. сайт http://www.exphy.uni-duesseldorf.de/ OPTIS/optis.html.

## STM

STM (SpaceTime Mission) — космічний проект, що передбачає політ КА до Юпітера, гравітаційний маневр у його полі, а потім проходження поблизу Сонця на відстані, що приблизно дорівнює його чотирьом



радіусам [231]. Згідно з цим сценарієм зміна гравітаційного потенціалу складе  $\Delta U/c^2 \approx 5.3 \cdot 10^{-7}$ , що можна вважати найвищим значенням, яке може бути досягнуте у межах Сонячної системи. Зауважимо, що під час максимального наближення до Сонця температура ззовні КА буде ~2000 К.

Проект спрямовано на пошуки:

- порушень універсальності ГЧЗ на рівні 10<sup>-10</sup>;
- просторових та часових варіацій сталої тонкої структури α з точністю, що на 6 порядків перевищує досягнуту зараз.

В основу експерименту покладено порівняння трьох іонних годинників [309], в яких використовуються іони ртуті, кадмію та ітербію і які мають стабільність  $10^{-16}$  упродовж ~ $7 \cdot 10^4$ с.

#### HYPER

Проект HYPER (HYPER precision atom interferometry in space) передбачає застосування атомної інтерферометрії в умовах КА і має такі цілі:

- вимірювання ефекту Лензе—Тірінга (див. розд. 3.3) на короткій часовій шкалі, що дає можливість дослідити просторовий розподіл гравімагнітного поля;
- більш точне вимірювання сталої тонкої структури;
- перевірку СПЕ для квантової матерії з точністю до 10<sup>-15</sup>;
- можливу оцінку гіпотетичної фундаментальної декогерентності, що виникає внаслідок просторово-часових флуктуацій;
- розробку застосувань атомної інтерферометрії як високоточного сенсора для вимірювання прискорень.

Інформацію про проект подано на сайті http://www.esa.int/export/ esaSC/SEM056WO4HD\_index\_0\_m.html

#### SEE

SEE (Satellite Energy Exchange) – проект, що має на меті:

- перевірку ньютонівського гравітаційного закону обернених квадратів на відстанях метрів (за допомогою пробних мас всередині супутника) та порядку радіуса Землі;
- перевірку слабкого принципу еквівалентності;
- визначення числового значення та пошук часових варіацій гравітаційної сталої *G*;
- пошук анізотропії простору.

Інформацію про проект подано на сайті http://gravity.phys.utk.edu /see/.

GG (Galileo Galilei) – проект малого супутника на низькій навколоземній орбіті для перевірки СПЕ з точністю 10<sup>-17</sup> за допомогою пробних мас, що обертаються.

Інформацію про проект подано на сайті: http://tyho.dm.unipi.it/ nobili.

Підсумовуючи огляд вищезгаданих запропонованих космічних проектів, виокремимо головні напрями перевірок релятивістської теорії гравітації:

1. Локальні експерименти по перевірці базових положень теорії відносності — локальної лоренц-інваріантності та універсальності впливу гравітаційного поля. Основа експериментів цього типу полягає у порівнянні показів надточних годинників різних конструкцій. Доки не буде знайдено порушень теорії відносності, ці перевірки можна віднести до нульових експериментів.

2. Траєкторні вимірювання поширення електромагнітних сигналів та руху пробних тіл на просторових масштабах, які є порівняними з характерною відстанню змінності гравітаційного поля. Такі вимірювання дають змогу перевірити основи метричних теорій гравітації та визначити значення ППН-параметрів. Тут головними засобами є лазерна та радарна локації, інтерферометрія з наддовгою базою, використання КА із системою компенсації негравітаційних прискорень.

3. Спеціальні траєкторні вимірювання у гравітаційному полі тіл, що обертаються, дають можливість перевірити тонкі, гравімагнітні, ефекти, які пов'язані з тензорною структурою гравітаційного поля (див. розд. 3.3).

Перелічені напрями досліджень характеризуються тим, що всі важливі умови експерименту добре контрольовані. Принципова обмеженість цих перевірок обумовлена порівняльною слабкістю гравітаційних полів у Сонячній системі.

Якісним доповненням до цих підтверджень релятивістської теорії тяжіння (причому не тільки у секторі слабких полів) можна вважати спостереження релятивістських астрофізичних об'єктів (див. розд. 5) та космологічних наслідків теорії гравітації (див. розд. 6), теоретичне моделювання яких суттєво спирається на ЗТВ. Серед них назвемо деякі особливо важливі напрями:

- гравітаційно-лінзові дослідження, основи яких уже досить добре висвітлені у монографічній літературі [335, 445, 471] (розд. 5.5);
- масштабні багаторічні роботи по розробці та створенню техніки для реєстрації гравітаційних хвиль (див. розд. 4);

# GG

• дослідження неоднорідностей реліктового мікрохвильового фону

(див. розд. 6.3); Також зазначимо, що стрімке зростання точності масових астрометричних спостережень вимагає застосування послідовно релятивістських моделей систем відліку. Деякі з них розглядаються у розд. 7.



# Ч. ГРАВІЛГАЦІЙНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Усяка доктрина проходить три етапи: спочатку її атакують, об'являючи абсурдною, потім припускають, що вона є справедливою, але незначною, наприкінець визнають її справжню важливість. Тоді її супротивники виборюють честь її відкриття.

Уільям Джеймс

Снування гравітаційних хвиль було передбачене Айнштайном ще у 1916 р. при створенні ним ЗТВ. Відтоді було зроблено багато спроб їх детектування. Але тільки тепер розвиток техніки вимірювань наблизив нас до можливості спостереження гравітаційного випромінювання від реальних астрофізичних джерел. Мабуть, сьогодні ніхто не сумнівається у реальності гравітаційного випромінювання, оскільки є непряме, але переконливе свідоцтво того, що гравітаційні хвилі дійсно існують. Воно випливає зі спостережень за пульсаром PSR 1913+16, відкритим Р. Халсом та Дж. Тейлором [173]. Дослідження цього пульсара проводяться з 1974 року. Зменшення періоду обертання подвійної системи, до якої входить пульсар, відбувається таким чином, як це передбачено ЗТВ внаслідок впливу випромінювання гравітаційних хвиль.

# 4.1. Ефекти випромінювання та рух пульсарів — членів подвійних систем

Будь-яка точна наука базується на наближеності.

Бертран Рассел

#### 4.1.1. Формула Айнштайна для потужності гравітаційного випромінювання

Айнштайн отримав [539] формулу для потужності гравітаційного випромінювання, створюваного масами, які рухаються зі змінними прискореннями:

$$\dot{\varepsilon}_{\mu\nu\nu} = \frac{G}{45c^5} \vec{D}_{\mu} \vec{D}^{\mu}, \qquad (4.1)$$

де  $D_{\mu} = \int_{\mu} \rho (3x_{\mu}x_{\mu} - \delta_{\mu}r^{2}) \mu V$  – квадрупольний момент мас. Ця формула випливає з лінійної теорії гравітаційних хвиль.

Для двох точкових мас  $m_1$  та  $m_2$ , які обертаються навколо спільного центра на відстані *l* одна від одної з частотою  $\omega$ , формула (4.1) набуває такого вигляду [489]:

$$\dot{s}_{grav} = \frac{32G}{5c^5} \left( \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^3 I^4 \omega^4.$$
 (4.2)

З цієї формули випливає, що при  $m_1 = m_2 = 1$  т, l = 1 м,  $\omega = 3 \cdot 10^2$  с<sup>-1</sup> величина ефекту складає лише  $10^{-23}$  ерг/с. Такі і подібні оцінки були причиною песимістичного ставлення експериментаторів до можливої генерації та детектування гравітаційних хвиль у лабораторних умовах. Але малий множник  $G/c^5$  у формулі (4.2) можна компенсувати великими значеннями мас та розмірами астрофізичної системи, що випромінює.

Зауважимо, що з визначенням енергії гравітаційного поля є певні проблеми, але в лінійному наближенні ЗТВ, в якому отримано (4.2), їх немає. Водночас орбітальні поправки в русі подвійного пульсара за рахунок випромінювання відповідають порядку (v/c)<sup>5</sup>. У зв'язку з цим у свій час були проведені прямі розрахунки рівнянь руху двох тіл до порядку (v/c)<sup>5</sup>, що не потребують енергетичних міркувань. Результати досліджень підтвердили справедливість квадрупольної формули Айнштайна. Більш докладні огляди та бібліографію можна знайти в монографіях [443, 515].

# 4.1.2. Непряме підтвердження існування гравітаційних хвиль

Як уже відзначалося вище, Халс та Тейлор відкрили та дослідили радіопульсар PSR 1913+16 [173], який став справжньою лабораторією для дослідження релятивістських ефектів. Цей пульсар є членом подвійної системи; він рухається по дуже витягнутій орбіті з ексцентриситетом, близьким до 0.6 та з періодом 7 год. 45 хв. При цьому середня орбітальна швидкість пульсара становить близько 200 км/с. Вимірювання часу надходження імпульсів від пульсара з власним періодом 0.059 с дають змогу виміряти слабкі ефекти в русі пульсара, обумовлені ЗТВ. Уже в перші місяці спостережень за пульсаром було визначено релятивістське зміщення періастра його орбіти. Воно виявилося рівним 4.22663°/рік, що у 36 тис. разів більше за швидкість зміщення перигелію орбіти Меркурія в Сонячній системі. Релятивістські ефекти в системі були використані для визначення її параметрів, зокрема маси пульсара, яка виявилася рівною 1.4411 маси Сонця *М*. Такі оцінки були на той час найбільш точними вимірюваннями маси пульсара.

Формула для зміни орбітального періоду подвійної тісної системи має вигляд

$$\dot{P} = -\frac{192\pi G^{5/3}}{5c^5} \left(\frac{P}{2\pi}\right)^{5/3} (1-e^2)^{-7/2} \left(1+\frac{73}{24}e^3+\frac{37}{96}e^4\right) m_p m_c (m_p+m_c)^{-1/3},$$
(4.3)

де e — ексцентриситет орбіти,  $m_{\rm p}$  та  $m_{\rm c}$  — маси пульсара та його компаньйона.

П'ятнадцятирічні спостереження за пульсаром дали можливість перевірити один із фундаментальних наслідків ЗТВ — існування гравітаційного випромінювання. Два тіла, що обертаються одне навколо одного, повинні втрачати енергію гравітаційних хвиль у відповідності до формули (4.2), через що орбіта повинна весь час стискатися. Для параметрів подвійного пульсара PSR 1913+16 теорія передбачає зменшення орбітального періоду зі швидкістю усього 75.8 мкс/рік. Отримані до 1991 р. Тейлором результати дали значення 76±0.3 мкс/рік, що блискуче підтвердило теоретичні розрахунки [85, 171, 360].

На сьогодні відомо до десяти тісних подвійних систем, принаймні один із компонентів яких є пульсар. Для частини з них проведено вимірювання зміни періоду, яке у межах точності також збігається з передбаченням ЗТВ. За відкриття та дослідження першого подвійного радіопульсара PSR 1913+16 Тейлору та Халсу була присуджена Нобелівська премія 1993 р. з фізики.

# 4.2. Детектори гравітаційних хвиль

Шукай те, що вище того, що можеш знайти.

Данило Хармс

## 4.2.1. Перші спроби

Експериментальний пошук гравітаційних хвиль почався у 1960-ті рр. роботами Дж. Вебера. Він побудував декілька резонансних мас-детекторів та повідомив про збудження детекторів приблизно раз на добу, пояснюючи це відгуком детекторів на гравітаційні хвилі від космічних катастроф у центрі Галактики [391]. Численні спроби повторити результати Вебера дослідниками у Москві, Мюнхені, Рочестері, Глазго та інших містах (в тому числі і в Києві під керівництвом проф. Пирагаса) дали негативний результат. Наукова спільнота дійшла висновку, що зазначені події обумовлені негравітаційними факторами. Якби резонансні сплески на детекторах Вебера дійсно були обумовлені космічними катастрофами, то з урахуванням чутливості детекторів можна ствержувати, що вони не могли бути непоміченими у спостереженнях інших типів.

Техніка резонансних мас-детекторів з розмірами близько до 1,5 м розвивалася упродовж трьох десятиліть. Гравітаційна хвиля викликає механічні коливання такого детектора, які можна реєструвати за допомогою прецизійних датчиків. Для зменшення теплових шумів детектори охолоджували до температури у кілька градусів Кельвіна. Наразі використовуються декілька таких мас-детекторів: ALLEGRO, AURIGA, EXPLO-RER, NAUTILUS, NIOBE. Всі вони мають максимум чутливості в кілогерцовій області частот. Водночас уже протягом півтора десятиліття розвивається інший напрям конструювання гравітаційних антен — лазерно-інтерферометричні детектори з кілометровими розмірами. Ці широкосмугові антени чутливі у діапазоні частот від 1 до 1 000 Гц і саме на них тепер покладають великі надії. Вже працюють п'ять інтерферометричних детекторів за проектами LIGO (2 антени, США), VIRGO (Італія— Франція), GEO600 (Німеччина–Велика Британія) та ТАМА300 (Японія).

Для прямого детектування гравітаційних хвиль необхідна безпрецедентна чутливість гравітаційних детекторів, причому корисний сигнал треба відокремити від суттєвих завад сейсмічного та іншого походження. Потужні сплески від спалаху наднової в нашій Галактиці можна було б зареєструвати вже технікою минулого століття. Але така подія може статися лише один раз на 300 років. Для детектування гравітаційних хвиль від реальних астрофізичних джерел ("злипання" нейтронних зір, колапс зоряних ядер наднових у інших галактиках, обертання нейтронних зір з деформованою поверхнею тощо) необхідно на багато порядків підвищити чутливість детекторів. Можливість досягнення такої чутливості ще донедавна сприймалася зі скепсисом. І все-таки техніка наразі набуває необхідної чутливості.

#### 4.2.2. Шумові характеристики та чутливість детекторів

Гравітаційно-хвильовий детектор характеризують спектральною потужністю його шумів. Нехай детектор видає ряд безрозмірних відліків, скажімо, x(t), які у випадку інтерферометра являють собою вимірювання різниці довжин двох його плечей. За відсутності будь-якого гравітаційно-хвильового сигналу на виході детектора є тільки шум n(t). Автокореляційна функція шуму  $\kappa(t_1, t_2)$  визначається за допомогою усереднення за ансамблем реалізацій шуму:

$$\kappa(t_1, t_2) = \overline{n(t_1)n(t_2)}$$
(4.4)

(тут риска – знак усереднення).

У припущенні стаціонарності шумового процесу  $\kappa(t_1, t_2)$  залежить лише від різниці  $\mathbf{r} \equiv t_2 - t_1$ , причому  $\kappa(\tau) = \kappa(-\tau)$ . Для реальних детекторів середнє за ансамблем можна замінити на середнє за часом, припускаючи ергодичність.

Реальні шуми детекторів, однак, не вичерпуються тепловими шумами та, строго кажучи, не є стаціонарними. Зокрема, можуть бути присутні надлишкові (нетеплові) шуми, що пов'язані з властивостями підвісок, дзеркал тощо. Припущення про стаціонарність може бути прийняте як наближена робоча гіпотеза. У цьому випадку вводять односторонню спектральну потужність шуму:

$$S_{*}(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} \int \kappa(\tau) \exp(2\pi i f \tau) d\tau, & f \ge 0\\ 0, & f < 0 \end{cases}$$
(4.5)

Оскільки  $\kappa(\tau)$  — парна функція, то  $S_n(f)$  є дійсною функцією частоти. Звідси видно, що

$$\bar{n}(f)\bar{n}^{*}(f') = S_{*}(f)\delta(f - f'),$$
(4.6)

де  $\tilde{n}(f)$  – перетворення Фур'є від n(t), тобто  $\tilde{n}(f) = \int n(t) \exp(2\pi i f t) dt$ ;

зірочка означає комплексне спряження. З (4.6) випливає, що  $S_n(f)$  позитивно визначена. Легко бачити, що

$$\overline{n^{2}(t)} = 2 \int_{0}^{\infty} S_{n}(f) df. \qquad (4.7)$$

Це рівняння виправдовує назву "спектральна потужність" для величини  $S_n(f)$ .

Величина  $S_n(f)$  має розмірність часу, але зручно використовувати розмірність Гц<sup>-1</sup>, оскільки  $S_n(f)$  визначена в частотній області. Використовують також лінійну характеристику шумів:

$$h(f) = \sqrt{S_{n}(f)}, \qquad (4.8)$$

що має розмірність Гц<sup>-</sup>, та безрозмірну величину

$$h_{\mathbf{x}}(f) = \sqrt{fS_{\mathbf{x}}(f)}, \qquad (4.9)$$

яка називається ефективним шумом.

Гравітаційно-хвильові амплітуди астрономічних джерел порівнюють з інструментальною чутливістю для визначення можливості спостережен-

ня тих чи інших джерел. Компонента Фур'є  $\hat{h}(f) = \int h(f) \exp(2\pi i f f) df$ 

детермінованого сигналу h(t) (гравітаційної хвилі) має розмірність Гц<sup>-1</sup>, тобто величина f(f) безрозмірна. Останню величину порівнюють з відповідною їй величиною (4.9) для того, щоб визначити силу джерела відносно шуму детектора. У такий саме спосіб порівнюються величини  $\tilde{h}(f)$  та (4.8), що мають розмірність Гц<sup>-1</sup>.

Для монохроматичних джерел з безрозмірною амплітудою *h*<sub>0</sub> гравітаційної хвилі порівнюють ефективний шум за час накопичення з

очікуваними "миттєвими" амплітудами. Монохроматична хвиля з частотою  $f_0$ , що спостерігається на інтервалі часу T, відповідає вузькій лінії в частотному інтервалі шириною  $\Delta f = 1/T$  поблизу  $f_0$ . Шум у цьому інтервалі  $S_n(f)\Delta f = S_n/T$ . Таким чином, відношення сигналу до шуму  $\rho$  за час спостереження T можна записати так:

$$\rho = \frac{h_0}{\sqrt{S_n(f_0)/T}}.$$
(4.10)

З цієї формули видно, що відношення сигнал/шум за амплітудою зростає з часом спостереження як  $\sqrt{T}$ , а за потужністю — як *T*.

#### 4.2.3. Резонансні детектори гравітаційних хвиль

Перспективи детектування гравітаційних хвиль залежать від можливостей реєстрації оптичних або механічних ефектів, що виникають під дією змінного поля гравітаційної хвилі. Два основних напрями в цій області базуються на розробці резонансних та широкосмугових систем. Резонансний детектор має високодобротний елемент, що резонує на певній частоті. Це може бути тіло циліндричної чи якоїсь іншої форми; його механічні коливання реєструються прецизійними датчиками. Резонансний детектор найбільш сприйнятливий до випромінювання певної частоти чи набору близьких частот, що може виникати, наприклад, завдяки обертанню пульсарів.

За 20 років від часу перших детекторів Вебера за рахунок впровадження кріогенної техніки, надпровідних підсилювачів, покращення віброізоляції, збільшення добротності тощо чутливість резонансних гравітаційних антен покращилась на декілька порядків. Починаючи від 1990 рр. їх чутливість стала достатньою для детектування гравітаційних хвиль від джерел еруптивного характеру в нашій Галактиці [11, 298]. Згодом детектори Вебера почали використовувати для пошуку неперервних гравітаційно-хвильових сигналів [237]. Наразі проводять вимірювання 5-ти резонансних кріогенних детекторів: AURIGA (INFN, Італія, Падова, введений у дію у 1997 р.), ALLEGRO (США, 1991 р.), EXPLORER (CERN, Швейцарія, 1983 р., обслуговується групою Римського університету), NAUTILUS (INFN, Італія, Фраскаті, 1994 р.) та NIOBE (Австралія, 1993 р.). Науковці, що проводять дослідження на цих детекторах, координують свої дії в рамках міжнародного співробітництва з гравітаційних подій (IGEC, International Gravitational Event Collaboration, http://igec.lnl.infn.it). Усі п'ять детекторів розташовані приблизно в одній площині, що проходить через центр Землі. При цьому осі циліндрів перпендикулярні до цієї площини, тобто діаграми спрямованості мають приблизно однакову орієнтацію.

#### 4.2.4. Лазерно-інтерферометричні детектори

При резонансному детектуванні важко вгадати частоту, на якій треба проводити пошук сигналу. Тому останнім часом більше сподівань покладають на широкосмугові лазерно-інтерферометричні гравітаційнохвильові антени, де реєстрації підлягають зміни відносних відстаней між двома вільно підвішеними дзеркалами через відносний зсув фази оптичного сигналу, що поширюється між дзеркалами. Інтерферометр повинен бути повністю ізольованим від зовнішнього оточення, щоб забезпечити чутливість виключно до гравітаційних хвиль. Для цього розробляються нові технології у виробництві потужних лазерів стійкого випромінювання, дзеркал високої відбиваючої здатності та в сфері сейсмічної ізоляції, контролю юстування та позиціонування. Оскільки присутність залишкового газу впливала б на вимірювання, світловий пучок в інтерферометрі має поширюватися у надвисокому вакуумі. Труби-рукави інтерферометрів є найбільшими вакуумними камерами в світі.

#### Проект LIGO

Найбільш відомим та амбіційним є американський проект LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory, http//www.ligo-la. caltech.edu, http//www.ligo-wa.caltech.edu). LIGO - спільний проект Каліфорнійського та Массачусетського технологічних інститутів, що фінансується Національною науковою фундацією (NSF). Згодом до проекту приєдналися науковці близько 40-а інших інститутів (LIGO Scientific Collaboration) і проект став міжнародним. За цим проектом, вартість якого оцінювалася у 2001 р. у 300 млн дол., побудовано дві лазерно-інтерферометричні антени в Лівінгстоні, штат Меріленд (детектор L1), та у Ханфорді, штат Вашінгтон. Вони складаються із дзеркал, змонтованих у кутах гігантської L-подібної вакуумної системи, що простягається на 4 км в кожну із сторін. Інтерферометр у Ханфорді має на середині шляху лазерного променя додаткові оптичні системи, які дають змогу детектору одночасно працювати у двох режимах – з рукавами 4 та 2 км (детектори Н1 та Н2). На серпень 2002 р. була досягнута чутливість  $h(f) \sim 2 \cdot 10^{-21} \Gamma u^{-1/2}$  в околі 300 Гц. Проектна чутливість детектора на 2 порядки вища; у випадку її досягнення можна буде вимірювати амплітуди коливань  $\sim 10^{-16}$  см.

Заплановано провести модернізацію інтерферометрів (проект LIGO II або Advanced LIGO). Детектор LIGO II буде у 10 разів чутливішим, ніж LIGO. Оскільки об'єм досліджуваного детектором простору зростає як куб чутливості, то замість однієї події у LIGO у LIGO II буде реєструватися 1000 подій.

#### Проект Virgo

Другим за розміром інтерферометричної системи є спільний італійсько-французський проект VIRGO (сайт http://www.virgo.infn.it), що почав роботу влітку 2003 р. 3 італійської сторони у проекті приймає участь Національний інститут ядерних досліджень (INFN), з французької – Національний центр наукових досліджень (CNRS). Детектор VIRGO розташований поблизу італійського міста Пізи. Основою проекту є лазерний інтерферометр з ортогональними рукавами довжиною 3 км кожний (подібно до проекту LIGO). Численні відбиття між дзеркалами, що розташовані на краях кожного з рукавів, збільшують ефективну оптичну довжину кожного рукава до 120 км. Діапазон частот VIRGO від 10 до 6 000 Гц. Цей діапазон та очікувана дуже висока чутливість дадуть можливість реєструвати гравітаційні хвилі від наднових та від з'єднання подвійних систем у Молочному шляху та інших галактиках, зокрема у скупченні VIRGO (що й дало назву проекту).

#### Детектор GEO600

У 1970-і рр. незалежно почали розробки лазерно-інтерферометричних гравітаційно-хвильових антен дві європейські групи дослідників з Інституту імені Макса Планка у Німеччині та університету в Глазго, які об'єднали свої зусилля у 1989 р. Так народився проект GEO, в якому місцем ідеального розташування розглядалася гора Гарц (Північна Німеччина). Однак через фінансові труднощі проект не розпочався. Тоді у 1994 р. було запропоновано створити менший за розмірами детектор GEO600 з довжиною рукавів 600 м, який і був побудований у низинній місцевості поблизу Ганновера. У 2002 р. був проведений перший тестовий сеанс спостережень.

Передбачувана чутливість складає  $h \sim 10^{-20} - 10^{-21}$  для сплесків гравітаційного випромінювання та  $h \sim 10^{-26}$  для неперервного сигналу та одного року інтегрування (див. сайт http://www.geo600.uni-hannover.de)

# Детектор ТАМАЗОО

Японський детектор ТАМА300 (http://tamago.mtk.nao.ac.jp) розташований в обсерваторії Мітака (Tokio). Він був розроблений протягом 1995—99 рр. та являє собою інтерферометр з довжинами рукавів 300 м. Детектор ТАМА300 був першим серед інших інтерферометричних детекторів, введених в дію. Перші пробні вимірювання були проведені у серпні 1999 р.

## 4.3. Астрофізичні та космологічні джерела гравітаційних хвиль

Кабы реки и озера Слить бы в озеро одно, А из всех деревьев бора Сделать дерево одно, Кабы, взяв топор могучий, Этот грозный великан Этот ствол обрушил с кручи В это море-океан,

Топоры бы все расплавить И отлить один топор, А из всех людей составить Человека выше гор, ТО-ТО ГРОМКИЙ БЫЛ БЫ ТРЕСК, ТО-ТО ШУМНЫЙ БЫЛ БЫ ПЛЕСК!

> 3 дитячого англійського віршика у перекладі Самуїла Маршака

#### 4.3.1. Злипання тісних подвійних систем

Одним з багатообіцяючих джерел гравітаційних хвиль, які можуть бути досліджені сучасними детекторами, є компактні подвійні зоряні системи, серед яких виокремимо такі три типи: системи, що складаються з двох нейтронних зір (H3+H3), з ЧД та нейтронної зорі (ЧД+H3), з двох чорних дір (ЧД+ЧД). Оскільки такі системи еволюціонують з випромінюванням гравітаційних хвиль, то з часом вони стають більш тісними, і кінцевою стадією еволюції є злипання, яке супроводжується випромінюванням потужних гравітаційних хвиль.

Існують два підходи для оцінки частоти злипання нейтронних зір. Перший з них — популяційний — ґрунтується на нечисленних даних про релятивістські подвійні пульсари. Зокрема, з аналізу параметрів лише двох або трьох таких систем, за оцінками різних авторів, частота злипання для галактик, подібних до Молочного шляху, становить від  $10^{-4}$  до  $10^{-6}$  щорічно (див. огляд [457]). Враховуючи гранично малу статистику, а також такі факти: а) спостереження пульсарів охоплюють лише 1 % об'єму Галактики; б) типові радіопульсари, згідно з теорією, "вимикаються" задовго до злипання, вважається, що нижня границя частоти злипання в дійсності є вищою на порядок. Другий підхід ґрунтується на теоріях еволюції подвійних зоряних систем, які дають систематично вищі частоти злипання — від 2·10<sup>-5</sup> до 3·10<sup>-4</sup> за рік [457]. Зокрема, найбільш вірогідною вважається оцінка Бейліса — 2·10<sup>-5</sup> за рік [23].

Оскільки вибірка подвійних пульсарів досить нечисленна, то відкриття нових об'єктів вносить суттєві корективи у розрахунки. Зокрема, з врахуванням параметрів нового подвійного пульсара J0737-3039 оцінка кількості злипань у Молочному шляху становить **1807** на 10<sup>6</sup>

років. Це у 6–7 разів більше, ніж у випадку аналогічних підрахунків без врахування пульсара J0737-3039 [184, 191].

Про чорні діри зоряної маси відомо набагато менше. У [457] наводиться перелік 11 кандидатів у чорні діри, що входять у подвійні системи. У найбільш дослідженого з цих об'єктів, Gyg X-1, орбітальний період складає 5.6 діб, маса чорної діри оцінюється у 7–18  $M_{\odot}$ , а оптичного компонента у 20–30  $M_{\odot}$ . Середня маса чорної діри за цією вибіркою складає 8.5  $M_{\odot}$ , що набагато більше за масу нейтронної зорі ~1.4  $M_{\odot}$ . Тому спостереження злипання у подвійній системі з чорною дірою є більш перспективними з точки зору реєстрації гравітаційних хвиль.

Чутливість детектора зручно характеризувати відстанню до тісних подвійних систем, з якої можна зареєструвати злипання. Так, якщо прийняти, що маса H3 дорівнює 1.4  $M_{\blacksquare}$ ,  $4 \Pi - 10 M_{\blacksquare}$ , то LIGO-I може прийняти сигнал від системи H3+H3 з відстані 20 Мпк,  $4 \Pi + H3 - 40$  Мпк,  $4 \Pi + 4 \Pi - 100$  Мпк. Для LIGO-II ці відстані є відповідно 450, 1 000 та 2 000 Мпк (дані наведені з технічної документації LIGO [149]).

Оцінки частоти злипання тісних подвійних систем для Молочного шляху екстраполюються на інші галактики. З урахуванням глибини огляду детектором можна підрахувати кількість реєстрацій подій злипання. Так, у [184] відповідно наведеним вище даним про частоту злипання нейтронних зір у Галактиці, кількість реєстрацій для теоретичної чутливості інтерферометра LIGO-I оцінюється як 75 с за тисячу років його роботи та 405 с за 1 рік роботи для LIGO-II.

Із сучасних концепцій зоряної еволюції випливає, що з великою ймовірністю перше експериментальне виявлення гравітаційних хвиль буде пов'язане зі спостереженням подвійних зоряних систем, де компонентами є чорні діри. У роботі [383] наведено результати моделювання еволюції великої кількості подвійних систем (~2·10<sup>7</sup>) з врахуванням останніх спостережних даних, що дало змогу авторам оцінити частоту реєстрації подій злипання: за допомогою LIGO – 0.25 за рік; LIGO II – 850 за рік.

#### 4.3.2. Джерела неперервного квазімонохроматичного випромінювання

Вважається, що в Галактиці існує принаймні 10<sup>8</sup> нейтронних зір, що обертаються. Існує декілька механізмів, за рахунок яких ці зорі випромінюють гравітаційні хвилі [457]. Одним із них є вплив достатньо малих відхилень форми нейтронних зір від аксіально симетричної. Нейтронні зорі зазвичай обертаються з високою частотою (від декількох до 500 Гц). Через таке обертання зоря збільшується у екваторіальній зоні і сплющується біля полюсів. Наявність магнітного поля може зробити

зорю несиметричною, що приведе до змінності в часі її квадрупольного моменту та виникнення гравітаційних хвиль.

Зоря може мати деякі неоднорідності ядра або кори, що утворилися при її народженні або під час наступних нестійких рухів у ядрі. За наявності акреційного диска напрям кутового моменту не обов'язково співпадає з моментом імпульсу нейтронної зорі, що також може порушити аксіальну симетрію. Вплив диска і сили реакції електромагнітного випромінювання можуть викликати і потім підтримувати "погойдування" нейтронної зорі.

Нормальні моди коливань нейтронних зір (радіальні та інші осциляції) можуть забирити енергію обертання і потім перевипромінювати її у вигляді гравітаційних хвиль.

#### 4.3.3. Джерела еруптивного характеру

Спалахи наднових II типу супроводжуються інтенсивним викидом речовини зі швидкостями порядку 0.001 від швидкості світла і утворенням компактного залишку — нейтронної зорі або чорної діри. У цій події випромінюється різниця енергій зв'язку переднаднової і утвореної компактної зорі, яку оцінюється формулою

$$|E| \approx 3 \cdot 10^{33} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{R}{10 \kappa m}\right)^{-1} \text{epr.}$$
(4.11)

Потоком нейтрино виноситься 99 % цієї енергії, десь 1 % переходить у кінетичну енергію речовини, що викидається, а біля  $10^{-4}$  від загальної енергії випромінюється у вигляді електромагнітних хвиль. У залежності від асиметрії колапсу певна доля енергії випромінюється також у вигляді гравітаційних хвиль. У випадку сферично-симетричного колапсу не може бути гравітаційного випромінювання. Згідно з чисельним моделюванням (див. огляд [249]) можна очікувати, що тільки до  $10^{-7}$  загальної енергії може випромінюватися у вигляді гравітаційних хвиль. Разом з невизначеністю частоти вибуху наднових II типу це не дає надії на виявлення таких сплесків сучасними детекторами. Однак друге покоління інтерферометрів буде здатним зареєструвати гравітаційний сигнал від наднової на відстані скупчення у сузір'ї Діви. З урахуванням великої кількості відносно близьких галактик Місцевого надскупчення частота реєстрації спалахів наднових на пристроях другого покоління оцінюється до десяти подій на рік [457].

Деяка частина енергії може бути випромінена упродовж особливих стадій несиметричного колапсу (значне розтягування зорі, конвективна нестійкість у ядрі тощо). У цьому випадку випромінення гравітаційних хвиль може забирати з собою до  $10^{-3} M_{\blacksquare} c^2$  за декілька мілісекунд [38]. Детектори LIGO і VIRGO можуть зареєструвати таку подію з відстані

до 50 Мпк або з 5–10 Мпк, якщо хвилі генеруються на високих частотах біля 1 кГц. Детектор GEO600 може реєструвати подібні сигнали на частотах біля 200 Гц [340]. Конвективна нестійкість в ядрі зорі, що зберігається близько секунди після закінчення колапсу, може спричинити гравітаційне випромінювання через анізотропний розподіл і рух речовини. У роботі [250] знайдено, що амплітуда хвиль на відстані 100 кпк становить  $h\sim 10^{-23}$  і ці хвилі будуть генеруватися на частотах ~100 Гц.

#### 4.3.4. Стохастичний гравітаційно-хвильовий фон

Виявлення джерела гравітаційних хвиль обмежується не тільки інструментальним, а й можливим гравітаційно-хвильовим шумом від інших джерел. Стохастичний фон гравітаційного випромінювання подібний до мікрохвильовому фону, хоча на відміну від останнього він не рівноважний. Джерела гравітаційно-хвильового фону можуть мати космологічне або астрофізичне походження. Цей фон може перевищувати інструментальний шум. Астрофізичний фон гравітаційних хвиль важливий сам по собі, але його можна сприймати як перешкоду виявленню сигналів від цікавих потенційних джерел гравітаційного випромінювання.

Частотний спектр стохастичного фону описується безрозмірною густиною  $\Omega_{gw}(f)$  гравітаційно-хвильової енергії на одиницю логарифма частоти, поділену на критичну густину енергії  $\rho_{*} = 3c^{2}H_{*}^{2}/8\pi G$ :

$$\Omega_{pr}(f) = \frac{f}{\rho_{r}} \frac{d\rho_{pr}}{df}.$$
(4.12)

Щоб уникнути залежності від конкретного значення сталої Габбла  $H_0$ , замість  $\Omega_{gw}(f)$  вводять величину  $\Omega_{gw}(f)h_{gm}^* = w$ , де  $h_{100} \equiv H_0/100$  км/с/Мпк. Усереднений за часом квадрат амплітуди гравітаційно-хвильового сигналу h(t) визначає його спектр потужності  $S_{gw}(f)$  за формулою, аналогічною (4.5).

# 4.4. Сучасний стан та перспективи гравітаційно-хвильових досліджень

Майбутнє — це проекція наших бажань.

Бхагван Раджнеш

## 4.4.1. Перші експериментальні результати

На сучасному етапі досліджень поки що годі чекати вражаючих наукових відкриттів. Чутливості детекторів ще не вистачає для вимірювання

гравітаційного випромінювання від таких джерел, які відомі з оптичних та інших спостережень та можуть випромінювати гравітаційні хвилі. Тому очікуваним результатом досліджень є лише оцінки верхніх границь для потоків гравітаційної енергії. Наукову цінність має також апробація методів опрацювання даних, зокрема техніки оптимальної фільтрації для ефективного пошуку сигналу з відомою формою на фоні шумів. Одні і ті самі дані від детекторів (в першу чергу, від широкосмугових інтерференційних детекторів) опрацьовуються із застосуванням різних оптимальних фільтрів залежно від характеру джерел очікуваного сигналу.

У 1997–2003 рр. проводилися спільні вимірювання на резонансних детекторах ALLEGRO, AURIGA, EXPLORER, NAUTILUS, NIOBE в рамках International Gravitational Event Collaboration (IGEC). Аналіз результатів не показав надлишку співпадінь, що не можна пояснити випадковими причинами [11].

Зокрема, у 1997-1998 рр. була проведена серія вимірювань на п'яти детекторах, причому в кожний момент часу працювало не менше трьох детекторів. Це був перший значний сеанс пошуку хвиль за участі такої кількості детекторів. Типовий поріг чутливості був **h**(**f**) - **4** · 10<sup>-21</sup>/ √Гц для фур'є-компоненти на 103 Гц.

Пізніше італійські учасники проведених експериментів переглянули результати 1997-98 рр. та прийняли до уваги залежність частоти спалахів від зоряного часу. Розглядалися лише дані від EXPLORER та NAUTILUS, отриманих протягом приблизно шести місяців 1998 р. (загальний час вимірювань 94.5 діб). У результаті був знайдений невеликий надлишок збігів у ті години, коли максимум діаграми спрямованості був направлений на Галактичний центр [18]. У роботі [114] висновок авторів [18] піддається критиці, а саме вважається, що некоректно використовувалися статистичні критерії значущості в оцінках. Але 2001 р. був проведений новий 90-денний сеанс вимірювань на EXPLORER та NAUTILUS. Аналіз показав, як і за даними 1998 р., надлишок збігів, причому у часи, коли детектори переважно були орієнтовані на Галактичний центр [16].

У роботі [17] було повідомлено про проведений у 2001–2002 рр. аналіз багаторічних (починаючи з 1991 р.) даних вимірювань детектора EXPLORER з метою пошуку гравітаційного сигналу від нейтронних зір, що обертаються. Результатом аналізу є твердження, що якщо з будь-якого напрямку на Землю надходить сигнал від нейтронної зорі, яка обертається, на частотах від 921.00 до 921.76 Гц, то амплітуда цього сигналу менша за  $2 \cdot 10^{-23}$ .

Протягом вересня 1999 — липня 2003 р. було проведено вісім сеансів вимірювань на ТАМА300. Найбільш тривалими були сеанси DT6

(1 серпня – 20 вересня 2001 р., 1 039 годин) та DT8 (14 лютого – 15 квітня 2003 р., 1 163 години).

Перша наукова серія вимірювань (S1) на інтерферометрах LIGO була проведена з 15.00 UTC 23 серпня по 15.00 UTC 9 вересня 2002 р. Загальна тривалість у 17 днів включала 3 вихідніх та національне свято США, коли зменшуються антропогенні шуми, особливо на 4-кілометровому детекторі L1 в Лівінгстоні. Запис даних на детекторі H1 в Ханфорді мав загальну тривалість 235 годин (з 408 годин, зайнятість 57.6 %), на 2-км детекторі H2 в Ханфорді — 298 годин (73.1 %), на L1 — 170 годин (41.7 %). Водночас працював інтерферометр GEO600, загальна тривалість його записів – 400 годин (98 %). [2]. Результати представлені у п'яти основних роботах, які надійшли у базу електронних препринтів протягом серпня-грудня 2003 р. Описання детекторів та проведених вимірювань подані у [2]. Аналіз даних пошуку хвиль від джерел чотирьох типів подано у роботах [1, 3-5]. Друга серія вимірювань (S2) була проведена протягом 14.02.03–14.04.03. У цей час працювали три детектори LIGO, а також японський TAMA300 та резонансний детектор ALLEGRO. Три детектори LIGO (H1, H2, L1) працювали разом 318 год. [6]. Третя серія вимірювань S3 відбулася у період з жовтня 2003 по січень 2004 р. Результати цих серій зараз опрацьовуються. Під час роботи детекторів LIGO працювали також німецько-британський детектор GEO400 та японський ТАМА300. Тому проводиться також спільний аналіз даних за схемою збігів.

У роботі [1] подані результати експерименального пошуку S1 сигналів від злиття подвійних нейтронних зір, які можуть відбуватися в Галактиці, а також у Великій та Малій Магеланових Хмарах. Для аналізу були використані дані від двох з трьох LIGO-детекторів. Було встановлено спостережну верхню границю  $R < 1.7 \cdot 10^2$  за рік для Галактики типу Молочного шляху (з 90%-ою довірчою ймовірністю) на частоту R злипання подвійних систем, в яких кожна компонента має масу  $1-3 M_{\odot}$ . Імовірність детектування такого джерела залежить від того, наскільки довго частота сигналу знаходиться у смузі чутливості інтерферометра. Протягом серії S1 LIGO-інтерферометри були найбільш чутливими поблизу 100 Гц. Згідно з оцінками сигнал від подвійної нейтронної зорі, що злипається, з масами компонентів  $1.4 M_{\odot}$  буде знаходитися у смузі чутливості 2 сек. При досягненні теоретичної чутливості смуга буде розширена приблизно до 40 Гц, так що сигнал буде знаходитися у смузі чутливості ~30 с.

Результати пошуку квазіперіодичних гравітаційних хвиль на основі даних експерименту S1 описані у роботі [5]. При опрацюванні результатів використовувалися два методи ("частотний" та "часовий") пошуку періодичних гравітаційних хвиль від відомих пульсарів. Була встанов-

лена верхня границя для напруженості хвиль від пульсара J1939+2134 на очікуваній частоті 1 284 Гц. За результатами другої серії вимірювань S2 опублікована робота [6] про пошук гравітаційно-хвильового сигналу від 28-и відомих пульсарів, які характеризуються швидким обертанням (частота більша за 20 Гц) та можливістю встановлення швидкості зміни періоду з точністю, необхідною для стеження за фазою сигналу. Крім того, в S2 використовувався тільки "часовий" метод опрацювання. Пошук проводився на подвійній частоті обертання пульсара.

Автори [4] повідомляють про пошук гравітаційних хвиль від джерел еруптивного характеру за результатами вимірювань на детекторі LIGO під час експерименту S1. Пошук був спрямований на сплески хвиль з тривалістю від 4 до 100 мс та у смузі чутливості детекторів LIGO від 150 до 3 000 Гц. Пошук проводився за даними від трьох LIGO-детекторів. Сформульованим критеріям якості задовольнили 35.5 год. одночасних записів на трьох детекторах. Було знайдено, що частота сплесків є меншою за 1.6 події за добу на 90%-ому рівні довірчої імовірності.

Результати дослідження стохастичного гравітаційно-хвильового фону за даними S1 подані у роботі [3]. Були встановлені верхні границі для величини **П** (**f**) **b w** у діапазоні частот 40 – 314 Гц. Крос-кореляційний аналіз даних пари детекторів H1-L1 дав обмеження **w ≤ 55±11** за 64 години спостережень, а для пари детекторів H2-L1 – **w ≤ 23± 4.6** для 90 %-ої довірчої імовірності.

## 4.4.2. Космічні перспективи гравітаційно-хвильової астрофізики

З часом наземні детектори будуть доповнені космічними антенами, які шукатимуть гравітаційні хвилі на багато нижчих частотах, ніж у наземних гравітаційно-хвильових обсерваторіях. Европейське космічне агенство та NASA (США) готуються до запуску космічної місії LISA (The Laser Interferometer Space Antenna, сайт http://www.lisa.jpl.nasa.gov).

За проектом у 2010 р. будуть запущені три космічні апарати LISA (за допомогою однієї ракети Delta-IV) та виведені на тракторії польоту, близькі до земної. Індивідуальні двигуни виведуть їх на власні незалежні орбіти навколо Сонця. На цих орбітах три апарати будуть утворювати рівнобічний трикутник зі стороною у 5 млн кілометрів, центр якого рухатиметься по орбіті Землі навколо Сонця, відстаючи від Землі на  $20^{\circ}$ . Площина трикутника буде нахилена до площини екліптики на  $60^{\circ}$ . Положення апаратів відносно Землі вибране як компроміс між намаганням зменшити ефекти змінного гравітаційного поля Землі та, водночас, не дуже віддалятися від Землі для полегшення зв'язку. Трикутник як ціле буде обертатися навколо Сонця. Таке обер-

тання зручне для визначення напрямку на джерело гравітаційних хвиль.

LISA діятиме як три космічні інтерферометри з ідентичним обладнанням. Кожен з апаратів LISA буде випромінювати промені лазера під кутами 60° на два інші апарати рівностороннього трикутника. Два віддалені апарати детектуватимуть отримане світло та передаватимуть новий пучок своїх бортових лазерів назад на перший апарат. Фази отриманого та переданого пучків будуть порівнюватися, а різниці фаз будуть використані для визначення будь-яких змін у відстані між апаратами. Гравітаційна хвиля буде генерувати відносні малі зміни у відстані між апаратами. Абсолютна довжина рукавів LISA вимірюватиметься з точністю до 10 м, а зміни довжин — з точністю, кращою за 10 пм (приблизно 1/10 частина розміру атома!).

LISA буде доповнювати результати, отримані LIGO та іншими наземними інтерферометрами. Якщо LIGO працює на частотах 10÷1500 Гц (аналог оптичної астрономії), то LISA — на частотах 0.0001÷0.1 Гц (аналог радіоастрономії). На відміну від LIGO, LISA не зможе отримувати дані для фізики нейтронних зір. Але LISA дасть відомості про надмасивні чорні діри з масами  $10^5 \div 10^7 M_{\blacksquare}$ , що знаходяться у центрах галактик та квазарів, в той час як LIGO вивчатиме чорні діри зоряних мас — 3–1000  $M_{\blacksquare}$ . Якщо LIGO вивчатиме злипання нейтронних зір та чорних дір, то LISA вивчатиме ці об'єкти задовго до їх злипання, а також подвійні системи з білими карликами. Нарешті, якщо LIGO вивчатиме космологічний гравітаційно-хвильовий фон від  $10^{-25}$  с від Великого вибуху ( $10^9$  Гев), то LISA — від  $10^{-12}$  с (100 Гев ).

У проекті LISA заплановані дослідження компактних подвійних систем у кульових скупченнях як потенційних джерел гравітаційних хвиль. Кількість джерел, які можуть бути зареєстровані LISA за рік, оцінюється від 10 до 1000 для хвиль з частотою 1 мГц. Ці джерела не можуть бути зареєстровані наземними детекторами, в чому і полягає перевага космічної гравітаційно-хвильової астрономії.

Одними з можливих джерел гравітаційних хвиль, які можуть бути зареєстровані LISA, є AM CVn-зорі [257, 425]. Це клас подвійних короткоперіодичних (з періодом від 5 до 65 хв.) катаклізмово змінних зір, які в оптичному діапазоні спостерігаються як слабкі блакитні змінні зорі. Визначальною особливістю їхніх спектрів є наявність гелієвих ліній. На жовтень 2003 р. цей клас містив 10 підтверджених об'єктів та 2 кандидати [424]. За орієнтовними оцінками, приблизно 11000 AM CVn-зір можуть бути зареєстровані космічним інтерферометром LISA [257].

Діапазон частот LISA може бути забруднений гравітаційно-хвильовим шумом від подвійних білих карликів, що злипаються, та нейтронних

зір. Частота появи об'єктів обох популяцій у вікні чутливості чисельно дорівнює частоті їх злиття. Подвійні білі карлики значно чисельніші, ніж подвійні нейтронні зорі, і частота їх злипання суттєво вища, ніж у подвійних нейтронних зір. Подвійні білі карлики злипаються 1 раз у 300 років, тоді як подвійні нейтронні зорі – 1 раз кожні 10000 років. Оскільки маси цих систем не дуже різняться, то гравітаційно-хвильовий шум від білих карликів буде більшим, ніж від нейтронних зір [457].

Ще один проект NASA – КА GREAT<sup>1</sup> вважається продовженням місії LISA. Головна його мета – вивчення стохастичного гравітаційного випромінювання, що, за сучасними інфляційними теоріями, утворилося у дуже ранньому Всесвіті, відразу після Великого вибуху.

На розгляді також проекти ASTROD та ASTROD1 [261] (див. тж. розд. 3.4). Мета проекту ASTROD з трьома КА полягає у виконанні широкого спектру задач: вимірювання пост-ньютонівських параметрів  $\beta$  та  $\gamma$ , сонячного квадрупольного моменту та, зокрема, вимірювання гравітаційних хвиль. Як перший етап розглядається проект ASTROD1 з одним КА, оптично пов'язаним з наземною станцією. Максимальна чутливість інтерферометрів ASTROD до гравітаційних хвиль буде знаходитися ще у більш довгохвильовій області порівняно з LISA, тобто дасть можливість спостерігати більш повільні процеси.

Підсумовуючи, відзначимо, що на час написання цього огляду (2005 р.) ще немає достовірних даних щодо реєстрації гравітаційного випромінювання. Але завдяки безпрецедентним зусиллям з підвищення чутливості гравітаційних детекторів можна очікувати ненульових результатів уже в найближчому майбутньому. Велика увага, що приділяється цьому напряму досліджень в усьому світі, обумовлена блискучими перспективами гравітаційно-хвильової астрономії. Вона відкриває додаткове вікно в оточуючий Всесвіт, завдяки чому можна буде отримати відповіді на цілу низку питань, що хвилюють фахівців з релятивістської астрофізики та космології.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Див. Cornish N. J. et al. astro-ph/0202001.



# 5. ЗАГАЛЬНА ТТЕОРГЯ ВГДНОСНОСТТ В ЗАДАЧАХ АСТТРОФГЗИКИ

Не існує легких шляхів від Землі до зір.

Луцій Сенека

Уи потрібна ще десь релятивістська теорія тяжіння, окрім областей, пов'язаних з її власними перевірками? Щоб відповісти на це запитання, ми переходимо до розгляду тих проблем, де ЗТВ виступає не стільки як об'єкт дослідження, а як цілком необхідний елемент, без якого неможливо отримати адекватну інтерпретацію астрономічних спостережень. Будуть розглянуті також ефекти гравітаційного лінзування, що на сьогодні є джерелом унікальних астрофізичних даних.

# 5.1. Чорні діри зоряної маси та нейтронні зорі

Важко шукати чорну кішку у темній кімнаті.

Конфуцій

# 5.1.1. Кінцеві стадії еволюції зір

Врахування ЗТВ відіграє суттєву роль при вивченні холодних зір, що використали своє ядерне пальне. Наведемо основні параметри, що характеризують порядок ефектів ЗТВ у випадку зорі з масою *M* та розміром *R*:

$$\mu_{\rm g} = \frac{r_{\rm g}}{R}, \quad r_{\rm g} = \frac{2GM}{c^2}$$

Для  $M = M_{\blacksquare}$  маємо  $r_g = 3$  км, тому для зорі з такою масою ефекти ЗТВ суттєві, коли зоря має радіус не більше десятків кілометрів. Саме таким є радіус пульсарів — сильно замагнічених нейтронних зір, що швидко обертаються. Коли ж маса перебільшує критичне значення  $(3÷5)M_{\blacksquare}$  і зоря колапсує, застосування ньютонівської теорії неможливе навіть на якісному рівні. У цьому випадку класичний та загальнорелятивістський підходи приводять до принципово різних наслідків.

Як буде видно далі, ще однією характерною величиною для маси статичної холодної зорі можна вважати таку комбінацію планківської маси  $(c\hbar/G)^{1/2}$  та маси протона  $m_p$ :

$$M_{er} = \frac{1}{m_p^2} \left(\frac{ch}{G}\right)^{3/2} \approx 1.9 M_{\odot}.$$
 (5.1)

Зупинимося на спостережних властивостях пульсарів та чорних дір зоряної маси.

Спостережні дані про чорні діри можна отримати лише за наявності інших зір чи речовини поблизу них. В подвійних системах індикатором компактної маси може бути рентгенівське випромінювання, що виникає за рахунок перетікання газу від зірки компаньйона. При акреції речовини, що перетікає, газ розігрівається до температур<sup>1</sup>, за яких він починає випромінювати в рентгенівському діапазоні (див., напр., [94]). Але рентгенівське випромінювання може виникати при акреції на різні види холодних зірок, тому, щоб визначити тип компактного об'єкта, треба оцінити його масу та дослідити характеристики випромінювання.

Перелічимо основні ознаки, за якими рентгенівське джерело у подвійній системі можна вважати чорною дірою:

- у випадку подвійної системи звичайних зір спектральні лінії розділяються; відсутність розділення ліній у спектрально-подвійній системі є ознакою невидимого компаньйона;
- дані про рух компаньйона у подвійній системі дають оцінку маси невидимого об'єкта. Якщо вона перевищує граничне значення для білих карликів та нейтронних зір, для холодної зорі залишається єдина можливість — це чорна діра;
- характерна довжина сплесків рентгенівського випромінювання дає змогу оцінити розміри об'єкта. Необхідною ознакою є відсутність періодичностей, типових для випромінювання нейтронної зорі-пульсара.

Серед кандидатів у чорні діри зоряної маси, які є рентгенівськими джерелами у подвійних системах, найбільш досліджений Суд X-1 (Лебідь X-1). Параметри траєкторії компаньйона чорної діри (у випадку Суд X-1 — це спектрально-подвійна зоря 9-ї зоряної величини; орбітальний період системи 5.6 днів) оцінюють за зсувом спектральних ліній, що періодично змінюється. У подвійній системі виникає рентгенівське випромінювання внаслідок акреції речовини, що перетікає на невидимий компонент (див., напр. [94] та посилання). Поляриметричні вимірювання уточнюють нахил орбіти і дають оцінку маси невидимого компонента, що виявляється більшою за 5 $M_{\blacksquare}$  [92]. Це дозволяє вважати невидимий об'єкт чорною дірою.

На відміну від кандидатів у чорні діри, кількість яких відносно невелика, нейтронних зір-пульсарів відкрито досить багато і в рент-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Строго кажучи, газ, що випромінює в акреційному диску, може бути термодинамічно нерівноважним, навіть локально. У цьому випадку температура вводиться умовно як міра середньої кінетичної енергії частинок газу.



генівському і в радіо-діапазонах. Основні спостережні свідоцтва існування пульсарів такі:

- Періоди повторення імпульсів від оптичних чи радіо-пульсарів досить стабільні, але повільно збільшуються із часом. Єдиним відомим механізмом, що це пояснює та узгоджується зі спостережуваними характеристиками імпульсів, може бути лише обертання компактного тіла. Кутова швидкість обертання повільно спадає через втрати енергії на електромагнітне випромінювання.
- Дуже короткі періоди повторення імпульсів, починаючи від мілісекунд, свідчать про велику кутову швидкість, яка неможлива для білого карлика (розміри ~10<sup>3</sup> км). З іншого боку, про малі розміри джерела свідчить і мала тривалість імпульсів.
- Пульсари спостерігаються як окремі джерела радіо- та оптичного випромінювання, так і в подвійних системах, де акреція речовини на невидимий компонент є причиною рентгенівського випромінювання. Важливою ознакою рентгенівських пульсарів є наявність періодичності у випромінюванні, що відрізняє їх від кандидатів у чорні діри.

#### 5.1.2. Критичні маси холодних зір

Порівняння маси членів подвійних систем з критичними значеннями має основне значення при визначенні типу об'єкта. У зв'язку з цим нагадаємо основні фізичні міркування щодо визначення граничної маси, коли зоря ще може вважатися стійкою. Рівняння стану речовини у різних областях холодної зорі досить складне. Однак за великих значень тиску, типових для внутрішніх областей, основний внесок у тиск можна отримати за допомогою співвідношень для виродженого ідеального фермі-газу. Вперше модель виродженого електронного газу для пояснення природи білих карликів була використана Р. Фаулером [121]. У 1931 р. Чандрасекар [67] розрахував будову білого карлика з урахуванням тиску виродженого електронного газу і з'ясував, що маса білого карлика не може перевищувати  $1.2M_{\blacksquare}$ . Ландау [488] в 1932 р. дав більш просте пояснення чандрасекарівської границі, яке пізніше було використане для оцінки граничної маси нейтронних зір.

Розглянемо, за Ландау, просту модель холодної зорі, яка ілюструє якісні особливості задачі (див. напр. [449, 474]). Нехай зоря не обертається, а основний внесок у тиск забезпечують електрони, що при нульовій температурі T = 0 та досить великій густині речовини  $\rho$  утворюють вироджений фермі-газ. Взаємодією електронів між собою та з ядрами, а також реакціями, що можуть впливати на число ферміонів, знехтуємо.

За умови T = 0 ферміони щільно заповнюють усі можливі стани з імпульсами, меншими за абсолютною величиною від деякого максимального значення  $p_F$  (імпульс Фермі). Імпульс Фермі входить у вираз для об'ємної густини фермі-частинок  $\mathbf{n} = p_f^T / (3\pi^2 \hbar^3)$ , де враховано, що кількість спінових станів електрона дорівнює 2. Основний внесок у густину маси дають нуклони в ядрах:  $\rho \approx \mu m_p n$ , де  $\mu$  – кількість нуклонів на один ферміон,  $m_p$  – маса протона. Звідси, нехтуючи для грубої оцінки неоднорідністю просторового розподілу речовини всередині зорі з масою M та радіусом R, дістанемо повну енергію фермі-газу:

$$E_{p} = \frac{cM}{\mu m_{p}} \left[ \frac{\hbar^{2}}{R^{2}} \left( \frac{9\pi M}{4\mu m_{p}} \right)^{2/3} + m_{p}^{2} c^{2} \right]^{3/2},$$

 $m_F$  — маса ферміона (в даному разі електрона).

Якщо додати енергію гравітаційної взаємодії  $E_g \sim -GM^2/(2R)$ , легко бачити, що умова існування мінімуму повної енергії  $E = E_F + E_g$  збігається з умовою додатності асимптотики за  $R \rightarrow 0$ :

$$E \sim \left[\frac{c\hbar}{\mu m_p} \left(\frac{9\pi M}{4\mu m_p}\right)^{1/3} - \frac{GM}{2}\right] \frac{M}{R}.$$

Коли цей знак додатній, існує положення стійкої рівноваги системи. Звідси маса холодної зорі має задовольняти умову [449], [474]

Коли температура зорі, яка вичерпала ядерне пальне, падає, вона починає стискатися і характерний радіус R зорі зменшується. За великих значень густини середня кінетична енергія електронів  $E_k \sim (p_F)^2/(2m_e)$ значно перевищує енергію електростатичної взаємодії електронів з ядрами, і ця нерівність підсилюється зі зростанням густини електронів. Це виправдовує застосування моделі виродженого ідеального фермігазу. Якщо маса холодної зорі менша за вказану граничну величину, сили тиску здатні припинити подальше зменшення R; у протилежному разі стиснення продовжується.

Але із зростанням імпульсу Фермі стає істотним обернений  $\beta$ -розпад  $p+e^- \rightarrow n+v$ , тобто стає хибним основне припущення про незмінність числа електронів. Коли густина речовини стає порядку ядерної, основну масу зорі складають нейтрони, що також є ферміонами. У цьому випадку можна знов повторити наведені вище оцінки існування граничної маси, поклавши  $\mu = 1$ . Важливо відзначити, що маса ферміона не входить в  $M_{cr}$ , тому маємо таку ж за порядком величину граничної маси як для білих карликів, так і для нейтронної зорі. Таким

чином, для зорі з великою масою (більше декількох M<sub>в</sub>) стиснення неминуче.

Наведені міркування носять наближений, якісний характер і не враховують деяких фізичних факторів. Обертання зір може вносити суттєві корективи у граничну масу. Важливим є також врахування ефектів фізики елементарних частинок при побудові реалістичного рівняння стану за надвисоких густин. Опис за допомогою ньютонівського гравітаційного потенціалу при розгляді асимптотичної поведінки колапсуючої зорі непридатний. Та, незважаючи на це, основні риси наведеного якісного розгляду зберігаються і в більш точній теорії.

Розрахунки на основі рівняння рівноваги для білих карликів дають границю Чандрасекара:

$$M_{ch} = \frac{\sqrt{3\pi}}{\mu^2} M_{\sigma} = \frac{5.7}{\mu^2} M_{\Theta},$$

що складає  $1.2M_{\blacksquare}$  у випадку заліза ( $\mu = 56/26$ ). Врахування ефектів нейтронізації речовини для різного хімічного складу зорі може впливати на цю оцінку в межах 10–20 % [153].

Перші розрахунки нейтронних зір [273] дали максимальне значення маси  $M_{n,max} < M_{\blacksquare}$ . Пізніші оцінки для різних моделей рівняння стану дали  $M < M_{n,max} \approx 3.6 M_{\blacksquare}$  [54, 256, 306]. Ситуацію ускладнює недостатнє знання властивостей сильних взаємодій за густин матерії порядку ядерних, оскільки важливим є врахування фізичних умов як в центрі холодної зорі, так і зовні надгустого ядра. Для отримання максимальної граничної маси використовують в центральних областях *максимально жорстке* рівняння стану  $P = P_0 + (\rho - \rho_0)c^2$  для густин, більших за  $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{15} \text{г/см}^3$ . Якщо в цій області припустити *нескінченно жорстке* рівняння стану  $\rho \equiv \rho_0$  (що вже суперечить вимогам теорії відносності), тоді  $M_{n,max} \sim 5M_{\blacksquare}$  [158].

Вплив обертання зорі на граничну масу може бути досить суттєвим. Врахування енергії обертання ~  $J^2/MR^2$  якісно змінює поведінку при  $R \rightarrow 0$  і може збільшити оцінку маси білих карликів до декількох  $M_{Ch}$ . Очевидно, це залежить від величини допустимої швидкості обертання. Але спостереження не підтверджують існування білих карликів за досить великих кутових швидкостей. Це може бути наслідком або ефектів нестійкості, пов'язаних із зміною форми гравітуючої маси, що обертається, або втрат енергії на гравітаційне випромінювання, або впливу дисипації при диференціальному обертанні зорі, а також відтоку речовини з її екваторіальної області.

Навпаки, пульсари, тобто нейтронні зорі, мають значно менші розміри та швидко обертаються. Теоретичні розрахунки, з яких можна оцінити граничну швидкість обертання та максимальну масу, в цьому

випадку ще більше ускладнюються в зв'язку з необхідністю загальнорелятивістської постановки задачі. Тут є широке поле для досліджень. Однак оцінки для реалістичного рівняння стану не змінюють суттєво величину  $M_{n,max}$  і дають значення мінімального періоду обертання 0.4 мс [119]. Магнітне поле, в принципі, може впливати на оцінку маси, але поля величиною <10<sup>13</sup> Гс, що спостерігаються в реальних пульсарах, для цього несуттєві.

На цьому прикладі видно, як астрофізичні дані можна використовувати для перевірки рівнянь стану надгустої матерії, що виводяться у теоріях сильних взаємодій. Значення періодів обертання та мас пульсарів, що визначаються у спостереженнях, дають змогу звузити множину цих рівнянь стану, відбракувавши фізично нереальні випадки.

## 5.1.3. Нестаціонарні процеси в системах з релятивістськими зорями

Основні напрями дослідження нейтронних зір, які обертаються, пов'язані з дослідженням стійких рівноважних конфігурацій і вивченням динамічних процесів, що супроводжують їх утворення. Основою для розрахунків є система рівнянь (2.13), (2.14), (2.15), (2.18). З цієї системи випливають стандартні ефекти типу запізнення взаємодій, наявність хвильової зони, енергетичні втрати тощо. Порівняно з ньютонівським описом ЗТВ вносить значні корективи в параметри цих динамічних процесів (див., напр., [86]).

Розв'язання сумісної системи рівнянь ЗТВ і гідродинаміки вимагає чисельних методів (див. [119] та [271]). Значним ускладненням у вивченні динаміки, як і при визначенні граничної маси стаціонарних надгустих зір, є відсутність надійних даних про поведінку речовини у випадку густин, більших за ядерну (~ $10^{14}$ г/см<sup>3</sup>). Рівняння стану, що тут використовуються, часто подають у вигляді таблиць; винятком є незначна кількість аналітичних рівнянь стану, що використовуються для якісних досліджень та для порівняння результатів різних комп'ютерних обчислень.

Дослідження стійкості стаціонарної холодної зорі також пов'язане з вивченням динамічних процесів. Основою тут слугує лінеарізована система рівнянь для збурень відносно рівноважного стану, що випливає з (2.13), (2.14), (2.15), (2.18). Якщо йдеться про досить великі проміжки часу, можна обмежитися збуреннями аксіально-симетричних стаціонарних розв'язків. Неаксіально-симетрична конфігурація, що обертається, є нестійкою в зв'язку з втратами енергії на гравітаційне випромінювання. Але нестійкі конфігурації також заслуговують на увагу (залежно від характерного часу існування), оскільки вони можуть описувати новоутворені джерела гравітаційного випромінювання, які ще не релаксували до рівноважного стану.

Окремий напрям складають дослідження процесів утворення релятивістських зір в результаті колапсу. Зіставлення зі спостережними даними свідчить про необхідність вивчення несферичного колапсу з урахуванням обертання, нестійкостей та можливої фрагментації системи (див., напр., [51, 480, 481] та бібліографію до цих статей). Спектр частот коливань, що виникають після колапсу та утворення нейтронної зорі, несе інформацію про її надгусті надра [353].

Зазначимо, що на цей час немає остаточного розуміння, як утворюються ударні хвилі, що приводять до спалахів наднових [51, 481], причому низка нерозв'язаних задач виникає навіть при розгляді нерелятивістських об'єктів. Механізми формування ударної хвилі, для розгляду котрих необхідно використовувати несферичні розв'язки, потребують багатовимірних гідродинамічних розрахунків [51]. Спостереження вимагають з'ясування багатьох явищ та фактів, що стосуються як умов формування вибуху, якому передує колапс зорі, так і характеристик зір та речовини, що їх оточує після вибуху [52].

Цікавим є питання про причину гамма-спалахів [58, 225]. Ці явища, відкриті на початку 70-х років, зараз регулярно реєструються за допомогою супутникових спостережень і привертають до себе увагу. Це – найбільш яскраві і потужні процеси у Всесвіті. Енергія, що вивільнюється протягом такого спалаху не менша, принаймні, за енергію наднової [178]. Причиною гамма-спалаху може бути також колапс або зіткнення релятивістських зір. Не виключено, що у механізмі утворення цих спалахів є чимало елементів, подібних до спалахів наднових, причому в обох випадках мають працювати не один, а декілька механізмів формування ударної хвилі в процесі колапсу.

## 5.1.4. Чорні діри

Чорні діри — відносно прості з теоретичної точки зору астрофізичні об'єкти: їх можна описати за допомогою лише рівнянь Айнштайна без залучення рівнянь гідродинаміки та не дуже достовірних даних про рівняння стану. Теорія чорних дір розроблена досить докладно і добре відображена в літературі; необхідні відомості можна знайти в монографії Чандрасекара [534]. Зупинимося на найбільш важливих наслідках численних досліджень чорних дір.

Єдиним розв'язком вакуумних рівнянь Айнштайна, який описує асимптотичний стан колапсуючої зорі з масою M та моментом обертання J, є розв'язок Керра [189]:

$$dx^{3} = \left(1 - \frac{r_{4}r}{\rho^{2}}\right)(dt)^{2} - \frac{\rho^{2}}{\Lambda}(dr)^{3} - \rho^{2}(d\theta)^{2} + \frac{2ar_{4}r}{\rho^{2}}(\sin\theta)^{3}dtd\phi - \left(r^{3} + a^{2} + \frac{r_{4}ra^{2}}{\rho^{2}}(\sin\theta)^{3}\right)(\sin\theta d\phi)^{3},$$
(5.2)

де a = J/M,  $r_g = 2GM$ ,  $\rho^2 = r^2 + a^2 cos\theta$ ,  $\Delta = r^2 - r_g r + a^2$ ; тут прийнято, що система має нульовий електричний заряд; метрику записано в координатах Бойера–Ліндквіста [41] у релятивістських одиницях (c = 1). Узагальнення цієї метрики із врахуванням ненульового заряду (метрика Керра–Ньюмена) можна знайти в [525].

За умови a < GM поверхня  $r = R_h$ , де  $R_h = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - a^2}$ , є горизонтом подій віддаленого спостерігача. Це означає, що не існує часоподібних

або ізотропних геодезичних, що виходять з-під цієї поверхні назовні; інакше кажучи, спостерігач не може отримати жодних фізичних сигналів з області  $r \leq R_b(\theta)$ .

Строго кажучи, вивчення колапсу з точки зору віддаленого спостерігача не стосується області під горизонтом "у чистому вигляді". За годинником зовнішнього спостерігача речовина зорі завжди покриває горизонт. Межа зорі з часом прямує до горизонту, але ніколи його не досягає. Однак починаючи з деякого моменту, сигнали від колапсуючої речовини практично не можуть досягти зовнішніх областей.

За a < GM сингулярність r = 0 не спостерігається і не може впливати на процеси ззовні горизонту. Цей наслідок має принципове значення: сингулярність породжує неприємності для будь-якої теорії, оскільки це, як правило, пов'язане з непридатністю робити передбачення. Але для a > GM горизонту не існує, тобто маємо так звану "голу" сингулярність (див. 5.3), яка спостерігається ззовні. Час колапсу у голу сингулярність може бути скінченним, тому виникає запитання, а що ж буде далі? За відсутності горизонту час руху сигналів від голої сингулярності до зовнішнього спостерігача є скінченним, тобто сингулярність може непередбачувано впливати на області, віддалені від неї. Щоб обійти ці та подібні утруднення, Р. Пенроуз висунув гіпотезу [284], за якою виникнення голих сингулярностей неможливе, якщо вони не існували раніше. Аналіз певних фізичних ситуацій ніби підтверджує гіпотезу Пенроуза, але досить загального її доведення досі не існує і це важливе питання залишається відкритим (див. також розд. 5.4).

Метрика Керра є стійкою границею розв'язків рівнянь Айнштайна в тому розумінні, що малі збурення цього розв'язку спадають з часом до нуля, за винятком тих, які описують рух чорної діри або зміну її

кутового моменту як цілого. Рівняння, що описують лінеаризовані збурення метрики Керра, допускають розділення змінних, після чого вони зводяться до звичайних диференціальних рівнянь Тюкольського ([364]; див. також [296, 363, 365]). Цікаво, що рівняння електромагнітного поля і поля безмасових нейтрино зводяться до аналогічних рівнянь, які відрізняються лише значенням спінового параметра.

За допомогою рівнянь Тюкольського можна розраховувати характеристики гравітаційного випромінювання, що виникають після утворення чорної діри та несуть інформацію про її масу та кутовий момент. Як очікується, це випромінювання можна буде спостерігати за допомогою гравітаційних детекторів, що розробляються зараз у декількох наукових центрах.

Підсумовуючи цей підрозділ, зазначимо: можна вважати добре обгрунтованим твердження, що максимальна маса "реалістичної" стаціонарної холодної зорі не може перевищувати  $3M_{\blacksquare}$ . Менш жорстка "абсолютна" оцінка максимальної маси білого карлика чи нейтронної зорі складає приблизно  $5M_{\blacksquare}$ . Загальноприйнята точка зору полягає у тому, що холодні об'єкти з масою, більшою за вказану межу, мають бути чорними дірами, причому альтернативні пояснення таких колапсуючих об'єктів вважаються хибними або більш екзотичними.

Ефекти ЗТВ вносять суттєві корективи в теоретичні розрахунки динамічних процесів, пов'язаних з утворенням та коливаннями компактних холодних об'єктів зоряної маси. Однак треба мати на увазі, що в ці результати часто входять невідомі параметри, що відбивають розподіл речовини та рівняння стану. Тому, хоча ЗТВ тут є необхідною, спостереження підтверджують цю теорію лише на якісному рівні. Можна сподіватися, що в майбутньому реєстрація гравітаційних хвиль значно поліпшить розуміння фізичних умов і процесів, котрі супроводжують утворення нейтронних зір і чорних дір.

## 5.2. Надмасивні чорні діри в квазарах та ядрах галактик

Випадкові відкриття роблять лише підготовлені уми.

Блез Паскаль

#### 5.2.1. Квазари та активні ядра галактик

Досі в цьому розділі йшлося про астрофізичні об'єкти зоряної маси. Ще один важливий клас об'єктів, де релятивістська гравітація виступає "у повному обсязі" — це надмасивні чорні діри (НМЧД) з масою

~ $10^6$ ÷ $10^9 M_{\textcircled{}}$ , що існують в ядрах галактик та квазарів. На основі багатьох досліджень можна прийти до висновку, що НМЧД – це поширене явище. Якщо вона в своєму околі не має речовини, її можна ідентифікувати тільки за гравітаційними ефектами, зокрема, спостерігаючи рух зір або хмар газу навколо неї. За наявності достатньої густини газу, що падає на чорну діру, маємо потужне джерело випромінювання — квазар або активне галактичне ядро. За сучасними уявленнями, квазари та активні галактичні ядра — це різні прояви одного й того ж явища, пов'язаного з НМЧД. Тому в цьому підрозділі ми будемо обговорювати в основному квазари, маючи на увазі, що більшість висновків стосується також інших активних ядер.

Ідея, що активність квазарів обумовлена акрецією у НМЧД, була висловлена вперше з теоретичних міркувань Зельдовичем і Новіковим [475] та незалежно Салпітером [320] у 1964 р. невдовзі після відкриття квазарів, а потім підтверджувалася багатьма авторами (див., напр., [226, 302]) на основі багатьох побічних свідоцтв та невеликої кількості прямих спостережень. Швидка змінність та надсвітлові джети свідчили на користь релятивістської природи "центральної машини" в активних галактичних ядрах.

Зазначимо, що вивчення багатьох характеристик квазарів, обумовлених наявністю потужної компактної маси в центрі, можна було б проводити, спираючись на ньютонівську теорію тяжіння. Але для вивчення центральної області, де характерні швидкості руху акреціюючої речовини відносно центра є порівнянними зі швидкістю світла, тобто на відстані від центра приблизно до десяти радіусів Шварцшільда, необхідно враховувати релятивістські ефекти.

Квазари як джерела радіовипромінювання були відомі ще з 1950 р. Але тільки після ототожнення Шмідтом у 1963 р. водневих емісійних ліній у спектрі одного з таких джерел і визначення їх червоного зміщення стало зрозумілим, що вони віддалені на грандіозні відстані та мають світність, більшу за світність галактик. За Шмідтом, основними ознаками квазарів [289] є: зореподібність у оптичному діапазоні; значне червоне зміщення; ідентифікація з радіоджерелом; змінність в часі потоку випромінювання в континуумі; надлишок випромінювання в ультрафіолетовій частині спектра порівняно з нормальними галактиками; наявність широких емісійних ліній (ШЕЛ) у спектрі. У радіодіапазоні основними характерними складовими спостережуваних квазарів є "протяжна" частина, досяжна для спостережень на сучасному рівні роздільної здатності, і більш "компактна" [289]. Ці складові суттєво відрізняються одна від одної за спектральними та структурними характеристиками. Протяжна частина має симетричну структуру з двома "радіодолями" ("радіовухами"), її розмір більше 1 Мпк; розподіл ра-

діояскравості лімбоподібний з посиленням яскравості на краях структури. Компактна область має розмір не більше 0.01 пк. У багатьох квазарах спостерігають протяжні лінійні структури типу викидів (джети), що починаються з центра і йдуть у напрямку радіовух.

Змінність потоку випромінювання від квазарів спостерігають і в континуумі, і в ШЕЛ. Результати спостережень змінності квазарів показують, що розмір області, з якої виходить основна частина їхнього випромінювання, в тому числі й неперервна складова оптичного спектра, має розмір порядку 10<sup>15</sup> см. Область ШЕЛ розташована в протяжній частині квазара, ближче до компактного центра. Надлишок ультрафіолетового випромінювання ядра квазара іонізує область ШЕЛ і перевипромінюється, внаслідок чого спектр ШЕЛ несе інформацію і про область неперервного спектра. Природа розширення спектральних ліній в ШЕЛ допплерівська, тобто обумовлена високими швидкостями руху середовища. Розмір і структуру цієї області можна вивчати, спостерігаючи кореляцію між змінами потоків у континуумі і ШЕЛ. Зміни потоку в ШЕЛ запізнюються порівняно з потоком у континуумі, і час запізнювання залежить від розміру області ШЕЛ. На цій основі побудований метод визначення розміру і деяких інших характеристик області ШЕЛ, що можна назвати "картографією відлунювання" ("Reverberation Mapping", [289]). Одним з важливих результатів застосування цього методу є те, що у різних лініях спектра сигнал запізнюється порізному. Лінії, що більш помітні в сильно іонізованому газі, запізнюються менше, ніж лінії, типові для газу з низьким ступенем іонізації (бальмерівська серія водню). Це свідчить про те, що рівень іонізації в області ШЕЛ обумовлений відстанню від центра.

Враховуючи поле швидкостей в області ШЕЛ, можна визначити масу центрального джерела: типова величина — порядку 10<sup>6</sup>-10<sup>8</sup> M<sub>в</sub>. Безпосередньо в області ШЕЛ знаходиться приблизно 10<sup>3</sup> M<sub>в</sub> речовини. Наявність такої маси неможливо пояснити без припущення про існування чорної діри у центрі квазара. Загальноприйнятою є модель центральної області квазара з такими основними елементами: НМЧД, акреційний диск з розігрітої сильно іонізованої речовини, що кружляє навколо чорної діри з релятивістськими швидкостями і є джерелом потужного випромінювання з неперервним спектром, а також область, що перевипромінює в ШЕЛ. Джерелом живлення квазара є гравітаційна енергія речовини, що попадає в цю систему, знаходиться певний час в акреційному диску і після цього поглинається чорною дірою. Більш детальна модель Елвіса [103] описує НМЧД у центрі квазара, яка оточена гарячим, оптично товстим кеплеровим акреційним диском, що швидко обертається. З вузької області диска, завдяки його нестабільності, витікає сильно іонізований "вітер". Відстань від центра до об-

ласті, де спостерігається витікання вітру, визначається рівновагою між тиском випромінювання центральної частини квазара і газовим тиском ззовні [103]. Область ШЕЛ — турбулентна, із приблизно сферичним розподілом хмарин. Швидкість витікання на початковому етапі — порядку кеплерової швидкості обертання диска (1 000 км/с), далі тиск випромінювання центрального джерела розганяє речовину до швидкостей порядку 30 000 км/с. Ця структура за формою нагадує торнадо — вітер обертається разом з диском і спірально закручується. Модель узгоджується з існуванням квазарів, що мають широкі лінії поглинання із їхньою спостережуваною кількістю, а також рівнем іонізації в ШЕЛ він вище в області, ближчій до центра, і спадає з віддаленням від нього.

#### 5.2.2. Пошуки НМЧД в центрах галактик

Оскільки квазари спостерігалися, головним чином, на великих червоних зміщеннях, то виникла ідея, що ближні "нормальні" галактики вже пройшли фазу активності і є погаслими квазарами, а тому теж мають надмасивні чорні діри. З кінця 1970 рр. почали накопичуватися фотометричні та спектроскопічні дані, які підтвержували наявність масивних чорних дір у центральних областях багатьох галактик ранніх типів. Моделі з чорною дірою добре пояснювали всі наявні дані. Навпаки, моделі без чорної діри відпадали одна за одною як несумісні зі спостереженнями.

Ясно, що свідоцтва існування НМЧД мають бути виведені зі спостережень дуже малої центральної області галактик. Для знаходження мас НМЧД у галактиках використовують, головним чином, два методи. Для близьких об'єктів (до сотні Мпк) використовують дані про кінематику зір або газу в малій області (до 10 пк), ґрунтуючись на ньютоновому законі та припускаючи, що гравітаційний вплив чорної діри у цій області домінуючий. Радіус впливу (в парсеках) визначається за дисперсією зоряних швидкостей  $\sigma$  та масою чорної діри  $M_{\bullet}$ :

# $r_{k} = GM_{\star} / \sigma^{2} \approx 11.2 (M_{\star} / 10^{8} M_{\odot}) / (\sigma / 200 \kappa m / c)^{2} \text{ms.}$ (5.3)

Можливість спостереження області з розміром  $r_h$  є необхідною умовою для детектування НМЧД. Якщо ця умова не виконується, то оцінки мас дуже непевні і детектування НМЧД недостовірне [302].

Техніка визначення маси НМЧД за зоряною кінематикою ґрунтується частіше за все на беззіштовхувальному рівнянні Больцмана у припущенні сферичної симетрії "газу" зір [206]:

$$M(r) = \frac{V^2 r}{G} + \frac{\sigma_r^2 r}{G} \left[ -\frac{d \ln v}{d \ln r} - \frac{d \ln \sigma_r^3}{d \ln r} - \left( 1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_r^2} \right) - \left( 1 - \frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_r^2} \right) \right], \quad (5.4)$$
де M(r) — маса всередині сфери радіусом r, V — швидкість обертання,  $\mathbf{F}_{r*}^{2}$   $\mathbf{F}_{r*}^{2}$ ,  $\mathbf{F}_{r*}^{2}$  — радіальна та тангенціальні компоненти дисперсії швидкостей. Густина v(r) відноситься лише до тієї популяції об'єктів, динаміка якої вивчається (зорі). На практиці частіше приймається, що v(r) пропорційне об'ємній яскравості, тобто відношення маси до світності для даної популяції не залежить від величини радіуса.

Інший метод визначення маси НМЧД грунтується на "картографії відлунювання", що використовує змінність активних галактичних ядер. Цей метод описаний в розд. 5.2.1.

Обидва методи мають і недоліки, і переваги. Наприклад, "картографія відлунювання" використовує інформацію з більш близької до чорної діри області, але геометрія та кінематика у цій області здебільшого невідома. У методі за кінематикою зір та газу завжди є небезпека приписати масі чорної діри масу близьких до неї зір. Проте порівняння двох методів визначення мас чорних дір на певній підмножині активних ядер показує їхню непогану узгодженість [112].

# 5.2.3. НМЧД у центрі Галактики

Метод визначення маси центрального об'єкта за динамікою зір його оточення був застосований до нашої Галактики. Починаючи від 1990 рр. ведуться спостереження в інфрачервоному діапазоні зір навколо радіоджерела SgrA\*, що знаходиться у центрі Галактики. За даними спостережень на 10-м телескопі Кека 90 зір в області 6" х 6" центрального зоряного скупчення на хвилі 2.2 мкм з розділенням 0.05 кут. с (0.002 пк) групою американських вчених з Каліфорнійського університету (Лос-Анджелес) було виведено масу центрального тіла (2.6±0.2)  $10^6 M_{\odot}$  та центральну густину мас, більшу за  $10^{12} M_{\odot}/п\kappa^3$  [132]. Програма спостережень продовжувалася на телескопах Кека та VLT. Останні визначення маси центральної чорної діри майже у 1.5 рази більші за попередні та становлять  $(3.7\pm0.2)\cdot10^6 M_{\blacksquare}$  при відстані до Сонця у 8 кпк [133]. Цікаво, що було зафіксоване проходження однієї зорі (яка позначається SO-16) на відстані лише 45 а.о. (600 радіусів Шварцшільда) від чорної діри. Найменший період обертання однієї із зір (SO-2) – 15.02 роки. Надалі планується продовжувати спостереження за центральним скупченням зір, використовуючи, зокрема, потужності 30-м телескопа. Точність визначення маси чорної діри при цьому може бути до 0.1 % [392]. З використанням такого потужного телескопа можна виміряти релятивістські ефекти нижчих порядків, такі, як прецесія орбіти, а також, можливо (за умови покращення точності астрометричних вимірювань та відкриття зір з високоексцентричними орбітами), і ефекти вищих порядків.

Аналогічну програму спостереження зір центра Галактики проводили європейські (головним чином, німецькі) дослідники. За спостереженнями 104 зір у центральній області у декілька кут. секунд на 3.5-м телескопі Південної европейської обсерваторії було зроблено висновок, що динаміка центрального скупчення в цілому узгоджується з припущенням про його сферичність. Приймаючи припущення сферичності, було підраховано центральну масу, яка виявилася в межах (2.6–3.3)·10<sup>6</sup>  $M_{\odot}$ , густина центрального розподілу мас була оцінена як більша за 10<sup>12.6</sup>  $M_{\odot}/пк^3$  [130]. За результатами 10-річних досліджень оцінка маси НМЧД була уточнена до значення (3.3±0.7)·10<sup>6</sup>  $M_{\odot}$ , густина – більшою за 3·10<sup>19</sup>  $M_{\odot}/пк^3$  [338]. Зауважимо, що детальне дослідження центрального скупчення дало можливість досить точно визначити положення чорної діри відносно радіоджерела SgrA\*, позначивши тим самим геометричний центр Галактики та (з точністю до 5 %) визначити відстань від нього до Сонця – 8.0±0.4 кпк [102].

Існування НМЧД у центрі Галактики підтверджено найбільш ґрунтовно порівняно з іншими галактиками. На сьогодні єдиною альтернативою чорній дірі у центрі Галактики лишилася гіпотеза "ферміонної кулі" — самогравітуючої виродженої кулі з масивних нейтрино [369].

# 5.2.4. Детектування НМЧД у інших галактиках

Вивчення динаміки зір оточення центрального масивного об'єкта в інших галактиках потребує дуже високої (~10<sup>-2</sup>кут. с) роздільної здатності приймачів. За невеликим винятком наземним телескопам бракує просторового розділення "сфери впливу" НМЧД навіть для найближчих галактик. Однак у огляді 1995 р. Корменді та Річстоуна [206] було подано список центральних мас у восьми галактиках: M31 (Андромеда), NGC3115, M32, NGC4594 (Сомбреро), NGC3377, NGC4258, M87 та наша Галактика.

Першим було визначення маси НМЧД у  $5 \cdot 10^9 M_{\textcircled{}}$ для гігантської еліптичної сD-галактики М87 у центрі скупчення Діви, яке було зроблене у 1978 р. Саржентом та співробітниками [322]. Серед інших відомих детектувань НМЧД варто відмітити роботи [205, 367] з вивченням ядерної динаміки М31 та М32. Але кожна заява про детектування знаходила опонентів, починаючи з роботи [36], автори якої розкритикували визначення Саржента та попередили наукову спільноту про некоректність використання припущення щодо незалежності від відстані до центра відношення маси до світності.

Вивчення НМЧД у інших галактиках є однією з тих галузей релятивістської астрофізики, яка пожвавилася із запуском космічного телескопа Габбла (Hubble Space Telescope, HST). Перевага HST перед

наземним обладнанням у цій галузі була значною. Після приблизно двох десятиліть важких, але непереконливих наземних досліджень динаміки зір та газу у центральних областях найближчих галактик на HTS були проведені спектральні та оптичні дослідження низки об'єктів з використанням спектрографа слабких об'єктів (Faint Object Spectrograph) та отримані оптичні зображення з дуже високою роздільною здатністю за допомогою ширококутної планетарної камери (Wide Field Planetary Camera). Ці спостереження, по-перше, засвідчили існування структур, притаманних чорній дірі, що обертається, та, по-друге, дали можливість точних визначень мас НМЧД.

Перші спостереження гігантської еліптичної галактики М87 у центрі скупчення Діви [157] показали наявність у ядрі дископодібної структури з іонізованого газу, приблизно перпендикулярної до напрямку джета. У двох протилежних від центра точках на відстані 0.25 кут. с були виміряні швидкості руху газу, вони виявилися приблизно рівними ±500 км/с у протилежних напрямках відносно швидкості М87 як цілого. Ці спостереження та спектральні дослідження емісій у лініях у двох додаткових точках поблизу ядра показали, що іонізований газ обертається по кеплерівських орбітах у межах 0.25 кут. с навколо центральної маси (2.4±0.7)·10<sup>9</sup>  $M_{\blacksquare}$ . На основі цих фактів автори [157] зробили висновок, що ними отримане строге свідоцтво наявності у M87 НМЧД вказаної маси.

Далі були проведені спостереження активної радіогалактики NGC 4261. Отримані зображення показали, що галактика містить ядерний диск з пилу, приблизно перпендикулярний до радіоджетів. При цьому було встановлено спіральну структуру диска, що узгоджується з механізмом перенесення кутового моменту від центру назовні, даючи змогу речовині внутрішніх частин диска падати всередину. Іонізований газ зосереджений у області розміром 0.12 кут. с або 17 пк. Була детектована емісія у ряді ліній. Виявилося, що визначена за лініями швидкість газу як функція відстані від центра може бути пояснена у припущенні, що іонізований газ зібраний у кеплерівський диск навколо центральної маси  $(4.9\pm1.0)\cdot10^8 M_{\odot}$  Було знайдено відношення маси до світності:  $(M/L)_V \approx 2100 M_{\odot}/L_{\odot}$  у межах 14.5 пк. Дуже велике відношення маси до світності, а також той факт, що NGC 4261 є відносно сильною радіогалактикою, дало авторам можливість дійти висновку, що більшість центральної маси сконцентрована у чорній дірі з масою  $(4.9\pm1.0)\cdot10^8 M_{\odot}$  [110].

У наступні роки дані, отримані з борту КА HST, дали можливість детектувати чорні діри у дюжини інших галактик. Далі коротко перелічимо результати цих досліджень.

Використання оптичної довгощілинної спектроскопії ядра близької радіогалактики M84 (NGC 4374) та оптичних зображень дало

можливість побудувати криву обертання ядерного газового диска, яка має S-видну форму з піком амплітуди у 400 км/с на 0.1 кут. с від ядра, що відповідає відстані у 8 пк. Моделюючи спостережувану кінематику газу, побудували модель тонкого кеплерівського диска, яка добре пояснює дані, якщо вісь обертання газового диска збігається з віссю радіоджетів. Така модель свідчить, що динаміка газу визначається ядерною компактною масою в діапазоні від 0.9·10<sup>9</sup> до 2.6·10<sup>9</sup>  $M_{\odot}$ . З цієї ядерної маси лише невелика частина (менше 2·10<sup>7</sup>  $M_{\odot}$ ) може бути пояснена наявною світною речовиною. Найбільш імовірно, що у ядрі М84 знаходиться HMЧД [40].

У [377] наведені результати дослідження ядерного диска з газу та пилу радіогалактики NGC 7052. Спостережувана крива обертання на 0.2 кут. с від ядра дає швидкість  $155\pm17$  км/с. Гауссова дисперсія швидкостей, що визначена за емісійними лініями, збільшується від ~70 км/с на відстані в 1 кут. с приблизно до 400 км/с у ядрі. Для пояснення такої газової кінематики найбільш придатною виявилася модель нахиленого на 70° газо-пилового диска навколо чорної діри з масою  $M_{\star} = 3.0^{+1.7}_{-1.6} \cdot 10^{\circ}$ . Моделі без чорної діри, в яких швидкість обертання газу на 0.2 кут. с від ядра може сягати щонайбільше 92 км/с, відкидаються з довірчою імовірністю, більшою за 99 %.

Найбільш далекою з галактик, для яких у кінці 1990 рр. була визначена маса центральної НМЧД, була гігантська еліптична галактика NGC 6251, яка є потужним радіоджерелом на відстані 106 Мпк. Вона відома своїм добре окресленим пиловим диском. Виняткове розділення зображень у V- та І-фільтрах дало можливість детально вивчити структури диска. Вузькосмугові зображення, центровані на емісійних лініях H  $\alpha$ +[NII], показують наявність іонізованого газу в диску в межах 0.3 кут. с від центра. Динамічні моделі показали, що газ знаходиться на кеплерівських орбітах навколо центральної маси ~ (4-8)·10<sup>8</sup>  $M_{\blacksquare}$ , а внесок радіальних потоків у поле швидкостей є нехтовно малим [109].

Побудова динамічної моделі SO-галактики NGC 3115 на основі фотометричних даних про розподіл яскравості дала можливість стверджувати наявність ядерної чорної діри з масою 6.5·10<sup>8</sup> *M*<sub>e</sub> [104].

джувати наявність ядерної чорної діри з масою 6.5·10<sup>8</sup> M<sub>☉</sub> [104]. Для видимої з ребра S0-галактики NGC 4342 виведена маса чорної діри у M<sub>☉</sub>/M<sub>☉</sub> ≈ 2.2<sup>11</sup>·10<sup>-1</sup>. Моделі без чорної діри відхиляються на 99.73 %-ому рівні довірчої імовірності. Ця галактика показала найбільше значення відношення маси чорної діри до маси балджа, що дорівнює 2.6 % [81].

Для пекулярної еліптичної галактики IC 1459, що знаходиться на відстані 23 Мпк, має зоряне ядро, яке швидко обертається, та сильну ядерну радіоемісію, з використанням даних про газову кінематику на малих радіусах та даних наземних спостережень отримані значення маси НМЧД у інтервалі  $(1-4) \cdot 10^8 M_{\blacksquare}$  та відношення маси чорної діри до

маси галактики у інтервалі  $(0.4-1.5) \cdot 10^{-3}$ . На противагу до NGC 4342 це досить мале значення, що говорить про широкий діапазон відношень маси діри до маси балджа або до всієї галактики [378].

Для еліптичної галактики NGC 3379 з використанням даних про дисперсію швидкостей вздовж променя зору, отриманих з спектрів галактичного центра, оптичних зображень WFPC2 та даних довгощілинної спектроскопії наземних телескопів, побудовано декілька моделей в залежності від кута нахилу осі до променя зору від 29° до 90°. Маса чорної діри визначається при цьому від 6·10<sup>7</sup> до 2·10<sup>8</sup> *M* [129]. Дослідження зоряної кінематики за даними HST/STIS вказали на

Дослідження зоряної кінематики за даними HST/STIS вказали на існування компактного об'єкта з масою у діапазоні (2-4)·10<sup>6</sup>  $M_{\blacksquare}$  у ядерній області близької карликової галактики M32 [179].

SO-галактика NGC 3245 має навколоядерний диск з пилу та іонізованого газу радіусом 1.1 "(110 пк), що робить її дуже зручною для вивчення. Дисперсія швидкостей змінюється від 50 км/с на периферії диска до 160 км/с у центрі. Побудована динамічна модель ядерної області, яка передбачає масу чорної діри (2.1±0.5)·10<sup>8</sup>  $M_{ee}$ [28].

яка передбачає масу чорної діри (2.1±0.5)·10<sup>8</sup>  $M_{\blacksquare}$ [28]. Для чотирьох галактик NGC 2787, 4203, 4459, 4596 доведено існування центральної чорної діри з масами від 10<sup>7</sup> до 10<sup>8</sup>  $M_{\blacksquare}$ [323].

# 5.2.5. Деякі емпіричні залежності для параметрів НМЧД

Після накопичення даних про маси НМЧД став можливим пошук кореляцій між масою чорної діри  $M_{\bullet}$  та інтегральними параметрами галактик. Першою була знайдена кореляційна залежність між  $M_{\bullet}$  та блакитною світністю  $L_{\rm B}$  оточуючого балджа, або відповідною масою балджа. За списком з 8-и галактик у огляді [206] було знайдено  $M_{\bullet}/M_{\bullet} \approx 2.2^{+1.6}_{-0.0} \cdot 10^{-9}$ . Більш тісна кореляція була невдовзі відкрита між  $M_{\bullet}$  та дисперсією швидкостей зір балджа  $\sigma$  [108, 111, 128]:

$$M_{\star} = \beta \left( \frac{\sigma}{200 \ \kappa m/c} \right)^{*}. \tag{5.5}$$

За 26-ма визначеннями мас, причому 13 з них – за спостереженнями на KA HST, авторами [128] були визначені  $\alpha = 3.75\pm0.30$  та  $\beta = (1.2\pm0.2)\cdot10^8 M_{\odot}$ .

У роботі [108] за 37-ма визначеннями були виведені дещо інші значення параметрів залежності  $\alpha = 4.58 \pm 0.52$  та  $\beta = (1.66 \pm 0.32) \cdot 10^8 M_{\odot}$ .

Пізніше було отримане свідоцтво про можливе існування фундаментального співвідношення між  $M_{\bullet}$  та масою  $M_{DM}$  гало з темної матерії, в якому, ймовірно, утворюється НМЧД:

$$\frac{M_{\star}}{10^{4} M_{\odot}} \sim 0.1 \left( \frac{M_{DW}}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1.6}.$$
(5.6)

Наведені вище співвідношення стали дуже корисним у дослідженнях демографії НМЧД [108], [239], [423]. Зокрема, у [239] виведена оцінка середньої густини НМЧД:

$$\rho_{BH} \sim 5 \cdot 10^5 M_{\blacksquare} Mpc^{-3}.$$

Оцінка цієї величини у [423] узгоджується з наведеною вище. В цій же роботі було показано, що активна фаза акреції з енерговиділенням, більшим за  $10^{46}$  ерг/с (а це характерно для квазарів), продовжується 30-130 млн років. Ефективність переробки маси у енергію при цьому може сягати ~ 0.2, і цей період характеризується найбільшою швидкістю зростання маси чорної діри, яка у даній фазі має тонкий релятивістьський акреційний диск.

Наведені емпіричні залежності стали основою низки теоретичних досліджень (див., напр., [151, 416]).

#### 5.2.6. Невирішені проблеми

При дослідженні НМЧД виникли запитання, для відповіді на які необхідні подальші спостереження. Можна виділити такі з них:

- Які характеристики впливають на залежність Μ<sub>•</sub>-σ? Чи залежать параметри співвідношення (5.5) від габблівського типу галактики, її оточення, червоного зміщення. Теоретичні моделі, у яких ці та інші параметри мають певне значення, отримають спостережне обмеження.
- Чи існують НМЧД з масами, меншими 10<sup>6</sup>M<sub>☉</sub>? Маси більшості НМЧД, детектованих на даний час, знаходяться у діапазоні 10<sup>8</sup>M<sub>☉</sub>≤ ≤M<sub>☉</sub>≤10<sup>9</sup>M<sub>☉</sub>. Залежність M<sub>☉</sub>−σ не представлена на масах, менших за 10<sup>6</sup>M<sub>☉</sub>, та недостатня для мас 10<sup>6</sup>M<sub>☉</sub>≤M<sub>☉</sub>≤10<sup>7</sup>M<sub>☉</sub>. Тут є лише кілька спіральних галактик (всі ранніх класів) та лише дві галактики на відстанях, значно більших за 30 Мпк.
- Наскільки малими можуть бути чорні діри у ядрах галактик? Чи існують ядерні ЧД у кульових скупченнях? Немає динамічних свідоцтв існування чорних дір проміжних мас в інтервалі  $10^2 M_{\odot} \le M_{\cdot} \le 10^6 M_{\odot}$  у ядрах галактик. Однак їхнє існування у позаядерній області у деяких галактиках із зореутворенням підтримується енергетичними аргументами. Зокрема, у найближчій взаємодіючій парі галактик, відомих як Антени, дослідження рентгенівської обсерваторії Chandra показали наявність джерел, що були проінтерпретовані як чорні діри з масами, більшими за зоряні чорні діри до декількох сотень  $M_{\odot}$  [106]. Також за даними Chandra було відкрито дев'ять рентгенівських джерел у центральній області ірегулярної галактики M82, які не співпадали з динамічним центром галактики. Обчислена для найсильнішого з них яскравість вказувала на те, що джерелом може

бути чорна діра з масою приблизно 600 *М*<sub>в</sub>. [181, 235]. Комп'ютерні моделювання показали можливість утворення подібних ЧД у багатих кульових скупченнях (~ 10<sup>6</sup> M<sub>B</sub>) з молодих масивних зір, причому маса такої чорної діри має бути порядку 0.1 % від маси скупчення [293]. Аналогічний об'єкт, можливо, був знайдений поблизу центра нашої Галактики. Інфрачервоне джерело IRS-13 було ототожнене з джерелом рентгенівського випромінювання за даними космічної обсерваторії Chandra [21]. З огляду на виняткову концентрацію масивних гарячих зір, які супутно рухаються, була висловлена гіпотеза про те, що IRS-13 є залишком ядра раніше масивного скупчення зір з чорною дірою з масою приблизно 1 300  $M_{\blacksquare}$ , зруйнованого припливними силами центральної НМЧД [230]. Ця гіпотеза, однак, визвала критику, оскільки нові визначення маси чорної діри за динамікою зір скупчення показали надто велику масу – 4000 M<sub>в</sub>, а ототожнення скупчення з рентгенівським джерелом не вважається надійним [337]. Можливо, чорна діра з масою 2 500 M<sub>в</sub> міститься у центрі кульового скупчення М15 [131].

Відмітимо, що факт існування чорних дір з проміжними масами є критичним у розумінні процесу їх утворення. У так званій "top-down"моделі, що простежує виникнення НМЧД до дуже ранніх стадій утворення галактик, є природною нижня границя  $M_{\bullet} \sim 10^6 M_{\odot}$  (див., напр., [151, 224, 347]). З іншого боку, у «bottom-up»-моделі ядерні НМЧД утворюються шляхом злипання чорних дір з проміжними масами, розташованих як у галактичних центрах, так і у кульових скупченнях [97, 293]. У такому сценарії немає фізичних причин для заборони утворення чорних дір з масами, меншими за  $10^6 M_{\odot}$ .

# 5.3. Спостережні свідоцтва існування подвійних надмасивних чорних дір

Усе, що ми знаємо про реальність, починається з досліду та завершується ним.

Альберт Айнштайн

Питання про існування надмасивних подвійних чорних дір є дуже важливим для вирішення ключових проблем астрофізики. Виявлення та оцінки їх кількості дадуть важливі обмеження на моделі формування та еволюції галактик, на можливі механізми зростання їх маси.

Наразі вважається, що головним шляхом формування подвійних НМЧД є злиття двох галактик. Якщо обидві галактики, що зливаються,

містять надмасивні ЧД, то вони також з часом зіллються. Ієрархічні моделі злиття галактик передбачають досить часті випадки злиття подвійних чорних дір (див., напр., [150]), причому частота злиття залежить від оточення, у скупченнях та групах вона більша. Однак існує версія формування подвійних ЧД вже в центрах первісних галактик [45].

Процес злиття двох галактик розділяють на три стадії. На першій стадії ядра галактик, що зливаються, наближаються одне до одного за рахунок динамічного тертя. Третя, заключна стадія, власне злиття двох чорних дір, обумовлене емісією гравітаційних хвиль. Які процеси є головними на проміжній (другій) стадії, та наскільки ефективно вони працюють, тобто наскільки швидко відбувається зближення до тієї відстані, коли гравітаційне випромінювання стає суттєвим, є предметом інтенсивних теоретичних досліджень [240]. Обговорювалося багато механізмів, які могли би бути причиною достатньо швидкого злиття. Однак досі ще немає вирішення цієї задачі: процес може суттєво уповільнитися при відстанях 0.01÷1 пк між чорними дірами. Отже, питання про те, як довго живуть подвійні НМЧД, лишається відкритим. Детально проблеми формування та розвитку подвійних чорних дір розглядаються в [240].

Моделі з подвійними чорними дірами залучаються для пояснення особливостей різних класів астрофізичних об'єктів або характерних компонентів центральних частин ядер активних галактик. Вважається, що злиття галактик може викликати усі типи активності у центрі новоутвореної галактики. Злиття порівняно великих подвійних ЧД було запропоноване для пояснення спалаху зореутворення у біляядерній області [359], в той час як злиття менших ЧД викликає активність ядра.

На можливе значення подвійних чорних дір для пояснення різних класів радіогучних активних ядер вказувалося у багатьох роботах. Різниця між радіогучними та радіотихими активними ядрами може бути пояснена таким чином: радіогучні (здебільшого у еліптичних галактиках) мають діри, що швидко обертаються внаслідок розкрутки при злитті двох первинних чорних дір, а радіотихі, знаходячись у спіральних галактиках, мають чорні діри, що обертаються повільно.

Можливо, що усі блазари зобов'язані своїм походженням наявністю подвійних чорних дір [381]. Різницю між різними типами активних ядер автори цієї роботи пояснювали різними етапами еволюції: лацертиди та радіогалактики класу FRI являють собою стадії з тісними подвійними системами, в той час як у радіогалактиках класу FRII мають бути присутні широкі пари з великими орбітальними періодами, які складніше розпізнати спостережно. Розбіжність осей радіоджетів та акреційних дисків активних галактик, що іноді спостерігається, обумовлене минулими злиттями чорних дір, можливо, неодноразовими. Це стосується також того, що орієнтації радіоджетів у активних ядрах практично довільні відносно площини зоряного диска.

Далі ми розглянемо спостережні свідоцтва існування подвійних НМЧД. Большість із них ґрунтуються на спостереженнях "активних чорних дір", тобто таких явищ, як наявність радіоджетів, жорсткого та інтенсивного рентгенівського випромінювання, співвідношення параметрів емісійних ліній, характерних для Сейфертівських галактик. При написанні цього розділу використовувався огляд [202].

## 5.3.1. Спостережно нерозділені системи (залишки злиття чорних дір)

*Х-подібні радіогалактики.* Деякі галактики демонструють джети з дуже незвичайною будовою: різкі зміни напрямку осі джета, що формують Х-подібні або крилоподібні структури. Ці зміни напрямку є більш різкими, ніж у так званих S-подібних радіогалактиках. Останні звичайно пояснюються прецесійними ефектами, а X-подібні структури скоріше за все пов'язані з різкою зміною осі джета. Відомо біля півтора десятка X-подібних радіоджерел, більшість з яких асоціюються з джерелами типу FRII низької світності.

Для пояснення X-подібної структури джетів пропонувалося декілька моделей, серед яких найбільш адекватною вважається модель переорієнтації осі джета, що визвана злиттям з другою НМЧД.

Подвійно-подвійні радіогалактики з перерваною активністю джетів. Спостерігаються джерела з двома парами радіопелюстків, які дістали назву подвійно-подвійних радіогалактик. Внутрішні та зовнішні пелюстки мають спільні центр та вісь, між пелюстками фіксується недостача випромінювання. Вважається, що найбільш імовірним походженням таких структур є перерва та подальше відновлення процесу формування джета. Характерний масштаб часу цього процесу – близько 1 млн років. Було запропоновано декілька ідей для пояснення цього явища, серед них – припущення про наявність подвійних чорних дір, що вже злилися у цій системі [221]. Згідно з цією гіпотезою друга чорна діра, рухаючись по спіралі назустріч основній дірі, поступово поглинала матеріал внутрішньої частини її акреційного диска, що спричинило переривання формування джета. Джетова активність поновлювалася після того, як речовина із зовнішніх частин акреційного диска заповнювала внутрішні.

Ці два важливих класи кандидатів у залишки подвійних чорних дір (подвійно-подвійні та Х-подібні радіогалактики) будуть об'єктами спостережного інтересу на наступні роки. При розгляді таких джерел виникають запитання, чи можливий "симбіоз двох структур" — подвійноподвійних джерел зі зміною напрямку джетів, чи чорні діри у подвійній системі завжди компланарні тощо.

Спірально викривлені радіоджети. Третє явище, що спостерігається у радіоджетах та пов'язується з присутністю подвійних чорних дір, це наявність спіралевидних відхилень напрямків джетів від прямої лінії. Такі особливості форми джетів помічені у багатьох джерел, включаючи такі відомі, як 3С273, 3С449, BL Lac, Mrk 501, 4С73.18, PKS0420-014. Найбільш поширеною є гіпотеза про подвійність діри як про причину відхилень джета від прямої, але було запропоновано також багато інших механізмів (орбітальний рух чорної діри, що утворює джет, ефекти прецесії акреційного диска тощо). Розв'язання цих проблем ускладнюється дуже невизначеними оцінками розподілу мас у таких системах, зокрема маси чорних дір оцінюються з коефіцієнтом невизначеності 10+1 000.

Квазіперіодичні сигнали у кривих блиску. Наявністю подвійної чорної діри часто пояснюють квазіперіодичні зміни блиску. Найбільш вивченим кандидатом за цією ознакою є об'єкт ОЈ 287 типу BL Lac. Він демонструє оптичну змінність з досить чітким періодом 11.86 років. Оптичні спостереження цього джерела можуть бути простежені аж до 1890 р. Особливості періодичних радіо- та оптичних змінностей (наприклад, подвійний максимум) пояснюються процесами взаємодії другої діри з акреційним диском першої під час періодичних зближень.

Наступний оптичний максимум блиску ОЈ 287 очікується у березні 2006 р. Без сумніву, ця лацертида стане об'єктом всехвильових спостережень за багатьма програмами.

Оптична змінність з періодами від 20 днів до 20 років спостерігалась і у інших блазарів. Наприклад, 336-добовий період має PKS1510-089, період у 14 років виведений з оптичних даних BL Lac, 23 доби має Mrk 501 в енергіях TeB. Однак OJ 287 виділяється серед них стійкістю періоду та амплітудою змінності. Відмітимо, що визначення періоду змінності є не простою задачею. Наприклад, за кривими блиску BL Lac визначені періоди 0.6 року, 0.88 року, 7.8 років та 34 роки, але неясно, чи реальні вони всі, а якщо реальні, то що їх обумовлює.

Дуже цікавим є об'єкт Mrk 501. Згідно з моделлю [308] спостережувана модуляція потоку є результатом змінного допплер-фактора через невеликі зміни кута нахилу джета, спричиненого орбітальним рухом менш масивної чорної діри, що випромінює джет (нагадаємо, що блазари ми бачимо майже вздовж осі джета). Однак період 23 доби для Mrk 501 зазнає критики, його визначення на різних інтервалах спостережень дають і 20, і 26 діб [274].

Для пояснення радіо- та оптичної змінності квазара 3C345, а також наявності мультикомпонентної структури джетів та пов'язаної з нею спалахової активності з квазіперіодом ~ 4 роки побудована модель квазара як системи двох надмасивних чорних дір приблизно з однаковими масами  $7 \cdot 10^8 M_{\blacksquare}$ . Чорні діри розділені відстанню 0.33 пк, мають

орбітальний період 480 років та період прецесії акреційного диска 2 570 років [222].

Профілі з двома піками широких емісійних ліній. Якщо подвійні чорні діри дійсно існують у активних галактиках, то правдоподібно було би чекати, що їх відносний орбітальний рух викличе спостережні ефекти у профілях емісійних ліній. Такі ефекти дійсно спостерігаються. Є велика кількість активних ядер галактик, які демонструють профілі емісійних ліній з двома піками (Arp 102B та 3C390.3 – типові приклади). Ці профілі інтерпретувалися як свідоцтво наявності двох різних областей широких емісійних ліній в центрах двох галактик.

Однак для цих двох об'єктів така інтерпретація виявилася слабкою, оскільки не було знайдено періодичних змін у профілях ліній внаслідок орбітального руху чорних дір. Двопікові профілі були пояснені іншими причинами (причому арсенал пояснень великий). Але орбітальний період може бути великим: 100+1 000 років, тоді на масштабах спостережень у декілька років часові зміни можуть бути непомітними.

Галактики, у яких відсутні центральні каспи. Всі розглянуті вище свідоцтва пов'язані з деякою активністю принаймні однієї з чорних дір. Але є один факт зовсім іншого порядку, який натякає на існування подвійної діри. На HST спостерігалися кілька галактик раннього типу з нетиповими профілями поверхневої яскравості [215]. Якщо у звичайному випадку такі профілі мають гострі виступи (каспи) у центрі, то для цих галактик спостерігалося спадання яскравості до центра. Наявність галактик з такими центральними темними плямами передбачається у деяких сценаріях еволюції подвійних чорних дір, у яких суттєвим є гравітаційний викид зір з ядра у процесі стабілізації подвійної системи чорних дір.

# 5.3.2. Спостережно розділені системи

Якщо є велика кількість подвійних надмасивних чорних дір на близьких орбітах, то мають бути і пари з великими відстанями між компонентами. Такі системи у ближніх галактиках можна спостерігати безпосередньо.

*Рентгенівська активна пара чорних дір: NGC 6240.* Недавні спостереження рентгенівської обсерваторії Chandra привели до відкриття пари активних чорних дір у центрі галактики NGC 6240. Подвійна чорна діра у NGC 6240 унікальна, бо це поки що єдина пара чорних дір, просторово розділених так, що обидві чорні діри можуть бути ідентифіковані окремо одна від одної.

Галактика NGC 6240 належить до класу ультраяскравих інфрачервоних галактик (ULIRG), які характеризуються ІЧ-яскравістю, що

перевищує ~10<sup>12</sup> світностей Сонця. Галактика NGC 6240 – одна з найближчих ULIRG-галактик та вважається "ключовим" представником свого класу. NGC 6240 - результат злиття двох галактик, що знаходяться у стадії формування еліптичної галактики. У неї є два оптичних ядра, природа яких лишалася до певного часу незрозумілою, оскільки обидва ядра не проявляли себе як активні. Інтенсивний пошук прихованої активності проводився протягом двох останніх десятиліть. Результатом пошуку було відкриття джерела, сильно послабленого за рахунок поглинання, а насправді яскравого джерела рентгенівського випромінювання NGC 6240, спектр якого доходив до ~100 КэВ. Згодом, використовуючи чудові можливості рентгенівської обсерваторії Chandra з просторової спектроскопії, вдалося довести тотожність рентгенівських джерел з ядрами NGC 6240 та показати таким чином, що вони обидва активні. Тепер, приймаючи, що активність ядер обумовлена надмасивними чорними дірами, необхідно прийняти також факт наявності подвійної НМЧД у NGC 6240. Обидва ядра мають схожі плоскі рентгенівські спектри, характерні для активних ядер, з сильним поглинанням, що утруднювало спостереження. Кутова відстань між ядрами 1."5; це відповідає відстані 1.4 кпк. Вважається, що протягом наступних декількох сотень млн років дві чорні діри у NGC 6240 зіллються.

**Подвійні квазари.** У деякої частини квазарів з великими червоними зміщеннями (ЧЗ) поблизу спостерігається ще один квазар з таким же ЧЗ. Більша частина таких пар є результатом гравітаційного лінзування. Але деякі пари з розділенням  $3\div10$ " є реальними — фізичними подвійними квазарами. Різниця між реальною парою та лінзованим квазаром головним чином проявляється у наявності чи відсутності лінзуючої галактики, тотожності чи відмінності спектрів, та тим, чи є інші суттєві відмінності (наприклад, одне зображення є радіогучним, інше — радіотихим). Кількість квазарів, які ідентифікуються як реальні пари, зростає. Серед них: Q1343.4+2640 (з суттєво різними спектрами), LBQS0103-2753 (пара з найменшим розділенням 0.3", що відповідає 2.5 кпк, та різними оптичними спектрами), LBQS0015+0239 (з найбільшим червоним зміщенням z = 2.45).

Якщо припустити, що спостережні подвійні квазари зв'язані у реальні пари, то динамічне тертя зблизить квазари за час, близький до габблівського. Оскільки це більше, ніж типовий період активності квазарів, більш близькі до нас пари вже пройшли стадію активності і тому їх важко виявити.

Цікаво відзначити, що бракує пар з малими розділеннями, крім LBQS0103-2753 інші пари мають розділення, більше двох секунд, зазвичай 3÷10". Цим кутовим розділенням відвідають відстані між компонентами ~10÷80 кпк. Випадкове проектування вважається малоімо-

вірним. Для таких квазарів постає запитання: чи взаємодіють їхні "хазяйські" галактики, чи зливаються вони? На невеликих ЧЗ це можна з'ясувати, шукаючи морфологічні та кінематичні збурення у хазяйських галактиках. Однак для більшості пар  $z = 1 \div 2$ , а хазяйські галактики навіть не виявлені.

Пари галактик з двома джетами, що випромінюють. Під час огляду ейбелівських скупчень галактик була знайдена дуже незвичайна морфологія радіоджерела 3С75, розташованого поблизу центра скупчення Abell 400. У нього були виявлені дві пари радіоджетів. Спочатку вважалося, що знайдено першу галактику з двома ядрами. Однак наступні оптичні спостереження виявили, що насправді тут є дві еліптичні галактики, в кожній з яких були ядра, що випромінювали джети. Така конфігурація була вельми незвичною, тому постало запитання, на якій стадії взаємодії знаходяться галактики. Подальші дослідження цієї системи показали, що дві галактики поки що не пов'язані між собою, хоча достатньо близько знаходяться одна від одної, а лише починають взаємодіяти.

# 5.3.3. Висновки

Таким чином, багато різних фактів вказують на існування надмасивних подвійних чорних дір у центрах галактик. Згідно з моделями еволюції подвійних чорних дір, найбільші часові масштаби припадають на випадки тісних подвійних систем з відстанню між компонентами ~ 0.01÷10 пк. Через це більшість пар чорних дір спостережно не можуть бути розділені. Ці пари проявляють себе через періодичні явища, такі, як погойдування радіоджетів, квазіперіодичні змінності у кривих блиску.

Проте очікуються і більш широкі пари, які можуть бути розділені у спостереженнях. Такі пари можуть бути більш впевнено ідентифіковані, якщо обидві компоненти активні. Імовірно, багато пар, у яких друга компонента неактивна, не будуть знайдені. Спостережно розділеною парою з відстанню ~ 1.5 кпк (єдиною поки що відомою) у центрі одинокої галактики є активна в рентгенівському діапазоні пара чорних дір у NGC 6240.

Майбутній пошук активних подвійних НМЧД буде проводитися в таких напрямках:

- розширений пошук у рентгенівському діапазоні активних подвійних чорних дір в центрах галактик, зокрема надяскравих у інфрачервоному діапазоні галактик (ULRIG), з використанням обсерваторії Chandra;
- ретельний пошук морфологічних особливостей, спричинених гравітаційною взаємодією, при глибокому огляді "хазяйських"



галактик для пар квазарів на великих ЧЗ за допомогою архіву HST;

- спостереження з високим розділенням у радіодіапазоні Х-подібних радіогалактик для пошуку переривань радіовипромінювання між ядром і крилами;
- всехвильовий моніторинг блазарів з підозрюваною періодичністю, особливо інтенсивне відстежування наступного очікуваного максимуму OJ 287.

Подвійні НМЧД, що зливаються, є потужними джерелами гравітаційних хвиль у діапазоні чутливості LISA для мас чорних дір  $10^{4-7} M_{\odot}$ . Коли LISA запрацює, це дасть дослідникам додаткову цінну інформацію про частоту та особливості процесів злиття подвійних чорних дір. Було б ідеальним варіантом ототожнити джерела LISA з оптичними джерелами; гравітаційно-хвильові сигнали та спостереження у електромагнітному спектрі могли би бути об'єднані для більш детального вивчення цих процесів. У майбутньому гравітаційні хвилі від чорних дір, що зливаються, можна використовувати як стандартні космологічні свічі для вивчення великомасштабної структури Всесвіту [169].

# 5.4. Голі сингулярності

Сингулярність — це місце, де порушується концепція простору і часу так само, як і всі відомі закони фізики, оскільки всі вони формулюються на основі класичного простору-часу.

Стівен Гокінг

# 5.4.1. Сингулярності в ЗТВ

Як видно з попередніх розділів, чорні діри виявляються за непрямими факторами. Вирішальною є оцінка маси невидимого об'єкта. Прямо можна спостерігати тільки акреційний диск навколо чорної діри. Тому частина з відомих нам кандидатів у чорні діри можуть насправді виявитися ще більш екзотичними релятивістськими об'єктами — голими сингулярностями (ГС) (naked singularity). Серед точних розв'язків рівнянь Айнштайна є багато таких, що описують ПЧ з такими особливостями (див., напр., [525]). На відміну від чорних дір, властивості яких залежать лише від трьох параметрів — маси, кутового моменту та заряду, ГС можуть мати суттєво різний вигляд та властивості. Серед них є такі, що навряд чи відповідають реально існуючим об'єктам, бо вони мають від'ємну масу або у ПЧ навколо них існують замкнені часоподібні

геодезичні лінії. У останньому випадку спостерігач, що вільно рухається за такою світовою лінією, опинився би у власному минулому, порушивши, таким чином, принцип причинності. Подібні розв'язки вважають нефізичними (до них відноситься ГС, що описується метрикою Керра (5.2) за  $a > GM/c^2$ ). Але серед розмаїття ГС є зовсім інші розв'язки, котрі не мають яких-небудь патологічних властивостей. Чи можуть вони бути реальними космічними об'єктами? Для відповіді на це запитання є сенс ознайомитися з цим питанням краще.

Шо таке сингулярність взагалі? У ЗТВ – це область, що має зазвичай нульовий чотирьохвимірний об'єм, в якій компоненти тензора кривини та його інваріанти стають нескінченними (розглядають ще і інші, так звані патологічні особливості, але ми не будемо їх зараз описувати). З точки зору математики ці сингулярності не належать до ПЧ і тому їх властивості можна знайти тільки через якісь нетривіальні підходи. Але чотирьохвимірна гіперповерхня, що є нескінченно близькою до гіперповерхні сингулярності, вже є часткою ПЧ і неважко визначити її властивості, зокрема її тип. Якщо така гіперповерхня простороподібна, то і особливість називається простороподібною сингулярністю. Прикладом такої особливості є космологічна сингулярність (народження Всесвіту) та особливості всередині незаряджених чорних дір. У цих випадках спостерігач, як би він не рухався, наближається або віддаляється від простороподібної сингулярності вздовж часоподібної світової лінії. Якщо гіперповерхня, що нескінченно близька до сингулярністі, часоподібна, то ми маємо справу з часоподібною сингулярністю. Рухатися у напрямку до такої сингулярності треба вздовж просторової координати. Якщо на деяких своїх ділянках така лінія наближення стає часоподібною, то часоподібна сингулярність оточена парним числом горизонтів подій і віддалений спостерігач не може побачити світло, що йде від часоподібної сингулярності, бо його не пропустить горизонт. Така ситуація трапляється, наприклад, у заряджених чорних дірах, коли їх заряд не перевищує їх масу (у одиницях, в яких швидкість світла та гравітаційна стала дорівнюють одиниці). Коли лінія на всьому шляху від часоподібної сингулярності до просторової нескінченності залишається простороподібною, часоподібна сингулярність зветься голою.

Якщо викласти попередній абзац ще простіше, то ГС відрізняються від чорних дір тим, що останні мають горизонт, а перші — ні. Тому людина, яка вільно падає на ГС у будь-яку мить до досягнення особливості може втекти від неї подалі (звичайно, якщо вона на ракеті з потужним двигуном, а припливні сили, що зростають до нескінченності при наближенні до ГС, ще не роздерли її на шматки). Якщо ж людина падає на чорну діру, то після перетинання горизонту вона вже не може повернутися і мусить наближатися до сингулярності, не

зважаючи на те, наскільки потужний двигун на ракеті. Крім того, кожен віддалений спостерігач може бачити ГС (звідси і походить її назва). З точки зору фізики ГС є компактним джерелом гравітаційного (та, можливо, і негравітаційного) поля.

З математичної точки зору ГС є границею нашого ПЧ. Тому, якщо у Всесвіті є хоча б одна ГС, ми вже не можемо поставити задачу Коші для визначення еволюції Всесвіту за його минулим станом. Дійсно, з такої ГС може випромінюватися матерія у будь-якому вигляді, впливаючи таким чином на майбутнє Всесвіту. Поспішимо заспокоїти прихильників фантастики — хоча властивості ГС чимось і нагадують "портал у інший світ", з такої особливості не можуть з'явитися орди прибульців або бісенята з вилами, бо нескінченні припливні сили роздеруть на елементарні частинки і прибульців і бісенят і вила.

#### 5.4.2. Гіпотеза космічної цензури

Деякі вчені вважають [284], що неможливість постановки задачі Коші є недопустимою і має виконуватися принцип "асимптотичної передбачуваності Всесвіту", тобто ГС не можуть існувати. Звідки ж можуть з'явитись ГС? Одні з них могли би народитися разом зі всім Всесвітом в процесі Великого Вибуху. Але зараз астрономи впевнені в тому, що коли час існування Всесвіту був 10-33с, його розміри зростали дуже швидко протягом інфляційної стадії експоненційного роздування. Весь відомий нам Всесвіт займав до інфляційної стадії об'єм, менший за атомне ядро. Оскільки в такому малому об'ємі навряд чи народилася б хоч одна ГС, то ми не знайдемо у Всесвіті жодної, яка народилась би разом з усім Космосом. Інший шлях утворення ГС – це колапс якоїсь сильно несиметричної конфігурації матерії або конфігурації, що сильно обертається. Для забезпечення "асимптотичної передбачуваності Всесвіту" відомий вчений Р. Пенроуз [284] висунув так званий принцип космічної цензури (Cosmic Censorship Principle, ПКЦ), згідно з яким будь-який процес колапсу може закінчитися утворенням чорної діри, але не ГС. У такому разі жодна ГС не може існувати у Всесвіті. Зазначимо, що ПКЦ є тільки гіпотезою. І хоча з'явилася вже не одна стаття, автори якої стверджували, що вони довели або спростували ПКЦ, проблема його справедливості залишається одною з фундаментальних невирішених задач ЗТВ.

Цю проблему важко розв'язати при аналітичному або числовому розгляді процесу колапсу через складність розрахунків, незнання рівняння стану надгустої матерії і всіх процесів, що можуть відбуватися при колапсі, включаючи квантове випромінювання та поляризацію фізичного вакууму тощо. На нашу думку, найбільш перспективним напрямом дослідження справедливості ПКЦ є дослідження властивостей самих ГС. Виявилось, що деякі їх типи або взагалі не можуть утворюватися шляхом колапсу, або, утворившись, зупиняють цей колапс, заважаючи утворенню ГС з великою масою.

#### 5.4.3. Типи голих сингулярностей

Таким чином, проблема вивчення властивостей різних типів ГС та взагалі їх класифікації є важливою складовою процесу вивчення справедливості ПКЦ. Не зосереджуючись на деталях, наведемо основні досягнуті результати в цій області. У роботі [277] був знайдений найбільш загальний розв'язок рівнянь Айнштайна біля ГС і взагалі часоподібних сингулярностей, в [278] він був стикований із загальним розв'язком Бєлінського-Ліфшиця-Халатнікова [30, 442] біля простороподібних сингулярностей. Проблемою при аналізі властивостей ПЧ з ГС є те, що метрика записана в невідомій системі координат і аналіз властивостей ПЧ включає аналіз системи координат точного розв'язку. Для визначення типу джерела гравітаційного поля у ГС був розроблений метод ліаграм [508]. Його застосування до найпростіших прикладів ПЧ з ГС показало, що крім звичайних точкових та лінійних джерел можливі і зовсім інші типи ГС з властивостями, що неможливі у звичних просторах зі скінченною кривиною [508] (докладніше це описано у розділі 1.4.4). Ці сингулярності були названі парадоксальними [505]. Виявилося, що більшість ГС, що не обертаються, залежно від параметрів відносяться до точкових особливостей з від'ємною масою (приклад відомий розв'язок Шварцшільда з m < 0), лінійних джерел з додатною масою та парадоксальних сингулярностей [508]. У останніх маса не тільки додатна, але її лінійна густина має перевищувати певний граничний рівень. Через це такі ГС не можуть утворитися безпосередньо при колапсі. Точкові ж джерела через гравітаційне відштовхування зупинили би процес колапсу. Тому цей тип також не може утворюватися при колапсі. Вплив обертання було досліджено в [506]. Виявилося, що при будь-якому слабкому обертанні біля лінійних ГС з'являються замкнені часоподібні світові лінії, що, як відзначалося раніше, свідчить про порушення причинності та нефізичний характер цього розв'язку. Але з фізичної точки зору це не зовсім так. Якщо ГС має масу, більшу за планківську (а інакше її неможливо розглядати у рамках ЗТВ і треба чекати розробки квантової теорії простору-часу), то ці замкнені геодезичні лінії знаходяться на відстані від ГС, меншій за планківську довжину. Тому всі замкнені часоподібні світові лінії знаходяться в області, де неможливо застосовувати закони сучасної фізики.

Суттєвий вплив на тип та властивості ГС мають негравітаційні поля, джерелом яких є ГС. У багатьох випадках напруженість таких полів

стає нескінченною поблизу ГС і ми не можемо нехтувати їх впливом на ПЧ. Вплив деяких полів розглянутий у роботах [281, 505, 509].

У сильному, а часто й змінному у часі, гравітаційному полі відбуваються деякі квантові ефекти (такі, як народження пар частинкаантичастинка або поляризація фізичного вакууму зі зміною його енергії), котрі можуть суттєво вплинути на хід колапсу. Якщо квантові втрати енергії завдяки випромінюванню пар та зміні енергії вакууму будуть великими у порівнянні зі звільненою гравітаційною енергією. хід колапсу може уповільнитися настільки, що несиметричний колапс встигне симетризуватися і закінчитися утворенням ЧД, а не ГС. Дуже сильні втрати енергії можуть навіть зупинити колапс. Як показано в [279], при колапсі масивної зарядженої оболонки квантові втрати на декілька десятків порядків перевищують повну енергію оболонки. Тому колапс не закінчиться утворенням ГС Рейснера-Нордстрема. Він сповільниться настільки, що заряд оболонки зменшиться через квантове народження заряджених пар частинка-античастинка у сильному електричному полі навколо оболонки і. як наслідок, утвориться заряджена чорна діра. Але в одному з найбільш цікавих випадків лінійних ГС квантові втрати практично відсутні [280].

У результаті проведеного циклу досліджень видно, що при перевірці справедливості ПКЦ необхідно зосередитися на двох типах ГС. Найбільш загальний коливальний тип [277] цікавий саме завдяки загальності. Але швидкі зміни поля у часі і просторі, очевидно, можуть викликати сильне квантове випромінювання, потужність якого, на жаль, важко розрахувати. Воно може вплинути на хід колапсу, симетризуючи його настільки, що утвориться ЧД. Проте це припущення ще потребує детального аналізу. Лінійні ГС не зазнають впливу квантових ефектів, але цей розв'язок не є загальним. Тому всі відхилення від аксіальної симетрії у розподілі колапсуючої матерії або її невеличке обертання можуть зростати під час колапсу, збурюючи метрику ПЧ. Отож цей випадок також потребує подальшого дослідження.

Якщо ПКЦ навіть буде спростовано і буде доведено, що ГС можуть утворюватися, це приведе до нових запитань. Наприклад, чи буде еволюціонувати утворена ГС, змінюючи розміри та форму? Чи буде цей процес супроводжуватися якимось випромінюванням? Як буде рухатися ГС у зовнішньому гравітаційному полі — за геодезичною лінією, як всі звичайні тіла, чи якось інакше? І, нарешті, чи може в процесі еволюції ГС "одягтися", тобто перетворитися на чорну діру? Приклад такого "одягання" керровської ГС (5.2) за  $a > GM/c^2$  наведено в статті [507]. Там розраховано, за якими масами та кутовими моментами ГС встигнуть "одягтися" за час існування Всесвіту.

#### 5.4.4. Приклади голих сингулярностей та їх ієрархія

У цьому розділі ми наведемо приклади деяких точних та наближених розв'язків рівнянь Айнштайна, що описують ПЧ з ГС та опишемо ієрархію ГС. Для аналізу типу ГС застосовується розроблений в [508] метод діаграм.

Найпростішим розв'язком з ГС є метрика Казнера [186], яка залежить тільки від однієї просторової координати *х*. Вона має вигляд

$$ds^{2} = -dx^{2} + x^{2h}dt^{2} - x^{2h}dy^{2} - x^{2h}dz^{2}, \qquad (5.7)$$

де казнерівські показники p<sub>i</sub> (*i*=1,2,3) задовольняють дві умови

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1, \qquad p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 1.$$
 (5.8)

Неважко бачити, що серед цих показників один від'ємний, але більший за - $\frac{1}{3}$ , та два додатних, один з яких знаходиться в інтервалі від 0 до  $\frac{2}{3}$ , а другий від  $\frac{2}{3}$  до 1. Метрика (5.7) має ГС при x = 0. Тільки у випадку, коли два з казнерівських показників дорівнюють нулеві, а третій одиниці, ця сингулярність є фіктивною координатною особливістю. У роботі [190] був досліджений фізичний сенс цього розв'язку і показано, що він описує статичний ПЧ з циліндричною симетрією навколо нескінченно довгої масивної нитки. Дійсно, такий ПЧ є частинним випадком статичних просторів з аксіальною симетрією, котрі описуються метрикою Вейля [489]:

$$ds^{2} = e^{\nu} dt^{2} - \rho^{2} e^{-\nu} d\varphi^{2} - e^{\nu} \left( d\rho^{2} + dz^{2} \right), \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \nu}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^{2} \nu}{\partial z^{2}} = 0,$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial z} = \rho \frac{\partial \nu}{\partial \rho} \frac{\partial \nu}{\partial z}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial z} = \frac{\rho}{2} \left[ \left( \frac{\partial \nu}{\partial \rho} \right)^{2} - \left( \frac{\partial \nu}{\partial z} \right)^{2} \right]$$
(5.9)

Тут  $v(\rho, z)$  — аксіально-симетрична гармонічна функція. В умовному плоскому просторі з координатами  $\rho$ ,  $\varphi$ , z вона описує ньютонівський потенціал, створений деяким аксіально-симетричним розподілом маси. Функція  $\gamma(\rho, z)$  визначається за  $v(\rho, z)$  з точністю до константи, яку практично завжди можна визначити за умов відсутності конічних сингулярностей на осі обертання  $\rho = 0$  за межами ГС.

Якщо за джерело функції  $v(\rho, z)$  в умовному координатному просторі взяти нескінченну нитку  $\rho = 0$  зі сталою лінійною густиною маси  $\mu$ , то неважко знайти вигляд метрики (5.9). Після координатного перетворення  $x = \rho^{\mu^2 \cdot \mu^{+1}}$  вона перетворюється у метрику Казнера (5.7), в якій замість координати у виступає  $\varphi$ . При цьому казнерівські показники залежать тільки від  $\mu$ :

$$p_1 = \frac{\mu}{\mu^2 - \mu + 1}, \quad p_2 = \frac{1 - \mu}{\mu^2 - \mu + 1}, \quad p_1 = \frac{\mu^2 - \mu}{\mu^2 - \mu + 1}.$$
 (5.10)

Але при  $\mu > 1$  в аналізі властивостей ПЧ (5.7) виникає проблема, оскільки довжини окружностей  $\rho = \rho_0 = const$  починають прямувати до нескінченності при  $\rho_0 \rightarrow 0$ . Для аналізу цього випадку є сенс розглянути простішу з метрик Вейля із сингулярністю скінченного розміру. Вона виникає, якщо функція  $v(\rho,z)$  співпадає з ньютонівським потенціалом прямого відрізку довжиною *L*, що лежить на осі обертання  $\rho = 0$ і має сталу лінійну густину маси  $\mu$ . Вид такого потенціалу краще шукати в координатах *V*, *U*,  $\varphi$  витягнутого еліпсоїда обертання з фокусами на кінцях відрізку. Неважко знайти для цього випадку  $v = 2\mu \ln(th(V/2))$  і, підставивши цей вираз у (5.9), отримати метрику Зіпоя–Вурхіза [382, 432], відому також як  $\gamma$ -метрику:

$$ds^{2} = th^{2\mu} \frac{V}{2} dt^{2} - \frac{L^{2}}{4} th^{-2\mu} \frac{V}{2} sh^{2} V \left[ \left( 1 + \frac{\cos^{2} U}{sh^{2} V} \right)^{1-\mu^{2}} \left( dV^{2} + dU^{2} \right) + \cos^{2} U d\varphi^{2} \right]$$
(5.11)

У цьому ПЧ є ГС при V = 0. При  $\mu = 0$  або  $\mu = 1$  це є тільки координатна особливість, але за усіх інших значень  $\mu$  це справжня сингулярність, оскільки інваріанти тензора кривини розходяться при  $V \rightarrow 0$ . Поблизу цієї ГС метрика ПЧ набуває асимптотичного казнерівського вигляду (5.7) з показниками (5.10).

Як показано в [508], структура та властивості навіть такого простого ПЧ досить складні і потребують аналізу за допомогою діаграм, що описують простіші властивості ПЧ біля ГС. Для цього вибирається сімейство гіперповерхонь x = const, що прямують до ГС x = 0 і їх шарування просторовоподібною гіперповерхнею t = const. На них вводяться дві просторові координати, наприклад у та z. У квадраті, сторони якого відповідають цим координатам, з'єднуються точки, відстань між яким прямує до нуля при х-0. Яким діаграмам відповідають звичні точкові, лінійні та поверхневі джерела в плоскому просторі? На рис. 5.1 зліва наведено діаграму для точкового джерела (наприклад, точка r = 0 в сферичній системі координат), яка має вигляд чорного квадрата, вздовж сторін якого змінюються циклічні або кутові координати  $\theta$  та  $\varphi$ . Всередині ми бачимо діаграму для лінійного джерела (лінія  $\rho = 0$  в циліндричних координатах). Вона має горизонтальну штриховку, що з'єднує точки з однаковими координатами z (вздовж осей абсцис і ординат змінюються відповідно циклічна координата  $\varphi$  та лінійна координата z). Справа показано випадок поверхневого джерела (поверхня x = 0 в декартових координатах), діаграма якого має вигляд білого квадрата.



Рис. 5.1 Діаграми для точкових, лінійних та поверхневих джерел в просторах зі скінченною кривиною

При переході до викривленого ПЧ з нескінченною кривиною біля ГС картина ускладнюється. Як відомо, для пустого ПЧ сингулярності не можуть бути поверхневими і білий квадрат відповідає фіктивним особливостям. Але виникають додаткові можливості, які описуються діаграмами з вертикальною штриховкою.

На рис. 5.2 побудовані діаграми для ПЧ з метрикою (5.11) за різними значеннями параметра  $\mu$ . Оскільки при великих значеннях координати V цей ПЧ стає асимптотично плоским, записаним у координатах витягнутого еліпсоїда обертання, ми робимо висновок, що координата  $\varphi$  є кутовою, а U – лінійною. Вони і будуть абсцисами і ординатами для діаграм, що будуватимуться.



Рис. 5.2 Діаграми для визначення типу ГС в ПЧ з метрикою (5.11) за різними значеннями параметра  $\mu$ 

Зліва показана діаграма при  $\mu < 0$ . Видно, що джерело точкове, причому його маса від'ємна. В окремому випадку  $\mu = -1$  метрика (5.11) еквівалентна розв'язку Шварцшільда з масою M = -L/2<0. При  $\mu = 0$ вона описує простір Мінковського в координатах витягнутого еліпсоїда обертання. При  $0 < \mu < 1$  джерело лінійне з додатною масою. Про це свідчить діаграма на рис. 5.2 та вираз для  $g_{00}$  в (5.11). При  $\mu = 1$ метрика (5.11) також еквівалентна розв'язку Шварцшільда, але з додатною масою M = L/2. Хибна сингулярність V = 0 насправді є

горизонтом чорної діри. При  $\mu > 1$  ми маємо справу з парадоксальною сингулярністю — новим типом джерела, що неможливе у просторах зі скінченною кривиною. Довжина кола  $V = V_0 = const$ , U,t = const проведеного навколо такої ГС, нескінченно зростає при зменшенні до нуля його радіуса  $V_0 \rightarrow 0$ . Довжина ліній  $V = V_0 = const$ ,  $\varphi,t = const$  прямує до нуля при  $V_0 \rightarrow 0$ . Відзначимо, що верхня і нижня границі квадрата відповідають двом точкам V = 0,  $U = \pm \pi/2$ , тому кожна з них заштрихована горизонтально. Як наслідок, дві довільні точки A і B, що наближаються до парадоксальної ГС, можна з'єднати лінією (показана стрілками на рис. 5.2), довжина якої прямує до нуля. При цьому довжина інших ліній буде зростати до нескінченності.

При  $\mu \ge 2$  на кінцях такої парадоксальної ГС (V = 0,  $U = \pm \pi/2$ ) виникають дві сингулярності за напрямками, які відповідають додатковим нескінченно віддаленим точкам. На Рис. 5.2 це позначено пунктирними лініями вздовж верхнього та нижнього боків квадрата. У цьому випадку ПЧ (5.11) має три окремі просторові нескінченності.

Як видно, тип ГС в ПЧ (5.11) залежно від параметра  $\mu$  може бути точковим, лінійним або парадоксальним. У роботі [508] показано, що це притаманно і набагато складнішим типам ГС. Ці типи ГС утворюють своєрідну ієрархію. Найбільш простою є казнерівська ГС, потім  $\gamma$ -метрика (5.11), у якій параметр  $\mu$  є сталим. Вейлівські ГС описуються метрикою (5.9), де джерелом ньютонівського потенціала для  $v(\rho,z)$  в допоміжному координатному просторі є відрізок зі змінною лінійною густиною маси  $\mu(z)$ , що лежить на осі обертання  $\rho = 0$ . При переході величини  $\mu(z)$  через нуль або одиницю змінюється і тип ГС. Більш загальним випадком є так звані прості лінійні джерела Ізраеля [176]. Ще загальнішою є введена в [277] узагальнена просторова метрика Казнера:

$$ds^{3} = -dx^{3} + (x^{2h}l_{k}l_{k} - x^{2h}m_{k}m_{k} - x^{2h}n_{k}n_{k})dx^{i}dx^{k}.$$
 (5.12)

Показники  $p_i$ , пов'язані умовами (5.8), та дев'ять функцій, об'єднаних у три тривимірні вектори  $\vec{l}$ ,  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  є довільними функціями трьох координат  $x^i$ . Вони пов'язані рядом співвідношень, завдяки яким метрика (5.12) задовольняє рівнянням Айнштайна в головних членах при  $x \rightarrow 0$ .

Як прості лінійні джерела, так і (5.12) є наближеними розв'язками поблизу ГС. У цих випадках параметр  $\mu$  залежить відповідно від двох та трьох координат. Але, як і раніше, ми маємо справу з точковими ГС з від'ємною масою та лінійними і парадоксальними ГС з додатною масою. У присутності негравітаційних полів виникають додаткові варіанти. Наприклад, якщо точкова ГС є джерелом ще й скалярного поля, то її маса може бути додатною.

Найбільш загальним розв'язком рівнянь Айнштайна біля ГС є коливальний розв'язок, який неможливо віднести до жодного з розглянутих вище типів особливостей. При наближенні до ГС такого типу виникає нескінченна кількість змін видів метрики. Але між двома переходами ПЧ описується узагальненою просторовою метрикою Казнера, тобто гравітаційне поле таке саме, як від одного з названих вище типів ГС [277].

# 5.5. Гравітаційне лінзування

...у тяжких випадках виникає відчуття роздвоєності особистості...

Із довідника з психіатрії

# 5.5.1. Основні поняття та співвідношення

Дослідження гравітаційного лінзування є прикладом використання ефектів ЗТВ як перевіреного допоміжного засобу для вивчення інших проблем астрофізики. Гравітаційне поле астрономічних об'єктів може діяти як гігантський природний телескоп, що дає можливість досліджувати будову віддалених джерел. Теорія та спостереження *гравітаційно-лінзових систем* (ГЛС) складають частину гравітаційно-лінзової оптики, яка вивчає вплив гравітаційного поля на електромагнітне випромінювання. Ефекти гравітаційного лінзування є джерелом унікальної астрофізичної інформації, зокрема про будову позагалактичних джерел випромінювання, таких, як квазари та гамма-спалахи, для котрих роль телескопів відіграють більш близькі до нас галактики або групи галактик. Гравітаційне лінзування дає змогу вивчати розподіл темної матерії у Всесвіті, знаходити планети в інших зоряних системах, оцінювати маси галактик, зір, зоряних скупчень тощо.

Розрахунки гравітаційного лінзування базуються на формулі для кута гравітаційного відхилення, вперше розрахованого Айнштайном [540]

$$\alpha = \frac{4GM}{Rc^2},\tag{5.13}$$

де G — гравітаційна стала, c — швидкість світла у вакуумі. Припускається, що промінь світла поширюється від джерела випромінювання повз точкову масу M з прицільною відстанню R.

Якщо в площині лінзи знаходиться декілька мас, то завдяки малості ефекту їх внески враховують лінійно. Звідси пов'язують положення зображення **ξ**, віднесене до площини лінзи, та вихідне положення

джерела в площині об'єкта η. Цей зв'язок називають рівнянням гравітаційної лінзи:

$$\eta = \frac{D_s}{D_L} \xi - D_{Ls} \alpha(\xi), \qquad (5.14)$$

де  $D_{\rm S}$  — відстань між спостерігачем та джерелом випромінювання,  $D_{\rm L}$  — відстань між спостерігачем та гравітаційною лінзою,  $D_{\rm LS}$  — відстань між лінзою та джерелом випромінювання<sup>1</sup>.

Важливою особливістю лінзових відображень є наявність критичних точок, в яких якобіан перетворення (5.14) обертається на нуль, а підсилення зображення точкового джерела стає нескінченним. З таких точок складаються критичні криві, а їх відображення за формулою (5.14) називають каустиками. Рівняння (5.14) описує відображення з площини лінзи у площину джерела. Можливий більш складний випадок — коли існує декілька площин лінз [335], [386].

Подальший аналіз формули (5.14) пов'язаний з конкретним типом ГЛС. На особливу увагу заслуговують *гравітаційне макролінзування* та *гравітаційне мікролінзування*, що відрізняються за величинами характерних мас лінзуючих об'єктів та часовими масштабами. У позагалактичних системах макролінзування породжує декілька майже статичних зображень одного і того самого об'єкта, тоді як мікролінзування спричинює зміни яскравості зображень із часовими масштабами від тижнів до місяців. У першому випадку роль лінз відіграють галактики, у другому – об'єкти зоряних мас. Порівнюючи зміни яскравості різних зображень у позагалактичних ГЛС, можна відділити ефекти мікролінзування від власних коливань блиску квазара. Це дає можливість отримувати інформацію як про будову джерела випромінювання, так і про властивості гравітаційного поля, що деформує зображення такого джерела внаслідок ефектів ЗТВ.

Для аналізу макролінзування доцільно моделювати кут відхилення за допомогою неперервного розподілу густини маси Σ(ζ) в площині лінзи:

$$\mathbf{a}(\xi) = \int d\xi' \frac{4G\Sigma(\xi')}{c^2} \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2}, \qquad (5.15)$$

тобто він є суперпозицією айнштайнівських кутів відхилення масами  $dm = \Sigma(\xi) d\xi$  [335].

Щоб з рівнянням (5.14) було зручніше працювати, часто використовують перемасштабування величин. Якщо ввести безрозмірні вектори  $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}/D_L$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{\eta}/D_S$ , отримаємо рівняння

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \frac{D_{LS}}{D_{S}} \boldsymbol{\alpha}(D_{L}\mathbf{x}). \tag{5.16}$$

<sup>1</sup> У космологічних масштабах тут використовують відстані за кутовим діаметром.

У формулі (5.16) вектори  $\mathbf{x}$  та  $\mathbf{y} \in$ , відповідно, положеннями реального зображення та незбуренним положенням джерела на небесній сфері.

У випадку мікролінзування *N* точковими масами рівняння (5.16) можна звести до вигляду [335, 471]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{i}}{\left|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{i}\right|^{2}} R_{\mathbf{x}1}^{2}.$$
 (5.17)

Тут  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 - \sigma - \gamma & 0 \\ 0 & 1 - \sigma + \gamma \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\Sigma}{\Sigma_0}$  – нормована оптична густина

неперервної матерії на промені зору, або конвергенція;  $\gamma$  – зсув (або "шир" від англійського "shear"), обумовлений гравітаційним полем далеких від променя зору мас;  $R_{r,r} = \left(\frac{4Gm_r D_{r,s}}{c^2 D_r D_s}\right)^{1/2}$  – радіус кільця Айн-

штайна *i*-ої маси [335];  $\Sigma_0 = c^2 D_S / (4 \pi G D_L D_{LS})$ .

Як бачимо, основні рівняння теорії ГЛС досить нескладні; труднощі виникають, в основному, при чисельному моделюванні конкретних систем, зокрема з великою кількістью мікролінз. Цій проблемі присвячені численні дослідження; на цей час виникає низка нових питань, пов'язаних з удосконаленням методів опрацювання даних та алгоритмічної бази, дослідженням нових ефектів, які можна було б використати для отримання параметрів ГЛС. Огляд загальних питань теорії та спостережень ГЛС можна знайти у відомих монографіях [335, 445, 471] (зазначимо, що книга українських вчених *П.В. Бліоха та А.А. Мінакова* [445] була першою в світі монографією з питань гравітаційного лінзування; див. також огляди [333, 385–388]).

Перший лінзований квазар було відкрито у 1979 р. Велшем, Гаршвеллом і Вейменом ("Перша лінза", Q0957+561) [304]. Зображення гравітаційно-лінзованих квазарів та інформацію про них можна знайти на інтернет-сторінці CASTLES (CfA-Arizona Space Telescope LEns Survey): http://cfa-www.harvard.edu/glensdata/. Ці зображення ілюструють явище макролінзування, коли роль лінзи відіграє галактика або скупчення галактик, розмірами яких в розрахунках не можна нехтувати. У моделях макролінз зазвичай мають справу із статичними конфігураціями, а розподіл матерії вважають неперервним. Криві яскравості різних зображень одного й того ж квазара в ГЛС, індуковані його власними коливаннями блиску, мають бути майже ідентичними між собою з певною затримкою в часі. Типове кутове розділення між зображеннями квазарів внаслідок лінзування галактиками складає секунди дуги, хоча

є ГЛС з розмірами більше десятків секунд. Зокрема, у скупченні Abell спостерігається гігантська дуга радіусом 30", що є наслідком лінзування [27, 386]. В останні роки з'явився інтерес до пошуку ГЛС з розділенням між зображеннями порядку кутових мінут [243, 272, 290, 430]. Типовими особливостями позагалактичних ГЛС, які дають можливість відрізнити кратні зображення одного і того ж об'єкта від подібних зображень різних об'єктів, є: наявність не менше двох зображень, для всіх них відношення потоків в різних спектральних областях майже однакові; у всіх зображень однакові червоні зміщення; зміни яскравості зображень у часі корелюють між собою із деякою затримкою.

На користь припущення про лінзування може свідчити і наявність поблизу променя зору галактики (із червоним зміщенням, меншим за червоне зміщення зображень), яка може відігравати роль лінзи.

Суттєвою відмінністю *мікролінзування* є, по-перше, те, що це явище суттєво динамічне. Завдяки відносному руху джерела та лінзи характерний час процесу мікролінзування складає тижні або місяці. По-друге, відстань між мікрозображеннями об'єктів складає кутові мікросекунди, тобто на сучасному рівні їх неможливо розділити у спостереженнях [385, 387]. Маси мікролінз (найчастіше, зоряні):  $0.01-10 M_{\blacksquare}$ , хоча іноді вказують і менші значення. Також серед явищ мікролінзування нещодавно почали виділяти *нанолінзування*, коли йдеться про лінзування зорі планетою, завдяки чому відкривається можливість знаходити планети в інших зоряних системах.

У дослідженнях будови Всесвіту значну увагу привертає слабке гравітаційне лінзування — деформація зображень далеких галактик під дією великомасштабних гравітаційних полів, створюваних розподілами маси на передньому плані. Цей напрям інтенсивно почав розвиватися після того, як в роботах [26, 27, 182, 334] було показано, що сучасні спостереження дійсно дають змогу вимірювати розподіл "космічного зсуву". Найбільш вагомі теоретичні здобутки в цьому напрямі належать групі Шнайдера [27, 333, 334]. Щоб уникнути непорозумінь, відзначимо, що термін "слабке лінзування" використовують також, коли відстань від лінзуючого об'єкта до променя зору значно більша за характерний радіус кільця Айнштайна даної задачі. Як проміжний випадок між мікро- та макролінзуванням у роботах [29, 50] розглядають також мезолінзування, коли в якості гравітаційних лінз виступають кулясті скупчення або карликові галактики з типовою масою 10<sup>3</sup>÷10<sup>9</sup> M<sub>п</sub>. На відміну від макролінзування тут при інтерпретації спостережень треба враховувати зміни в структурі лінзи, що відбуваються протягом років. Прикладом впливу гравітаційного мезолінзування може слугувати видиме викривлення струменів, які виходять із центральної компактної частини квазара [29, 50].

У сучасних дослідженнях можна виділити два напрями щодо *позагалактичного* мікролінзування (джерелом випромінювання є віддалений квазар, лінзами є зорі або компактна темна матерія проміжної галактики) та *галактичного* мікролінзування (лінзами є зорі нашої Галактики, джерелом випромінювання є зорі сусідніх галактик чи більш далекі зорі нашої Галактики). Галактичне мікролінзування більш просте для теоретичного аналізу, оскільки тут маємо справу з низькими оптичними густинами мікролінз (практично без зсуву та конвергенції) [42, 93, 233, 333, 386]. На сьогодні накопичено важливі дані спостережень за програмами МАСНО (MAssive Compact Halo Object), EROS (Experience de Researche d'Objets Sombres), OGLE (Optical Gravitational Lens Ехрегітелсі, що мають велике значення для визначення розподілу маси в Галактиці [9, 10, 33, 138, 233].

Дослідження позагалактичного мікролінзування отримали менший резонанс, хоча теоретична розробка відповідних проблем почалася значно раніше [183, 386, 387]. Частково це пов'язане або з невизначеностями, що виникають при інтерпретації окремих подій мікролінзування, або з необхідністю дуже тривалих спостережень для отримання досить повної інформації. Основним джерелом даних про ефекти мікролінзування в позагалактичних ГЛС на цей час є фотометричний моніторинг окремих зображень, який дає можливість відділити мікролінзові варіації блиску від власних коливань яскравості квазара. В Україні фотометричні спостереження ГЛС регулярно проводить група з Астрономічної обсерваторії Харківського університету ім. Каразіна під керівництвом проф. *В.М. Дудінова* з використанням 2-м телескопу Майданакської обсерваторії, яка розташована в зоні унікального астроклімату.

Зрозуміло, що більшу інформацію можна було б отримати у випадку спектрального моніторингу зображень ГЛС. Але ця задача вимагає значного спостережного часу на великих телескопах, що робить її виконання наразі нереальною. Однак відзначимо, що навіть при одноразових спектральних спостереженнях можна зафіксувати мікролінзування квазара, оскільки коефіцієнти підсилення широких емісійних ліній (ШЕЛ) та континууму різні, і такі ефекти дійсно спостерігалися при порівнянні спектрів різних зображень. Перша в Україні програма спектральних спостережень ГЛС на 6-м телескопі Спеціальної астрофізичної обсерваторії (САО) РАН [440, 441] була запропонована А.В. Манджосом, який зацікавив лінзовою тематикою науковців з САО РАН та й своїх колег з Астрономічної обсерваторії Київського університету ім. Тараса Шевченка. Відзначимо, що хоча гравітаційна лінза ахроматична, вона по-різному підсилює об'єкти різних розмірів, а область ШЕЛ значно більша за область, де формується неперервний спектр випромінювання квазара. Цей ефект помітний при спостере-

женнях. За деякими моделями мікролінзування також приведе до відносних деформацій профілів ШЕЛ [258]. Цей ефект можна вважати на сьогодні не підтвердженим, хоча різні автори анонсували в різний час імовірні прояви цього ефекту при спостереженнях.

Вищезгадані ефекти мікролінзування спостерігалися в оптичному діапазоні. Зауважимо, що в радіодіапазоні розмір області, що випромінює, дуже великий порівняно з характерним радіусом Айнштайна мікролінз, тому ефекти мікролінзування тут непомітні. У рентгенівському діапазоні роздільна здатність спостережень поки що не дає змоги вимірювати окремо потоки від різних зображень. Однак наразі з'являються роботи, де флуктуації інтегрального рентгенівського потоку від ГЛС інтерпретують як ефекти мікролінзування [358, 422].

Окремим пунктом при розгляді позагалактичного мікролінзування виступає мікролінзування післясвітіння гамма-спалахів [139, 390, 405]. Тут маємо справу з принципово нестатичним джерелом. Гамма-спалах одноразовий сплеск жорсткого випромінювання тривалістю від декількох мілісекунд до сотень секунд. Після нього досить тривалий час (від декількох годин до діб) спостерігається післясвітіння в оптичному діапазоні. Цей феномен пов'язаний з синхротронним випромінюванням фронту релятивістської ударної хвилі, що виникла під час потужного вибуху наднової і поширюється у міжзоряному середовищі [385]. Оптичне післясвітіння, коли радіус сферичної ударної хвилі не дуже великий, може бути об'єктом для мікролінзування. За оцінками декілька відсотків від усіх спостережуваних гамма-спалахів зазнає впливу мікролінзування [203]. Але в цій ситуації його важко ідентифікувати однозначно, як у випадку гравітаційно-лінзованого квазара – адже тут немає декількох зображень, криві яскравості яких можна було б порівнювати. На цей час відомий лише один випадок, де мікролінзування післясвітіння ідентифіковано з досить великою достовірністю [124, 126].

Останнім часом велику увагу привертає астрометричне гравітаційне мікролінзування. Тут йдеться про ті самі об'єкти і навіть про ті самі ефекти ЗТВ, але основний акцент робиться не на фотометричні прояви мікролінзування, а на рухи зображень мікролінзованих об'єктів. Інтерес до цієї тематики пов'язаний як з перспективами мікросекундної астрометрії, так і з тим, що астрометричні вимірювання забезпечать додаткову незалежну інформацію про мікролінзуючі об'єкти, яка здатна компенсувати невизначеності, що залишаються після суто фотометричних спостережень. Є надія, що майбутні космічні проекти SIM (Space Interferometry Mission, див. сайт http://planetquest.jpl.nasa.gov/SIM/sim\_index. html) та GAIA (див. http://www.rssd.esa.int/gaia) дадуть змогу вимірювати не тільки криві яскравості мікролінзованих об'єктів, але й положення центру яскравості зображень. У літературі докладно розглядалися питання астрометричного гравітаційного мікролінзування галактичних об'єктів [10, 19, 93, 33, 138, 156, 292]. Питання позагалактичного астрометричного мікролінзування вивчені значно менше [80, 203, 258, 336, 358, 464, 465].

## 5.5.2. Квазари в ГЛС

У позагалактичних гравітаційно-лінзових системах маємо цікаве сполучення двох незалежних областей релятивістських досліджень. З одного боку, ефект гравітаційної лінзи — це прояв релятивістського викривлення променів, передбачуваного ЗТВ, з іншого, — основним елементом квазара є надмасивна чорна діра — суто релятивістський об'єкт. У позагалактичних ГЛС спостерігають декілька зображень одного й того ж квазара. Завдяки наявності цих декількох зображень можна відділити ефекти мікролінзування в ГЛС від власних змін яскравості квазара і використати цю інформацію для вивчення центральної малої області квазара (що містить, зокрема, акреційний диск). Ця область наразі недосяжна для прямих спостережень [289] і одним з непрямих шляхів її дослідження є використання ефектів гравітаційного мікролінзування.

На сьогодні відомо не менше півсотні позагалактичних ГЛС. Деякі їхні характеристики опубліковані на веб-сторінці CASTLES (http://cfawww.harvard.edu/glensdata/). Ми використовуємо окремі зображення з цього сайту. Опишемо деякі з ГЛС:

**Q0957+561, "Перша лінза"**. Це дійсно перша з відкритих ГЛС<sup>1</sup>. Система являє собою подвійне зображення квазара з ЧЗ  $z_s = 1.41$  на фоні лінзової галактики з червоним зміщенням  $z_g = 0.36$  [209]. Квазар цей радіогучний. Час затримки між зображеннями — близько 415 діб. Останнім часом за ініціативи Шилда проведено спостереження за участю багатьох обсерваторій, які дали можливість визначити час затримки з високою точністю [77] (проект "Round the Clock").

Щоб виділити ефекти гравітаційного мікролінзування в цій ГЛС, потрібний статистичний аналіз даних з тривалими рядами спостережень. Такі ряди спостережень було отримано для "Першої лінзи" Q0957+561 Шилдом та ін. [75, 77], що дозволило підтвердити присутність ефекту мікролінзування в цій системі. Високоточне визначення часу затримки дало можливість Колі та Шілду зафіксувати дуже короткочасну подію мікролінзування (~0.5 діб з відносною амплітудою 1 % у смузі R) [76]. Останнім часом [328, 330] дискутуються питання про маломасштабні варіації яскравості зображень (на рівні 5 % від інтенсивності); схожі варіації спостерігалися в ГЛС RXJ0911+05 та SBS 1520+530 [53].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Walsh D., Carswell R.F., Weymann R.I. Nature, 279, 381 (1979).

У роботах [328, 375] запропоновано інтерпретацію цих спостережень як результат мікролінзування з малими масами (~10<sup>-5</sup> M<sub>B</sub>), що присутні на фоні мікролінз з масами ~ M<sub>в</sub>. Однак ця точка зору не остаточна і вимагає ретельного вивчення. У роботах [326, 407] запропоновані альтернативні пояснення маломасштабних варіацій. Автори роботи [303] на рівні достовірності 10 % обмежують діапазон можливих мас мікролінз від 2·10<sup>-3</sup>  $M_{\odot}$  до 0.5  $M_{\odot}$ , а автори статті [389] відкидають випадок, коли вся темна корона галактики-лінзи складається з мас між 10<sup>-6</sup>  $M_{\odot}$  та 10<sup>-2</sup>  $M_{\odot}$ для розмірів джерела 2·10<sup>14</sup> (h<sub>100</sub>)<sup>-1/2</sup> см. Варіант з наявністю в цій системі мікролінз з масою, меншою 0.01  $M_{\odot}$ , вони оцінюють як малоймовірний. Найбільш імовірним значенням автори вважають 0.1  $M_{\blacksquare}$  при розмірі джерела випромінювання  $L \approx 10^{15}$  см. Це більш жорстка оцінка, ніж отримана раніше в роботі [331]. На підставі аналізу часових затримок між окремими частинами макролінзових зображень у роботі [420] отримано верхню межу 100 пк для розміру центральної частини квазара в ГЛС Q0957+561. Але ці приклади не вичерпують усіх можливостей існування багатокомпонентного населення мікролінз, де можуть бути присутніми і тіла планетарної маси. Зауважимо, що в моделях темної матерії розглядають некомпактні об'єкти з меншими за планетарні масами [148]. У роботі [329] увага привернена до можливих пояснень синхронних варіацій яскравості в цій системі як результату мікролінзування космічною струною.

**PG1115+080, "Друга лінза"** відкрита в 1980 р. Вейменом та ін.<sup>1</sup> Це чотири зображення радіотихого квазара A1, A2, B і C, з яких два (A) — найбільш яскраві і близько розташовані — мають червоне зміщення  $z_s = 1.722$ . Як лінза виступає група галактик з ЧЗ  $z_g = 0.31$  (точніше, дві галактики з червоним зсувом 0.3098, дві — з 0.3123 і одна — з 0.3095). Було проведено оцінки [25] радіуса Айнштайна для цієї системи, а також оцінки верхньої межі розміру джерела в оптичному діапазоні — 1 000 а. о., на основі припущення, що асинхронність коливань між зображеннями А та C, А та В викликана мікролінзуванням (тривалість від діб до тижнів, підсилення — до 0.6<sup>m</sup>). В роботі [325] також вказано на флуктуації яскравості зображень в цій ГЛС, що можна інтерпретувати як мікролінзування.

**Q2237+0305, "Хрест Айнитайна"**. Систему виявив у 1985 р. Хукра<sup>2</sup>. Це чотири зображення радіотихого квазара, разом вони за конфігурацією нагадують хрест загальною довжиною близько кутової секунди. ЧЗ джерела  $z_s = 1.695$ , лінзуючої галактики  $z_g = 0.0394$  (червоне зміщення одного відносно іншого — 1.575). Відносна близькість галактики-лін-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Huchra I., Gorenstein N., Kent S. et al. Astron. I, **90**, 691 (1985).



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Weymann R.I., Latham D., Angel I.R.P. et al. Nature, 285, 641 (1980).

зи до нашої Галактики і висока оптична густина зір у ній робить мікролінзування цього об'єкта помітним явищем [414]. Ця ГЛС дуже зручна для спостережень, бо часи затримки між зображеннями в ній становлять години, тобто це значно менше, ніж характерні періоди мікролінзових процесів. Тому питанню мікролінзування "Хреста Айнштайна" присвячена досить значна кількість робіт — [341, 406, 413, 415, 417, 419, 497, 536]. Теоретичний аналіз процесів лінзування в цій системі провадився в роботах [245, 410, 412, 414, 421].

Вперше явище мікролінзування було зафіксоване у "Хресті Айнштайна" в 1989 р. [412]. Серії спостережень проводилися багатьма групами (зокрема, OGLE [402], GLITP [8]). Серед українських дослідників цю ГЛС неодноразово спостерігали харківські вчені з групи *В.М. Дудінова* [376, 444, 462]. Оцінки параметрів джерела в Q2237+0305 розглядалися в [341, 406, 413, 415, 419, 422, 497, 536].

У роботі [409] пропонується розподіл яскравості з радіусом  $0.05R_{\rm E}$  (5·10<sup>15</sup> см) для акреційного диска, і сферичний з потемнінням диска до краю і розміром  $0.01R_{\rm E}$  (10<sup>15</sup> см) для центрального джерела. Маси, типові для мікролінз, за оцінками авторів цієї роботи, складають від 0.1  $M_{\odot}$  до 1.0  $M_{\odot}$  ( $R_{\rm E} \approx 10^{17}$  см, розмір джерела – 5·10<sup>15</sup> см, відповідно). За оцінками авторів [536], розмір центральної частини знаходиться в інтервалі 2·10<sup>13</sup> – 6·10<sup>15</sup> см. У роботі [177] наведені оцінки розмірів окремо для центральної області, що є джерелом синхротронного випромінювання, для диска акреції: 3·10<sup>14</sup> см – для центра і 4·10<sup>15</sup> – для диска. У роботі [411] пропонується використовувати різні середні значення для мас мікролінз *m* залежно від того, відносяться вони до галактичного гало чи балджу: для гало 0.08 $M_{\odot}$ >*m*>0.93 $M_{\odot}$  і для балджу 0.1 $M_{\odot}$ >*m*>1.0 $M_{\odot}$ . Аналогічно, з огляду на те, що оптичний і інфрачервоний спектри випромінюються на різних відстанях від центра квазара, автори [414] пропонують використовувати для них різні розміри *L* при моделюванні процесу мікролінзування: 0.025 $R_{\rm E}$ 

**1RXS J113155.4-123155, найближчий гравітаційно-лінзований квазар з** оптичним кільцем Айнштайна. Ця ГЛС була цілком випадково відкрита в 2002 р. під час поляриметричних спостережень вибірки радіоквазарів науковцями з Льєжського університету (Льєж, Бельгія) на 3.6-м телескопі Європейської південної обсерваторії (Ла Сілла, Чілі) за допомогою спектрографа та камери для слабких об'єктів EFOSC2. Другої ночі спостережень удалося розділити чотири компоненти цієї незвичайної системи.

Подальші спектроскопічні дослідження підтвердили гравітаційнолінзову природу цього об'єкта [348, 349], який має досить рідкісну квадрупольну структуру з ознаками слабкого оптичного кільця Айнштайна. Яскравості чотирьох точкових компонент зображення квазара у *V*-смузі знаходяться в межах від 17.5 до 20.1 з. в., а типова віддаль між

ними складає ~1.2". У центральній частині зображення вдалося розрізнити галактику-лінзу, яка в межах кола радіусом 4" має інтегральну зоряну величину V = 18.4. З аналізу спектрограм знайдено, що ЧЗ квазара складає  $z = 0.658\pm0.001$ , тобто це — найближчий відомий квазар, що зазнає впливу ефекту гравітаційної лінзи. Сама галактикалінза має ЧЗ  $z = 0.295\pm0.002$ .

Використання методів відновлення та реконструкції зображень значно додало впевненості в тому, що кільце Айнштайна, яке ледве помітне на прямих зображеннях, дійсно присутнє в цій гравітаційній лінзі. Була побудована проста модель цієї системи, яка складається із сингулярної ізотермічної сфери з накладеним на неї зовнішнім полем постійного зсуву (так звана (SIS +  $\gamma$ )-модель). Ця модель показує, що джерело квазара мусить знаходитися дуже близько до рогу каустичної кривої. Як наслідок, материнська галактика квазара може перетнути каустику і утворити кільцеподібну структуру, котра присутня на реконструйованих зображеннях. Як і для більшості відомих квадрупольних гравітаційних лінз, для системи 1RXSJ 113155.4-123155 також притаманна розбіжність між модельованими та спостережуваними відношеннями потоків у різних зображеннях, що найбільш вірогідно доводить необхідність введення до моделі невеличких структурних дефектів. Проте навіть наразі можна твердити, що надійне тлумачення властивостей цієї системи з високою вірогідністю має включати явища мікро-і мілілінзування та/або поглинання пилом у галактиці-лінзі.

*H1413+117, "Лист конюшии"*. Чотири зображення квазара "Лист конюшини" були виявлені в 1988 р. *Магейном* та ін.<sup>1</sup> (див. [304]). ЧЗ квазара  $z_s = 2.55$ . Як лінза виступає група галактик з червоними зміщеннями 0.61, 1.35, 1.438, 1.66, 1.87, 2.07 і 2.09 (середнє значення  $z_g = 1.55$  [63, 193]). Крім того, є ще одна група галактик, що породжує фоновий зсув, із середнім червоним зміщенням порядку 0.9 [194]. Маса центрального об'єкта складає 7.5·108 $M_{\odot}$  [193]. Оцінки розмірів складових такі: хмар-поглиначів –  $10^8$ – $10^{13}$  см, ШЕЛ –  $10^{18}$  см, області, що розсіює поляризоване світло –  $10^{16}$  см [63]. Акреційний диск має розмір порядку 100 пк, і кеплерову швидкість обертання близько 100 км/с. Модельні розміри складових: 0.05  $R_{\rm E}$  для центрального джерела (разом з акреційним диском) і 0.5  $R_{\rm E}$  – для "газопилового поглинаючого тора" з проміжком  $R_{\rm E}$  між ними, пропонований розподіл яскравості – гауссівський. Радіус Айнштайна складає  $R_{\rm E}$  – 0.0061  $M_{\rm E}$  пк (у се-

редньому 19.4Ч1015 см) [62].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Magain P., Surdej I., Swings I.-P. et al. Nature, 334, 327 (1988).



У цій системі процеси мікролінзування відбуваються відносно повільно, тому їх важко виявити з аналізу фотометричних рядів спостережень. Але при спостереженнях спектрів свідченням цього процесу є різні відношення потоків в області ШЕЛ та континуумі. Цей ефект можна спостерігати в спектрах H1413+117, описаних у роботах [31, 441].

**НЕ1104-1805, "Подвійний гамбургер".** Радіотихий квазар, два зображення якого відомі як "Подвійний гамбургер"<sup>1</sup>, був відкритий у 1993 р. і вважається другою за перспективністю ГЛС з точки зору спостереження ефекту мікролінзування після "Хреста Айнштайна". Його ЧЗ  $z_s = 2.319$ , а галактики-лінзи —  $z_g = 0.729$  (крім основної лінзи є ще й скупчення галактик, що впливає менше [219]). Оцінки розмірів: центральної частини —  $10^{14}$ —3· $10^{15}$  см, області ШЕЛ — 3· $10^{16}$  см. Оптична густина матерії для зображень А і В:  $\sigma_A = 0.73$ ,  $\sigma_B = 0.53$ . Поперечна швидкість руху галактики-лінзи — 235-575 км/с [79]). У цій ГЛС спостерігалося мікролінзування релятивістських вузлів [326].

#### 5.5.3. Події з великим підсиленням як засіб дослідження центральної частини квазара

Ефекти гравітаційного мікролінзування найбільш помітні, коли джерело випромінювання проходить через каустику мікролінзи — його яскравість може збільшуватися вдвічі й більше. Це явище називають подією мікролінзування з великим підсиленням (ПВП). Такі події є особливо цінними. Вони дають можливість визначити деякі параметри ГЛС, виходячи з даних, накопичених за відносно невеликий проміжок часу, тоді як менш інтенсивні події мікролінзування, хоча й більш доступні, стають інформативними тільки після накопичення статистичного матеріалу протягом десятиріч. Тому особливої уваги заслуговують ПВП, виявлені в ГЛС Q2237+0305 спостережними групами OGLE та GLITP [8, 402]. Оцінки розмірів джерела та його структури на основі цих даних розглядалися в [341, 406, 413, 419, 420, 422, 536]. Група GLITP виконувала свої спостереження на обсерваторії Ла Пальма (Чілі), з телескопом-рефлектором NOT (Nordic Optical Telescope) з дзеркалом діаметром 2.56 м. Спостереження провадилися у двох кольорових фільтрах — *R* та *V*, з 1 жовтня 1999 р. по 3 лютого 2000 р. [8]. У ході цих спостережень було зареєстровано ПВП у зображенні А. ПВП в зображенні А ГЛС "Хрест Айнштайна" було також зареєстровано групою OGLE, яка спостерігала на протязі трьох років (1997–1999) на 1.3 м телескопі обсерваторії Апач у фільтрі V [402]. Під час цих спостережень було зареєстровано також ПВП на кривій яскравості зображення С.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Wisotzki L., Koehler T., Kayser R., Reimers D. Astron. Astrophys., 278, L15 (1993).

Інтерпретація та опрацювання даних ПВП досить широко обговорюється в [116, 341, 409, 536]. Як було показано в роботі [103], тут можливо поєднати такі параметри, як світність квазара, його маса і розмір. Особливо важливим параметром є швидкість акреції. Знаючи масу і розмір центральної області, а також світність квазара, можна віддати перевагу певній моделі. При визначенні суттєву роль відіграє розподіл яскравості джерела. Мікролінзуюча маса повинна бути досить компактною: для процесу мікролінзування необхідно, щоб її власний розмір був  $R_l \ll R_E$ . Для моделювання певного процесу гравітаційного мікролінзування необхідно підібрати такі параметри: розмір джерела і функцію розподілу яскравості, параметри фонового поля, масу мікролінзи, відстані між лінзою і спостерігачем та між квазаром і спостерігачем.

Важливим параметром, необхідним для оцінки характерного часу перетину каустики джерелом, є їх відносна швидкість. Але вона залежить від трансверсальної складової швидкості лінзуючої галактики



Рис. 5.3. Результати спостережень групи GLITP у *R*-фільтрі для зображення А в ГЛС "Хрест Айнштайна" та криві підгонки ПВПмаксимуму, отримані із використанням трьох різних моделей розподілів яскравостей по диску (АД – акреційний диск Шакури–Сюняєва, СР та ГД – степеневий та гауссівський розподіли). По осі ординат відкладено потік від зображення (мЯн) в залежності від часу в добах.

та дисперсії швидкостей зір у ній. Ці величини важко визначити незалежно за спостереженнями процесу мікролінзування. Однак у випадку Q2237+0305 отримано верхню оцінку  $V_G < 500$  км/с зі статистичних міркувань [404, 417], розглядаючи ефекти мікролінзування далеко від каустик. Дисперсія швидкостей зір в Q2237+0305 виміряна в [117]: інтегральна оцінка променевої швидкості (вздовж щілини спектрографа) складає 215 км/с. Якби розподіл швидкостей був ізотропним, то подібну оцінку можна було б отримати для поперечної дисперсії швидкостей. Однак, як зазначено цими авторами, гіпотеза про локальну ізотропію швидкостей не узгоджується з іншими спостережними даними. У роботі [440] приводиться значення швидкості 280±50 км/с для кільця радіусом 1.2" у центрі лінзуючої галактики; виміряний хід дисперсії як функції відстані до центра. Зважаючи на результати моделювання швидкостей каустик [462] для Q2237+0305 можна вважати, що швидкість *V* джерела відносно каустики становить від 300 до 600 км/с.

## 5.5.4. Мікролінзування віддалених джерел зорями галактики та фундаментальна межа точності позиційних спостережень

В останню декаду привертають інтерес астрометричні проблеми мікролінзування віддалених джерел галактичними об'єктами. У перспективі виникає питання про рух зображень віддалених джерел випромінювання під дією гравітаційного поля, створюваного рухомими зорями нашої Галактики [483]. Далі, для стислості, ми називаємо цей ефект гравітаційним рухом зображень (ГРЗ) – на відміну від власних рухів джерел. Статичне відхилення положень віддалених джерел полем Галактики в моделях з неперервним розподілом маси [498, 499] порівняно велике  $(10^{-5}-10^{-6})$  рад). Однак спостережуваною є лише зміна такого положення в часі. Динамічний ефект ГРЗ, обумовлений полями зір Галактики, має порядок величини, вимірюваний кутовими мкс на рік [324, 429, 431, 469, 483, 521]. Однак є надія, що вимірювання подібних величин будуть незабаром доступними. Підстави для цього дають проекти космічного оптичного інтерферометра (див. http://planetquest.jpl.nasa.gov/SIM) і радіоінтерферометра з космічною базою (див. сайт http://sgra.jpl.nasa. gov/us-space-vlbi; http://www.asc.rssi.ru/radioastron).

Як відзначено в [324, 429, 431, 469, 521], інтерес до цієї проблеми обумовлений зокрема тим, що при позиціюванні квазарів практично неможливо відокремити гравітаційні зсуви положень та гравітаційні внески при визначенні власних рухів. Так, наприклад, у роботі Сажина [521] стверджується існування "фундаментальної межі точності астрометричних вимірювань". Оскільки положення всіх зір у Галактиці невідомі, на перший план виходить статистичний аспект цієї задачі.

При розгляді відхилення світла полем зір Галактики необхідно виділити дві складові. По-перше, це випадкові блукання. Причому характерна величина відхилень від середнього визначається розподілом мас у безпосередній близькості від променя зору. При усередненні за великою кількостю джерел цей ефект зникає. По-друге, це систематичний колективний ефект, що обумовлюється, в тому числі й далекими від променя зору масами. У цьому підрозділі розглянемо ГРЗ віддалених джерел у випадку неперервного розподілу маси й для розподілу точкових мас, що моделюють зорі Галактики. Розгляд базується на роботах [429, 431, 469].

#### Стохастичний ГРЗ

При мікролінзуванні квазарів зорями нашої Галактики можна знехтувати космологічною кривиною ПЧ і вважати, що джерело випромінювання знаходиться на нескінченності. Відповідно розрахунок траєкторії променя світла в гравітаційному полі мікролінз провадиться на фоні плоского простору. Разом з тим прицільна відстань траєкторії променя щодо зір може бути порівнянною з відстанню до них від спостерігача, що відрізняє формулу для відхилення променя від стандартного випадку мікролінзування.

Нехай незбурений промінь поширюється з нескінченності уздовж осі z декартових координат  $\{x, y, z\}$  до спостерігача, що знаходиться на початку координат, причому положення мікролінзуючої точкової маси  $M \in (\mathbf{r}, z)$ , де  $\mathbf{r} = (x, y)$  – поперечна складова радіуса-вектора маси, яка знаходиться у площині, ортогональній променю,  $\mathbf{r} = |\mathbf{r}|$  – прицільна відстань променя відносно цієї маси.

У наближенні слабкого мікролінзування  $r >> (mz)^{1/2}$ , де  $m = GM/c^2$  (маса, виміряна у одиницях довжини), з рівнянь для ізотропних геодезичних ліній можна обчислити кутовий зсув зображення [429, 521]. Він дорівнює величині  $m\Psi$ , де

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{z}) = -2 \frac{\mathbf{r}}{r^2} \left( 1 + \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}} \right).$$
(5.18)

Позначимо швидкість точкової мікролінзи через V = (v, w), де w – проекція швидкості на промінь зору, а двовимірний вектор v становить поперечну складову швидкості. Через зміну відносних положень у системі джерело—лінза—спостерігач виникає рух зображення квазара m (у радіанах за одиницю часу):

$$\mathbf{U} = \frac{d\Psi}{dt} = -2\left\{\frac{1}{r^2}\left[\mathbf{v} - \frac{2\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^2}\right] \cdot \left[1 + \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}} + \frac{zr^2}{2(z^2 + r^2)^{3/2}}\right] + \frac{\mathbf{w}\mathbf{r} - z\mathbf{v}/2}{(z^2 + r^2)^{3/2}}\right].$$
(5.19)
Колективний стохастичний вплив багатьох мікролінз на координати зображення відзначається на розподілі положень віддалених об'єктів на небі та їх власних рухів. Відповідний розподіл імовірностей за власними рухами та іншими характеристиками зображень об'єктів відображає властивості розподілів мас та швидкостей в нашій Галактиці. Статистичні властивості кутового зсуву **Ψ** зображення віддаленого джерела були досліджені в моделі статичних точкових гравітаторів [187, 335, 514]. Але реально спостережуваними є лише часові варіації  $\Psi$ , спричинені відносним рухом мікролінзуючих мас, спостерігача та джерела. Далі ми розглянемо аналітичні співвідношення для розподілу таких варіацій у випадку рухомих точкових мас, а саме характеристичні функції і густини ймовірностей розподілів кутових швидкостей  $\mathbf{u} = d\Psi/dt$  внаслідок стохастичних гравітаційних ефектів. У стохастичні відхилення від середнього дають основний внесок ті маси, що розташовані поблизу променя зору, тоді як внесок віддалених від променя зору мас можна врахувати одним параметром (середньою швидкістю руху зображення). Для розрахунку цих ефектів вважаємо розподіл мас мікролінз локально однорідним у площині, ортогональній до променя зору, а їх рух – інерціальним. Суттєво, що середню густину мікролінз прийнято далі значно меншою за критичну (слабке мікролінзування). Це відповідає умовам нашої Галактики і значно полегшує розгляд.

Рух зображення під дією одного гравітатора спричиняється варіаціями  $\Psi$  в часі. За умови близькості гравітатора до променя зору ( $z \gg r \gg \sqrt{mz}$ ) маємо

$$\mathbf{U} \approx \mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = -\frac{4}{r^3} \left[ \mathbf{v} - \frac{2\mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^3} \right].$$

Через малість ефекту внески усіх гравітаторів входять лінійно:

$$\mathbf{u} = \sum m \mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \qquad (5.20)$$

де відсумовування провадиться по усіх точкових масах з різними положеннями **r** і поперечними швидкостями **v**.

Нехай для кожної з N мікролінзуючих мас густина розподілу ймовірності в точці з координатами (**r**,*z*), поперечною швидкістю **v** та масою  $M \in$ 

$$\Pi(\mathbf{r},\mathbf{z},\mathbf{v},M) = \frac{f(\mathbf{r},\mathbf{z},\mathbf{v},M)}{N}$$

де  $\int d^2 \mathbf{v} \int d\mathbf{M} \int d^2 \mathbf{r} \int d\mathbf{z} \quad f(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \mathbf{v}, \mathbf{M}) = \mathbf{N}$ , причому  $f \equiv 0$  зовні Галактики. Тоді  $\int d^2 \mathbf{v} \int d\mathbf{M} \quad f(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \mathbf{v}, \mathbf{M}) = \mathbf{n}(\mathbf{r}, \mathbf{z}) -$ об'ємна густина зір. Будемо вважати, що усі зорі незалежні. Загальна кількість мікролінз-зір у Галактиці  $N = N_{\rm G} \sim 10^{11.5}$ 

Нас цікавитиме розподіл імовірностей  $P(\mathbf{u})$  за власними рухами зображень **u**. Для великого N стандартна процедура обчислень (див., напр., [187, 335, 514]) відповідної характеристичної функції  $\chi$  приводить до такого результату [431]:

$$\chi(\mathbf{k}) \coloneqq \int d^2 \boldsymbol{\xi} P(\boldsymbol{\xi}) e^{A\boldsymbol{\xi}} = e^{-F(\mathbf{k})}$$

 $\text{de } F(\mathbf{k}) = \int dz \int d^2 \mathbf{v} dM \ d^2 \mathbf{r} \ f(\mathbf{r}, z, \mathbf{v}, M) \{1 - \exp(im\mathbf{k}\mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{v}))\}.$ 

Нехай розподіл зір у кожній поперечній площині є однорідним, тобто функція  $f(\mathbf{r}, z, \mathbf{v}, M) \equiv f(0, z, \mathbf{v}, M) \equiv f_0(z, \mathbf{v}, M)$  не залежить від г. У цьому випадку обчислення характеристичної функції дає [431]

$$\boldsymbol{\chi}(\mathbf{k}) = \exp(-u_0 k), \tag{5.21}$$

$$de u_0 = 4\pi \int dz \int dM \int d^2 \mathbf{v} \, m v f_0(z_0 \mathbf{v}, M), \, k = |\mathbf{k}|, \, v = |\mathbf{v}|.$$

Відповідна густина ймовірності має вигляд [429, 431]:

$$P(u) = \frac{1}{2\pi^2} \int dkk J_0(ku) \exp(-ku_0) = \frac{u_0}{2\pi \left[u_0^2 + u^2\right]^{\frac{1}{2}}},$$
 (5.22)

де  $u = |\mathbf{u}|, J_0 - функція Бесселя нульового індекса [456].$ 

У роботах [429, 431] отримано розподіли за кутовими прискореннями зображення віддаленого об'єкта, мікролінзованого зорями проміжної галактики чи нашої Галактики. Автори [431] також проаналізували похибки, пов'язані з припущенням про однорідність у поперечній площині.

Коли розподіл швидкостей мас не залежить від напрямку відносно променя зору, далекі від нього зорі практично не впливають на  $P(\mathbf{u})$ . Але в загальному випадку ці зміни важливі: це приводить до анізотропії в розподілі швидкостей зображень і зсуває розподіл на деяку величину середньої швидкості, яку буде оцінено у подальшому підрозділі.

Приймаючи характерну густину зір всередині Галактики як  $n_{ch} = 0.1 \text{ pc}^{-3}$ , при спостереженнях об'єктів поблизу галактичної площини покладемо характерний шлях променя всередині Галактики рівним величині  $L_{ch}=10^4$ пк. У цьому разі

$$u_{\odot} = 1.3^{\circ} \times 10^{-7} \frac{\langle M \rangle}{M_{\odot} (100 \kappa n/c) \times (10 \, pi \kappa)}$$

де <...> означає усереднення за відповідним розподілом ймовірностей.

Внаслідок повільного спадання функції *Р* існує певна частина подій зі значними величинами випадкового аргументу. Наприклад, імовірність подій із  $|u| > 100 u_0$  складає близько 1%.

Вплив розподілу за швидкостями має певний негатив, оскільки він зумовлює додаткове обмеження на точність позиційних вимірювань

віддалених джерел. Наведена вище оцінка *u*<sub>0</sub> має такий самий порядок величини, як і видимі кутові швидкості руху квазарів, які можна буде виміряти у майбутньому завдяки радіоінтерферометрії з космічною базою [483]. Власні швидкості квазарів важко буде відокремити від цього ефекту.

## Середній ГРЗ

Оцінимо тепер ГРЗ під дією полів усіх зір Галактики для фіксованого напрямку на джерело. Щоб спростити розгляд, будемо вважати, що швидкість зорі в точці ( $\mathbf{r}$ ,z) є  $\mathbf{V}_s(\mathbf{r}$ ,z). Аналогічно попереднім розрахункам, сумарний зсув зображення

$$\Psi_{tot} = \frac{G}{c^2} \sum_i M_i \Psi(t_i, z_i),$$

а його рух

$$\mathbf{U}_{tst} = \frac{d\Psi_{tst}}{dt} = \frac{G}{c^2} \sum_i M_i \mathbf{U}(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{z}_i, \mathbf{V}_s(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{z}_i)),$$

де ( $\mathbf{r}_i$ ,  $z_i$ ) — положення *i*-ої зорі. Відзначимо, що, на відміну від статистичного мікролінзування, тут не можна вважати z >> r і застосовувати відповідні наближення, оскільки середній рух зображення залежить від колективного внеску усіх зір нашої Галактики. Усереднимо цей вираз з урахуванням просторового розподілу зір, причому густину розподілу зір  $f(\mathbf{r}, z, \mathbf{v}, M)$  вважатимо пов'язаною із середньою густиною маси  $\rho(\mathbf{r}, z, t)$  у Галактиці таким співвідношенням:

$$\int Mf(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \mathbf{v}, M))dM = \frac{1}{N_o}\rho(\mathbf{r}, \mathbf{z}, t)$$

де  $N_{\rm G}$  — число зір у всій Галактиці. Залежність від часу в  $\rho$  (**r**,*z*,*t*) введена через те, що розглянута система координат пов'язана із джерелом і спостерігачем, які рухаються відносно Галактики. Переходячи від **U**<sub>tot</sub> до усередненої величини та беручи до уваги незалежність внесків окремих зір, одержимо сумарну середню швидкість захоплення зображення гравітаційним полем:

$$\langle \mathbf{U}_{ac} \rangle = \frac{G}{c^2} \int dz \int d^2 \mathbf{r}_{,\rho}(\mathbf{r},\mathbf{z},t) \, \mathbf{U}(\mathbf{r},\mathbf{z},\mathbf{V}(\mathbf{r},\mathbf{z})).$$
 (5.23)

Тут, як і в попередньому підрозділі, припускаємо, що  $\rho$  зникає поза обмеженим простором, який займає Галактика. Легко бачити, що істотний внесок дають зорі Галактики на будь-яких відстанях від променя зору.

Необхідно обговорити, наскільки застосовні отримані формули, які не враховують подій сильного мікролінзування, коли  $r \sim (mz)^{1/2}$ . Мета цієї задачі полягає в тому, щоб одержати оцінку внеску в  $<U_{tot}>$  великої кількості зір, положення яких невідомі. Тут можливі вкрай рідкісні події сильного мікролінзування, які, однак, дають швидкі переміщення зобра-

ження та значимий внесок в < $U_{tot}$ >. Їх неважко було б урахувати, у тому числі й у випадку протяжного джерела [467, 468]. Однак це тут і не потрібно. Дійсно, реальне число радіоджерел, використовуваних у позагалактичній системі відліку, відносно мале (в ICRS — порядку 600 джерел<sup>1</sup>), тому має сенс виключити з розгляду малоймовірні реалізації гравітаторів, пов'язані з подібними подіями, які навряд чи виявлять себе в найближчі сто років. Нагадаємо, що ймовірність сильного мікролінзування віддаленого джерела зорями Галактики, коли помітно зростає яскравість зображення, має порядок ~10<sup>-6</sup> на рік; тому, наприклад, у проекті МАСНО доводилося одночасно відслідковувати мільйони джерел у Магеланових хмарах. Крім того, навіть якщо подія сильного мікролінзування об'єкта ICRS і відбудеться, є принципова можливість виділити його за такими характерними ознаками, як зростання яскравості зображення джерела, а також відносно швидке переміщення цього зображення.

Отже, надалі ми оцінюємо середнє значення  $\langle U_{tot} \rangle$  не за всіма реалізаціями зір, а лише за тими, що задовольняють умові слабкого мікролінзування (для фіксованого джерела), що найкращим способом ураховує можливості спостережень. Воно має той самий порядок величини, що й найбільш імовірне значення ГРЗ, і дає можливість оцінити внесок великої кількості зір-мікролінз, визначити положення яких неможливо. Реалізаціями мікролінз, що відповідають подіям сильного мікролінзування з  $r \sim (mL_G)^{1/2}$ , де  $L_G$  – просторовий масштаб всієї Галактики, нехтуємо.

Розрахунок ГРЗ (5.23) отриманий в результаті усереднення виразу (5.19), обчисленого шляхом диференціювання зміщення за часом. Здавалося б, що ГРЗ можна одержати також і в такий спосіб: обчислити аналогічним шляхом середній зсув зображення

$$\langle \Psi_{ss} \rangle = \frac{G}{c^3} \int dz \int d^2 \mathbf{r} \,\rho(\mathbf{r},z,t) \Psi(\mathbf{r},z) \tag{5.24}$$

з наступним визначенням швидкості у формі

$$U_{ss}^{*} = \frac{d}{dt} \langle \Psi_{ss} \rangle = \frac{G}{c^{2}} \int dz \int dr^{2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, z)$$
(5.25)

Але виявляється, що так не можна: у цьому випадку операції усереднення й диференціювання не комутують і **U** . Вираз (5.25) означає ГРЗ, викликаний рухом неперервного розподілу маси  $\rho = (\mathbf{r}, z, t)$ , а (5.23) — дискретного. Різниця між цими величинами, що визначається густиною маси на промені зору, є [469]

$$\mathbf{U}^{(0)} = \mathbf{U}_{ss}^{*} - \langle \mathbf{U}_{ss} \rangle = -\frac{4\pi G}{c^{2}} \int_{0}^{z} dz \,\rho(0,z) \,\mathbf{V}_{\perp}, \tag{5.26}$$

<sup>1</sup> Див розд. 7.1.

де  $V_{\perp}$  – складова  $V_{s}(0,z)$ , ортогональна до променя зору, причому U<sup>(1)</sup> не прямує до нуля при "подрібнюванні" мас мікролінз при одній і тій самій масовій густині  $\rho$ .

Для порядкових оцінок в [469] прийнято, що розподіл маси в Галактиці можна наближено подати, згідно з [498, 499], як сферичні розподіли для балджа, зоряного гало й темної корони, а також розподіл у вигляді товстого галактичного диска. Значення мас складових в [469] вибрано таким чином, щоб сумарна маса Галактики складала близько  $10^{12} M_{\blacksquare}$  [263], а також щоб забезпечити спостережуване значення швидкості зір в околі Сонця. Прийнята модель густини маси Галактики використовується разом з погодженими з нею кривими обертання, які відновлюються за відповідними потенціалами.

Виявляється [469], що для спостерігача у Сонячній системі максимальне значення ГРЗ (для позагалактичних джерел, що спостерігаються у напрямку галактичного центра) становить  $1.5 \cdot 10^{-7}$  "/рік. Основний внесок в ефект дають диск і балдж. Розрахунок зроблений у припущенні, що маса в короні розподілена неперервно, інші складові складаються із точкових мас. Цікаво відзначити, що для спостерігача в центрі Галактики ГРЗ є ненульовим на відміну від розрахунку у випадку неперервного розподілу маси; він складає  $3 \cdot 10^{-8}$  "/рік у випадку позагалактичних джерел, що спостерігаються в довільному напрямку вздовж галактичної площини.

Підсумок цього розгляду такий. Гравітаційний рух зображень позагалактичних джерел випромінювання суттєво відрізняється у випадку моделей з неперервним і дискретним розподілами маси; в останньому випадку ГРЗ має характер випадкових блукань [429, 431]. Звертаємо увагу, що відмінність зберігається також і після усереднення стохастичного ГРЗ при однаковій середній густині неперервного й дискретного розподілів. Наприклад, у випадку спостерігача в центрі Галактики поле гладкого аксіально-симетричного розподілу маси стаціонарне і не приводить до якогось руху зображень віддалених джерел. У випадку ж точкових мас такий рух має місце, і приводить до фіктивного обертання позагалактичної системи відліку в напрямку обертання Галактики. Ефект досить малий, але принципово спостережуваний, оскільки різко зменшується зі збільшенням галактичної широти джерела [469] у зв'язку зі зменшенням кількості зірок-мікролінз на промені зору. Зауважимо, що стохастичні рухи зображень квазарів, які важко відрізнити від космологічного власного руху, більш значні, ніж розглянуте середнє ГРЗ.

Чи призведуть ці ефекти до принципових обмежень точності астрометричних спостережень (див., напр., [521])? Очевидно, ні, якщо належним чином модифікувати визначення позагалактичної системи відліку: при досягненні достатньої точності позиційних вимірювань необхідно буде врахувати гравітаційні ефекти за допомогою періодичного уточнення каталогів позагалактичних джерел.



# 6. КОСМОЛОГГЧНЈ ДОСЛЈДЖЕННЯ

Без допитливості нормальний розвиток людини... немислимий. Брак цієї дорогоцінної якості відчутний за будь-якої сутички з куцим інтелектом.

Лев Ландау

*И*ротягом останнього п'ятиріччя були отримані спостережні дані, що докорінно змінили уявлення про характер розширення Всесвіту [64, 288, 352, 354]. Першим важливим кроком у цьому напрямку була експериментальна оцінка космологічної сталої за спостереженнями наднових типу Іа та пов'язаний з цим висновок про її домінуючу роль на сучасному етапі космологічного розширення. Було виявлено, що наразі розширення Всесвіту прискорюється, а не сповільнюється, як це очікувалося раніше. Найпростіша модель — Всесвіт, у якому домінує звичайна та так звана *темна матерія*, — виявилася невірною. Ці висновки були підтверджені та уточнені спостереженнями флуктуацій реліктового випромінювання. Кутовий спектр цих флуктуацій дає змогу не тільки підтвердити, що наш Всесвіт просторово-плоский і в середньому однорідний та ізотропний, але й з'ясувати рівняння стану первинної матерії.

У стандартній моделі основний внесок у космологічну густину дають звичайна баріонна матерія, темна матерія і космологічна стала  $\Lambda$ . Склад темної матерії невідомий, але найбільш поширеним є припущення, що вона має нульовий тиск. Це припущення є основою космологічної моделі з холодною темною матерією (АСDM-модель). Щодо звичайної, баріонної, матерії, то з оцінок нуклеосинтезу та даних про поширеність елементів у Всесвіті відомо, що її внесок у космологічну густину не перевищує 5 %. Геометричні властивості Всесвіту характеризуються сталою Габбла  $H_0$  та параметрами  $\Omega_M$  (відношення густини матерії до критичної),  $\Omega_{\Lambda}$  (відношення енергії вакууму до критичної густини). У так званих інфляційних моделях Всесвіту, що на цей час найкраще узгоджуються з усіма спостереженнями [64, 288, 352, 354], загальна космологічна густина має співпадати з критичною, тобто  $\Omega_M + \Omega_{\Lambda} = 1$ . Значення цих параметрів можна отримати зі спостережень реліктового випромінювання та наднових типу Іа. Останні дані щодо космологічних параметрів отримано зі спостережень анізотропії реліктового випромінювання на борту KA WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), peзультатом яких була перша повна карта розподілу температури цього випромінювання. Після опрацювання даних було підтверджено, що Всесвіт просторово-плоский, його вік складає 13.7±0.2 млрд років, сучасне значення сталої Габбла **Н**<sub>а</sub> = (72±5) км/с·Мпс, частка матерії в космоло-

логічний густині  $\Omega_M = 0.29 \pm 0.07$ , причому внесок баріонної матерії у це значення дуже незначний:  $\Omega_b = 0.47 \pm 0.006$ .

#### 6.1. Обмеження на космологічну сталу: нещодавня історія

*Історія того, що є, — це історія того, що було, і того, що буде.* 

Жак де Сент-П'єр

Космологічна стала Л була введена Айнштайном в 1917 р. в рамках стаціонарної моделі Всесвіту ([540], стор. 601). Спираючись на сучасні погляди, її можна тлумачити як внесок енергії та тиску, пов'язаних з пустим простором. Зокрема, квантова теорія передбачає, що вакуум насправді не пустий, а має деяку асоційовану з ним енергію.

Ненульова космологічна стала впливає на багато космологічних характеристик, серед яких найголовнішими є динаміка розширення, вік Всесвіту, міри відстаней, супутня густина об'єктів, темп зростання лінійних збурень, ймовірності гравітаційного лінзування (більш детальний виклад див., напр., [56]). Іншими словами, наші уявлення про просторово-часову геометрію і минулу еволюцію Всесвіту можуть суттєво змінитися за наявності космологічної сталої. Спостереження надають різноманітні можливості визначення меж значення цієї сталої. Найважливіші з цих методів пов'язані зі спостереженнями наднових типу Іа та дослідженнями кутового спектру флуктуацій реліктового випромінювання. Але ще до цих досліджень існували деякі оцінки  $\Lambda$ , на яких ми зупинимося дуже коротко.

#### 6.1.1. Об'єкти з великим червоним зміщенням

Спостереження виключають деякі екзотичні моделі Всесвіту з параметром космологічної сталої  $\Omega_{\Lambda}$ >1. Наприклад, моделі, в яких відсутній Великий Вибух (інколи їх називають всесвітами, що відскакують, "bouncing" universes), можна виключити з розгляду, оскільки вони суперечать існуванню квазарів з великими червоними зміщеннями (z > 5) та космічного мікрохвильового фонового випромінювання при z~1000. Для того, щоб відскок відбувся при досить малому масштабному факторі, який би відповідав червоному зміщенню космічного мікрохвильового фону (KM $\Phi$ ), наш Всесвіт повинен би мати дуже низький вміст матерії ( $\Omega_M < 10^{-9}$ ). Сповільнені моделі Всесвіту через передбачення різноманіття незвичних спостережних ефектів, не відповідають дійсності і не сумісні з існуванням гравітаційно-лінзованих квазарів з великим червоним зміщенням [136].

#### 6.1.2. Проблема віку Всесвіту

Одним з найбільш важливих свідчень на користь існування космологічної сталої є факт, що вік Всесвіту без космологічної сталої менший за вік найстаріших зір, що спостерігаються у кулястих скупченнях Чумацького Шляху та інших галактиках.

Відповідно до [60], дослідження з нуклеохронології показують, що найстаріші зорі мають вік 15.2 $\pm$ 3.7 млрд років. Криві охолодження білих карликів вказують на мінімальний вік найстаріших зір цього типу у 8 млрд років. Найточніша оцінка віку найстаріших зір базується на абсолютній зоряній величині точки повороту головної послідовності у кулястих скупченнях. Найдавніші кулясті скупчення мають вік 11.5 $\pm$ 1.3 млрд років, звідки виходить, що мінімальний вік Всесвіту складає  $T \ge 9.5$  млрд років з достовірністю 95 %. Вивчення космічного мікрохвильового фонового випромінювання дало можливість визначити вік Всесвіту у 14.0 $\pm$ 0.5 млрд років [196].

У припущенні, що Всесвіт складається виключно з матерії, яку ми можемо ототожнити ( $\Omega_M \approx 0.3$ ), його вік складає приблизно ( $10 \div 13$ )· $10^9$ років. Ситуація значно погіршується, якщо припустити, що Всесвіт плоский з домінуванням матерії ( $\Omega_M = 1$ ); тоді його вік складав би лише ( $8 \div 11$ )· $10^9$  років. Проте плоский всесвіт із спостережуваним відношенням густини матерії до критичної ( $\Omega_M \approx 0.3$ ) та з космологічною сталою мав би вік ( $12 \div 16$ )· $10^9$  років, сумісний з віком найстаріших зір.

Проблема віку втратила свою актуальність завдяки результатам, отриманим на супутнику Ніррагсоз. Відомо, що і вік кулястих скупчень, і вік Всесвіту (оцінюваний через сталу Габбла  $H_0$ ) залежать від шкали відстаней, що використовується. Вимірювання паралаксів декількох найближчих цефеїд супутником Ніррагсоз призвело до перегляду шкали відстаней [107]. У результаті цього перегляду значення сталої Габбла наблизилося до 60 км·с<sup>-1</sup>·Мпк<sup>-1</sup>, що дало можливість повернутися до вказаних вище значень віку відкритого та плоского всесвітів з домінуванням матерії (відповідно 13·10<sup>9</sup> та 11·10<sup>9</sup> років). Перегляд також вніс поправки до віку найстаріших кулястих скупчень, знизивши його до (10÷14)·10<sup>9</sup> років. Таким чином, на думку деяких авторів, проблема віку Всесвіту перестала бути основною мотивацією для розгляду ненульової космологічної сталої (див., напр., [61, 55, 208]).

#### 6.1.3. Статистика гравітаційного лінзування та космологічні параметри

Відповідно до викладу в розділі 5.5 викривлення світлових променів від об'єктів з високим червоним зміщенням великими концентраціями маси, такими, як галактики або скупчення галактик, приво-

дить до появи декількох зображень одного і того ж об'єкта. Оскільки космологічна стала впливає на геометрію і еволюцію Всесвіту, це робить статистику гравітаційного лінзування потужним засобом визначення меж значень космологічної сталої. Ця стала впливає на спостережуване число лінзованих джерел, червоні зміщення лінз та квазарів в ГЛС, зоряні величини цих квазарів та кутові розділення між парами їх зображень в ГЛС. Хоча лінзування чутливе до значення космологічної сталої, існують деякі невизначеності стосовно конкретних чисел та певна специфіка у кожній заданій космологічній моделі. Для того щоб розрахувати оптичну товщину лінзування фонового джерела, необхідно знати розподіл галактик-лінз, їхню просторову густину, розподіл гравітаційних потенціалів в лінзах, еволюцію параметрів в залежності від червоного зміщення. Існують також спостережувані ефекти селекції, які треба враховувати в кожній вибірці джерел (наприклад, близькі лінзи легше ототожнити, ніж віддалені). Взагалі у теоретичних передбаченнях про гравітаційне лінзування ці невизначеності можуть приводити до похибки на рівні множника 2. Проте це не так погано, оскільки відносні передбачення для різних космологічних моделей можуть відрізнятися на порядок величини. Наприклад, у випадку плоских моделей всесвіт з  $\Omega_{\Lambda} = 1$  містить у 10 разів більше лінз, ніж всесвіт з  $\Omega_{\Lambda} = 0$ . Оскільки більші значення  $\Omega_{\Lambda}$  передбачають більші кількості гравітаційних лінз, статистика гравітаційних лінз дає хорошу можливість визначення верхньої межі значення космологічної сталої.

У роботі [198] проведено ретельний аналіз статистики гравітаційного лінзування, включаючи кількість лінз, їхні червоні зміщення, зоряні величини та кутові розділення пар зображень. Врахувавши різні моделі лінз та прийнявши до уваги статистичні невизначеності кількості лінз, галактик та квазарів, а також параметрів, що пов'язують світності галактик з їхніми динамічними змінними, автор дійшов висновку, що верхня межа космологічної сталої  $\Omega_{\Lambda} < 0.66$  достовірна на рівні 95 %. Для всесвітів з  $\Omega_{\Lambda} = 0$  виявилося, що ( $\Omega_{M} > 0.2$  з рівнем достовірності 90 %.

Автори [255] використали вибірку із 7 лінзованих квазарів з метою тестування різних космологічних моделей. Для визначення  $\Omega_{\Lambda}$  і  $\Omega_{M}$  вони розрахували комбіновані ймовірності, що лінзовані системи мають спостережуване розділення зображень, спостережувані червоні зміщення лінзи та джерела і зоряні величини лінз. У цій роботі знайдено, що  $\Omega_{\Lambda} = 0.64$ , причому всесвіт з  $\Omega_{M} = 1$  можна виключити з достовірністю 97 %, а відкриті всесвіти з домінуванням матерії є менш вірогідними, ніж плоскі всесвіти з ненульовою космологічною сталою.

Автори [70] виконали розрахунки статистики лінз, використовуючи заново переглянуті дані про функцію світності та внутрішні дисперсії швидкостей у галактиках. Теоретичні передбачення повного числа лінз та розділень зображень були порівняні з величинами, отриманими на

космічному телескопі Габбла за програмою Hubble Space Telescope Snapshot Lens Survey. У результаті було знайдено, що спостереження найкраще узгоджуються з плоским всесвітом, у якому  $\Omega_{\Lambda} \approx 0.8$ . Ті ж автори [69] знайшли нові обмеження на космологічну сталу, ґрунтовані на переглянутих відомостях про функцію світності та внутрішню динаміку галактик типів E/S0. На їх думку, найбільшу перевагу має плоский всесвіт з  $\Omega_{\Lambda} = 0.7$ .

У роботі [246] проаналізовані дані про локальну функцію розподілу дисперсії швидкостей в галактиках типу E/S0 з використанням Огляду лінз всього неба (Cosmic Lens All-Sky Survey, CLASS) та нового Слоунівського цифрового огляду (Sloan Digital Sky Survey, SDSS) і визначені межі значень  $\Omega_{\Lambda}$  та  $\Omega_{M}$ , що випливають із статистики лінзування. Для плоского всесвіту знайдено, що  $\Omega_{\Lambda} = 0.74^{-11}$ , якщо 10 з 13 лінз огляду CLASS завдячують своїй появі галактикам ранніх типів, або  $\Omega_{\Lambda} = 0.78^{-11}$ , якщо 12 лінз з огляду CLASS продуковані ранніми галактиками. Ці результати добре узгоджуються з дослідженнями космологічної сталої за допомогою наднових Іа.

## 6.2. Свідчення на користь космологічної АСDM-моделі

Інфляцію можна визначити як процвітання зі смертельно загрозливим кров'яним тиском.

Арнольд Глазгоу

#### 6.2.1. Наднові зорі з великим червоним зміщенням

Перейдемо до більш точних методів отримання основних космологічних параметрів, що були успішно застосовані протягом останніх 5—7 років. Прояви космологічної сталої можна шукати у зв'язку між фотометричною відстанню та червоним зміщенням. Якщо є набір об'єктів, які мають стандартну власну світність, можна визначити фотометричні відстані до цих об'єктів. Знання відповідних червоних зміщень дає можливість оцінити космологічні параметри  $H_0$ ,  $\Omega_{\Lambda}$  і  $\Omega_M$ . На даний момент найбільш прийнятними об'єктами для вирішення цієї задачі вважаються наднові зорі типу Іа.

За проектом пошуку наднових з великим червоним зміщенням (Supernova Cosmology Project) [287] у 1997 р. були виокремлені перші 7 наднових зір типу Іа із загальної кількості 28 об'єктів. Відповідні спостережні дані були використані для оцінки параметрів всесвіту, що містить матерію і космологічну сталу. Виявилося, що  $\Omega_{\Lambda} = 0.06$  або її верхня межа становить  $\Omega_{\Lambda} < 0.51$  (рівень достовірності – 95%). Якщо у

Всесвіті повністю домінує матерія, то  $\Omega_{\mathbf{n}} = 0.85$   $\Omega_{\mathbf{n}}$ . Хоча цей результат узгоджувався з гіпотезою, що космологічна стала відсутня у нашому Всесвіті, великий рівень похибок не дав змоги зробити остаточного висновку. У подальшому за рахунок накопичення нових спостережних даних похибки були суттєво зменшені. Використання набору з 16 наднових з великим червоним зміщенням, знайдених за проектом High-z Supernova Search, і додаткового набору з 34 близьких наднових дало можливість більш точно визначити обмеження на величину сталої Габбла, густину маси, космологічну сталу, параметр сповільнення та динамічний вік Всесвіту [311]. А саме, застосувавши два різних методи підгонки кривих блиску наднових, у випадку плоского всесвіту було знайдено, що  $\Omega_{\Lambda} = 0.68 \pm 0.10$  і  $\Omega_{\Lambda} = 0.84 \pm 0.09$  [311]. З результатів випливає також, що  $\Omega_{\Lambda} > 0$  з достовірністю 98 %. Підкреслимо, що для останньої оцінки не вимагалося, щоб наш Всесвіт був просторово-плоским.

Група авторів Supernova Cosmology Project [288] також сповістила про результати аналізу спостережень 42 наднових зір, за якими у плоскому всесвіті  $\Omega_{A} = 0.71^{+0.0}_{-0.0}$ . Якщо ж відмовитися від умови  $\Omega_{M} + \Omega_{\Lambda} = 1$ (тобто не вимагати, щоб Всесвіт був плоским), все одно виявляється, що  $\Omega_{\Lambda} > 0$  з достовірністю 99 %.

Автори [366] відкрили і спостерігали 8 наднових зір з червоним зміщенням  $z = 0.3 \div 1.2$ . Ці незалежні спостереження, виконані подібним, але іншим методом, підтвердили попередні результати про те, що фотометричні відстані до наднових зір свідчать на користь прискореного розширення Всесвіту. Якщо параметр у рівнянні стану темної енергії w = -1 (тобто її властивості тотожні з космологічною сталою), тоді  $\Omega_{\Lambda} - 1.4\Omega_{M} = 0.35 \pm 0.14$ . У випадку просторово-плоского всесвіту  $\Omega_{M} = 0.28 \pm 0.05$  або  $\Omega_{\Lambda} = 0.72$ .

В інших спостереженнях [195] за проектом Supernova Cosmology Ргојесt були виміряні космологічні параметри за даними про 11 наднових з червоними зміщеннями  $z = 0.36 \div 0.86$ . Відповідні високоякісні криві блиску були отримані на орбітальному телескопі Габбла. Припускаючи, що Всесвіт плоский, а параметр рівняння стану темної енергії має стале значення w = -1, знайдено, що  $\Omega_A = 0.75^{+0.00}_{-0.00}$ . Недавнє відкриття та спостереження 16 наднових зір на орбітальному телескопі Габбла [310, 354] дали змогу зробити для просторово-плоского Всесвіту оцінку  $\Omega_A = 0.71^{+0.00}_{-0.00}$ .

#### 6.2.2. Космічне мікрохвильове фонове випромінювання

Кутовий спектр потужності анізотропії температури космічного мікрохвильового фону (КМФ) залежить від значень космологічних параметрів та від фізичних процесів у ранньому Всесвіті. Тому він є важливим знаряддям вибору реалістичних космологічних моделей (див., напр., [185]

та подані там посилання) і може допомогти у розв'язанні питання про існування космологічної сталої.

Наприклад, якщо адіабатичні збурення відповідають за великомасштабну структуру, тоді положення так званого першого акустичного піка в спектрі КМФ (див. 6.3.3, 6.3.4) можна використати як модельнонезалежний тест для повної густини  $\Omega = \Omega_M + \Omega_\Lambda$ . На відміну від цього, діаграма Габбла (залежність фотометричної відстані від червоного зміщення) для наднових зір з великим червоним зміщенням дозволяє визначити параметр сповільнення  $q_0 = \Omega_M/2 - \Omega_\Lambda$ . Тому об'єднання цих двох вимірів накладає жорсткі обмеження окремо на  $\Omega_M$  та  $\Omega_\Lambda$ .

Присутність космологічної сталої можна також довести за допомогою КМФ через додаткову велико-кутову анізотропію, яка продукується космологічною сталою за рахунок раннього, інтегрованого в часі, ефекту Сакса—Вольфа (див. 6.3.5), викликаного збуреннями густини при червоних зміщеннях, менших декількох одиниць. Якщо космологічна стала існує, повинна існувати і певна взаємна кореляція між температурою КМФ і деякими параметрами розподілу мас (наприклад, позагалактичним рентгенівським фоном або слабким лінзуванням при цих же червоних зміщеннях).

У роботі [24] було використано кутовий спектр потужності, отриманий під час першого польоту зонда MAXIMA (Millimeter-wave Anisotropy Experiment Imaging Array), для визначення найбільш вірогідних значень космологічних параметрів. У результаті з достовірністю 95 % отримано такі межі:  $0.45 < \Omega_{\Lambda} < 0.75$  і  $0.25 < \Omega_{M} < 0.50$ . У роботі [196] виміри анізотропії космічного мікрохвильового фонового випромінювання були скомбіновані зі значенням сталої Габбла  $H_0 = 72\pm8$  км·с<sup>-1</sup>·Мпк<sup>-1</sup>, отриманої в [122] за проектом Hubble Space Telescope Key Project, і зроблений висновок, що у плоскому всесвіті  $\Omega_{\Lambda} > 0.4$  з достовірністю 95 %.

Щоб уточнити космологічну модель, автори [238] комбінували найсучасніші дані вимірів анізотропії КМФ із обмеженнями, які були отримані з функції мас скупчень галактик, визначеної завдяки даним Слоунівського огляду (SDSS) [22]. Це дало змогу знайти значення низки космологічних параметрів, зокрема величину параметра густини матерії:  $\Omega_{\mu} = 0.26 \frac{1}{100}$ . Дані першого року спостережень за проектом WMAP разом із результатами інших космічних проектів дають підстави авторам [264] стверджувати: ми живемо у просторово-плоскому Всесвіті, в якому домінує космологічна стала  $\Lambda$  та є певна кількість холодної темної матерії (так званий  $\Lambda$ CDM-Всесвіт), а саме  $\Omega_{\Lambda} \approx 0.73$ ,  $\Omega_{M} \approx 0.27$ . Припускаючи плоску  $\Lambda$ CDM-космологію, автори знайшли  $\Omega_{\Lambda} > 0$  (з рівнем достовірності 95 %, похибки — тільки статистичні) з піком правдоподібності при  $\Omega_{\Lambda} = 0.68$ .

#### 6.3. Космічний мікрохвильовий фон

...залишки першопочаткового тепла у багато мільярдів градусів, що існували в перші дні Всесвіту і остигало до декількох жалюгідних градусів...

Георгій Гамов

## 6.3.1. Вступ. Теплова історія та рекомбінація

Розглянемо більш докладно питання, пов'язані з фізикою КМФ – реліктового випромінювання.

Космічне (реліктове) мікрохвильове фонове випромінювання, цілком випадково відкрите Пензіасом та Вілсоном у 1965 р. [285], є одним із головних доказів на користь гарячої моделі Всесвіту або гарячого Великого Вибуху [88]. Приблизно 13 млрд років тому Всесвіт знаходився у дуже гарячому та щільному стані. Через постійний обмін енергією між матерією та радіацією ранній Всесвіт був непрозорим. Висока температура раннього Всесвіту підтримувала низьку рівноважну складову нейтральних атомів і, відповідно, велику концентрацію вільних електронів. Кулонівське розсіювання між іонами та електронами тримало їх у локальній кінетичній рівновазі, а томсонівське розсіювання утримувало ізотропію КМФ в системі спокою баріонів. Приблизно через 370 тисяч років після Великого Вибуху Всесвіт, розширюючись, охолов до температури ~4000 К. На цей час матерія вже не мала достатньої енергії, щоб перебувати в іонізованому стані. Це дало змогу електронам і протонам об'єднатися в атоми водню, що різко зменшило переріз томсонівського розсіювання фотонів. Цей період, який називають епохою рекомбінації, тривав приблизно 115 тисяч років. Саме тоді зазнала різких змін одна з найважливіших величин, що визначають формування анізотропії КМФ. Вона називається функцією видимості й описує часову залежність імовірності того, що той чи інший фотон був розсіяний востаннє. За цей досить короткий термін первинна радіація отримала змогу майже без перешкод розповсюджуватись до нас протягом наступних 13 млрд років історії Всесвіту, зберігаючи свій спектр абсолютно чорного тіла та поступово охолоджуючись до температури 2.7 К. При такій температурі спектр випромінювання має пік на мікрохвильових частотах (~1÷1 000 ГГц). Головною особливістю КМФ є надзвичайно високий ступінь однорідності та ізотропії. Ця особливість свідчить про те, що сам Всесвіт у минулому також був дуже однорідним та ізотропним, а отже постає проблема, яким чином виникла його великомасштабна структура.

Оскільки час існування Всесвіту після Великого Вибуху та швидкість світла скінченні, можна оцінити кутову відстань між точками на

поверхні останнього розсіювання, які ніколи не були у причинно-наслідковому контакті одна з одною. Виявляється, що ця відстань становить ~2°. Тому в епоху рекомбінації флуктуації КМФ на масштабах, більших за 2°, повинні утворюватися збуреннями матерії, які вже існували на той час і, як вважається, виникли через  $10^{-34}$  сек після Великого Вибуху завдяки квантовим флуктуаціям скалярного поля. Флуктуації КМФ на менших масштабах містять інформацію про фізичні процеси, що відбувалися в епоху рекомбінації в областях причинно-наслідкового контакту. Зокрема, до таких процесів належать акустичні коливання фотон-баріонної рідини, які безпосередньо пов'язані з фізичними процесами утворення галактик. Крім того, під час розповсюдження КМФ зазнає слабкого впливу різноманітних чинників, головними з яких є ефекти Сакса–Вольфа та Зельдовича–Сюняєва, а також гравітаційне лінзування. Отже, дослідження анізотропії КМФ дає нам потужне знаряддя для вивчення структури Всесвіту та визначення його фундаментальних параметрів.

# 6.3.2. Поле температури КМФ

Основною спостережною характеристикою будь-якого поля випромінювання є інтенсивність як функція частоти та напрямку **n**. Але, як вже було сказано, спектр КМФ є з високою точністю спектром абсолютно чорного тіла з температурою  $2.728\pm0.004$  К [115], яка майже не змінюється залежно від напрямку спостережень. Тому прийнято описувати спостереження КМФ за допомогою відносної флуктуації температури  $\Delta T(\mathbf{n})/T$ , яку зручно розкласти за сферичними гармоніками:

$$\Delta T(\mathbf{n})/T = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} Y_{\mathbf{k}}(\mathbf{n}), \qquad (6.1)$$

де підсумовування ведеться по  $l \ge 1$ , хоча дипольна складова (l = 1), яка лінійно залежить від швидкості спостерігача, звичайно не приймається до уваги при аналізі спостережень, оскільки всі дані вимірювань перераховуються до системи відліку, в якій вона відсутня. Мультиполь із заданим l містить інформацію про анізотропію на характерному кутовому масштабі  $\sim \pi/l$ .

Статистичні властивості флуктуацій повинні узгоджуватись із симетрією фонового ПЧ. Через обертову симетрію стандартних космологічних моделей Фрідмана мультиполі  $a_{lm}$  не корелюють між собою при різних значеннях l і m, тобто має місце рівність

$$\left\langle a_{\mathbf{k}\sigma}a_{\mathbf{k}\sigma}^{*}\right\rangle = \delta_{\mathbf{k}}\delta_{\mathbf{k}\sigma\mathbf{k}}C_{\mathbf{k}},$$
 (6.2)

яка визначає спектр потужності *С*<sub>*l*</sub>. Тут кутові дужки означають усереднення за ансамблем реалізації флуктуацій. Найпростіші моделі інфляції передбачають, що флуктуації повинні бути гауссівськими. За

цієї умови всі  $a_{lm}$  незалежні, і спектр потужності забезпечує повний статистичний опис флуктуацій температури. Тому на сьогодні вимірювання спектра потужності є основною метою спостережень КМФ. Анізотропії температури наразі виміряні аж до  $l \sim 10^3$ ; результати цих вимірів станом на початок 2004 р. підсумовані на рис. 6.1.



Рис. 6.1. Комбінація вимірів анізотропії КМФ, виконаних за найбільш відомими проектами досліджень станом на початок 2004 р.: Very Small Array (VSA), Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP), Cosmic Background Imager (CBI), Arcminute Cosmology Bolometer Array Receiver (ACBAR). Подальші пояснення наведені в тексті.

Кореляція флуктуацій температури вздовж двох довільних напрямків **n**<sub>1</sub> та **n**<sub>2</sub> визначається формулою

$$\langle \Delta T(\mathbf{n}_1) \Delta T(\mathbf{n}_2) \rangle = T^2 \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos\theta),$$
 (6.3)

де  $P_l(\cos\theta)$  — поліноми Лежандра, і залежить через обертову інваріантність лише від кута  $\theta$  між цими напрямками. Зокрема, для середньоквадратичної анізотропії температури маємо

$$\left< \Delta T^2 \right> = T^2 \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} C_l = T^2 \int \frac{l(l+1)}{2\pi} G d\ln l,$$
 (6.4)

так що величина  $l(l+1)C_l/2\pi$ , яку звичайно зображують на графіках (див. рис. 6.1), визначає потужність, що припадає на одиничний логарифмічний інтервал значень *l*.

# 6.3.3. Кінетична теорія

Фотони КМФ можна описати за допомогою одночастинкової функції розподілу  $f(x^{\mu}, p^{\mu})$ , яка залежить від положення  $x^{\mu}$  у просторі-часі та від

4-імпульсу фотона *p<sup>µ</sup>*. Ця функція не залежить від вибору системи відліку і зберігається за умови відсутності розсіювання. Щоб розрахувати анізотропії КМФ, необхідно простежити за еволюцією функції розподілу в збуреному Всесвіті.

Розглянемо елементи теорії космологічних збурень, обмежуючись просторово-плоскими моделями всесвіту та нехтуючи ефектами поляризації (більш повний аналіз див. у [165], [65]). Зауважимо, що кривина діє на КМФ здебільшого через геометричну проекцію лінійних масштабів при останньому розсіюванні на сьогоднішні кутові масштаби на небі, але має незначний вплив на дорекомбінаційні фізичні процеси. Для спрощення викладу скористаємося підходом, який безпосередньо має справу зі збуреннями метрики. Такий підхід найпоширеніший у літературі про КМФ. З тих же міркувань розглядатимемо лише скалярні збурення, коли всі збурені 3-тензори можуть бути отримані як просторові похідні від скалярних функцій.

У випадку скалярних збурень у просторово-плоских моделях можна обрати таке калібрування, що метрика ПЧ матиме вигляд [227]

$$dx^{2} = a^{2}(\eta) \Big[ (1+2\psi) d\eta^{2} - (1-2\phi) dx^{2} \Big], \qquad (6.5)$$

де  $\eta$  — конформний час (пов'язаний з власним часом *t* згідно з рівнянням  $dt = ad\eta$ ), a — масштабний фактор фонової моделі, **x** — супутнє положення. Це калібрування, відоме як конформне ньютонівське, має властивість, що конгруенція світових ліній зі сталим *x* має нульовий зсув. Два скалярних потенціали  $\phi$  та  $\psi$  описують малі скалярні збурення метрики, причому  $\phi$  відіграє роль, подібну до ньютонівського гравітаційного потенціалу. Якщо анізотропний натяг відсутній,  $\phi = \psi$ . Параметризуємо 4-імпульс фотона його енергією  $\varepsilon/a$  та напрямком **e** ( $e^2 = 1$ ), який бачить спостерігач при фіксованому **x**, тоді в лінійному наближенні по  $\phi$  та  $\psi$ 

$$p^{\mu} = a^{-2} \varepsilon [1 - \psi, (1 + \phi) \varepsilon].$$
 (6.6)

Вільні фотони рухаються вздовж геодезичних ліній збуреної метрики ( **рад в = 0**), тому енергія й напрямок змінюються як

$$d\varepsilon/d\eta = -\varepsilon d\psi/d\eta + \varepsilon (\phi + \psi), \qquad (6.7)$$

$$d\mathbf{e}/d\eta = -\nabla_{\perp} (\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\psi}), \qquad (6.8)$$

де точки означають  $\partial/\partial \eta$ , а  $\nabla_{\perp}$  – 3-градієнт, спроектований перпендикулярно до е. Одразу видно, що за відсутності збурень  $\varepsilon$  зберігається, тобто енергія фотона зменшується в оберненій пропорції до масштабного фактора фонової моделі. Зміна напрямку руху фотона через спроектований градієнт потенціалів у збуреному Всесвіті приводить до появи ефекту гравітаційної лінзи.

Оскільки біля моменту рекомбінації середня енергія фотонів менша за масу спокою електрона, головним механізмом виникнення анізот-

ропій КМФ є класичне томсонівське розсіювання вільними електронами. Більш того, через низьку температуру тепловим розподілом швидкостей електронів можна знехтувати. Взагалі еволюція функції розподілу фотонів за наявності томсонівського розсіювання визначається рівнянням

$$\frac{df}{d\eta} = -a(1+\psi)n_{e}\sigma_{T}f + \frac{3}{16\pi}a(1+\psi)n_{e}\sigma_{T}\int f(s,e')\left[1+(\mathbf{e}\cdot\mathbf{e}')^{2}\right]d\mathbf{e}' - an_{e}\sigma_{T}\mathbf{e}\cdot\mathbf{v}_{b}s\frac{\partial f}{\partial s},$$
(6.9)

де  $n_e$  – (власна) концентрація електронів,  $\sigma_T$  – переріз томсонівського розсіювання,  $\mathbf{v}_b = d\mathbf{x}/d\eta$  – пекулярна швидкість електронів. Похідна в лівій частині (6.9) береться вздовж траєкторії фотона у фазовому просторі. З точністю до величин першого порядку

$$\frac{df}{d\eta} = \frac{\partial f}{\partial \eta} + \mathbf{e} \cdot \nabla f + \left(\dot{\phi} - \mathbf{e} \cdot \nabla \psi\right) \varepsilon \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}, \qquad (6.10)$$

де використані рівності (6.7) та (6.8) і той факт, що анізотропії f мають перший порядок величини. Перші два доданки в (6.9) описують відповідно розсіювання з пучка та в пучок променів, а третій доданок виникає за рахунок розсіювання назовні додаткового дипольного моменту в функції розподілу, який сприймається електронами за рахунок ефекту Допплера. У фоновій моделі функція розподілу f ізотропна, доданок з чистим розсіюванням зникає, так що f — функція лише величини  $\varepsilon$ , яка зберігається:  $f = \bar{f}(\varepsilon)$ . Теплова рівновага забезпечує те, що є функцію Планка.

Флуктуації в функції розподілу фотонів наслідують залежність від енергії  $\varepsilon \partial \bar{f} / \partial \varepsilon$  від доданків-джерел у рівнянні Больцмана. Відокремивши фоновий внесок до *f* та його залежність від енергії, можна записати

$$f(\eta, \mathbf{x}, \varepsilon, \mathbf{e}) = \overline{f}(\varepsilon) \left[ 1 - \Theta(\eta, \mathbf{x}, \varepsilon) d\ln \overline{f} / d\ln \varepsilon \right], \quad (6.11)$$

де  $\Theta = \Lambda T/T$ . Таким чином, спектр КМ $\Phi$  – планківський, але його температура залежить від напрямку. Використовуючи лоренц-інваріантність *f*, неважко показати, що квадрупольний та більш високі моменти  $\Theta \in$  каліброво-інваріантними. Підставивши (6.11) в (6.9), знайдемо рівняння Больцмана для  $\Theta$ :

$$\frac{\partial(\Theta + \psi)}{\partial \eta} + \mathbf{e} \cdot \nabla(\Theta + \psi) = -an_s \sigma_T \Theta + \frac{3}{16\pi} an_s \sigma_T \int \Theta(\mathbf{e}') \Big[ 1 + (\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}')^2 \Big] d\mathbf{e}' + an_s \sigma_T \mathbf{e} \cdot \mathbf{v}_s + \phi + \psi.$$

(6.12)

Формальний розв'язок цього рівняння дається інтегралом вздовж променя зору  $\mathbf{n} = -\mathbf{e}$ :

$$\left[\Theta(\mathbf{n}) + \psi\right]_{\mathbf{g}} = -e^{-\varepsilon} \left[\Theta(\mathbf{n}) + \psi\right]_{\mathbf{g}} + \int_{\mathbf{g}}^{\mathbf{g}} e^{-\varepsilon} S d\eta, \qquad (6.13)$$

де *R* та *E* позначають події прийому та емісії, а  $\mathbf{T} = \int \mathbf{a} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{d} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf{d} \mathbf{r}_{\mathbf{T}} \mathbf$ 

Щоб зрозуміти сутність утворення анізотропії, припустимо, що поверхня останнього розсіювання — гостро окреслена (це припущення є цілком виправданим при розгляді великих кутових масштабів) і будемо нехтувати квадрупольною анізотропією КМФ при останньому розсіюванні. У цьому випадку (6.13) зводиться до

$$\left[\Theta(\mathbf{n}) + \psi\right]_{\mathbf{g}} = \Theta_{\mathbf{g}}|_{\mathbf{g}} + \psi|_{\mathbf{g}} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{g}}|_{\mathbf{g}} + \int_{\mathbf{g}}^{\mathbf{g}} (\phi + \psi) d\eta, \qquad (6.14)$$

де  $\Theta_0$  — ізотропна частина  $\Theta$ , яка пропорційна флуктуації густини енергії фотонів. Інші доданки мають просте фізичне тлумачення. Температура, яка спостерігається вздовж напрямку **n**, дорівнює ізотропній температурі КМФ  $\Theta_0$  (що відповідає події останнього розсіювання на промені зору), виправленій за гравітаційне червоне зміщення за рахунок різниці потенціалів між *E* та *R* і за допплерівський зсув **e**·**v**<sub>*b*</sub>, викликаний розсіюванням на рухомих електронах. Нарешті, останній доданок у вигляді інтеграла описує додаткове гравітаційне червоне зміщення, викликане еволюцією гравітаційних потенціалів (так званий інтегральний ефект Сакса–Вольфа [316]).

Звичайно, акуратний розрахунок анізотропії КМФ на всіх масштабах у межах застосовності лінійної теорії збурень потребує чисельного розв'язку рівняння Больцмана. Для цього перш за все необхідно розкласти  $\Theta(\eta, \mathbf{x}, \mathbf{e})$  за відповідними базисними функціями. У випадку скалярних збурень цей розклад має вигляд (див., напр., [66, 127]):

$$\Theta(\eta, \mathbf{x}, \mathbf{e}) = \sum_{l \ge 0} \int (-i)^l \Theta_l(\eta, \mathbf{k}) P_l(\mathbf{k} \cdot \mathbf{e}) e^{\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \frac{d^d \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}}.$$
 (6.15)

Можна показати, що азимутальна симетрія відносно хвильового вектора сумісна з рівнянням Больцмана (6.12). Підставляючи розклад  $\Theta(\eta, \mathbf{x}, \mathbf{e})$  у це рівняння, отримаємо больцманівську ієрархію для моментів  $\Theta_i$  у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь, яка може бути безпосередньо проінтегрована разом із лінеарізованими рівняннями Айнштайна для збурень метрики та рівняннями гідродинаміки для збурень інших компонент матерії. Проте більш зручний підхід до чисельного розв'язку рівняння Больцмана полягає у використанні його розв'язку вздовж променя зору (6.13). Підстановка розкладу (6.15) дає інтегральне рішення для ієрархії:

$$\Theta_{i}|_{=} = (2l+1) \int_{0}^{\infty} e^{-t} \left[ \left( \phi + \psi \right) f_{i} \left( k \Delta \eta \right) - \dot{\tau} \left( \Theta_{0} + \psi \right) f_{i} \left( k \Delta \eta \right) + \dot{\tau} v_{s} f_{i}' \left( k \Delta \eta \right) - \frac{1}{20} \dot{\tau} \Theta_{2} \left( 3 f_{i}' + f_{i} \right) \left( k \Delta \eta \right) \right] d\eta.$$

$$(6.16)$$

Тут  $\Delta \eta = \eta_0 - \eta$ ,  $j_l$  – сферичні функції Бесселя, а штрихи означають похідні за відповідним аргументом. Використовуючи інтегральне рішення, необхідно лише розгорнути больцманівську ієрархію до помірних *l* для того, щоб акуратно розрахувати члени, які входять до підінтегрального виразу. Таким чином, інтегральний підхід є значно зручнішим за безпосередній розв'язок для ієрархії.

Неважко показати, що моменти  $\Theta_l$  однозначно визначають кутовий спектр потужності флуктуацій КМ $\Phi$ , а саме:

$$C_{l} = \frac{4\pi}{(2l+1)^{2}} \int \Theta_{l}^{2}(k) d\ln k. \qquad (6.17)$$

Якщо розглядати чисті моди збурення, які характеризуються певною незалежною стохастичною амплітудою на кожну моду Фур'є, то потужність 🖶 () буде пропорційна спектру потужності такої амплітуди. При великих l сферичні функції Бесселя мають гострі піки при  $k\Delta \eta = l$ , так що при останньому розсіюванні мультиполі *l* зондують головним чином просторову структуру з хвильовим числом  $k \sim l/\Delta \eta$ . Осцилюючі хвости функцій Бесселя означають, що деяка потужність від заданого *k* насправді дає внесок до анізотропій з більшими масштабами. Фізично це походить від мод  $\Phi$ ур'є, чиї хвильові вектори не спрямовані перпендикулярно до променя зору. Як ми покажемо у наступному підрозділі, перед рекомбінацією тісно взаємодіюча система фотонів та баріонів піддається акустичним коливанням на масштабах всередині акустичного горизонту. Для чистих мод збурень всі моди із заданим хвильовим числом досягають максимуму або мінімуму своїх коливань одночасно, незалежно від напрямку k, і тому варто очікувати на модуляцію величин *C*<sub>1</sub> на масштабах ≤1°. На сьогодні перші три з цих акустичних піків виміряні остаточно (див. рис. 6.1).

## 6.3.4. Фотон-баріонна динаміка

До рекомбінації середня довжина вільного пробігу фотонів КМФ складала **~4.9-10<sup>4</sup> (\Omega\_{\mu} \hbar^{2})<sup>-1</sup> (1+z)<sup>-2</sup> Мпк. На супутніх масштабах, менших за цю довжину, фотони і баріони поводились як взаємодіюча рідина, причому КМФ є майже ізотропним у системі відліку баріонів. У цьому наближенні важливі лише моменти функції розподілу з** *l* **= 0 та** *l* **= 1.** 

Тензор енергії-імпульсу фотонів можна записати через функцію розподілу у вигляді

$$T^{\mu\nu} = a^{-2} \int f(\eta, \mathbf{x}, \varepsilon, \mathbf{e}) p^{\nu} \varepsilon d\varepsilon d\mathbf{e}.$$
 (6.18)

Моди Фур'є фрагментарного перевищення густини фотонів  $\delta_{\gamma} = 4\Theta_0$ , їх (переносна) швидкість  $v_{\gamma} = -\Theta_1$ , а анізотропний натяг пропорційний  $\Theta_2$ . Перші два диференціальних рівняння для моментів ієрархії Больцмана набувають у цих змінних вигляду

$$\delta_{y} - \frac{4}{3}kv_{y} - 4\phi = 0,$$
 (6.19)

$$\dot{\nu}_{\gamma} + \frac{1}{4}k\partial_{\gamma} - \frac{2}{5}k\Theta_{2} + k\psi = \dot{\tau}(\nu_{\gamma} - \nu_{\lambda}). \qquad (6.20)$$

Тут  $\dot{\tau} = -an_e\sigma_T - (від'ємна)$  похідна оптичної товщини. Обмін імпульсами між фотонами та баріонами через наявність гальмівного члена в (6.20) викликає появу аналогічного члена в рівнянні Ейлера для баріонів:

$$\dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{s}} + H\mathbf{v}_{\mathbf{s}} + k\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} \left( \mathbf{v}_{\mathbf{s}} - \mathbf{v}_{\mathbf{r}} \right), \quad (6.21)$$

де ми знехтували тиском баріонів. Відношення густини енергії баріонів до ентальпії фотонів дорівнює  $R = 3\rho_b/4\rho_\gamma$  і пропорційне масштабному факторові *a*;  $H = \dot{a}/a$  – конформний параметр Габбла.

У наближені тісного зв'язку, коли  $|\dot{\tau}^{-1}| << k^{-1}$  і  $|\dot{\tau}^{-1}| << H$ , можна трактувати відношення середньої довжини вільного пробігу до довжини хвилі та параметр Габбла як малі параметри збурення. Тоді з рівнянь (6.20) і (6.21) випливає, що з точністю до величин першого порядку відносно малих величин  $|\dot{\tau}|^{-1}k$  та  $|\dot{\tau}|^{-1}H$  має місце рівність  $v_{\gamma} = v_b$ . Порівнюючи рівняння нерозривності для баріонів

$$\dot{\delta}_{a} - kv_{a} - 3\dot{\phi} = 0 \tag{6.22}$$

з відповідним рівнянням для фотонів (6.19), бачимо, що  $\delta_{r} = 4\delta_{s}/3$ , тому еволюція фотон-баріонної рідини адіабатична із збереженням числа фотонів, що припадає на однин баріон.

Враховуючи вказані вище зауваження, з (6.19)–(6.22) можна отримати рівняння, яке визначить динаміку  $\delta_{\gamma}$  [167]:

$$\ddot{\delta}_{y} + \frac{HR}{1+R}\dot{\delta}_{y} + \frac{1}{3(1+R)}k^{2}\delta_{y} = 4\ddot{\phi} + \frac{4HR_{2}}{1+R}\dot{\phi} - \frac{4}{3}k\phi.$$
(6.23)

Як бачимо, динаміка  $\delta_{\gamma}$  співпадає з динамікою затухаючого гармонічного осцилятора, керованого гравітацією. Доданок, що описує затухання, походить від червоного зміщення імпульсу баріонів у розбіжному всесвіті. Фотонний тиск забезпечує відновлювальну силу, яка слабко придушується додатковою інерцією баріонів. Рішення однорідного рівняння в наближенні Вентцеля—Крамерса—Бріллуена має вигляд:

$$\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{r}} = \left(1 + \boldsymbol{R}\right)^{-1} \cos k \boldsymbol{r}_{i}, \qquad (6.24)$$

де **r**, =  $\int d\eta' / \sqrt{3(1+R)}$  — звуковий горизонт. Зауважимо, що у випадку

статичних потенціалів, якщо нехтувати зміною R у часі, середня точка коливань  $\delta_{\gamma}$  зсувається до  $-4(1+R)\psi$ . Залежність цього зсуву від густини баріонів утворює баріон-залежну модуляцію висоти акустичного піку в температурній анізотропії спектру потужності.

Збурення в (6.23) залежить від еволюції гравітаційних потенціалів. Якщо знехтувати анізотропним натягненням, то  $\phi = \psi$  і в плоскому всесвіті їхні моди Фур'є еволюціонують відповідно до рівняння

$$\ddot{\phi} + 3H\left(1 + \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}}\right)\dot{\phi} + \left[2\dot{H} + \left(1 + 3\frac{\dot{p}}{\dot{\rho}}\right)H^2\right]\phi + \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}}k^2\phi = \frac{1}{2}ka^2\left(\delta p - \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}}\delta\rho\right).$$
(6.25)

Тут  $\rho$  і p – повні густина і тиск у фоновій моделі,  $\delta \rho$  і  $\delta p$  – моди Фур'є їх збурень,  $k = 8\pi G$ . Права частина цієї рівності калібрувальноінваріантна; вона обертається в нуль для суміші баротропних рідин  $[p_i = p_i(\rho_i)]$ , якщо  $\delta p_i/(\rho_i + p_i)$  одне і те ж для всіх компонент. Для *адіаба*тичних збурень ця остання умова початково присутня і зберігається на надгабблівських масштабах. Вона також зберігається для сильновзаємодіючої фотон-баріонної рідини (див. вище). При адіабатичних збуреннях потенціал сталий на масштабах, більших за звуковий горизонт, коли  $p/\rho = \text{const}$ , але розпадається під час змін рівняння стану. Початково при цих флуктуаціях фотони збурені на величину становить  $\delta_{x}(0) = -2\psi(0)$ . Аналіз рівнянь показує, що в цьому випадку комбінація  $\delta_y/4+\psi=\Theta_0+\psi$ є переважним внеском до великомасштабної анізотропії температури КМФ. На масштабах, менших за звуковий горизонт при останньому розсіюванні, фотон-баріонна рідина має час для акустичних коливань здебільшого у вигляді моди coskr<sub>s</sub>. Середня точка коливань наближено становить  $\delta_y/4 = -(1+R)\psi$ . Моди з  $kr_s(\eta_*) = \pi$  зазнали половини коливання на час останнього розсіювання  $\eta_*$  і тому вони найбільш концентровані. Велике значення  $\Theta + \psi$  на цьому масштабі приводить до появи першого акустичного піка (рис. 6.1.) при  $l = 220 \pm 0.8$  [276]. Подальші екстремуми при  $kr_{s}(\eta_{*}) = n\pi$  призводять до появи вторинних піків. Кутове розділення піків майже стале за величиною і визначається розміром звукового горизонту під час останнього розсіювання та відстанню до поверхні останнього розсіювання, виміряною за кутовим діаметром.

Поведінка потенціалів значно відрізняється у випадку *ізокривиних* збурень [166], коли початкові збурення густини енергії різних компонент компенсують одне одного таким чином, що супутня кривина простору залишається нульовою. При цьому права частина рівняння (6.25) може бути значною, на відміну від випадку адіабатичних збурень. Як і кривина, в цьому випадку фотони початково незбурені:  $\delta_{\gamma} = 0 = \phi(0)$ . На великих масштабах рівність  $\delta_{\gamma} = \phi(0)$  зберігається, тому із зростанням  $\phi$  наростають також збурення  $\delta_{\gamma}$ . Загалом потенціали еволюціонують таким чином, що  $\delta_{\gamma} \sim \sin k r_s$  з точкою рівноваги –  $(1+R)\psi$ . Акустичні

піки наявні при  $kr_{S}(\eta_{*}) \sim n\pi/2$ . Оскільки вони мають інше положення, спостереження флуктуацій КМФ дають змогу накласти обмеження на їхній внесок (детальний аналіз див., напр., в [47]).

При розгляді малих масштабів необхідно вийти за межі тісної взаємодії між фотонами і баріонами, коли масштаб довжини дифузії фотонів стає порівнянним з масштабом флуктуацій. Як наслідок, фотони можуть просочуватися з областей з підвищеною густиною, що призводитиме до затухання акустичних коливань та генерації анізотропії [346]. На мові хвильових чисел масштаб затухання при заданому масштабному факторі *а* можна оцінити як

$$k_{B}^{-2} \sim 0.3 (\Omega_{a} h^{2})^{-1/2} (\Omega_{b} h^{2})^{-1} (a/a_{c})^{5/2} M \pi K.$$
 (6.26)

Тут *a*<sup>\*</sup> відповідає добі останнього розсіювання. Явище дифузії експоненціально гасить коливання густини фотонів і баріонів на супутніх масштабах, менших за ~3 Мпк. Наближено маємо

$$\delta_{\gamma} = \exp\left(\pm ikr_{j}\right)\exp\left(-k^{2}/k_{\mathcal{B}}^{2}\right). \tag{6.27}$$

Це експоненціальне затухання призводить до відповідного ефекту в спектрі потужності флуктуацій температури КМФ [89, 210, 282].

### 6.3.5. Додаткові ефекти, що впливають на анізотропію КМФ

Існує кілька ефектів, що дають певний внесок у лінійні анізотропії. Поперше, це *інтегральний ефект Сакса–Вольфа*, який описується останнім доданком у правій частині (6.14). Цей ефект є додатковим джерелом анізотропії через часові варіації гравітаційних потенціалів вздовж променя зору: якщо потенціальна яма стає більш глибокою, коли фотон перетинає її, то блакитне зміщення за рахунок падіння буде меншим за червоне зміщення під час виходу з потенціальної ями (тепер глибшої). Інтегральний ефект Сакса–Вольфа складається з внесків, отриманих як у пізню добу завдяки розпаду потенціалів впродовж домінування темної енергії, так і в ранню добу поблизу останнього розсіювання завдяки скінченному часові після динамічної рівноваги фотонів та іншої матерії.

Ефект пізньої доби дає внески головним чином на великих масштабах, оскільки в цей період потенціали заслабкі на масштабах, що ввійшли до габблівського радіуса протягом радіаційної домінантності. Пізній ефект Сакса—Вольфа — це, фактично, єдина можливість зондувати зростання структур у цю добу (і відповідно з'ясувати, яка модель темної матерії є справжньою) шляхом вивчення анізотропій КМФ, проте на заваді цьому стають космічні дисперсії (тобто невизначеності, пов'язані з тим, що ми маємо справу лише з одним всесвітом) на великих кутових масштабах. Пізній ефект Сакса—Вольфа утворює кореляції між великомасштабними флуктуаціями температури та іншими інди-

каторами потенціалу в локальному Всесвіті. Недавно, завдяки проекту WMAP, ці кореляції були попередньо знайдені [39, 120].

В адіабатичних моделях ранній ефект Сакса—Вольфа додається когерентно з внеском  $\delta_y/4+\psi$  до анізотропій поблизу першого акустичного піка, значно підвищуючи його [167].

Як тільки утворення структури призводить до появи перших джерел ультрафіолетового випромінювання, створюються умови для реіонізації Всесвіту. Звільнені таким чином електрони викликають повторне розсіювання фотонів КМФ, що призводить до ізотропізації випромінювання через осереднення анізотропії вздовж багатьох променів зору. Якщо вважати у першому наближенні, що розсіювання ізотропне, і нехтувати ефектом Сакса–Вольфа, то, використовуючи (6.13), можна грубо оцінити зміну анізотропії температури у двох крайніх випадках, коли масштаб анізотропії більший або менший за горизонт при рекомбінації. Тільки на малих масштабах реіонізація дає внесок у анізотропію  $C_l \rightarrow C_l \exp(-2\tau_{re})$ , де  $\tau_{re}$  – оптична товщина при рекомбінації. Недавні результати проекту WMAP дають оцінку  $\tau_{re} \sim 0.17$  [200]. Така рання реіонізація не могла бути різким процесом, оскільки відповідне червоне зміщення  $z \sim 15$  не узгоджується із спостереженнями слідів гладко розподіленого нейтрального водню при  $z \sim 6$  в спектрах далеких квазарів [91].

Ще один цікавий спостережний ефект пов'язаний з тим, що внутрішні рухи газу в темних гало скупчень галактик призводять до допплерівських зсувів енергії фотонів КМФ. У першому порядку за швидкістю цей ефект анулюється випадковістю рухів електронів. Проте у другому порядку виникає залишковий ефект. У скупченнях галактик, де температура газу може досягати  $T_e \sim 10$  КеВ, теплова швидкість електронів відповідно може складати 20% від швидкості світла. Ефект другого порядку полягає у перекачуванні енергії гарячого електронного газу до холодних фотонів КМФ і спостерігається як відповідне викривлення спектра. Це явище називають (тепловим) *ефектом Сюняєва–Зельдовича* [356]. Оскільки повний ефект має порядок  $\tau_{cluster}T_e \propto n_eT_e$ , він дає можливість визначити газовий тиск.

Ефект Сюняєва—Зельдовича від скупчень галактик дає найбільш суттєвий внесок у анізотропію температури за межами хвоста затухання. На масштабах, набагато більших за кутову хвилину, на яких скупчення не можна виділити, внески до спектру потужності виглядають як некорельований дробовий шум ( $C_{l}$ =const або  $\Delta T \propto l$ ). Цей ефект притаманний, головним чином, лише дуже масивним скупченням галактик і може бути вилучений через ототожнення скупчень за рентгенівськими та оптичними оглядами, або просто через спостереження КМФ з великою роздільною здатністю [201].

Цікавим є також ефект *гравітаційного лінзування* КМФ з боку великомасштабних структур. Оскільки лінзування зберігає поверхневу яскравість, воно впливає лише на анізотропію КМФ і належить до другого



порядку теорії збурень. Фотони відхиляються відповідно величині кутового градієнта потенціалу в напрямку променя зору. Цей градієнт досягає максимуму при мультиполі  $l \sim 60$ , що відповідає масштабу хвильового числа  $k \sim 10^{-2}$  Мпк<sup>-2</sup> [163]. Взагалі ефект гравітаційної лінзи згладжує температурні анізотропії та поляризаційні властивості КМФ. Оскільки дія гравітаційного лінзування нелінійна щодо флуктуацій, для виділення цього ефекту пропонується використовувати теорію негауссівських шумів або кроскореляцію з інтегральним ефектом Сакса—Вольфа (див. посил. в [164]).

#### 6.3.6. Космологічні параметри та КМФ

Попередній виклад свідчить про те, що лінійна фізика температурних анізотропій КМФ чутлива до багатьох космологічних параметрів. Тому природно використати спостереження КМФ для визначення цих параметрів. Розглянемо коротко, яким чином ключові космологічні параметри впливають на спектр потужності КМФ.

Кривина Всесвіту та властивості темної матерії не впливають безпосередньо на дорекомбінаційну фізику акустичних коливань. Їхній внесок відчувається чисто геометрично через відстань за геометричним розміром до поверхні останнього розсіювання  $D_A$ . Ця відстань визначає проектування тогочасних лінійних масштабів на кутові масштаби, що спостерігаються на небі сьогодні. Навпаки, ті параметри, які визначають енергетичний вміст Всесвіту перед рекомбінацією (наприклад, густини нерелятивістської матерії  $\Omega_m h_{100}^2$  та випромінювання  $\Omega_r h_{100}^2$ ) відіграють значну роль у фізиці акустичних коливань, оскільки вони визначають темп розширення, а значить, і поведінку збурень. На додачу, густина баріонів  $\Omega_b h_{100}^2$ впливає на акустичні коливання через інерцію баріонів та через залежність середньої довжини вільного пробігу фотонів від концентрації електронів.

При сталій швидкості розширення Всесвіту та повній густині  $\Omega_m = \text{const}$  збільшення баріонної складової  $\Omega_b$  приводить до зменшення швидкості звуку, а значить, і звукового горизонту та довжин хвиль тих мод, що мали екстремум при рекомбінації. Внаслідок цього відбувається підвищення піків та їх зміщення в бік менших масштабів. Загальний вплив на спектр потужності полягає в підсиленні непарних піків за адіабатичних початкових умов і парних піків — за ізокривинних початкових умов.

Насамкінець зауважимо, що, оскільки вплив кривини та темної матерії на КМФ здійснюється головним чином через одну величину відстань за геометричним розміром  $D_A$ , це призводить до так званого геометричного виродження в оцінці космологічних параметрів, коли різним їх наборам відповідають одні й ті ж спостережувані характеристики КМФ (див., напр., [98]). На щастя, це виродження можна зняти, долучивши до аналізу інші, додаткові набори спостережних даних. Відповідні методики вже були викладені у розділі 6.2.2.



# 7. РЕЛЯТИВІСТСЬКІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ

Що таке час? Якщо ніхто мене про це не запитує, я знаю, що таке час; якщо б я захотів пояснити тому, хто запитує, — ні, не знаю.

Августин Блаженний

О останні десятиріччя коло застосувань ЗТВ розширювалося не тільки за рахунок її інтенсивного використання в астрофізиці та космології. Значне підвищення точності астрометричних досліджень обумовило необхідність врахування ефектів ЗТВ при координатних та часових вимірюваннях (див. розд. 3.2.2). Виникла потреба відповідного удосконалення систем відліку, що застосовуються в астрометрії, космічній геодинаміці та навігації [458, 484, 516].

Під системою відліку будемо мати на увазі систему просторових координат, однозначно пов'язану з тілом відліку, та відповідну шкалу часу. Реалізацією системи відліку є сукупність вимірювальних засобів, теоретичних моделей та алгоритмів, що дозволяють зіставити кожній події чотири числа: час і три просторові координати. Ми не аналізуємо тут весь набір пов'язаних із цим питань; нас цікавитимуть лише ті аспекти систем відліку, що стосуються врахування ефектів релятивістської гравітації. Іншими словами, мова йде про теоретичні моделі систем відліку у викривленому ПЧ.

Короткий нарис історії релятивістського підходу до задач астрометрії подано нижче у розділі 7.1; відповідні резолюції Генеральної асамблеї Міжнародного астрономічного союзу наведені у Додатку, докладні коментарі до цих резолюцій опубліковані у [351]. У цій області поки що достатньо тієї точності, яку забезпечує пост-ньютонівське наближення ЗТВ. Але для розуміння принципових питань, пов'язаних з використаннями ЗТВ, зокрема у плані її перевірок та порівняння з альтернативними теоріями гравітації, потрібен більш поглиблений аналіз релятивістських систем відліку. Ці питання обговорюються у розділах 7.2 та 7.3.

## 7.1. Небесні системи відліку: коротка історія

Таким чином, геометрія базується на механічній практиці...

Ісаак Ньютон

Однією з найважливіших проблем астрономії, зокрема одного із давнішніх її розділів – астрометрії, є побудова такої системи відліку, за

допомогою якої було б можливо та зручно вивчати рух небесних об'єктів — планет, зір, галактик. При цьому особлива роль надається вибору "опорних об'єктів" для задання напрямків осей та початку відліку координат [542]. У класичній механіці привілейованими системами відліку є інерціальні системи, які рухаються прямолінійно та рівномірно одна відносно одної. "Опорним" об'єктом такої системи за часів Ньютона був "абсолютний простір", який ототожнювався зі сферою "нерухомих зір". Після відкриття власних рухів зір проблема побудови інерціальної системи координат значно ускладнилася і вся історія розвитку астрометрії в XIX ст. була пов'язана з уточненням власних рухів зір, їхніх паралаксів та параметрів обертання Землі (прецесії, нутації, та руху полюсів Землі).

На початку XX ст. підтримку знов отримала давня ідея Лапласа про вибір позагалактичних об'єктів для задання систем відліку та визначення так званих абсолютних власних рухів зір. Але реалізація цієї ідеї затрималася аж до другої половини XX ст., коли було відкрито позагалактичне походження квазарів та запропоновано метод радіоінтерферометрії з наддовгими базами для їхніх спостережень.

Це привело до значних змін в астрометрії наприкінці XX ст., які були обумовлені значним збільшенням точності астрометричних спостережень та удосконаленням теоретичних моделей астрометрії. Метод РНДБ досягнув субмілісекундної точності визначень кутових положень радіоджерел, які були використані для реалізації системи відліку. Космічна астрометрія, а саме проект HIPPARCOS, забезпечила мілісекундну точність оптичних визначень положень зір, яскравіших від 10-ої зоряної величини. Лазерна локація штучних супутників Землі та радіотехнічні спостереження Глобальної системи визначення місцеположення (GPS) використовуються для визначення на субмілісекундному рівні параметрів обертання Землі. На цьому рівні точності визначення системи координат, редукція спостережень та їхній аналіз повинні вже базуватися на сучасній теоретичній базі, яка й визначається 3TB.

В астрономії та суміжних науках використовуються дві основні системи координат — Небесна система координат та Земна система координат. У відповідності до міжнародних угод такими системами є Міжнародна небесна система координат (ICRS) та Міжнародна земна система координат (ITRS)<sup>1</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Щоб запобігти термінологічній плутанині, відзначимо, що в англомовній літературі з астрометрії (див. напр., [351]) є три різні поняття: "coordinate system" (система координат), "reference system" (теоретична конструкція, що конкретизує систему координат відповідно до певної вимірювальної процедури) та "reference frame" (матеріалізація системи відліку, напр., за допомогою каталогів позагалактичних джерел). Але у ЗТВ під терміном "reference frame" часто розуміють саме математичну модель певної системи відліку (див., напр., [15, 96, 123, 350]).



Для того щоб однозначно і строго визначити ці системи координат, Міжнародний астрономічний союз запровадив дві закріплені в космічному просторі системи координат — Барицентричну небесну систему координат (BCRS) та Геоцентричну небесну систему координат (GCRS), які були визначені на основі пост-ньютонівського наближення метрики та перетворення координат, що враховує прискорення геоцентра та гравітаційний потенціал.

Системи BCRS та GCRS не обертаються одна відносно другої, але мають різні шкали часу. Орієнтація їхніх осей задається положенням вибраних радіоджерел, таким чином, щоб точка відліку прямих сходжень була близькою до точки весняного рівнодення на епоху J2000.0.

За даними РНДБ-спостережень було створено декілька реалізації ICRS, останньою з яких є ICRF-Ext.1. У 1979–99 рр. були визначені положення 667 радіоджерел, серед яких 212 джерел – так звані визначальні, а 294 — джерела-кандидати [543]. Наразі ведеться робота по створенню більш досконалої реалізації ICRS.

До цього рішення МАС наближався поступово, приймаючи від 1988 р. відповідні резолюції:

1988 р. – запропоновано використовувати позагалактичні об'єкти для реалізації Небесної системи координат;

1991 р. – ЗТВ прийнято за теоретичну основу для задання Небесної системи відліку;

1994 р. – прийнято список близько 600 позагалактичних джерел для реалізації Небесної системи відліку;

1997 р. – вирішено запровадити з 1 січня 1998 р. нову систему відліку – ICRS;

2000 р. – уточнені визначення системи відліку в рамках ЗТВ – Резолюції XXIV Генеральної асамблеї Міжнародного астрономічного союзу (Манчестер, 2000 р.) (див. Додаток).

# 7.2. Координати та системи відліку у ЗТВ

Звичайно, допустимо користуватися будь-якою системою координат, але саме фізичний зміст довільної системи координат стає зрозумілим лише після того, як надані формули, що пов'язують її з привілейованою системою.

Володимир Фок

#### 7.2.1. Просторово-часові вимірювання та загальна теорія відносності

Обговоримо особливості інтерпретації вимірювань просторово-часових величин у ЗТВ. Серед цих величин безпосередньо спостережуваними є

власний час, напрямки на віддалені джерела випромінювання, координати подій та швидкості тіл відносно власної системи відліку в малому околі спостерігача. Крім того, фотометричні, спектральні та поляризаційні вимірювання дають змогу опосередковано визначати відстані до віддалених джерел та їх швидкості. Також існує значна кількість фізичних величин, що не є власне просторово-часовими, але котрі мають векторну або тензорну природу. Для них загальнорелятивістська інтерпретація вимірювань має ті ж особливості, що обговорюються нижче. Треба мати на увазі, що результати вимірювань, навіть найбільш безпосередніх, отримують точну інтерпретацію у рамках певної теоретичної системи. Наприклад, при вимірюванні годинником часового інтервалу між двома подіями релятивістський підхід вимагає враховувати рух годинника відносно еталонного годинника та вплив гравітаційного поля.

Фундаментальна відмінність релятивістської теорії тяжіння від класичної ньютонівської полягає в іншій геометрії, що застосовується для моделювання просторово-часових відношень. У класичній фізиці має місце абсолютний час та евклідова геометрія тривимірного простору. У СТВ геометрія ПЧ – це чотиривимірна псевдоевклідова геометрія; у рамках ЗТВ – чотиривимірна псевдоріманова геометрія. У ній на відміну від евклідової геометрії відсутній абсолютний паралелізм – результат паралельного перенесення залежить від шляху, вздовж якого воно здійснюється. Це докорінним чином змінює теоретичну інтерпретацію просторово-часових вимірювань. Зокрема, у рімановому просторі взагалі немає звичної кратно паралельної сітки декартових координат, а для ідентифікації точок (подій) використовуються довільні криволінійні координати  $x_u$ ;  $\mu = 0, 1, 2, 3$ .

У ЗТВ також складно порівнювати швидкості тіл у різних точках, такі поняття, як відносна швидкість та взаємний спокій канонічно визначаються лише для тіл у безпосередньому околі спостерігача. Про нетривіальність проблеми відносності у ЗТВ свідчить хоча б той факт, що навіть рівняння відносного руху двох пробних тіл у першому наближенні за відстанню між ними було отримане Сінгом лише у 1935 р. [357], а для скінченної відстані між тілами воно було сформульоване у 1979 р. [436].

Специфічною особливістю просторово-часових вимірювань є необхідність введення системи відліку, яка приписує кожній події її чотири координати, а також слугує для розкладу тензорних фізичних величин на окремі компоненти. Обговорюючи теоретичні підходи до визначення системи відліку, матимемо на увазі, що за своєю роллю система відліку поряд з теоретичною моделлю повинна мати її адекватну практичну реалізацію.

Зауважимо, що таке трактування поняття "система відліку", яке пов'язує його безпосередньо с інтерпретацією просторово-часових вимірювань, не вичерпує усіх його застосувань різними авторами. У багатьох випадках перехід до тієї чи іншої системи відліку, таких, наприклад, як "спінова система відліку", або "система відліку антиспостерігача", скоріше треба розглядати як інше математичне представлення теорії, що, звичайно, сприяє її кращому розумінню. Причина такого слововживання полягає, мабуть, у тому, що застосування тензорного числення передбачає віднесення величин до якогось базису і також надає багато можливостей для його спеціалізації. Крім того, при розгляді тем, які опосередковано пов'язані з просторово-часовими вимірюваннями (напр., у космології), вибір системи віднесення диктується швидше теоретичними міркуваннями.

Отже, можна констатувати, що у ЗТВ термін *система відліку* вживається у різних тлумаченнях, з яких ми більш докладно обговорюємо одне, торкаючись інших лише побіжно. З різноманітними підходами до визначення систем відліку у ЗТВ можна ознайомитися в роботах [350, 450, 476, 500, 501].

### 7.2.2. Відносність та координати

В основі системи відліку завжди лежить деяка система координат. Теоретичний апарат ЗТВ сформульовано у загально коваріантному вигляді. Це можна розуміти так, що замість конкретних співвідношень між числовими величинами, котрі залежать від системи координат, формулюються певні алгоритми, які дозволяють побудувати відповідні співвідношення у довільних координатах. Існування коваріантного формулювання деякого співвідношення показує, що в його основі лежить певна фізична реальність.

Геометричні властивості ПЧ визначаються метричним тензором  $g_{\mu\nu}(x^{\alpha})$  у будь-якій системі координат. Дійсно, у точці з координатами  $x^{\alpha}$  при заданій метриці визначено скалярний добуток векторів, і, отже, їх довжини і кути між ними. Також через метричний тензор визначається паралельне перенесення — основа порівняння векторів, заданих у різних точках. На цій підставі деякі автори ототожнюють систему відліку з довільно обраною системою координат. Треба зазначити, що саме такої думки дотримувався Айнштайн. У роботі 1917 р. [538] (с. 580) він порівнює тіло відліку з молюском, що змінює свою форму. Далі він пише, що такий "молюск відліку" — це наочний образ, еквівалентний довільній системі координат, і, що загальний принцип відносності вимагає, аби всі "молюски" могли застосовуватися у якості тіл відліку з однаковим успіхом.

З часом серед фахівців зміцніло переконання, що, хоча кожна система відліку дійсно спирається на деяку систему координат, загальна коваріантність та відносність до системи відліку — це різні речі. Перша є математичним вираженням об'єктивності фізичних властивостей; друга — це необхідність задання деяких еталонів та/або реперів (у широкому розумінні), щоб зробити результати вимірювань однозначними.

У рамках СТВ (тобто в окремому випадку ПЧ Мінковського) всі закони фізики інваріантні відносно перетворень з групи Пуанкаре. Результати будь-яких експериментів над замкненою фізичною системою не залежать від загального просторового та часового зсуву системи, просторової орієнтації та загального рівномірного руху системи. Щоб зробити просторово-часовий опис визначеним, необхідно задати інерціальну систему відліку: її теоретична модель складається з точки — початку координат (положення спостерігача) та ортонормованого 4-репера у цій точці. Звичайно, і у СТВ можна користуватися довільними криволінійними координатами та прискореними системами відліку; порівняно з інерціальними їх визначення має додаткові ступені свободи.

У ЗТВ немає пуанкаре-інваріантності, але замість неї є локальна лоренц-інваріантність та локальна позиційна інваріантність. Отже, і у ЗТВ для визначеності вимірювань також треба, принаймні, задати ортонормований 4-репер у одній точці ПЧ. Виявляється (і далі ми це побачимо), що при заданій метриці цього достатньо для визначення системи відліку. Системи відліку, що визначаються орторепером у одній точці, називаються *системами відліку локального спостерігача*; фізичні величини, трансформовані таким чином, що вони можуть бути віднесені до цього репера, називаються *локальними спостережуваними* [515]. Система координат, на якій базуються системи відліку локального спостерігача, також визначається еталонним репером. Системи відліку локального спостерігача будуть розглянуті у розд. 7.3.

#### 7.2.3. Введення системи координат за заданою метрикою та координатні умови

Зупинимося на проблемі конкретизації координат. Задання явного вигляду метричного тензора  $g_{\mu\nu}(x^{\alpha})$  певним чином фіксує систему координат  $\{x^{\alpha}\}$ , оскільки перехід від координат  $x^{\alpha}$  до інших координат  $x'^{\beta} = x'^{\beta}(x^{\alpha})$  супроводжується трансформацією метрики:  $\cdots \rightarrow x'$  (x'')  $= g_{\mu\nu}(x'') \frac{dx'}{dx'} \frac{dx'}{dx'}$ . За рахунок вибору координат на метричні коефіцієнти можна накласти, принаймні, чотири незалежні майже довільні умови

$$F_{y}\left(x^{\#},g_{\mu\nu}\left(x^{a}\right),\partial g_{\mu\nu}/\partial x^{a},\ldots\right)=0, \qquad (7.1)$$

що може значно спростити розв'язання тієї чи іншої задачі. Умови (7.1) називають координатними умовами. Якщо вони не суперечать одна одній та вимозі невиродженості метричної форми, то неявним чином визначають систему координат або обмежений клас таких систем. У задачах астрометрії та при тестуванні ЗТВ у межах Сонячної системи, коли мова йде про порівняно слабкі поля, доцільно обирати такі координатні умови, що однаковим чином визначають координати, як у плоскому, так і у викривленому ПЧ. Одразу можна зробити висновок, що при виконанні цієї вимоги чотири умови (7.1) у найкращому випадку визначають систему координат с точністю до вибору початкового репера. Саме це має місце у системах відліку локального спостерігача, які розглядаються у розд. 7.3.

Прикладом координатного представлення  $g_{\mu\nu}(\mathbf{x})$  може слугувати метрика параметризованого пост-ньютонівського формалізму [526]. Постньютонівська точність системи відліку поки що є цілком достатньою для астрометричних застосувань. Однак у принциповому плані обмежувати визначення системи відліку використанням якогось наближення небажано. Тому актуальними є дослідження ряду авторів [15, 46, 96, 123, 204, 486] з розробки систем координат за межами лінійного наближення ЗТВ, коли вибір системи координат не очевидний, і з вивчення взаємозв'язку різних релятивістських систем відліку.

#### Гармонічні координати (ГК)

Ці координати займають особливе місце, а умови гармонічності покладено в основу рекомендацій Міжнародного астрономічного союзу [305, 351] щодо вибору системи відліку з урахуванням релятивістських ефектів (див. Додаток). Втім у цих рекомендаціях подано явне представлення  $g_{uv}$ .

Якщо  $\{x^{\mu}\}$  – координати в довільній системі, то функції перетворення до ГК  $y^{\mu} = \Psi^{\mu}(x)$  задовольняють коваріантне рівняння Даламбера:

$$\nabla_{\mu}\nabla^{\mu}\Psi^{\mu} = 0. \tag{7.2}$$

Якщо  $\{y^{\mu}\}$  – ГК, то (7.2) зводиться до таких умов на метричний тензор (координатні умови):

$$\frac{\partial}{\partial r^{\mu}} \left( \sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}_{\mu\nu} \right) = 0,$$

де  $g = \det \|g_{\mu\nu}\|$ , а тильда відрізняє величини в координатах { $y^{\mu}$ }. Записані рівняння залишають значну координатну довільність в  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  і не фіксують систему координат однозначно, якщо додатково не вводити граничних або якихось інших умов. Без цих умов функціональна невизначеність метричних коефіцієнтів  $\tilde{g}_{\mu\nu}$  залишається й у тому випадку, коли метричний тензор задовольняє рівняння Айнштайна. Наприклад, у по-

рожньому просторі розв'язком рівнянь Айнштайна є  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$  (тензор Мінковського). Тоді, обмежуючись в (7.2) випадком  $\Psi^0(x^{\mu}) \equiv x^0, \Psi^i(x^{\mu}) \equiv \Psi^i(\mathbf{x}), i = 1,2,3; \mathbf{x} = \{x^1, x^2, x^3\}$ , одержимо  $\Delta \Psi^i = 0$ . Це рівняння допускає нескінченний набір розв'язків, що даються гармонічними функціями, яким відповідають різні гармонічні системи координат. Очевидно, що подібна картина збережеться й у більш загальному випадку викривленого ПЧ.

З огляду на це способи введення ГК принципово відрізняються для випадку релятивістської барицентричної системи відліку Сонячної системи і систем відліку типу геоцентричних і супутникових. У першому випадку вводяться граничні умови для  $g_{\mu\nu}$  на просторовій нескінченості (умови випромінювання), що характерні для ізольованої гравітуючої системи. Ці умови фіксують розв'язок  $g_{\mu\nu}$  рівнянь Айнштайна, починаючи з нескінченого минулого і, разом із траєкторією барицентра (визначення якого в ЗТВ має свої труднощі) та реперними напрямками, однозначно фіксують релятивістську систему відліку. Відзначимо, що існування та єдиність розв'язків рівнянь Айнштайна строго досліджені лише для випадку скінченого інтервалу часу [463, 533], а питання щодо необмеженого інтервалу залишається відкритим. Проте у фізичних роботах звичайно передбачається позитивна відповідь і в цьому випадку, принаймні, при досить загальних обмеженнях на тензор енергії-імпульсу  $T^{\mu\nu}$ .

Якщо ж ГК прив'язують до світових ліній локального спостерігача чи центра Землі (геоцентричні системи координат), що не є інерціальними, то тут  $g_{\mu\nu}$  не має квазігалілеєвої асимптотики на нескінченості. Це відбивається на введенні граничних умов. Тому, наприклад, щоб зафіксувати систему координат, Брумберг та Копейкін [204, 486] (див. також [46, 96]) вводили додаткові обмеження на форму тензора  $g_{\mu\nu}$  у вигляді мультипольних розкладів в околі початку просторових координат. Переваги цього різновиду ГК виявляються насамперед у розрахунках, пов'язаних із розв'язком рівнянь Айнштайна. Однак вибір зазначених розкладів, пов'язаний з алгоритмом одержання  $g_{\mu\nu}$ , істотно обмежений пост-ньютоновским наближенням чи певною апроксимаційною процедурою (див., напр., [96, 204, 486]). Ця процедура часто досить громіздка і тоді вибір гармонічної системи координат нічим не кращий, ніж пряме задання явного виду метрики.

Вибір координатного представлення метрики ще не фіксує систему відліку. У вибраних координатах повинна бути розроблена теорія спостережуваних і на її основі має бути проведена прив'язка до опорних джерел [351].

Суттєво іншими є системи відліку локального спостерігача, які будуються конструктивним шляхом.

#### 7.3. Системи відліку локального спостерігача

Замість того, щоб відносити тіло, що рухається, до простору (до якої-небудь координатної системи), будемо розглядати безпосередньо його відношення до тіл світу, за допомогою яких тільки й можна визначити систему координат.

#### Ернст Мах

Ріман у своїй історичній вступній лекції [517] поставив питання про визначення таких координат, які б не залежали від конкретної метрики, для того шоб можна було порівнювати викривлені простори між собою. Там же він запропонував одне з можливих рішень: координати визначаються за допомогою геодезичних ліній, що проходять через фіксовану точку, які пізніше були названі рімановими нормальними координатами. Ці координати відіграють важливу роль у багатьох геометричних дослідженнях. У ЗТВ нормальні координати знайшли широке застосування у роботах Сінга [524], який також увів у вжиток координати Фермі [528] та оптичні координати, що визначаються в околі світової лінії спостерігача. Як і ріманові нормальні координати, координати Фермі та оптичні координати будуються за допомогою геодезичних. Концепцію систем відліку поодинокого спостерігача висунув та дослідив Міцкевич зі співавторами (див. посилання у [500]). Локальні спостережувані були введені у роботі [436]. Використання систем відліку локального спостерігача опирається на добре розвинутий аналітичний апарат [433, 515].

#### 7.3.1. Система відліку Фермі

Координати Фермі [524] є одним з найбільш відомих методів запровадження системи координат у термінах добре визначених геометричних величин для ПЧ загального вигляду. Перевагами координат Фермі є концептуальна простота, безпосередній зв'язок зі спостережуваними величинами та наявність однозначного інваріантного алгоритму, що встановлює зв'язок координат Фермі  $y^{\mu} = y^{\mu}(x)$  з іншими координатами  $\{x^{\nu}\}$ , якщо відомий метричний тензор  $g_{\mu\nu}(x)$ . Цей алгоритм не залежить від того, чи задовольняє  $g_{\mu\nu}(x)$  рівняння Айнштайна або якісь інші, чи ні.

Нехай  $W_0^{\alpha}(s)$  — часоподібна світова лінія (траєкторія спостерігача чи центра небесного тіла), яку будемо називати опорною траєкторією, s — власний час на цій траєкторії;  $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(s)$  — ортонормований 4-репер

( $\lambda_{ini}^{\alpha} \lambda_{ini}^{\alpha} \lambda_{ini}^{\alpha} = \eta_{\mu\nu}$ , де  $\eta_{\mu\nu}$  – тензор Мінковського), що переноситься вздовж  $W_0^{\alpha}(s)$  за правилом Фермі–Уолкера [524], причому  $\lambda_{ini}^{\alpha} = dW_0^{\alpha}/ds$ . Репер із зазначеними властивостями існує на будь-якій кривій  $W_0^{\alpha}(s)$ . Просторову орієнтацію початкового (еталонного) репера  $\lambda_{(i)}^{\alpha}(0)$ , (i = 1,2,3) можна зв'язати з фізично визначеними опорними напрямками на відповідний момент часу. Для точки з координатами { $x^{\mu}$ } в деякій системі координат розглянемо просторово-подібну геодезичну  $q^{\mu}$  (тобто  $\delta_{\mu}/d\sigma^2 = 0$ , символ  $\delta$  тут означає коваріантне диференціювання), що проходить через цю точку при деякому значенні свого канонічного параметра  $\sigma = \tilde{\sigma}, x^{\mu} = q^{\mu}(\tilde{\sigma}, n^{\mu}, s)$  і ортогонально перетинає опорну траєкторію в момент власного часу *s*. Для типового випадку існує досить велика область координат  $x^{\mu}$ , що містить  $W_0^{\mu}(s)$ , де ця геодезична визначена єдиним чином за умов при  $\sigma = 0$ :

$$W_{0}^{\pi}(s) = q^{\pi}(0, n^{\mu}, s), \quad n^{\mu} = \frac{dq^{\mu}}{d\sigma} , \quad n_{\mu} \frac{dW_{0}^{\mu}}{ds} = 0.$$
 (7.3)

Тоді координати Фермі {*y*<sup>µ</sup>} для зазначеної точки визначаються такими співвідношеннями:

J

$$y_{i} = s, \quad y_{i} = \lambda_{(i)} n_{i} \sigma_{i} = 1, 2, 3.$$
 (7.4)

У роботі [466] подано загальний вираз для метричного тензора і спостережуваних величин у координатах Фермі, який дає змогу будувати  $g_{\mu\nu}(y)$  у вигляді розкладів за степенями просторових координат. Щоб позбутися обмежень, пов'язаних зі збіжністю цих розкладів, у лінійному наближенні ЗТВ розвинуто альтернативний апарат побудови координат Фермі у квадратурах від збурення метрики Мінковського  $h_{\alpha\beta}(x^{\gamma})$  (див. (2.19) у розд. 2.2.2) [234, 259, 437].

З наведених співвідношень можна довести, що в системі координат Фермі символи Крістоффеля задовольняють рівняння  $\Gamma_{a} \mathbf{y}^{*} \mathbf{y}^{*} = \mathbf{0}$ , а на опорній траєкторії ( $\mathbf{y}^{i} = 0, i = 1, 2, 3$ .) маємо  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ . Це і є координатні умови, що визначають множину систем координат Фермі; конкретна система координат визначається траєкторією  $\mathbf{W}_{a}^{*}(\mathbf{s})$  та правилом перенесення вздовж неї репера  $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(\mathbf{s})$ . Коли опорна траєкторія  $\mathbf{W}_{a}^{*}(\mathbf{s})$  геодезична, перенесення Фермі–Уолкера збігається з паралельним, при цьому координати Фермі уточнюють локально-лоренцеву систему і максимально наближаються до лоренцевих координат плоского ПЧ. У випадку негеодезичної траєкторії  $\mathbf{W}_{a}^{*}(\mathbf{s})$  вони моделюють систему відліку прискореного спостерігача. Їх також нескладно узагальнити на випадок спостерігача, що обертається [496]. Побудова системи відліку Фермі завершується побудовою поля орторепера шляхом паралельного перенесення репера  $\lambda^{\alpha}_{(\rho)}(s)$  вздовж геодезичних  $x^{\mu} = q^{\mu}(\sigma, n^{\mu}, s)$  [500].
Визначення координат Фермі і відповідні алгоритми розрахунку не обмежені конкретною динамічною задачею, вони не залежать ні від структури  $g_{\mu\nu}$ , ні від додаткових модельних обмежень на метрику. Це спрощує розгляд і заощаджує зусилля при дослідженні феноменологічних моделей в астрометрії, коли врахування ефектів ЗТВ необхідне, в першу чергу, для правильної інтерпретації результатів спостережень, пов'язаних з поширенням електромагнітних хвиль. Щодо динамічних ефектів, обумовлених рухом і обертанням Землі, то тут внесок релятивістських ефектів зазвичай маскується різними випадковими факторами (див., напр., [541]).

Недоліки координат Фермі мають, в основному, технічний характер, що трохи ускладнює реалізацію цих систем координат при побудові геоцентричної системи відліку. Зокрема, у визначення геоцентричних координат Фермі входить інваріантна відстань від опорної кривої (світової лінії центра Землі) до поточної точки вздовж просторово-подібної геодезичної, котра проходить частково всередині світової трубки Землі. Відповідно в розрахунки увійде інваріантна відстань від центра Землі до поверхні; чисельне значення релятивістської поправки до цієї величини порядку декількох міліметрів залежить від розподілу маси всередині Землі. Інший недолік геоцентричних координат типу координат Фермі — незручність їхнього введення при врахуванні несферичності Землі, що також пов'язано з інтегруванням рівнянь геодезичних у внутрішній області.

Ці недоліки відсутні в моделі геоцентричної системи відліку, основаної на модифікованих координатах Фермі [15, 123] на базі фонової метрики, яка описує гравітаційне поле тіл Сонячної системи, крім поля Землі. Процедуру переходу до модифікованих координат Фермі можна сформулювати в такий спосіб: спочатку визначають метричний тензор точної задачі  $g^{\alpha\beta}$  і фонової задачі  $g^{\alpha\beta}$  (наприклад, в барицентричній гармонічній системі координат), далі для  $g^{\alpha\beta}_{\beta}$  будують координати Фермі на світовій лінії центра Землі, а потім формули переходу до цих координат Фермі використовують для одержання точної метрики в нових координатах. Однак відомо, що процедура відділення малого збурення від фонової метрики нетривіальна і може призводити до координатних невизначеностей.

#### 7.3.2. Оптичні координати

Оптичні координати [524] конструктивно дуже близькі до координат Фермі і певною мірою повторюють їхні переваги та недоліки. Однак вони більш тісно пов'язані зі спостереженнями, оскільки безпосередньо дають положення віддалених джерел на небесній сфері. Як і координати

Фермі, оптичні координати визначаються однозначно за допомогою інваріантного алгоритму, який не залежить від обмежень на метричний тензор. Але у порівнянні з координатами Фермі алгоритм визначення оптичних координат краще відповідає реальним умовам астрометричних спостережень і має більш прозору фізичну інтерпретацію.

Аналогічно до випадку координат Фермі тут також розглядають світову лінію  $\mathbb{W}_{a}^{\alpha}(s)$  та 4- репер  $\lambda_{(\rho)}^{\alpha}$  з такими ж, як і в координат Фермі, властивостями.

Нехай функції  $q^{\mu}(\sigma, n^{\mu}, s)$ , де  $\sigma$  – канонічний параметр, задають ізотропну геодезичну (на відміну від просторовоподібної геодезичної в разі координат Фермі), що проходить через точку  $\{x^{\mu}\}$  при  $\sigma = \tilde{\sigma}$  і перетинає опорну траєкторію в точці  $\mathbf{W}^{\mu}_{\sigma}(s)$ . Тоді оптичні координати  $\{y^{\mu}\}$  точки  $\{x^{\mu}\}$  формально визначені співвідношеннями (7.4), у яких замість (7.3)

при  $\sigma = 0$  необхідно покласти  $W_0^{\mu}(s) = q^{\mu}(0, n^{\mu}, s), n^{\mu} = \frac{dq^{\mu}}{d\sigma}$ , причому

дотичний вектор до геодезичного в початковій точці ізотропний:  $n^{\mu}n_{\mu} = 0$  замість останньої умови (7.3). Алгоритми розрахунку метричного тензора і величин, що спостерігаються, в оптичних координатах у вигляді розкладів за степенями просторових координат подані в [434]. Алгоритми у лінійному наближенні ЗТВ, що базуються на квадратурах від збурення метрики Мінковського  $h_{\alpha\beta}(x^{\gamma})$  (див. (2.19) у розд. 2.2.2), коротко анонсовані у [437].

# 7.3.3. Узагальнені координати Фермі (УКФ)

Розглянемо визначення релятивістської геодезичної системи координат [428, 463], що є узагальненням системи координат Фермі, не пов'язаним із фіктивними метриками (типу модифікованих координат Фермі). Разом із тим це визначення уникає розгляду внутрішньої області тіла відліку (Землі) при дослідженні системи відліку у навколоземному просторі. Запропонована конструкція являє собою проміжний варіант між системами координат поодинокого спостерігача та системами координат, заснованими на введенні фіктивного поля спостерігачів у всьому просторі [450, 500]. Замість однієї опорної світової лінії тут розглядається сім'я світових ліній спостерігачів на поверхні Землі, жорстко з нею пов'язаних, що моделює траєкторії мережі спостережних станцій; передбачається, що вони (чи їхня інтерполяція) щільно заповнюють поверхню світової трубки Землі. Світова лінія  $W^{\mu}(t,\lambda,\phi)$  кожного спостерігача фіксується параметрами  $\lambda$ ,  $\varphi$ , за які можна вибрати координати на поверхні в обертовій з тілом системі координат; *t* – власний час або інший часовий параметр. Траєкторії  $W^{\mu}(t,\lambda,\phi)$  визначають поверхню  $\Sigma$  світової трубки тіла відліку, причому при фіксованому tмножина точок  $W^{\mu}(t,\lambda,\phi)$  з різними координатами  $\lambda$ ,  $\phi$  гомеоморфна

сфері. Способи введення координат на поверхні світової трубки  $\Sigma$  обговоримо пізніше.

Для визначення УКФ будують геодезичні лінії, що ортогонально перетинають  $\Sigma$  у кожній точці цієї поверхні. Щоб не розглядати геодезичні усередині світової трубки, інваріантну відстань уздовж геодезичних відраховують не від світової лінії центра тіла, а від його поверхні.

Нехай  $n^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$  — нормаль до  $\Sigma$  у точці  $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$ , тобто:

$$\frac{\partial \mathbf{n}^{\mu}}{\partial \mathbf{u}^{\mu}} \mathbf{n}_{\mu} = \mathbf{0}, \ n_{\mu} n^{\mu} = -1, \tag{7.5}$$

де  $a = 0, 1, 2, u^0 = t, u^1 = \lambda, u^2 = \varphi.$ 

Для будь-яких *t*, *λ*, *φ* єдиним чином визначена просторово-подібна геодезична:

$$x^{\mu} = q^{\mu}(t, \lambda, \varphi, \sigma), \quad \frac{\delta^2 q^{\mu}}{d\sigma^2} = 0, \quad \sigma \ge 0,$$
 (7.6)

що задовольняє початкові умови

$$\boldsymbol{t}^{\mu}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{W}^{\mu}(\boldsymbol{t},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\varphi}) \tag{7.7}$$

$$\frac{\partial q^{\mu}}{\partial \sigma} = \pi^{\mu}(t,\lambda,\varphi),$$
 (7.8)

де  $\sigma$  – канонічний параметр.

Отже, точці з координатами  $\{x^{\mu}\}$  зіставляється четвірка нових координат  $t, \lambda, \varphi, \sigma$  (УКФ) відповідно співвідношенням (7.6) – (7.8).

Очевидно, УКФ є різновидом гауссівських координат [524]; їх можна також інтерпретувати як узагальнення геодезичних координат класичної астрометрії [495]. Для того щоб забезпечити однозначність УКФ і виключити перетинання геодезичних ліній, світова трубка передбачається далі опуклою, причому координати вводяться в обмеженій області простору-часу навколо світової трубки, де немає точок, спряжених з точками на  $\Sigma$ .

Подальші міркування, що конкретизують загальний вид метрики, стандартні (див., напр., [524]). Позначимо  $U^{\mu} = \frac{\partial q}{\partial \sigma}$ ,  $V_{\mu}^{\mu} = \frac{\partial q}{\partial u}$ . Внаслідок (7.5),(7.6), (7.8) при всіх  $\sigma$  маємо  $U^{\mu}U_{\mu} = -1$  і

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left( U_{\mu} V_{a}^{\mu} \right) = U_{\mu} \frac{\delta}{\partial u^{a}} \left( U^{\mu} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial u^{a}} \left( U_{\mu} U^{\mu} \right) = 0,$$

де враховано, що  $\frac{\delta U^{\mu}}{\delta \sigma} = \frac{\delta U^{\mu}}{\delta \sigma}$ . Звідси завдяки (7.5),(7.6),(7.7) одержуємо  $U_{\mu}V^{\mu}_{\alpha}$  і у нових координатах маємо

$$dS^2 = \tilde{g}_{ab} du^a du^b - d\sigma^2, \qquad (7.9)$$

де  $\mathbf{\bar{g}}_{a} = V_{a} V_{b} \mathbf{\bar{g}}_{a}, a, b = 0, 1, 2.$ 

Аналогічну конструкцію можна запропонувати як узагальнення оптичних координат, якщо вважати, що  $q^{\mu}$  – ізотропна геодезична. У цьому випадку  $\left( \frac{\partial q^{\mu}}{\partial \sigma} \right)_{r=1}$  не може бути ортогональним  $\Sigma$ , замість цього покла-

демо, що ортогональною є просторова частина цього вектора в локальних координатах, пов'язаних із траєкторією  $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi)$  в точці перетину поверхні тіла відліку. Відповідно треба замінити вектор нормалі  $n^{\mu}$  на ізотропний вектор  $\tilde{n}^{\mu}$  у напрямку минулого:

$$n^{\mu} \rightarrow, \tilde{n}^{\mu} = n^{\mu} - \frac{dW}{d\tau}$$

de dτ =  $\sqrt{\frac{\partial W^{\mu}}{\partial t}} \frac{\partial W^{\mu}}{\partial t} g_{\mu\nu} dt$ , τοді  $\tilde{n}_{\mu}\tilde{n}^{\mu} = 0$ .

З урахуванням цієї заміни зв'язок з новими координатами дається тими ж співвідношеннями (7.6)–(7.8).

**Координати на поверхні Σ.** Вибір координат  $u^1$ ,  $u^2$  на  $\Sigma$  також можна зробити інваріантним способом, що асоціюється з визначенням паралелей і меридіанів на поверхні Землі. Поверхня  $\Sigma$  з індукованою метрикою  $g_{ab}^{*}(u) = g_{ab}(u, \sigma = 0)$  є тривимірним рімановим многовидом, у якому можна визначити координати Фермі для деякої опорної кривої  $W_{ab}^{*}(\tau)$ . Для цього необхідно ввести початок відліку і 2-репер, що переноситься уздовж  $W_{ab}^{*}$  за правилом Фермі–Уолкера [524]. Як  $W_{ab}^{**}$  у випадку Землі можна вибрати світову лінію одного з полюсів. У загальному випадку будуть потрібні дві карти, що відповідають траєкторіям двох полюсів (північна і південна півкулі) для того, щоб покрити всю поверхню  $\Sigma$ для будь-якої кінцевої ділянки світової трубки Землі. У класичній межі координати Фермі  $u^1$ ,  $u^2$  пов'язані зі звичайними широтою і довготою.

Загальний час на поверхні рівноваги. Розглянемо стаціонарний випадок, припускаючи існування координат, у яких  $g_{ab}^{\omega}$  не залежить від  $u^0$ , а спостерігачі на  $\Sigma$  нерухомі:  $W^a(u) \equiv u^a$ , a = 0,1,2 (тут вибір параметрів  $u^a$  не має значення). Нехай  $\Sigma$  є поверхнею рівноваги (у випадку Землі геоїд), що визначимо, вимагаючи, щоб усі траєкторії нерухомих спостерігачів були геодезичними на  $\Sigma$ . Записуючи рівняння геодезичних при врахуванні стаціонарності, отримуємо  $\overline{\Gamma}_{ab} = 0$  або  $\overline{\Gamma}_{ab}$ , звідки  $\overline{\Gamma}_{ab} = 0$  або  $\overline{\Gamma}_{ab}$ , звідки возмі на  $\Sigma$ . Отже, темп часу для нерухомих спостерігачів на  $\Sigma$  однаковий у всіх точках, що дає можливість запровадити глобальний час на  $\Sigma$ .

**УКФ** для моделі несферичної Землі. Нижче обмежимося обчисленням релятивістських поправок до класичних геодезичних координат в околі тіла відліку (Землі). Розглянутий приклад демонструє можливості УКФ у випадку, коли враховується несферичність Землі. Тут для простоти нехтуємо відхиленнями від аксіальної симетрії і не розглядаємо впли-

ви зовнішніх тіл, що відповідають припливним членам; відповідні внески в зазначені поправки незначні, а, з іншого боку, їх врахування не викликає принципових ускладнень. За основу береться найпростіша версія ППН-метрики, лінійна за ньютонівским потенціалом [526]:

$$dS^{2} = (1+2V)dt^{2} - (1-2\gamma V)dx^{2},$$
 (7.10)

де гравітаційний потенціал центрального тіла (відліку) V не залежить від t, швидкість світла дорівнює одиниці,  $\gamma$  – ППН-параметр, що у ЗТВ дорівнює одиниці. Гравімагнітні члени в метриці, пов'язані з обертанням тіла, тут не враховуються.

Траєкторії спостерігачів, закріплених на поверхні тіла відліку, що обертається, запишемо у вигляді  $W^{\mu}(t,\lambda,\varphi) = \{t, \mathbf{W}(t,\lambda,\varphi)\}$ , де  $\mathbf{W}(t,\lambda,\varphi)$  при фіксованому *t* визначає поверхню  $\sigma_0$  тіла відліку в тривимірному просторі. Передбачається, що обертання відбувається навколо осі аксіальної симетрії тіла таким чином, що 3-вектори  $\partial \mathbf{W}/\partial t$  і  $\partial \mathbf{W}/\partial \lambda$  колінеарні. Звідси випливає, що 4-нормаль до  $\Sigma$  можна представити у вигляді  $n^{\mu}\{0, \mathbf{n}\}$ , де  $\mathbf{n} = (1+\gamma V)\mathbf{n}_{cl}$ ,  $\mathbf{n}_{cl} = \mathbf{n}_{cl}(t,\lambda,\varphi)$  – евклідів одиничний 3-вектор нормалі до  $\sigma_0$  у точці  $\mathbf{W}(t,\lambda,\varphi)$ .

Рівняння геодезичних  $q^{\mu} = (q^0, \mathbf{q})$ , що задаються як функції канонічного параметра  $\sigma$ , легко одержати з формального лагранжіана:

$$L = \frac{1}{2} \left\{ (1 + 2V) \left( \frac{dt}{d\sigma} \right)^2 - (1 - 2\gamma V) \left( \frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} \right)^2 \right\}, \quad (7.11)$$

що відповідає метриці (7.10). Відповідні рівняння Лагранжа приводять, після нескладних перетворень, до співвідношень

$$\mathbf{q}^{o}(\sigma) = \mathbf{q}_{a} + \mathbf{\hat{q}}_{a}\sigma,$$

$$\mathbf{q}(\sigma) = \mathbf{q}_{a} + [1 - 2\gamma V(\mathbf{q}_{a})]\mathbf{\hat{q}}_{a}\sigma + 2\gamma \mathbf{\hat{q}}_{a}\int_{0}^{\pi} d\sigma' V(\mathbf{q}(\sigma')) - (7.12)$$

$$-\int_{0}^{\pi} d\sigma' \int_{0}^{\pi} d\sigma'' [(\dot{q}_{a})^{2} + \gamma (\dot{\mathbf{q}}_{a})^{2}] \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} V(\mathbf{q}(\sigma'')),$$

де величини  $q^0$ ,  $\dot{q}^0$ ,  $\mathbf{q}^0$  і  $\dot{\mathbf{q}}^0$  – початкові дані для геодезичних при  $\sigma = 0$ . Для розв'язання системи інтегральних рівнянь (7.12) з точністю, що відповідає формулі (7.8), досить взяти одну її ітерацію, вважаючи в першому наближенні шукані геодезичні прямими, тобто залишаючи лише лінійні за  $\sigma$  члени в (7.12).

3 урахуванням початкових умов (7.7), (7.8) дістанемо

$$q^{0}(t,\lambda,\varphi,\sigma) = q_{0} = t, \qquad (7.13)$$
$$q(t,\lambda,\varphi,\sigma) = q_{d}(t,\lambda,\varphi,\sigma) + \delta q(t,\lambda,\varphi,\sigma), \qquad (7.13)$$

де  $\mathbf{q}_{cl} = \mathbf{W}(t,\lambda,\varphi) + \sigma \mathbf{n}_{cl}(t,\lambda,\varphi)$  визначає зв'язок із класичними геодезичними координатами, а поправка  $\delta \mathbf{q}(\sigma)$ , формула для якої буде наведена нижче, описує релятивістські внески потенціалу. Щоб врахування релятивістських поправок мало сенс, класичні величини  $\mathbf{q}_{cl}$  повинні бути обчислені з належною точністю. Такі обчислення, не обговорені тут, можуть бути виконані методами класичної геодезії. Для обчислення ж самих релятивістських поправок досить обмежитися грубим описом обертання Землі і форми її поверхні:

$$\mathbf{W}(t,\lambda,\varphi) = R(\varphi)\mathbf{e}_r,\tag{7.14}$$

де  $\mathbf{e}_r = \{\cos(\varphi)\cos(\lambda+\omega t), \cos(\varphi)\sin(\lambda+\omega t), \sin(\varphi)\}, \omega$  – кутова швидкість обертання тіла,  $R(\varphi) \approx a(1 - f\sin^2(\varphi)), \varphi$  – широта,  $\lambda$  – довгота, a – екваторіальний радіус, f – сплюснутість [492].

Вираз для гравітаційного потенціалу V з урахуванням квадрупольної поправки має вигляд (в декартових координатах  $X^1$ ,  $X^2$ ,  $X^3$ )

$$V = -\frac{m}{X} + \frac{ma^{2}}{2X^{5}} I_{2} \Big[ 2(X^{3})^{2} - (X^{1})^{2} - (X^{2})^{2} \Big], \qquad (7.15)$$

де  $X = |\mathbf{X}|$ , m = GM, M — маса тіла, G — гравітаційна постійна. У випадку Землі  $I_2 = 1.08 \cdot 10^{-3}$ ,  $f = 3.35 \cdot 10^{-3}$ . При розрахунку релятивістських поправок обмежимося членами, лінійними за  $f \sim I_2$ . Класична 3-нормаль до поверхні  $\sigma_0$  приблизно дорівнює  $\mathbf{n}_{cl} = \mathbf{e}_r + f \sin(2\varphi) \mathbf{e}_{\varphi}$ , де  $\mathbf{e}_{\varphi} = \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \varphi}$ . Ці дані вичерпують набір даних, необхідних для обчислення поправки  $\delta \mathbf{q}(\sigma)$ ,

вичерпують наогр даних, неоохідних для обчислення поправки  $\partial \mathbf{q}(\delta)$ , яку представимо у вигляді суми внесків монопольної і квадрупольної частин потенціалу (7.13):

$$\delta \mathbf{q} = \delta \mathbf{q}_M + \delta \mathbf{q}_Q.$$

Підстановка (7.15) у першу ітерацію системи (7.12) з урахуванням умов (7.7), (7.8), після обчислення нескладних інтегралів, дає

$$\delta \mathbf{q}_{\mathcal{H}} = -\gamma m \mathbf{e}_{r} \left[ \ln \left( \frac{\sigma + a}{a} \right) + \frac{\sigma f}{\sigma + a} \sin^{2} \varphi \right] - \gamma m f \sin(2\varphi) \mathbf{e}_{\varphi} \left[ \ln \left( \frac{\sigma + a}{a} \right) - \frac{\sigma^{2}}{2a(\sigma + a)} \right]$$
$$\delta \mathbf{q}_{\mathcal{Q}} = \frac{1}{4} \gamma m I_{2} \sigma \left[ \frac{\sigma + 2a}{(\sigma + a)^{2}} (3\sin^{2}(\varphi) - 1) \mathbf{e}_{r} - \frac{\sigma(2\sigma + 3a)}{a(\sigma + a)^{2}} \sin(2\varphi) \mathbf{e}_{\varphi} \right].$$

Ці співвідношення реалізують зв'язок координат  $(t,\mathbf{x})$  з координатами  $(t,\lambda,\varphi,\sigma)$  відповідно до формул  $\mathbf{x} = \mathbf{q}(t,\lambda,\varphi,\sigma)$  з врахуванням (7.13). Метричний тензор у новій системі координат обчислюється звичайним чином за цими формулами, виходячи з (7.10).

# ДОДАТТОК

# Резолюції XXIV Генеральної асамблеї Міжнародного астрономічного союзу (Манчестер, 2000 р.)<sup>1</sup>

#### Резолюція В.1.3. Визначення барицентричної небесної системи відліку і геоцентричної небесної системи відліку

XXIV Генеральна асамблея МАС, **беручи до уваги** 

- резолюцію А4 XXI Генеральної асамблеї (1991), яка визначає систему просторово-часових координат для (а) Сонячної системи (яка тепер носить назву Барицентрична небесна система відліку<sup>2</sup> (БНСВ)) і (b) Землі (яка тепер носить назву Геоцентрична небесна система відліку<sup>3</sup> (ГНСВ)) на основі загальної теорії відносності;
- побажання записувати метричний тензор у БНСВ та ГНСВ у компактній та самоузгодженій формі;
- той факт, що в значній кількості робіт з ЗТВ використовується гармонічне калібрування, яке виявилося корисним та простим для багатьох практичних застосувань,

#### рекомендує:

- 1) обирати гармонічні координати для БНСВ та ГНСВ;
- 2) записувати часово-часову та просторово-просторову компоненти метрики  $g_{\mu\nu}$  у барицентричних координатах (*t*,**x**) (*t* барицентричний координатний час (БКЧ)) з простим скалярним потенціалом  $w(t,\mathbf{x})$ , що узагальнює ньютонівський потенціал, і просторово-часову компоненту з векторним потенціалом  $w^{i}(t,\mathbf{x})$ ; як граничні умови

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Тут подано витяги з резолюцій Міжнародного астрономічного союзу [305] в частині, що стосується релятивістських систем відліку. Ми зберігаємо позначення (в т.ч. сигнатуру метрики) згідно з оригіналом (з окремими необхідними виправленнями).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Barycentric Celestial Reference System (BCRS).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Geocentric Celestial Reference System (GCRS).

вважати, що ці два потенціали зникають на значному віддаленні від Сонячної системи, тобто,

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^3}{c^4}, \quad g_{al} = -\frac{4}{c^3}w', \quad g_g = \delta_g \left(1 + \frac{2w}{c^2}\right),$$

де

$$w(t,\mathbf{x}) = G \int d^3 \mathbf{x} \frac{\sigma(t,\mathbf{x}')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} + \frac{1}{2c^2} G \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int d^3 \mathbf{x}' \sigma(t,\mathbf{x}') |\mathbf{x}-\mathbf{x}'|,$$
  
$$w'(t,\mathbf{x}) = G \int d^3 \mathbf{x}' \frac{\sigma'(t,\mathbf{x}')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}.$$

Тут  $\sigma$  і  $\sigma^{i}$  – гравітаційна маса і густина потоку відповідно;

3) записувати метричний тензор  $G_{ab}$  у геоцентричних координатах  $(T,\mathbf{X})$  (T -геоцентричний координатний час  $(\Gamma K \mathbf{Y}))$  в такій же формі, як і в барицентричних, але з потенціалами  $W(T,\mathbf{X})$  і  $W^a(T,\mathbf{X})$ ; ці геоцентричні потенціали мають бути розділені на дві частини – потенціали  $W_E$  і  $W^a_E$ , обумовлені гравітаційною дією Землі, та зовнішні потенціали  $W_{ext}$  і  $W^a_{ext}$ , обумовлені припливними та інерційними ефектами; при цьому зовнішні частини потенціалів мають обертатися в нуль у геоцентрі та допускати розклад за додатними степенями  $\mathbf{X}$ , тобто:

$$G_{00} = -1 + \frac{2W}{c^2} - \frac{2W^2}{c^4}, G_{oc} = -\frac{4}{c^3}W^4, G_{ob} = \delta_{ab}\left(1 + \frac{2W}{c^2}\right)$$

Потенціали W і W<sup>a</sup> розділяються згідно рівнянням

 $W(T,\mathbf{X}) = W_E(T,\mathbf{X}) + W_{ext}(T,\mathbf{X}),$  $W^a(T,\mathbf{X}) = W^a_E(T,\mathbf{X}) + W^a_{ext}(T,\mathbf{X}).$ 

Потенціали Землі  $W_E$  і  $W_E^a$  визначаються таким же чином, як w і w<sup>i</sup>, але з використанням величин, обчислених у ГНСВ, за інтегралами, взятими по об'єму всієї Землі;

 користуватися, якщо потребує точність, повним постньютонівським координатним перетворенням між БНСВ і ГНСВ, як таким, що породжений відповідними метричними тензорами.

Тобто, для ГНСВ, котра кінематично не обертається ( $T = \Gamma K \Psi$ ,  $t = \overline{5} K \Psi$ ,  $r_E^i \equiv x^i - x_E^i(t)$ , по індексах, що повторюються, мається на увазі підсумовування від 1 до 3)

$$T = t - \frac{1}{c^2} \Big[ A(t) + v_E^i r_E^i \Big] + \frac{1}{c^4} \Big[ B(t) + B^i(t) r_E^i + B^i(t) r_E^i r_E^j + C(t, \mathbf{x}) \Big] + O(c^{-5})$$
  
$$X^* = \delta_{si} \Big[ r_E^i + \frac{1}{c^2} \Big( \frac{1}{2} v_E^i v_E^j r_E^j + w_{est}(\mathbf{x}_E) r_E^i + r_E^i a_E^j r_E^j - \frac{1}{2} a_E^i r_E^2 \Big) \Big] + O(c^{-4}),$$

$$\begin{aligned} &\frac{dA(t)}{dt} = \frac{1}{2} v_{R}^{2} + w_{ext}(\mathbf{x}_{R}), \\ &\frac{dB(t)}{dt} = -\frac{1}{8} v_{R}^{4} - \frac{3}{2} v_{R}^{2} w_{ext}(\mathbf{x}_{R}) + 4 v_{R}^{i} w_{ext}^{i}(\mathbf{x}_{R}) + \frac{1}{2} w_{ext}^{-2}(\mathbf{x}_{R}), \\ &B^{i}(t) = -\frac{1}{2} v_{R}^{2} v_{R}^{i} + 4 w_{ext}^{i}(\mathbf{x}_{R}) - 3 v_{R}^{i} w_{ext}(\mathbf{x}_{R}), \\ &B^{g}(t) = -v_{R}^{i} \delta_{gt} Q^{g} + 2 \frac{\partial}{\partial x^{i}} w_{ext}^{i}(\mathbf{x}_{R}) - v_{R}^{i} \frac{\partial}{\partial x^{i}} w_{ext}(\mathbf{x}_{R}) + \frac{1}{2} \delta^{g} \dot{w}_{ext}(\mathbf{x}_{R}). \\ &C(t, x) = -\frac{r_{R}^{2} (\dot{\sigma}_{R}^{i} r_{R}^{i})}{10}. \end{aligned}$$

Тут  $x_E^i$ ,  $v_E^i$  і  $a_E^i$  – компоненти барицентричного радіуса-вектора, векторів швидкості та прискорення Землі, а верхня крапка означає повну похідну по t;

$$Q^{s} = \delta_{al} \left[ \frac{\partial w_{ac}(x_{R})}{\partial x^{l}} - a_{R}^{l} \right]$$

Зовнішні потенціали w<sub>ext</sub> і w<sup>i</sup><sub>ext</sub> задаються співвідношеннями

$$w_{esr} = \sum_{A \neq E} w_A, \quad w_{esr}^t = \sum_{A \neq E} w_A^t$$

де літера *E* позначає Землю, а  $w_A$  та  $w_A^i$  визначаються виразами для *w* і  $w^i$ , причому інтеграли беруться тільки по об'єму тіла А.

#### Примітки

Слід пам'ятати, що ці вирази для w і w<sup>i</sup> задають  $g_{00}$  з точністю до порядку  $O(c^{-5})$ ,  $g_{0i} - до O(c^{-5})$ , і  $g_{ij} - до O(c^{-4})$ . Густини  $\sigma$  і  $\sigma^i$  визначаються компонентами тензора енергії-імпульсу матерії, з якої складаються тіла Сонячної системи (див. Посилання). Точність  $G_{ab}$  відповідає точності  $g_{\mu\nu}$ .

Зовнішні потенціали  $W_{ext}$  і  $W^a_{ext}$  можуть бути записані в формі

$$\begin{split} & \mathcal{W}_{act} = \mathcal{W}_{akcl} + \mathcal{W}_{bar}, \\ & \mathcal{W}_{acl}^a = \mathcal{W}_{akcl}^a + \mathcal{W}_{bar}^a. \end{split}$$

 $W_{iidal}$  узагальнює ньютонівський вираз для припливного потенціалу. Постньютонівські вирази для  $W_{iidal}$  і  $W^a_{iidal}$  можна знайти у Посиланнях. Потенціали  $W_{iner}$ ,  $W^a_{iner}$  — інерційні внески, лінійні по  $X^a$ . Вони визначаються сукупним впливом несферичності Землі та зовнішніх потенціалів. У ГНСВ  $W^a_{iner}$  описує силу Коріоліса, спричинену здебільшого геодезичною прецесією.

Локальні гравітаційні потенціали  $W_E$  і  $W_E^a$  Землі пов'язані із барицентричними гравітаційними потенціалами  $w_E$ ,  $w_E^i$  співвідношеннями

$$W_{\mathcal{B}}(T, \mathbf{X}) = w_{\mathcal{B}}(t, \mathbf{x}) \left( 1 + \frac{2}{c^2} v_{\mathcal{B}}^{-2} \right) - \frac{4 v_{\mathcal{B}}^t w_{\mathcal{B}}^t(t, \mathbf{x})}{c^2} + O(c^{-4}),$$
  
$$W_{\mathcal{B}}^*(T, \mathbf{X}) = \delta_{\mathcal{A}} \left( w_{\mathcal{B}}^t(t, \mathbf{x}) - v_{\mathcal{B}}^t w_{\mathcal{B}}(t, \mathbf{x}) \right) + O(c^{-2}).$$

#### Посилання

Brumberg, V. A., Kopeikin, S.M., 1989, *Nuovo Cimento B* 103, 63.
Brumberg, V.A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Hilger, Bristol. Damour, T., Soffel, M., Xu, C., *Phys. Rev. D* 43, 3273 (1991); 45, 1017 (1992); 47, 3124 (1993); 49, 618 (1994).

Klioner, S.A., Voinov, A.V., 1993, *Phys. Rev. D* 48, 1451. Kopeikin, S.M., 1988, *Celest. Mech.*, 44, 87.

# Резолюція В І.4.

# Постньютонівські потенціальні коефіцієнти

XXIV Генеральна асамблея МАС, **беручи до уваги**,

- що для багатьох застосувань у небесній механіці та астрометрії надзвичайно корисна параметризація метричних потенціалів (або мультипольних моментів) за межами масивних тіл Сонячної системи у формі розкладу по потенціальних коефіцієнтах;
- що фізичнозначимі постньютонівські потенціальні коефіцієнти можуть бути знайдені в літературі, рекомендує

# розкладати постньютонівський потенціал Землі в ГНСВ за межами Землі у вигляді

$$W^{\mathcal{S}}(T,\mathbf{X}) = \frac{GM^{\mathcal{S}}}{R} \left[ 1 + \sum_{i=2}^{n} \sum_{m=0}^{H} \left( \frac{R^{\mathcal{S}}}{R} \right)^{i} \left( P_{i_{m}} \cos\theta \right) \left( C_{i_{m}}^{\mathcal{S}}(T) \cos m\phi + S_{i_{m}}^{\mathcal{S}}(T) \sin m\phi \right) \right],$$

де  $C_{lm}^{E}$  і  $S_{lm}^{E}$  з достатньою точністю можна вважати еквівалентними постньютонівським мультипольним моментам, введеним Дамуром та ін. (Damour et al., Phys. Rev. *D*, **43**, 3273, 1991);  $\theta$  і  $\phi$  – полярні кути, що відповідають просторовим координатам  $X^{a}$  в ГНСВ, і  $R = |\mathbf{X}|$ ;

 виражати векторний потенціал за межами Землі, який обумовлює добре відомий ефект Лензе–Тіррінга, в термінах повного кутового моменту Землі S<sub>E</sub> у вигляді

$$W_g^*(T, \mathbf{X}) = -\frac{G[\mathbf{X} \times \mathbf{S}_g]^*}{2 R^3}$$

#### Резолюція В 1.5.

Розширений релятивістський базис для часових перетворень і реалізація координатного часу в Сонячній системі

XXIV генеральна асамблея МАС, **беручи до уваги**,

- що резолюція А4 XXI Генеральної асамблеї (1991) визначила систему просторово-часових координат для Сонячної системи (Барицентрична система відліку) і для Землі (Геоцентрична система відліку) на базі ЗТВ;
- що резолюція В 1.3, яка має назву "Визначення барицентричної небесної системи відліку і геоцентричної небесної системи відліку", перейменовує ці системи у БНСВ і ГНСВ відповідно і задає загальний базис для визначення в них метричного тензора і координатних перетворень на рівні першого постньютонівського наближення;
- що виміри часу й частоти, які базуються на очікуваному прогресі у створенні атомних годинників, у майбутньому вимагатимуть практичного застосування цього базису у БНСВ;
- що необхідна для цього теоретична робота вже виконана, рекомендує:
- для застосувань щодо перетворень часу і реалізації координатного часу в Сонячній системі використовувати резолюцію В 1.3, а саме метричний тензор виражати такими формулами:

$$\begin{split} g_{00} &= -\left(1 - \frac{2}{c^{2}} \left(w_{0}(t, \mathbf{x}) + w_{L}(t, \mathbf{x})\right) + \frac{2}{c^{4}} \left(w_{0}^{2}(t, \mathbf{x}) + \Delta(t, \mathbf{x})\right)\right), \\ g_{0t} &= -\frac{4}{c^{3}} w^{t}(t, \mathbf{x}), \\ g_{ij} &= \left(1 + \frac{2w_{0}(t, \mathbf{x})}{c^{2}}\right) \delta_{ij}, \end{split}$$

де ( $t \equiv (БКЧ), \mathbf{x}$ ) — барицентричні координати,  $\mathbf{w}_0 = G \sum_{\mathbf{x}} \frac{M_A}{r_A}$ , при-

чому підсумовування здійснюється по всіх тілах Сонячної системи A;  $\mathbf{r}_A = \mathbf{x} - \mathbf{x}_A$ ,  $\mathbf{x}_A -$ координати центру мас тіла A,  $r_A = |\mathbf{r}_A|$ , де  $w_L$  містить розклад в термінах мультипольних моментів [див. їх визначення в резолюції B1.4, яка має назву "Постньютонівські потенціальні коефіцієнти"]. Векторний потенціал

 $w^{t}(t,\mathbf{x}) = \sum_{A} w^{t}_{A}(t,\mathbf{x})$  і функція  $\Delta(t,\mathbf{x}) = \sum_{A} \Delta_{A}(t,\mathbf{x})$  наведені в Примітці 2;

 співвідношення між БКЧ і ГКЧ із достатньою точністю можна подати у вигляді

$$TCB - TCG = e^{-3} \left[ \int_{0}^{t} \left( \frac{v_{g}^{2}}{2} + w_{hom}(\mathbf{x}_{g}) \right) dt + v_{g}' r_{g}' \right] - e^{-4} \left[ \int_{0}^{t} dt \left( -\frac{1}{8} v_{g}' - \frac{3}{2} v_{g}^{2} w_{hom}(\mathbf{x}_{g}) + 4v_{g}' w_{hom}'(\mathbf{x}_{g}) + \frac{1}{2} w_{hom}^{2}(\mathbf{x}_{g}) \right) - \left( 3w_{hom}(\mathbf{x}_{g}) + \frac{v_{g}^{2}}{2} \right) v_{g}' r_{g}' \right],$$

де *v*<sub>E</sub> – барицентрична швидкість Землі, індекс *ext* означає суму внесків усіх тіл Сонячної системи, крім Землі.

#### Примітки

1. Це співвідношення має похибки не більше 5·10<sup>-18</sup> для лінійного члена, для квазіперіодичних членів — не більше 5·10<sup>-18</sup> (амплітуда) і 0.2 пікосекунд (фаза) для локалізації, віддаленої від Сонця більше, ніж на декілька сонячних радіусів. Це ж саме справедливе для перетворень між БКЧ і ГКЧ на відстані 50 000 км від Землі. Похибки астрономічних величин можуть викликати більші похибки в формулах.

2. У межах вищевказаних похибок важливо виразити векторний потенціал  $w_A^i(t,\mathbf{x})$  тіла A у вигляді

$$w_A^i(t,\mathbf{x}) = G\left[\frac{M_A v_A^i}{r_A} - \frac{[\mathbf{r}_A \times \mathbf{S}_A]^i}{2r_A^3}\right]$$

*де*  $S_A$  — повний кутовий момент тіла A і  $v_A^i$  — компоненти барицентричної координатної швидкості тіла A. Функція  $\Delta_A(t, \mathbf{x})$  має вигляд

$$\Delta_{A}(t,\mathbf{x}) = \frac{GM_{A}}{r_{A}} \left[ \sum_{B \neq A} \frac{GM_{B}}{r_{BA}} - 2v_{A}^{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{(r_{A}^{*}v_{A}^{*})^{2}}{r_{A}^{2}} + r_{A}^{*}a_{A}^{*} \right) \right] + \frac{2Gv_{A}^{*}(r_{A}\times S_{A})^{*}}{r_{A}^{3}}$$

де  $r_{BA} = |\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A|$  і  $a_A^k$  – барицентричне координатне прискорення тіла А. У цих формулах члени з  $\mathbf{S}_A$  необхідні тільки для Юпітера ( $S \approx 6.9 \cdot 10^{38} m^2 c^{-1} \kappa c$ ) і Сатурна ( $S \approx 1.4 \cdot 10^{38} m^2 c^{-1} \kappa c$ ) в безпосередній близькості від цих планет.

3. Оскількі ці рекомендації передбачають розширення рекомендацій МАС 1991 року до повного першого постньютонівського рівня, константи  $L_c$  і  $L_B$ , введені в рекомендаціях МАС 1991, мають бути визначені таким чином:  $\langle \Gamma K \Psi / Б K \Psi \rangle = 1 - L_c$  і  $\langle 3 \Psi / Б K \Psi \rangle = 1 - L_B$ , де  $3 \Psi - земний час, a <>$ відноситься до досить довгоперіодичного усереднення в геоцентрі. Новітніша оцінка  $L_c$  (Irwin, A. & Fukushima, T., 1999, Astron. Astroph. 348, 642–652) становить

 $L_c = 1.48082686741 \cdot 10^{-8} \pm 2 \cdot 10^{-17}.$ 

3 Резолюції В 1.9 "Перевизначення земного часу 34" маємо  $L_B = 1.55051976772 \cdot 10^{-8} \pm 2 \cdot 10^{-17}$  з огляду на співвідношення  $1 - L_B = (1 - L_C)(1 - L_G)$ . Величину  $L_G$  визначено в Резолюції В 1.9.

Оскільки не існує чіткого фізичного визначення для  $L_B$  і  $L_C$ , ці константи не слід використовувати у часових перетвореннях для випадку, коли потрібно знати їх значення з похибкою порядку  $10^{-16}$  або менше.

4. Якщо БНЧ-ГНЧ обчислюється з використанням планетарних ефемерид, що виражені в термінах часового аргументу (позначеного як  $T_{eph}$ ), який є дуже близьким до барицентричного динамічного часу (БДЧ), скоріше ніж в термінах БНЧ, перший інтеграл в Рекомендації 2), наведеній вище, може бути обчислений як

$$\int_{0}^{t} \left( \frac{v_{g}^{2}}{2} + w_{0ext}(\mathbf{x}_{g}) \right) dt = \frac{\int_{que}^{T_{que}} \left( \frac{v_{g}^{2}}{2} + w_{0ext}(\mathbf{x}_{g}) \right) dt}{1 - L_{g}}.$$

# ЗАМІСТТЬ ПІСЛЯМОВИ

# Світові лінії у "релятивістському просторі-часі" України

Що стосується назви ..., то вона має відношення до релятивістського чотирьохвимірного просторовочасового континууму, в якому все, що де-небудь і коли-небудь трапляється, зображується точкою. Сукупність таких точок (або подій) утворює світову лінію.

Георгій Гамов

Вельми цікавим виявився перетин в Україні світових ліній багатьох видатних фізиків-теоретиків і астрофізиків, значна частина наукової спадщини яких пов'язана з теорією відносності і космологією. У "релятивістському просторі-часі" України можна знайти початки і кінці світових ліній, потужні паралельні прояви, як і каустики – цікаві епізоди з біографій учених. У просторовому вимірі — це, насамперед, Київ, Харків, Львів, Дніпропетровськ та Одеса. У часовому вимірі – це період від 1910 р. по теперішній час. Цікаво, що у цьому "релятивістському просторі-часі" більшість подій не взаємопов'язані і виглядають з позиції історії науки не без елементу випадковості, так би мовити, зерна, кинуті у благодатний науковий ґрунт. Більшість з цих зерен проросли і вже мають добротне коріння, стовбури і крону. Розчаруємо наукознавців: потужної єдиної наукової школи з релятивістської астрофізики і ЗТВ в Україні не склалося. Головна причина очевидна: загальновизнаного лідера та однієї синтезуючої ідеї і напряму не було. Це не є наслідком браку педагогічної та наукової майстерності. Навпаки, талановитих особистостей, чиї світові лінії проходять через Україну, було так само багато, як і задач та нерозв'язаних проблем з релятивістської астрофізики і ЗТВ. Водночас "конкуренція в ЗТВ і космології настільки велика, що – за вдалим висловом О. Віленкіна – іти в неї повинні тільки ті, хто відчуває до неї фатальний потяг".

Варто зазначити, що наукові школи є досить потужною формою організації наукових досліджень, зокрема тому, що найбільш плідно сприяють процесу спадкування в науці, оскільки можливість передати певні знання безпосередньо від учителя до учня найефективніша саме "в стінах" неформально усталеного колективу однодумців. Є всі підстави вважати, що необхідні передумови виникнення наукової школи з релятивістської астрофізики і ЗТВ в Україні наразі склалися. І підгрунтям для такого твердження є те, що Україна – велика астрономічна держава, зважаючи на кількість науковців, дослідників близького і далекого Космосу, наявну астрономічну інфраструктуру та внесок у світову скарбницю знань 418.

Цей розділ — короткий хронологічний екскурс у многовид світових ліній видатних, відомих і поки що не достатньо відомих (але багатообіцяючих) "ЗеТеВістів", космологів і "реляастрономів" — подано наприкінці нашої книги замість післямови з певним балансом між серйозним та цікавим, зі сподіванням, що допитливий читач, проштудіювавши всю книгу, тут не занудьгує. На допомогу всім іншим відповідні абзаци буде позначено (С) — серйозно та (Ц) — цікаво з точки зору житейської мудрості і відомого вислову "що сталося, то сталося, його відмінити неможливо".

Найпотужніша світова лінія "релятивістського простору-часу" світу бере свій початок від 1879 року, коли народився Альберт Айнштайн (1879, м. Ульм, Німеччина — 1955, м. Прінстон, США) — видатний фізик, автор СТВ і ЗТВ, низки фундаментальних праць з квантової теорії світла.

Детальний життєпис та аналіз наукової спалшини А. Айнштайна можна знайти в багатьох публікаціях, зокрема в [487, 504]. Відзначимо головне. Закінчив Вищу технічну школу в Цюріху (1900), після чого від 1902 до 1909 р. працював експертом у федеральному патентному бюро в Берні. У 1909-11 pp. - професор Цюріхського, у 1911-12 pp. - Німецького (Прага) університетів, у 1912-14 рр. – професор Вищої технічної школи в Цюріху, у 1914–33 рр. – Берлінського університету, де був директором Фізичного інституту. У 1933-45 pp. - професор Інституту перспективних досліджень Прінстонського університету (США). Саме під час роботи в патентному бюро А. Айнштайном була створена СТВ (1905); отримана знаменита формула взаємозв'язку енергії і маси  $E = mc^2$  (1905), що стала основною у розрахунках ядерних реакцій. У 1905 р. він розробив основи квантової теорії випромінювання – фотонну теорію світла, в якій обґрунтував існування фотона та пояснив закони фотоефекту; розробив квантову теорію теплоємності твердих тіл (1907); розвинув теорію броунівського руху (1905-06 рр.) водночас із М. Смолуховським 477. Пізніше встановив основний закон

фотохімії (1912) та ввів коефіцієнти спонтанного і індукованого випромінювань при переходах атомів з одного енергетичного рівня на інший (1917); пояснив ефект зміни механічного моменту при намагнічуванні тіла (1915, разом з де Гаазом). Головні праці з ЗТВ та космології (1913-17), що докорінно змінили світогляд у природознавстві, написані ним під час роботи в Берлінському університеті (частина з них – у співпраці з М. Гросманом та У. де Сіттером). Саме тоді водночас із Бозе він запропонував квантову статистику частинок із цілим спіном (1924). У 1921 р. за роботи в галузі теоретичної фізики, у т. ч. за відкриття законів фотоефекту, А. Айнштайну була присуджена Нобелівська премія. Після переїзду в 1933 р. до США займався, головним чином, побудовою єдиної теорії поля, окремими критичними питаннями інтерпретації квантової механіки, написав низку праць з філософії фізики, спогади. Після 1945 р. був одним із лідерів Пагоушського руху. Айнштайну пропонували стати першим президентом Ізраїлю (відмовився); разом із Х. Вейцманом заснував Єврейський університет в Ієрусалимі.

(Ц) Альберт Айнштайн був членом багатьох академій наук (насамперед, від 1913 р. – Берлінської і Баварської) та наукових товариств. У 1922 р. він прийняв запрошення АН СРСР стати її членом-кореспондентом (від 1927 р. – почесний член АН СРСР). 17 березня 1929 р. А. Айнштайн прийняв запрошення Наукового товариства ім. Шевченка (НТШ) у Львові стати його дійсним членом (*Хроніка НТШ, № 69/70, 1929*). На сьогодні в архіві НТШ оригінал листа-відповіді А Айнштайна (зареєстрований 4 квітня 1929 р. під № 275) не зберігся, але достовірним вважається його текст, поданий С. Шерманом в обласній львівській газеті "Вільна Україна" 30 листопада 1958 р.: "Вельмишановні панове! Я Вам сердечно дякую, що Ви обрали мене членом Вашого шановного Товариства. Я завжди з радістю прийняв би ті вибори, зовсім незалежно від того, які ще іноземні члени належать до Вашого Товариства. З найщирішим привітом, А. Айнштайн".

(С – Ц) Ще у 1920-х рр. А. Айнштайн зазнав відчутного гоніння через тверду пацифістську позицію, яку він зайняв під час Першої світової війни. Питання про еміграцію з батьківщини гостро постало перед ним на початку 1930-х рр. після приходу до влади націоналсоціалістів та початку репресій проти тих, кого підозрювали у лояльності до комуністичної партії. Відомо, що у ті часи Айнштайн роздумував над переїздом до СРСР і звернувся до керівництва Московського державного університету (МДУ) з заявою взяти участь у конкурсі на посаду професора університету. У МДУ на той час, як і в багатьох наукових інституціях СРСР, панували "досить реакційні погляди і релятивістські теорії розглядалися як такі, що суперечать висловленням ос-

новоположників марксизму" 455. А. Айнштайн "не пройшов за конкурсом". Цей факт, як і багато інших, стимулював його наміри емігрувати до США, відмовитися від німецького громадянства і членства в Берлінській АН, котра в ті часи солідаризувалася з нацистським режимом, та зайняти посаду професора Прінстонського університету. Історія не має умовного часу. Тому важко ставити питання, як склалося б життя А. Айнштайна, якщо б він "пройшов за конкурсом" на посаду професора МДУ. Насмілимося зауважити очевидне: не було б славнозвісного листа А. Айнштайна до Президента США Ф. Рузвельта у 1939 р., коли з проханням направити такого листа до нього звернулися видатні угорські фізики Л. Сцілард (ідеолог ланцюгової ядерної реакції) та Ю. Вігнер. Оскільки вже був відомий шлях створення атомної бомби, то постала загроза її створення в Німеччині та використання проти інших країн. Лист Айнштайна став відправною точкою Мангаттанського проекту. Усвідомлюючи наслідки вже цього проекту, А. Айнштайн пізніше знов звертався до Ф. Рузвельта з проханням зупинити проект, але ці листи вже не мали належної дії.

Історія розвитку релятивістських досліджень на сучасних теренах України бере свій початок від 1910 року, коли приват-доцент Київського університету Леон Йосипович Кордиш опублікував одну з перших у Російській імперії працю з теорії відносності, а згодом (1917) застосував теорію відносності до розробки теорії атома. До 1950-х рр. релятивістські дослідження мали епізодичний характер і пов'язані, в основному, з іменами видатних і відомих фізиків, які недовгий час працювали в наукових центрах Києва, Харкова та Львова. Системного характеру вони набули з приїздом до Києва у 1944 р. Олександра Федоровича Богородського. Сучасний формат досліджень з теорії відносності та її астрономічних застосувань бере свій початок у 1970-х роках, коли в Київ переїхали відомі теоретики Олексій Зіновійович Петров та Петро Іванович Фомін, а на Львівщині розгорнув діяльність тамошній "осередок ЗеТеВістів" завдяки ініціативі Михайла Теодоровича Сеньківа та Віталія Яковича Скоробогатька.

Але наш хронологічний екскурс не буде повним, якщо ми не згадаємо, що світова лінія видатного фізика, астрофізика і космолога XX ст. *Георгія Антоновича Гамова* почалася у 1904 р. в Одесі. Тим більше, що автори книги використали геніальну ідею назви його автожиттєпису "Моя світова лінія" 455 — бестселеру на всі часи, за нашою, і не тільки, оцінкою, — для цього заплутаного для недопитливих читачів розділу замість післямови до книги.

Отже, зупинимося на цікавих історико-наукознавчих подіях – точках простору-часу (розд. 1.1.1), – сукупність яких утворила світові лінії

вчених у "релятивістському просторі-часі" України, пройшовши "випробування часом".

# 1904 р., м. Одеса

Георгій Антонович (Джордж) Гамов (1904, м. Одеса – 1968, м. Боулдер, США) ([477], с. 283) отримав освіту у Новоросійському (Одеса) університеті (1920-21), а після його реформування - в Ленінградському (нині Санкт-Петербург) університеті (1922-24), де потім у 1925-31 рр. навчався в аспірантурі. За студентських років товаришував з однокурсниками Д. Д. Іваненком та Л. Д. Ландау, пізніше до них приєднався М. П. Бронштейн. Усі вони стали видатними фізиками. Але їхні світові лінії згодом помітно розійшлися. У 1931-33 рр. Гамов, після стажування за кордоном, працював у Ленінградському фізико-технічному інституті (ЛФТІ). Після еміграції до США у 1934 р. – професор Університету ім. Дж. Вашінгтона, м. Берклі (1934-56), від 1956 р. професор Університету штату Колорадо, м. Боулдер. Автор теорії α- і β-розпадів (1928, 1936), теорії еволюції зір (1937–40), оболонкової моделі зір – червоних гігантів (1943) та моделі швидкого зростання світності за участі нейтрино у нових і наднових зорях (1940-41). Розробив триплетну систему інформаційного коду білкової ДНК-молекули (1954). Запропонував разом із співавторами (1946-48) гарячу модель Всесвіту, в якій передбачалося існування в сучасну епоху мікрохвильового реліктового випромінювання (розд. 6.3), та теоретично оцінив температуру цього випромінювання. Член Національної академії США (1953). За популяризацію науки удостоєний Калінгової премії ЮНЕСКО.

(Ц) Астрономією Гамов захопився у семирічному віці після того, як мати прочитала йому Ж. Верна, і мріяв про подорож на Місяць. У 1968 р. у своїх спогадах 455 зауважив, що "від цієї мрії повністю вилікувався", але ще під час навчання в Одеському університеті "засвітив себе" на посаді обчислювача Астрономічної обсерваторії, якою тоді керував видатний український астроном О. Я. Орлов [477]. Ще за студентських років найцікавішим предметом вважав СТВ + ЗТВ і у Ленінграді відвідував лекції О. О. Фрідмана з математичних основ теорії відносності. Передчасна смерть видатного космолога "зруйнувала плани Гамова продовжити роботу над релятивістською космологією" у ті часи. Але світова лінія його життя – крізь низку подій у просторі і часі, крізь низку видатних відкриттів у галузі ядерної фізики – привела його у 1946-48 рр. до зустрічі з аспірантами Р. Алфером і Р. Германом, які, за його висловом, "підходили для роботи" над теорією гарячого Всесвіту. Ці інтригуючі спогади, як і цікаву розповідь з перших уст про те, як О. Фрідманом була створена теорія Всесвіту, що розширюється, про зустрічі з А. Айнштайном і дискусію про роль космологічної сталої

(розд. 2.3) допитливий читач знайде на сторінках його книги [455]. У цьому виданні у спогадах Д. Д. Іваненка містяться також філософські роздуми, як склалася би світова лінія Дж. Гамова, якби він не емігрував до США у період репресій 1930-х рр. За роботи з теорії атомного ядра Г. А. Гамова вже у 1932 р. було обрано членом-кореспондентом АН СРСР (у 1938 р. виключено, у 1990 р. відновлено посмертно). Г. А. Гамов не був за життя удостоєний високих нагород, хоча принаймні три його роботи – з теорії  $\alpha$ -розпаду в ядерній фізиці, теорії Великого вибуху в космології, ДНК-коду в біології – нобелівського рангу. За відкриття реліктового випромінювання А. А. Пензіас і Р. В. Вільсон були удостоєні Нобелівської премії з фізики (1978). Вважається, що Дж. Гамов був би серед саме цих лауреатів, але Нобелівська премія не присуджується посмертно.

#### 1910 — 1941 рр., м. Київ Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

Леон Йосипович Кордиш (1878, м. Київ – 1932, м. Київ) – фізик, доктор наук (1916), професор, член-кореспондент ВУАН (1929), почесний член Краківської АН. У 1900 р. закінчив Університет св. Володимира (нині – Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, далі Київський університет). У 1901–09 рр. Л. Кордиш, працюючи в Київському політехнічному інституті, водночає стажувався в Інституті теоретичної фізики Берлінського університету (1904-07) та Сорбонні (1909). Від 1910 р. він – приват-доцент Київського університету та Київських вищих жіночих курсів, професор Географічного інституту; у 1913-14 рр. працював у Німеччині. У 1918 р., відгукнувшись на ініціативу академіка В. І. Вернадського щодо створення Таврійського університету, організував у Ялті кафедру фізики філіалу університету, працював там та став одним із засновників Кримського математичного товариства. Від 1920 р. – приват-доцент Новоросійського (Одеського) університету. У 1921 р. повернувся до Києва, де працював у Київському політехнічному інституті на різних посадах, у т.ч. професора кафедри теоретичної електротехніки.

(С) У 1921 р. при Київському губнаросвіти за ініціативи та під керівництвом О. Г. Гольдмана (1884, м. Варшава, Польща – 1971, м. Київ) – відомого фізика, академіка АН УРСР (1929) – була організована Фізична дослідницька лабораторія, яка через рік була перетворена у Київську науково-дослідницьку кафедру фізики при Київському політехнічному інституті. Від 1925 р. Л. Й. Кордиш очолював тут секцію теорфізики. У 1929 р. на базі цієї науково-дослідницької кафедри був створений НДІ фізики (нині Інститут фізики НАН України), де він продовжував очолювати теоретичний відділ. У той самий час Л. Й. Кордиш працю-

вав у Київському університеті, де у 1922—32 рр. завідував кафедрою теоретичної фізики; заснував рентгенофізичні лабораторії і кабінети у Київському рентгенівському інституті (1923), Саках та Євпаторії (1923— 1926). Наукові дослідження Л. Й. Кордиша стосувалися квантової теорії неперервного рентгенівського спектру, теорії коливань, фізики твердого тіла, теорії відносності. Опублікував низку праць з теорії ефекту Зеємана; автор широковідомих тоді підручників з електротехніки.

(С) Ще під час керівництва кафедрою теоретичної фізики Київського університету професором  $\check{U}$ .  $\check{U}$ . Косоноговим (1866, м. Кам'янськ-Шахтинський Ростовської обл., РФ – 1922, м. Київ.) – академік ВУАН (1922) – чимало зусиль було затрачено для того, щоб курси теоретичної фізики відповідали загальному стану розвитку фізики на початку XX ст. За часів керівництва кафедрою професором Л.  $\check{U}$ . Кордишем, який після закінчення Київського університету працював у Берліні в лабораторії *М. Планка* (1904), у Парижі в лабораторії *А. Пуанкаре* (1911–12) та в Мюнхені з *А. Зоммерфельдом* (1913), тематика кафедри суттєво розширилася: були ініційовані дослідження з теорії рентгенівського випромінювання, квантової механіки, фізики твердого тіла, а також з теорії відносності.

(С–Ц) Серед випускників кафедри 1920-х рр. — майбутні відомі фізики С. Д. Герцрікен, В. Є. Лашкарьов, В. І. Лященко, Н. Д. Моргуліс, Д. Н. Наслєдов, Л. Я. Штрум. Цікаво, що свої перші дві наукові праці саме теорії гравітації присвятив Вадим Євгенович Лашкарьов (1903, м. Київ — 1974 р., м. Київ), академік АН УРСР (1945), директор Інституту напівпровідників (1960 — 1970). Тоді саме при Київському університеті працював Фізичний аматорський гурток, яким керував П. С. Тартаковський. Серед членів цього гуртка був Матвій Бронштейн, який вирізнявся серед інших тим, що, не маючи формального атестату, отримав бездоганну "домашню" освіту і публікував у провідних російському та німецькому фізичних журналах статті з квантової теорії випромінювання. У середині 1920-х рр. в числі київського "десанту" майбутніх відомих фізиків (В. П. Ліннік, А. П. Александров, В. М. Тучкевіч, В. Є. Лашкарьов, Д. Н. Наслєдов та інші) він переїхав до Ленінграду.

Матвій Петрович Бронштейн (1906, м. Вінниця – 1938, м. С-Петербург, РФ) – відомий фізик у галузі фізики напівпровідників, теорії гравітації, ядерної фізики. Закінчив Ленінградський університет (1930), доктор фіз.-мат. наук (1935). Працював у ЛФТІ, Ленінградському політехнічному інституті, Пулковській обсерваторії. У галузі теорії гравітації один із перших у світі поставив питання про можливість народження всесвіту як цілого у результаті квантових процесів, а саме в роботі 1934 р. М. П. Бронштейн показав, що слабкі осцилляції просто-

рово-часової метрики з точки зору квантової фізики є ансамблями особливих елементарних частинок (гравітонів), які беруть участь у гравітаційній взаємодії. Під час репресій у 1937 р. був заарештований у Києві, 1938 р. – загинув у катівнях НКВС, не зважаючи на клопотання відомих людей, зокрема тестя *К.І. Чуковського*.

Після того, як кафедру теоретичної фізики у 1932 р. очолив професор Л. Я. Штрум (пізніше репресований), традиції, закладені Косоноговим і Кордишем, продовжувалися, а до читання лекцій запрошувалися відомі вчені, зокрема І. Є. Тамм, Д. Бек, Д. Д. Іваненко (завідувач кафедри у 1940–41 рр.).

(Ц) Цікава сторінка історії кафедри теоретичної фізики Київського vніверситету саме у пі роки пов'язана з ім'ям Натана Розена (1909-1995), одного з небагатьох учнів А. Айнштайна. Короткий період він викладав тут за сумісництвом, водночас працюючи в Інституті фізики АН УРСР. До Києва Н. Розен приїхав на запрошення академіка О. Г. Гольдмана, у 1929-38 рр. директора Інституту фізики АН УРСР. Наукових праць за рік роботи в Києві Н. Розен не написав, але вже після переїзду до США отримав разом із А. Айнштайном і Б. Подольським цікавий результат (1935), т. зв. квантово-механічний парадокс Айнштайна-Подольського-Розена з вимірювання положення і кутового моменту пари взаємодіючих систем (зокрема пари протонів). Цей ефект тоді викликав жваву дискусію щодо неповноти квантовомеханічного опису реально існуючих фізичних об'єктів та низку експериментів для його перевірки. Наприкінці XX ст. перевірки цього парадоксу привели до поняття "квантової телепортації" — отримання інформації про стан однієї з частинок, котрі знаходяться у квантовому "переплутуванні", при визначенні стану другої. Серед інших цікавих досліджень Н. Розена, виконаних у співпраці з Айнштайном, було отримання рішень, що описують циліндричні гравітаційні хвилі (1937) та т. зв. "міст Айнштайна—Розена" просторово-часовий тунель ("wormhole") у гіпотетичному Всесвіті. Натан Розен – засновник Інституту фізики в Хайфі (Ізраїль).

# 1929 — 1941 рр., м. Львів

# Львівський національний університет ім. Івана Франка Національний університет "Львівська політехніка"

**Леопольд Інфельд** (1898, м. Краків, Польща – 1968, м. Скаржиско-Камєнна, Польща) – відомий фізик; теорією відносності захопився ще під час навчання в Ягелонському університеті. У 1920 р. під час перебування в Берліні познайомився з А. Айнштайном, потім листувався з ним. У 1921 р. захистив докторську дисертацію. Працював учителем гімназії в Коніні і Варшаві, навчаючись одночасно у Берлінському університеті.

У 1929 р. Л. Інфельд отримав призначення на посаду старшого асистента кафедри теоретичної фізики Львівського університету. У 1932 р. перебував у короткому відрядженні в Лейпцігу. Після повернення розпочав дослідження зі спінорного аналізу в ріманових просторах, зокрема у 1933 р. разом із *Б. Л. ван де Ваарденом* застосував цей метод для опису впливу гравітації на частинки зі спіном. Отримавши стипендію Фонду Рокфеллера, у 1933–1934 рр. перебував у Кембриджі, де познайомився з *М. Борном*. Результатом співпраці стала нелінійна електродинаміка *Борна–Інфельда*.

(С-Ц) У 1936 р., отримавши стипендію в Інституті перспективних досліджень у Прінстоні, залишив Львів і переїхав до США. Результатом співпраці з Айнштайном (1936 — 38) була побудована теорія руху важких частинок у ЗТВ (теорія Айнштайна-Інфельда-Гоффманна) та широковідома книга "Еволюція фізики" (1938). А. Айнштайн писав до Борна: "Інфельд – чудова людина. Разом із ним ми зробили шмат дуже доброї роботи. Маю на увазі проблему руху в астрономії, у якій ми розглянули небесні тіла як особливості поля". Переїхавши до Канади, Інфельд у 1938-50 рр. працював професором Торонтського університету, де разом зі своїми учнями виконав низку досліджень з релятивістської космології. Зокрема, Л. Інфельд разом із А. Шілдом сформулював новий підхід, оснований на подібності розповсюдження світла в космологічних моделях і плоскому просторі. У 1940-х рр. виступав із численними лекціями по всій Канаді, доводячи небезпеку застосування ядерної зброї і необхідність збереження миру. Член Пагоушського руху. Під час війни виконував дослідження на замовлення Міністерства оборони Канади. Року 1950-го покинув Канаду і повернувся до Польщі після того, як його безпідставно звинуватили в контактах з комуністами Польщі і продажі військових таємниць. Торонтський університет зняв ці звинувачення лише у 1994 р.

(Ц) Л. Інфельду належить видатна роль у становленні досліджень з теоретичної фізики в Польщі. Він очолював Інститут теоретичної фізики Варшавського університету та відділ теоретичної фізики Інституту фізики ПАН. Займаючись особисто у ці роки дослідженнями класичної теорії полів, сприяв залученню польських студентів до робіт з ядерної фізики, фізики твердого тіла та конденсованого стану. Член Польської та інших академій наук. Автор низки науково-популярних видань, зокрема книги "Альберт Айнштайн" (1950), де у досить простій формі виклав головні ідеї ЗТВ.

**Ян Вайсенгоф** (1889—1972) — відомий польський фізик, навчався в Кракові та Цюріху, де й зустрівся з *А. Айнштайном*. У 1939—41 рр. працював у Львівській політехніці. Автор відомого дослідження разом із

*А. Раабе*, у якому розвинув запропоновану *М. Маттісоном* динаміку частинок зі спіном (внутрішнім обертанням) у ЗТВ (*Acta Physica Polonica*, 1947, v.9, 7).

#### 1929— 1970-ті рр., м. Харків ННЦ Харківський фізико-технічний інститут НАН України

У 1929 р. у Харкові, тодішній столиці УРСР, був створений урядовим рішенням Український Фізико-технічний інститут (*далі ХФТІ*). Для нього було виділене (та побудоване приміщення), закуплене обладнання, а для комплектації кадрів за рішенням урядів УРСР та СРСР був проведений "десант" науковців з ЛФТІ. Директором ХФТІ був затверджений професор *І. В. Обреїмов*. Серед членів "десанту" були майбутні відомі фізики *О. І. Лейпунський, Л. В. Шубніков, А. Ф. Прихотько, К. Д. Синельников, А. К. Вальтер, Д. Д. Іваненко, Г. Д. Латишев, О. М. Трапезникова* та інші. Гурт фізиків з Харківської науково-дослідної кафедри, створеної у 1921 р. *Д. А. Рожанським*, влився до складу ХФТІ, утворивши пізніше потужну радіофізичну групу. Відділ теоретичної фізики інституту у 1929 р. очолив *Д. Д. Іваненко.* У 1932 р. до ленінградського "десанту" приєднався *Л. Д. Ландау*. За короткий час ХФТІ став одним із провідних інститутів СРСР та світу в галузі теоретичної та ядерної фізики, фізики напівпровідників та твердого тіла.

Дмитро Дмитрович Іваненко (1904, м. Полтава – 1994, м. Москва, РФ) – відомий фізик, наукові дослідження якого пов'язані з теорією атомного ядра, квантовою електродинамікою, фізикою космічних променів, квантовою теорією поля і елементарних частинок, теорією гравітації і космологією, історією фізики. У 1932 р. запропонував протон-нейтронну модель атомного ядра (раніше і незалежно від *В. К. Гейзенберга*); разом із *І. Є. Таммом* заклав основи теорії ядерних обмінних сил (1934–36); спільно із *І. Я. Померанчуком* (1944) та *А. О. Соколовим* розробив теорію синхротронного випромінювання (Державна премія СРСР, 1950 р.).

(С–Ц) У Полтаву під час Першої світової війни була евакуйована частина Варшавського Імператорського університету і співробітники цього університету викладали в гімназії. Завдяки такій обставині Д. Іваненко отримав відмінну початкову освіту і за виняткові здібності вже в гімназії мав прізвисько "професор". У 1920–23 рр. вчителював, навчався в Полтавському педагогічному інституті, після закінчення якого поступив до Харківського університету, переїхав до Москви, де заприятелював з сином *Л. І. Мандельштама* і перевівся (1923) до Ленінградського університету. Після його закінчення (1927) став першим стипендіатом щойно створеного Фізико-математичного інститу-

ту АН СРСР, а через рік його співробітником. Роки дружби з *Г. А. Гамовим* і *Л. Д. Ландау* позначилися декількома спільними працями, у т. ч. випереджаючими час: з 5-вимірної теорії *Калуца–Клейна* разом із *Гамовим* (1926) та з теорії спінорів як антисиметричних тензорних полів разом із *Ландау* (1928) – наразі відомої як теорія *Ландау–Келера*. У Харкові окрім завідування відділом ХФТІ водночас завідував кафедрою теоретичної фізики Механіко-машинобудівного інституту та викладав у Харківському університеті; професор (1931). Саме в ці роки разом із *В. А. Амбарцумяном* виконав роботу, в якій стверджувалося, що електрон може народжуватися при  $\beta$ -розпаді (1930). Ця праця стала передумовою запропонованої ним протон-нейтронної моделі ядра (1932). Подальші праці *Д. Іваненка* і *І. Тамма* стали основою теорії мезонних ядерних сил *Х. Юкави*.

(С) Після переїзду до Ленінграду (1931) Д. Іваненко працював у ЛФТІ (до 1935 р.), завідував кафедрою фізики в Педагогічному інституті. У ЛФТІ разом із співробітниками, у т.ч. М. Бронштейном, увійшов до "особливої групи з ядра" А. Йоффе ([477], с. 270) та І. Курчатова ([477], с. 275), яка фактично започаткувала дослідження з ядерної фізики в СРСР. Заарештований 27 лютого 1935 р. (обвинувачень на слідстві пред'явлено не було) і вже 4 березня 1935 р. був засуджений НКВС як "социально опасный элемент" до трьох років виправних робіт та відбув до Карагандинського ВТЛ. 30 грудня 1935 р. для відбуття покарання був переведений в Томськ (Д. Д. Іваненко вважав, що від подальшого перебування у ВТЛ його врятував академік С. І. Вавилов), де працював (1936— 39) старшим науковим співробітником у Фізико-технічному інституті та професором і завідувачем теоретичної кафедри Томського університету. Завідував кафедрами теоретичної фізики Свердловського (1939-42) та Київського університетів (1940-41). Від 1943 р. і до кінця життя професор Московського університету. Реабілітований у 1989 р.

(Ц) Тим, кого цікавлять драматичні події часів "космополітизму" в науці, що вплинули і розвели долі та світові лінії багатьох фізиків, у т.ч. Д. Д. Іваненка, радимо прочитати книгу О. С. Соніна "Физический идеализм. История одной идеологической кампании" (М.: Наука, 1994).

(С) Д. Д. Іваненко — автор низки фундаментальних праць з теорії гравітації: разом із В. О. Фоком побудував рівняння Дірака в гравітаційному полі (1929 р.) — коефіцієнти Фока—Іваненка для спінорної зв'язності в рімановій геометрії), розробив першу модель квантування гравітаційного поля (разом із А. О. Соколовим), розвинув тетрадну теорію гравітації (разом із В. І. Родичевим) та узагальнену теорію гравітації з полем скруту (спільно з В. М. Пономарьовим, Ю. М. Обуховим, П. І. Проніним), побудував нелінійне узагальнення рівняння Дірака, розробив калібровочну теорію гравітації як хіггсовського поля (спільно з Г. А. Сарда-

нашвілі [478]). Його дослідження від 1950-х рр. присвячені єдиній нелінійній спінорній теорії, теорії гравітації з космологічним членом, який відповідає за вакуумні параметри, та узагальненій і калібровочній теорії гравітації. У 1970–80-х рр. розробив разом із В. А. Амбарцумяном теорію дискретного простору-часу, висунув разом із Д. Ф. Курдгелаїдзе гіпотезу "кваркових" зір.

(С) Помітним є внесок Д. Д. Іваненка в організаційне становлення вітчизняних досліджень з теоретичної фізики і гравітації, - ще під час роботи в Харкові він організував перші три Всесоюзні теоретичні конференції, а ще раніше (1929 р.) - першу Всесоюзну конференцію з ядерної фізики. Події особистого життя та війна майже на двадцять п'ять років відірвали його від науково-організаційної діяльності, але вже у 1961 р. він організував першу Всесоюзну гравітаційну конференцію (головою організаційного комітету був О. З. Петров), хоча її проведення затрималося на рік із-за зауважень В. О. Фока. Гравітаційні конференції стали регулярними і проводилися під егідою створеної за ініціативи Д. Д. Іваненка Радянської гравітаційної комісії (секції гравітації НТР МВММО СРСР). Він ініціював та був науковим редактором перекладів праць видатних іноземних вчених. Його інтуїція сприяла відбору найбільш перспективних робіт і збірників статей для перекладу, а в умовах недоступності іноземної літератури для багатьох вчених ці видання давали потужний стимул для розвитку теоретичної фізики в СРСР.

Лев Давидович Ландау (1908, м. Баку, Азербайджан – 1968, м. Москва, РФ) – видатний фізик; у 1927 р. закінчив Ленінградський університет та поступив до аспірантури. Під керівництвом Я. І. Френкеля займався квантовою теорією, зокрема для опису стану системи ввів нове фундаментальне поняття – матрицю густини (1927). Нещодавно Б. Окунь повернув із забуття ще одну статтю того часу (1928, Журнал физико-химического общества), написану Іваненком, Гамовим та Ландау, щодо побудови фізичної теорії на основі лише фундаментальних світових констант, яка відповідає сучасним тенденціям теоретичної фізики. У 1929–31 рр. Ландау стажувався за кордоном, де створив теорію електронного діамагнетизму вільних електронів. Року 1930-го приїхав до Копенгагена, де працював у Інституті теоретичної фізики, директором якого був Н. Бор.

(Ц) "Співпраця з видатним метром теоретичної фізики стала неоціненною. Упродовж всього життя Ландау вважав Бора єдиним своїм учителем з теорфізики, більш того, за висловом академіка *П. Л. Капиці*, "саме у Бора Ландау навчився тому, як треба виховувати молодь. І приклад Бора сприяв успіху великої школи теорфізики, яку пізніше Ландау створив у Радянському Союзі". Зі свого відрядження за кордон Ландау, окрилений, із гаслом "Вперед у невідоме" повернувся до ЛФТІ у 1931 р. Однак через непоступливість характеру в нього не склалися

нормальні стосунки ні з директором ЛФТІ академіком *А. Ф. Йоффе*, ні з *Я. І. Френкелем*, тому він з радістю прийняв запрошення професора *І. В. Обреїмова*" і переїхав до ХФТІ ([477], с. 286).

(С) Під час харківського періоду життя (1933–37 рр.) Л. Д. Ландау працював на посадах завідувача відділу ХФТІ, завідувача кафедри теоретичної фізики Механіко-машинобудівного інституту, від 1935 р. – завідувача кафедри загальної фізики Харківського університету. У 1934 р. йому присуджено ступінь доктора фіз.-мат. наук, у 1935 р. – звання професора. Наукова активність його у цей період була успішною: ввів поняття антиферомагнетизму (1933), разом із Є. М. Ліфшицем розробив теорію доменної будови феромагнетиків і феромагнітного резонансу (1935), сформулював загальну теорію фазових переходів другого роду та вивів кінетичне рівняння електронної плазми, що стало основою теорії релаксаційних процесів (1935–37). Надрукував у співавторстві свої перші книги, підготував два перші томи курсу з теоретичної фізики. В галузі астрофізики ще у 1932 р. висунув гіпотезу про існування зір із екстремальною густиною речовини, випромінювання яких пов'язане з термоядерними реакціями, разом із Г. А. Гамовим опублікував працю "Внутрішня температура зір" (1933), пізніше (1938) виконав розрахунки моделі нейтронної зорі (разом із Р. Оппенгеймером та К. Волковим).

(Ц) "Ландау вирішив створити власну школу теоретичної фізики, яка б не поступалася кращим школам Європи. Двадцятирічний вчений склав план власної діяльності, масштаби якої вражали грандіозністю. Крім підготовки фізиків-теоретиків високого класу, проведення регулярного наукового семінару та читання лекцій, запланував створення підручників з усіх розділів теоретичної фізики та видання спеціального журналу в цій галузі, проведення міжнародних фізичних конференцій. Ландау розробив програму теоретичного мінімуму, за якою молоді співробітники складали йому іспити. Складання "теормінімуму Ландау" стало в подальшому передумовою посвячення молодих учених в учні. Першими учнями Ландау були О. С. Компанєсць, І. Я. Померанчук, Є. М. Ліфшиць і О. І. Ахісзер, а трохи пізніше — І. М. Ліфшиць. За чверть століття "теоретичний мінімум Ландау" склали близько півсотні теоретиків" ([477], с. 286).

(С–Ц) У 1937 р. у Ландау виник конфлікт з ректором Харківського університету, і його звільнили з університету. Недоброзичливці згуртувалися супроти Ландау також в ХФТІ, і він залишив Харків. Все, що потім будуть називати "школою Ландау", народилося саме в Харкові.

(С) У лютому 1937 р. Л.Ландау очолив теоретичний відділ Інституту фізичних проблем АН СРСР у Москві. 1937 р. — апогей важких репресій в СРСР: за сфабрикованим доносом Льва Давидовича заарештували і він упродовж року перебував у в'язниці. Тільки завдяки героїчним зу-



силлям П.Л. Капиці та Н. Бора його відпустили на поруки (реабілітовано посмертно у 1990 р.). Після повернення до інституту Л.Ландау знов розгорнув активні дослідження: розробив разом із Ю.Б.Румером каскадну теорію електронних ливнів у космічних променях (1938); після відкриття П.Л.Капицею надплинності гелію Ландау почав працювати в цій галузі, створивши теорію квантової рідини бозе-типу при наднизьких температурах (1941-47); розвинув теорію проміжного стану надпровідників; разом із В. Л. Гінзбургом створив послідовну теорію надпровідності; спільно з І. М. Халатниковим розробив теорію в'язкості гелію. Розробив теорію коливань в електронній плазмі та показав, що явище згасання хвиль не пов'язане із зіткненнями частинок ("згасання Ландау"). Сформулював теорію множинного народження частинок при зіткненнях високо енергетичних пучків (1953); ввів поняття комбінованої парності та побудував теорію двокомпонентного нейтрино (1957) водночас із А. Саламом, Т. Лі та Ч. Янгом; створив теорію квантової рілини фермі-типу (1956–57). Дійсний член АН СРСР (1946), лауреат державних премій. У 1942-65 рр. вийшов друком курс теоретичної фізики, за який Л.Д.Ландау разом із Є.М.Ліфшицем отримав Ленінську премію (1962). Ландау обирають членом багатьох академій наук і товариств. У 1962 р. отримав Нобелівську премію з фізики за "піонерські роботи з теорії конденсованого середовища матерії, а саме рідинного гелію".

Завдяки виконаній величезній організаційній роботі Л. Д.Ландау і започаткованим традиціям, незважаючи на його від'їзд до Москви, Харків залишився важливим центром теоретичної фізики. Тут у подальшому сформувалася потужна наукова школа, очолювана найближчими співробітниками Ландау *О. І. Ахієзером* та *І. М. Ліфшицем*, відома в науковому світі як харківська школа теоретичної фізики.

**Євген Михайлович Ліфпиць** (1915, м. Харків – 1985, м. Москва, РФ) – відомий фізик, доктор фіз.-мат. наук, професор, академік АН СРСР (1979). Закінчив Харківський політехнічний інститут (1933). У 1933–38 рр. працював у ХФТІ, від 1939 р. – в Інституті фізичних проблем АН СРСР. Головні наукові дослідження пов'язані з теорією феромагнетизму (теорія доменів, рівняння руху магнітного моменту), міжмолекулярною взаємодією, ядерною фізикою, релятивістською космологією. Разом із *Л. Д. Ландау* побудував теорію доменів у феромагнетику і теорію феромагнітного резонансу (1935); розробив (1941 р.) термодинамічну теорію фазових переходів другого роду (*критерій Ліфшиця*) та теорію молекулярних сил, діючих між конденсованими тілами (1954). Лауреат Ленінської премії (1962) за створений разом із *Л. Д. Ландау* курс з теоретичної фізики та Державної премії (1954). У багаторічних спільних дослідженнях Є. М. Ліфшиця та *І. М. Халатникова*, до яких пізніше приєдналися *В. О. Белінський, І. М. Ліфшиць* та інші (1960-ті роки),

було подано досить повну картину динаміки неоднорідних та анізотропних космологічних моделей поблизу космологічної сингулярності.

Ілля Михайлович Ліфшиць (1917, м. Харків – 1982, м. Москва, РФ) – відомий фізик, доктор фіз.-мат. наук, професор, академік АН УРСР (1967), академік АН СРСР (1970). Закінчив Харківський університет (1936) і Харківський механіко-машинобудівний інститут (1938). У 1937-70 pp. працював у ХФТІ, у т.ч. від 1941 p. – завідувачем теоретичного відділу, водночас (1944 – 68) завідував кафедрою статистичної фізики і термодинаміки Харківського університету. Від 1968 р. і до кінця життя працював у Інституті фізичних проблем АН СРСР та професором МДУ. Головні наукові дослідження — в галузі фізики твердого тіла, а саме теорії конденсованого стану речовини, фізичної кінетики, неупорядкованих систем, теорії полімерів. За роботи з електронного енергетичного спектру металів удостоєний Ленінської премії (1967). Створив потужну школу фізиків-теоретиків з питань електронної теорії металів. Академік І. В. Обреїмов так висловився про Іллю Михайловича: "У нього стиль Моцарта в фізиці: неймовірна легкість, за котрою ховається колосальне володіння технікою".

Олександр Ілліч Ахієзер (1911, м. Чериков, нині Могильовської обл., Білорусь – 2000, м. Харків) – видатний фізик, доктор фіз.-мат. наук (1940), професор (1941), академік НАН України (1964). Закінчив Київський політехнічний інститут (1934). Працював у Харківському електротехнічному інституті, від 1938 р. і до кінця життя – в ХФТІ; після від'їзду Л. Д. Ландау у 1938 р. упродовж 50 років очолював відділ теоретичної фізики; заступник директора (1955–59 рр.), від 1988 р. – радник при дирекції. У Харківському університеті був одним із засновників фізико-технічного факультету, де у 1940–75 рр. завідував кафедрою теоретичної фізики. Лауреат Державної премії УРСР (1986). Коло його наукових досліджень було надзвичайно широким – атомна і ядерна фізика, квантова електродинаміка, фізика елементарних частинок, фізика плазми, теорія прискорювачів заряджених частинок, радіофізика, фізична кінетика та фізика твердого тіла, історія та філософія фізики. Створив потужну наукову школу фізиків-теоретиків.

(С–Ц) Аналіз наукової спадщини О. І. Ахієзера та цікаві спогади його учнів допитливий читач знайде в нещодавно опублікованій книзі "*А. И. Ахиезер. Очерки и воспоминания*" (Харків: Факт, 2003). Сам Олександр Ілліч дотепно зауважував: "Мені в житті повезло двічі: перший раз – з учителем Ландау, а другий – з учнями". Ім'я *Ахієзер* згадується у Старому завіті і з давньоєврейської перекладається як "брат допомоги". Дійсно, він був "учителем учителів". Серед представників теоретичної школи О. І. Ахієзера – В. Г. Бар'яхтар, Д. В. Волков, С. В. Пелет-

*мінський, О. Г. Ситенко, К. М. Степанов, Я. Б. Файнберг, П. І. Фомін* та понад 20 докторів наук. Процитуємо один уривок з цієї книги: "Дух універсалізму пронизує дослідження всієї школи О. І. Ахієзера..., що відносяться до фізики високих енергій і теорії елементарних частинок, фізики плазми, статистичної фізики і фізики твердого тіла, магнетизму. Вони сприяли розвитку низки нових напрямів, таких, як теорія колективних процесів у плазмі, теорія дифракційної взаємодії ядерних частинок, фізика магнітоакустичних явищ, теорія спінових хвиль, теорія вищих симетрій, електродинаміка адронів, теорія скороченого опису незворотних процесів".

Дмитро Васильович Волков (1925, м. Ленінград, РФ – 1996, м. Харків) – видатний фізик, доктор фіз.-мат. наук (1968), академік НАН України.

(С–Ц) Початок світової лінії Дмитра Васильовича був драматичним: він учився у 8-му класі школи, коли розпочалася Велика Вітчизняна війна. У грудні 1941 р. загинув його старший брат, а через два місяці батько, який служив у народному ополченні, пропав без вісті. 16-річний Дмитро брав участь у оборонних роботах під Ленінградом, а пізніше, евакуювавшись з матір'ю в Ярославль, а потім у Курганську область Росії, працював на воєнному заводі. У 1943 р. був призваний до армії і воював на Карельському і 1 Далекосхідному фронтах. Після повернення в Ленінград у 1946 р. упродовж року здав екстерном іспити за 9-й і 10-й класи і лише у 1947 р. поступив у Ленінградський університет. Після реформування ядерного відділення університету перевівся у 1950 р. до Харківського університету. Як і всі вихідці школи Ахієзера, отримав бездоганну фізико-математичну освіту.

(С) Від 1956 р., після закінчення аспірантури, Д. В. Волков працював у ХФТІ, у т.ч. завідувачем теоретичної лабораторії. Дмитру Васильовичу був притаманий нестандартний підхід до вирішення фундаментальних проблем теоретичної фізики, що дало можливість йому ще у молодому віці отримати результати високого міжнародного рівня: наприкінці 1950-х рр. у своїх перших роботах з квантової теорії поля він узагальнив статистики Бозе—Айнштайна і Фермі—Дірака (так звана napacmamucтика, відома нині як статистика Гріна—Волкова), що зіграло ключову роль у розвитку уявлень про кваркову структуру адронів. У 1962 р. разом із В. М. Грибовим відкрив нове явище в області фізики високих енергій, т. зв. "змова полюсів Редже".

Коло наукових досліджень Д. В. Волкова — квантова теорія поля, фізика елементарнох частинок, квантова електродинаміка, фізика твердого тіла. Світове визнання прийшло до нього у 1970-х рр. з відкриттям нового типу симетрії — суперсиметрії та побудові на її основі теорії супергравітації, що узагальнює теорію гравітації Айнштайна. Ці його основоположні роботи, які заклали новий напрям у фізиці елементарних

частинок, є найбільш цитованими і наразі. Практично водночас до цієї ідеї прийшли і інші фізики: у Фізичному інституті ім. П. М. Лєбєдєва РАН її розробляв Ю. А. Гольфанд, у ЦЕРНі – Дж. Вейс та Б. Зуміно, які отримали рівняння та дослідили властивості відповідного їй калібровочного поля. За відкриття суперсиметрії і супергравітації у 1997 р. (посмертно) Д. В. Волкову була присуджена престижна міжнародна премія Тіррінга.

Дмитро Васильович, будучи високоерудованим ученим у багатьох галузях теоретичної фізики, був завжди відкритим для обговорення різних проблем і щедро ділився своїми оригінальними ідеями з колегами і учнями. Під його керівництвом захищено 11 кандидатських і 5 докторських дисертацій, в яких у т.ч. були досліджені механізми спонтанної компактифікації багатовимірних теорій гравітації та повний геометричний підхід для опису суперсиметричних об'єктів (струн, мембран тощо). Постійному триманню досліджень у руслі розвитку ядерної фізики сприяли його регулярні поїздки до Міжнародного центру ЦЕРН (від 1958 р. до 1995 р.) та в інші інститути Європи і Америки. У 1994 р. Д. В. Волков був учасником Міжнародної конференції авторів оригінальних ідей і відкриттів ХХ ст. у фізиці елементарних частинок, де виступив із доповіддю "Супергравітація перед 1976 р."; у 1995 р. у своїй останній доповіді на міжнародній конференції "Суперсиметрія-95" (SUSY-95) він висунув нову концепцію узагальненого принципу дії для суперструн та супермембран.

Петро Іванович Фомін (нар. 1930, с. Жихарево Орловської обл., РФ) – відомий фізик, доктор фіз.-мат. наук, професор, член-кореспондент НАН України (1990). Навчався у Ленінградському, а після реформування ядерного відділення – у Харківському університеті (1953). У 1957– 72 рр. працював у ХФТІ, де захистив кандидатську і докторську дисертації. Від 1972 р. працює в Києві, в Інституті теоретичної фізики НАН України, у т.ч. від 1974 р. – завідувач відділу астрофізики та елементарних частинок. Головні наукові дослідження в галузі квантової теорії поля, теорії гравітації та астрофізики.

(С) Роботи з фізики елементарних частинок та квантової теорії поля (КТП) присвячені дослідженню структури фізичного вакууму та проявів його властивостей у різноманітних фізичних процесах. Розробив теорію процесів високих порядків у квантовій електродинаміці. Згодом ці ідеї були розвинуті далі та перенесені на польову теорію сильних взаємодій — квантову хромодинаміку. Відкрив та дослідив надкритичний механізм динамічного порушення симетрії і генерації мас частинок у калібровочних теоріях поля. Цей підхід та висновки отримали широкий резонанс у світовій літературі. У 1973 р. П. І. Фомін вперше показав, що об'єднання принципів ЗТВ та КТП призводить до явища

гравітаційної нестійкості вакууму, що дає принципову можливість спонтанного квантового народження просторово-замкнутого Всесвіту. Ця теорія, доповнена ідеєю космологічної інфляції, вирішує принципове питання про походження гарячого Всесвіту, що розширюється. Квантово-польовий підхід до космологічної проблеми, започаткований П. І. Фоміним, дав основу новому напряму, що тепер інтенсивно розвивається, — квантовій космології. В галузі астрофізики побудував квантово-польову теорію активності квазарів та радіогалактик, теорію інверсій геомагнітного поля; дослідив високоенергетичні газодинамічні ефекти в галактиках типу кільцеподібних хвиль зореутворення.

(С) В теорії гравітації знайшов важливі властивості поверхні Шварцшільда та дослідив низку фізичних ефектів, пов'язаних з існуванням горизонту подій. Отриманий ним осесиметричний розв'язок рівнянь ЗТВ, що описує конфігурацію нульової повної маси, але ненульового квадрупольного моменту, достойно поповнює арсенал класичних розв'язків ЗТВ. Останнім часом П. І. Фомін розвиває теорію гравітаційного квантування простору-часу на планківських масштабах, що веде до нових уявлень про структуру простору-часу на малих відстанях та природу фізичного механізму уникнення розбіжностей у квантовій теорії поля (КТП).

(Ц) Петро Іванович згадує: "Після знайомства з айнштайнівською теорією викривленого простору-часу я нутром відчув, що для побудови послідовної теорії елементарних частинок і теорії вакууму потрібне об'єднання КТП і принципів ЗТВ. Це інтуїтивне відчуття у подальшому допомагало мені рухатися вперед і з роками воно ставало лише більш усвідомленим і міцним... Ідеї, розвинуті в докторській дисертації, вже після переїзду в Київ, в працях моїх молодих помічників В. О. Миранського, В. П. Гусиніна і Ю. О. Ситенка були перенесені на перенормовані неабелівські калібровочні теорії поля типу квантової хромодинаміки... Паралельно з'ясувалося, що і ЗТВ являє собою неабелівську калібровочну теорію поля з особливим типом калібровочної групи – групою лоренцевих поворотів у дотичних плоских просторах. ...Одним із нових явищ, котре мені пощастило відкрити ще в 1968 р., є можливість спонтанного квантового народження всесвіту із вакууму у такій об'єднаній схемі ЗТВ + КТП, - за умови, що наш Всесвіт є топологічно замкнутим світом, тобто позитивна енергія матеріальних об'єктів повністю компенсується від'ємною енергію їхнього сумарного гравітаційного зв'язку. КТП надає механізми народження матеріальних об'єктів – фотонів, пар частинка – античастинка тощо із вакууму. Оскільки для народження таких частинок не витрачається енергія, то такі процеси можуть відбуватися спонтанно. Залишається оцінити їхню ймовірність у залежності від початкового радіуса та розглянути

можливі механізми росту новонароджених малих світів — росту, який би забезпечував перетворення таких замкнутих світів-маляток у великі розвинуті всесвіти. Одним із популярних механізмів росту малих всесвітів є так звана інфляція, яка забезпечується матерією з особливим "вакуумним" рівнянням стану, що має від'ємний і досить великий ефективний тиск. Зазначена вище схема лежить в основі нової дисципліни — квантової космології".

Серед учнів-послідовників П. І. Фоміна, вихідців харківської теоретичної школи І. М. Ліфшиця та О. І. Ахієзера, — *О. Віленкін*, нині один із відомих космологів світу.

Олександр Віленкін (нар. 1949 р., м. Харків) закінчив у 1971 р. Харківський університет (кафедра статистичної фізики і термодинаміки). У 1976 р. переїхав до США, де вже у 1977 р. отримав ступінь доктора наук в Університеті штату Нью-Йорк у Буффало. Від 1978 р. працює в Університеті мистецтв, науки та техніки Тафтса (Медфорд, штат Массачусетс) професором фізики (1987) і директором Інституту космології (1989). Автор понад 160 праць, серед яких широко відома монографія *"Космічні струни та інші топологічні дефекти"* (у співавторстві з *Е. Шеллардом*, 1994). Головні дослідження в галузі квантової космології і інфляції, теорії високоенергетичних космічних променів, теорії чорних дір, теорії бран і струн.

(С) Світова слава прийшла до нього після виходу в світ роботи "Створення Всесвіту з нічого" (Phys. Lett.,1982), в якій він довів можливість створення Всесвіту з вакууму завдяки просторово-часовим флуктуаціям квантової енергії. Пізніше разом із A. Борде довів, що "всесвіт, котрий вічно інфляціонує в майбутнє, не може бути геодезично повним у минулому, а тому в минулому повинна існувати першопочаткова сингулярність, тобто початок". Концепцію малих всесвітів, що народжуються із вакууму, розвинув також в роботах разом із Дж. Гарригою. О. Віленкін є одним із авторів теорії струн, утворених у першопочатковому гарячому всесвіті, які, як вважається, повинні відігравати велику роль у передачі енергії і матерії до галактик.

(С–Ц) Уподобання О.Віленкіна склалися ще в останньому класі школи після прочитання книги А. Еддінгтона "Математична теорія відносності", про що він пізніше зауважив: "Я був зачарований красою теорії, особливо тією обставиною, що її можна застосувати для вивчення Всесвіту в цілому, починаючи від його зародження й Великого Вибуху. Я вважав, що можливість брати участь у цьому дослідженні та сприяти створенню чогось нового – це і є межа щастя" (газета "Дзеркало тижня", № 425, 2002). На третьому курсі університету О. Віленкін познайомився з молодим талановитим фізиком П. І. Фоміним, який за-

хопив його своїми ідеями квантового підходу до гравітації і космології. I хоча його дипломна робота була присвячена ефекту розсіювання електронів на поверхні металів, зерна, кинуті Петром Івановичем, виявилися стійкішими. Після закінчення університету з відзнакою на О. Віленкіна чекав важкий час випробувань, навіть найважчий з огляду на долю його покоління, коли до фізиків ставилися як до інтелектуальної еліти нації. Він не міг знайти роботи. Спроби відомого фахівця з теорії металів Е. Канера, керівника дипломної роботи О.Віленкіна, влаштувати його на роботу в Інститут радіофізики і електроніки АН УРСР, виявилися марними. Тоді він вирішив взяти О. Віленкіна в аспірантуру, але аспірантуру ... ліквідували. Спроби влаштуватися на роботу у Харківський університет та Фізико-технічний інститут низьких температур виявилися безрезультатними – перед О. Віленкіним зачинялися усі двері. Відкрилися лише одні – армійська служба в будбаті під Конотопом, оскільки за станом здоров'я він був звільнений від занять на військовій кафедрі університету. Після демобілізації, можливо, як демарш (тільки він знає) пішов працювати сторожем у Харківський зоопарк. Тоді саме і вирішив емігрувати з СРСР. Згадуючи цю сторінку свого харківського життя (засвідчену на його веб-сайтах та в офіційних біографіях), О. Віленкін стверджує, що у такий спосіб КДБ мстило йому за його відмову стати інформатором. Важко ставити питання, як склалася б доля Олександра Віленкіна, знайди він свого часу роботу в наукових закладах Харківщини. Тим паче, що у 1980-90-х рр. більшість з його колег-теоретиків, як і взагалі талановитих науковців, виїхали працювати за межі України. Очевидне одне – настав "час збирати каміння", тобто запросити всіх працювати для розвитку науки в Україні.

## 1944 р. – 1980-ті рр., м. Київ Київський національний університет ім. Тараса Шевченка НТУУ "Київський політехнічний інститут"

У 1944 р. на запрошення *С. К. Всехсвятського* ([477], с. 314) до Києва переїхав *О. Ф. Богородський* ([477], с. 318).

Олександр Федорович Богородський (1907, м. Горлівка Донецької обл. – 1984, м. Київ) – відомий астрофізик, докт. фіз.-мат. н. (1964), професор (1963); закінчив Педагогічний інститут у Ростові-на-Дону, РФ (1931). У 1938–44 рр. працював у Пулковській обсерваторії. Після переїзду до Києва на різних посадах працював на кафедрі астрономії та в Астрономічній обсерваторії Київського університету, у т.ч завідувачем відділу (1944–72) та директором Астрономічної обсерваторії (1953–72). Головні праці присвячені ЗТВ, фізиці Сонця, історії астрономії. У своїх книгах докладно розглянув астрономічні ефекти ЗТВ: дослідив

особливості поширення світла у гравітаційному полі, дав загальний розв'язок релятивістської задачі Кеплера, руху частинки у полі центрального тіла, що обертається. Узагальнив принцип еквівалентності, вирішив рівняння поля для різних часткових випадків, досліджував релятивістські ефекти в русі ШСЗ.

(Ц) За багато років своєї педагогічної діяльності Олександр Федорович підготував не одне покоління нині працюючих астрономів України. Він запровадив читання лекцій з ЗТВ і космології, які стали неодмінною складовою в курсі астрономічних дисциплін кафедри. О. Ф. Богородський був надзвичайно талановитим лектором і міг дохідливо пояснити складні речі, звертаючи увагу і на красоту математичного апарату ЗТВ, і на інтерпретацію її фізичних наслідків. Великою заслугою О. Ф. Богородського є започаткування систематичних досліджень з релятивістської астрофізики в Астрономічній обсерваторії Київського університету.

Пізніше головну роль у поширенні "генеалогічних гілок древа ЗеТеВістів на стародавній землі цієї обсерваторії" взяв на себе його перший учень з 3TB - A. В. Манджос, який ще за студентських років співпрацював з Олександром Федоровичем, а кандидатську дисертацію (1971) присвятив дослідженню "космологічного впливу на острівні системи". Пізніше під керівництвом О. Ф. Богородського 3TB-дослідження виконали його учні С. В. Хміль (1979) і Ф. Є. Хлистун (1983).

Андрій Володимирович Манджос (1942, м. Житомир – 1997, м. Київ) – астрофізик, доктор фіз-мат. наук (1997). Закінчив Київський університет (1965). Працював у Астрономічній обсерваторії цього ж університету на різних посадах, у т.ч. від 1987 р. очолював відділ астрофізики і фізики Сонця. Наукові дослідження: поширення електромагнітних випромінювань у гравітаційних полях, ефекти гравітаційного космічного лінзування, спостережні основи космології. В 1997 р. захистив докторську дисертацію "Взаємокогерентні властивості випромінювання у гравітаційно-лінзовій оптиці".

Сергій Васильович Хміль (нар. 1951 р., м. Київ) – астрофізик, канд. фіз.-мат. наук (1979). У 1973 р. закінчив Київський університет, де після закінчення аспірантури працював на кафедрі астрономії і фізики космосу, а від 1987 р. – старшим науковим співробітником Астрономічної обсерваторії. У 1979 р. під керівництвом О.Ф.Богородського захистив кандидатську дисертацію *"Про когерентні властивості випромінювання зір"*. Основні напрями наукової діяльності: когерентні властивості випромінювання зір, теоретичні та спостережні дослідження гравітаційного лінзування, створення алгоритмів обробки та реконструкції зображень і спектрів квазарів.

Федір Єремейович Хлистун (нар. 1946 р., м. Київ) – астрофізик; після закінчення Київського університету (1969) працював на різних посадах, у т.ч. старшим науковим співробітником в Астрономічній обсерваторії до 1995 р. У 1983 р. захистив кандидатську дисертацію "Про вплив гравітаційних полів на поляризаційні властивості електромагнітного випромінювання астрономічних об'єктів".

Дослідження ЗТВ на кафедрі фізики Київського політехнічного інституту у 1950-х рр. пов'язані, насамперед, з іменами подружжя А. Є. Лєвашева та О. С. Іваницької.

Анатолій Євгенович Лєвашев (1898—1979, м. Мінськ, Білорусь) фізик, доктор фіз.-мат. наук, професор. Трудову діяльність розпочав у 1918 р. Працюючи викладачем робфаку, навчався в Середньоазіатському державному університеті (САДУ, Ташкент), де потім у 1928—30 рр. працював на посаді асистента. Від 1930 р. працював доцентом, а потім завідувачем кафедри фізики Ленінградського машинобудівного інституту. Завідував кафедрами САДУ, Київського інституту кіноінженерів, Київського політехнічного інституту, у 1962 р. — професор Київського університету.

(С–Ц) У 1962 р. на запрошення академіка Ф. І. Федорова подружжя Лєвашев–Іваницька переїхали до Мінська, де професор А. Є. Лєвашев очолив кафедру теоретичної фізики Білоруського університету (до 1973 р.), а Ольга Семенівна Іваницька почала працювати у створеному в 1955 р. Інституті фізики і математики Білоруської АН. Від 1973 р. А. Є. Лєвашев працював професором-консультантом кафедри теорфізики. Засновник школи з гравітації і ЗТВ в Білорусі, член секції гравітації НТР МВММО СРСР. У 1976 р. організував у Мінську IV Всесоюзну конференцію з ЗТВ і гравітації. Від 1980-х рр. кафедра теоретичної фізики Білоруського університету була головною організацією в СРСР з проблеми "Гравітація та електромагнетизм" і проводила регулярні робочі наради; у 1998 р. у Мінську відбулася меморіальна міжнародна конференція до 100-річчя з дня народження А. Є Лєвашева.

(С) Головні дослідження А. Є. Лєвашева пов'язані з фізичною інтерпретацією ЗТВ, для чого він застосував алгебраїчні методи, теорію розшарованих просторів та принцип двійковості, який дозволяє поширити теорію відносності на дискретні простори та розвинути релятивістську електродинаміку надвисоких частот. Запропонував аксіоматичний підхід до застосування принципу двійковості з м'якими тетрадами, що виявився ефективним для ЗТВ та релятивістської електродинаміки тіл, що обертаються. Результати цих досліджень опубліко-

вані у двох монографіях, перша з яких, "Элементарные частицы" (1960), вийшла за роки його роботи в Києві.

Наприкінці 1950-х рр. на радіофізичному факультеті Київського університету під керівництвом А. Є. Лєвашева розпочав експериментальні дослідження з ЗТВ В. І. Воронцов.

Віталій Іванович Воронцов (1935, с. Лампежня Архангельської обл. (РФ) – 1993, м. Київ) – радіофізик, доктор фіз.-мат. наук (1981), професор (1983). Закінчив Київський університет (1958), де й працював від 1962 р. на радіофізичному факультеті, у т.ч. у 1979–91 рр. – заступником декана. Низка праць виконана у співавторстві з *А. Є. Лєвашевим*, у т.ч. робота з приведення до лоренц-коваріантного вигляду спецкурсу *"Електродинаміка НВЧ"*, що увійшла до монографії А. Є. Лєвашева *"Движение и двойственность в релятивистской электродинамике"* (Мінськ, 1979). Наукові дослідження: електродинаміка неінерційних і прискорених активних та пасивних систем, квантова гірометрія, лазерна фізика. Розробив макроскопічну електродинаміку, що відповідає симетричній і антисиметричній двійковості. Брав активну участь у розробці приладів з лазерними гіроскопами та акселерометрами для космічного лазерного зв'язку і досліджень космічних об'єктів.

(Ц) Важливу роль у створенні Інституту фізики і математики БАН зіграв відомий білоруський фізик, академік Ф. І. Федоров. Саме під його керівництвом в цьому інституті були розгорнуті дослідження з фізики елементарних частинок та ЗТВ, у яких помітне місце займали праці О. С. Іванииької. На основі запропонованих Ф.І.Федоровим векторної параметризації групи Лоренца та методу універсальних рівнянь були розвинуті оригінальні ефективні підходи у теорії поля і частинок; передбачені нові поляризаційні, топологічні та нелінійні ефекти в динаміці мікро- і макросистем, у т.ч. зареєстровані експериментально. Подружжя Лєвашев- Іваницька після переїзду до Мінська підтримувало тісні зв'язки з київськими колегами. Окрім того, Ф. І. Федоров упродовж багатьох років був Головою спеціалізованої ради з захисту дисертацій, а її членом – професор К. А. Пирагас, науковий керівник чималого числа київських фізиків-релятивістів. У 1980-90 рр. серед тих, хто захистив дисертації саме на цій спеціалізованій раді, – львівські фізики-теоретики Р. М. Пляцко (1979, науковий керівник – О. С. Іваницька), В. О. Пелих (1980), Р. Я. Мацюк (1985) та київські фізики-теоретики Ф. Є. Хлистун (1983), Ю. М. Кудря (1988), О. М. Александров (1992), В. І. Жданов (1992).
## 1950-ті рр. — по теперішній час, м. Дніпропетровськ Дніпропетровський національний університет

Кафедра теоретичної фізики стала першою спеціалізованою кафедрою на фізичному факультеті в Дніпропетровському університеті. У 1928 р. створив її та завідував до 1945 р. Б. М. Фінкельштейн (1902, м. С.-Петербург, РФ – 1962, м. Москва, РФ), учень А. Ф. Йоффе і Я. І. Френкеля. Серед відомих співробітників і випускників Дніпропетровсього університету – О. С. Компанієць, О. Ф. Кирпичов, Е. В. Синяков, О. З. Голик, В. І. Огієвецький. І. М. Халатников, М. П. Коркіна та інші. Від 1950-х років одним із напрямів роботи кафедри теоретичної фізики стали дослідження з теорії елементарних частинок, космічного випромінювання, квантової теорії поля, теорії гравітації, які пов'язані з іменами О. Ф. Кирпичова, О. О. Боргардта, М. П. Коркіної, В. С. Ваняшина.

Ісаак Маркович Халатников (нар.1919 р., м. Дніпропетровськ) – відомий фізик, доктор фіз.-мат. наук, професор, академік АН СРСР (1984). Закінчив Дніпропетровський університет (1941); у 1946–65 рр. працював у Інституті фізичних проблем АН СРСР; ініціатор створення і від 1965 р. – перший (нині – почесний) директор Інституту теоретичної фізики ім. Ландау АН СРСР (нині РАН). Починаючи від 1954 р., викладав у МФТІ (від 1956 р. – професор).

(C) I. М. Халатников – один із провідних спеціалістів світу в галузі теорії квантової рідини, де він продовжив дослідження, започатковані Л. Д. Ландау: створив теорію релаксаційних процесів у рідкому гелії; розглянув різноманітні гідродинамічні процеси в ньому, у т.ч. ударні хвилі; побудував гідродинаміку і теорію кінетичних явищ розчинів ізотопів гелію; сформулював феноменологічну теорію сумішей фермі- і бозе-рідин; розвинув оригінальний метод підсумовування нескінченної послідовності фейнманівських діаграм, який знайшов широке застосування у статистичній фізиці та теорії елементарних частинок. Багаторічна співпраця з Є. М. Ліфшицем, а пізніше з В. О. Белінським, "ознаменувалася" низкою пріоритетних досягнень в космології і релятивістській астрофізиці (1963): відкриття в космологічних моделях нового коливного типу поведінки поблизу особливості за часом привело до побудови загального космологічного рішення рівнянь Айнштайна з особливістю за часом. Цей результат дуже важливий для розуміння процесів на ранніх стадіях Всесвіту. У розвиток своєї ранньої роботи з Є. М. Ліфшиием і І. М. Ліфшицем знайшов точне вирішення задачі про стохастичні властивості еволюції однорідних моделей Всесвіту, що є першим випадком точного вирішення задачі про хаотичний режим. Розвинув якісні методи дослідження еволюції Всесвіту із врахуванням дисипативних процесів. Автор циклу робіт з релятивістської гідродинаміки, а

також "віртуозної" за використаними математичними прийомами роботи з трьохвимірного квазікристалічного розсіяння в квантовій механіці.

(Ц) Педагогічна діяльність у МФТІ, непересічна особистість і широке поле творчих ідей сприяли згуртовуванню навколо Ісаака Марковича талановитих фізиків-теоретиків. Понад десять його учнів захистили докторські дисертації, серед них — С. Л. Парновський (один із авторів цієї книги), який спочатку був його студентом, а згодом під його керівництвом захистив кандидатську дисертацію.

Марія Петрівна Коркіна (нар. 1931 р., м. Москва, РФ) — фізик-теоретик, доктор фіз.-мат. наук (1988), професор (1991). Закінчила Дніпропетровський університет (1954), у 1954—56 рр. працювала викладачем Гірничого технікуму у м. Богданович Свердловської обл., РФ, після чого поступила в аспірантуру Дніпропетровського університету. Від 1956 р. працює в цьому університеті на різних посадах: у 1959—63 рр. на кафедрі математичного аналізу; від 1963 р. на кафедрі теоретичної фізики — асистентом (1963), доцентом (1967), професором (1991).

(С) Саме працюючи на кафедрі теоретичної фізики, Марія Петрівна започаткувала на Дніпропетровщині дослідження в галузі ЗТВ та космології. Її кандидатська дисертація була присвячена питанням квантованої взаємодії електромагнітного і гравітаційного полів (1963), докторська — сферичним конфігураціям у ЗТВ (1988). Створила на кафедрі новий напрям досліджень — методи знаходження і дослідження точних рішень рівнянь ЗТВ. 6 учнів М. П. Коркіної захистили дисертації з ЗТВ. Наукові дослідження: розроблено нові методи розв'язку рівнянь ЗТВ, отримано та досліджено нові сферично симетричні розв'язки, статичні та залежні від часу, а також розв'язки з конформноінваріантним скалярним полем та *Т*-розв'язки. На підставі цих розв'язків побудовані моделі сферичних релятивістських конфігурацій статичних, пилоподібних, з рівнянням стану рідини, а також космологічні моделі фрідманівського типу при наявності тиску та скалярного поля.

Олександр Олексійович Капустников (нар. 1946 р.) — фізик-теоретик; закінчив Дніпропетровський університет (1968) та аспірантуру (1971). Від 1972 р. працює на кафедрі теоретичної фізики Дніпропетровського університету, у т.ч. на посадах доцента і професора. Доктор фіз.-мат. наук (1992). Наукові дослідження, які проводяться під його керівництвом, стосуються побудови адекватної геометричної теорії суперструн на основі нелінійних у-моделей. Зокрема, отримано ефективний твісторно-гармонійний опис суперструн у межах точно інтегровних моделей Весса–Зуміно–Новикова–Віттена.

Валентин Данилович Гладуш (нар. 1949 р.) – фізик; закінчив Дніпропетровський університет (1971). У 1981 р. захистив кандидатську дисертацію "*Memodu розщеплення та їх застосування в теорії поля і гравітації*". Від 1971 р. працює в Дніпропетровському університеті, наразі – доцент кафедри теоретичної фізики. Головні наукові дослідження: розбудова апарату теорії розщеплення псевдоріманових многовидів та їх застосування до задач ЗТВ і багатовимірних теорій типу *Калуци–Клейна*; дослідження космологічних об'єктів на основі точних рішень рівнянь ЗТВ за допомогою методів розщеплення.

Сергій Борисович Григор'єв (нар. 1959 р.) – фізик; закінчив Дніпропетровський університет (1981). У 1986 р. під керівництвом М. П. Коркіної захистив кандидатську дисертацію "Сферично-симетричні рішення з нелінійним скалярним полем в теорії гравітації". У 1983–88 рр. працював у Дніпропетровському хіміко-технологічному інституті, від 1988 р. – доцент Дніпропетровського університету. Головні дослідження: точні рішення в ЗТВ, якісний аналіз рівнянь Айнштайна і їх розв'язків.

Олег Юрійович Орлянський (нар. 1965 р.) — фізик; закінчив Дніпропетровський університет (1987). Після служби в армії поступив до аспірантури (1990) та у 1994 р. під керівництвом *М. П. Коркіної* захистив кандидатську дисертацію *"Точні сферичні розв'язки рівнянь Айнштайна для ідеальної рідини*". Від 1996 р. працює доцентом кафедри теоретичної фізики Дніпропетровського університету.

В'ячеслав Валерійович Бурликов (нар. 1973 р.) — фізик; після закінчення Дніпропетровського університету (1995) навчався в аспірантурі і від 1999 р. працює асистентом кафедри теоретичної фізики Дніпропетровського університету. Кандидатська дисертація "*Релятивістські сферичні конфігурації з рівнянням стану ідеальної рідини*" (науковий керівник — М. П. Коркіна).

1948 р. — до теперішнього часу, м. Львів Астрономічна обсерваторія і кафедра теоретичної фізики Львівського національного університету ім. Івана Франка Інститут прикладних проблем механіки і математики (ІППММ) ім. Я. С. Підстригача НАН України Інститут фізики конденсованих систем (ІФКС) НАН України

У 1948 р. С. А. Каплан після закінчення аспірантури Ленінградського університету переїхав до Львова, де до 1961 р. працював завідувачем відділу астрофізики (1948–50) та заступником директора Астрономічної обсерваторії (1950–52), доцентом (1952–59) та професором кафедри теоретичної фізики (1959–61) Львівського університету.

Самуїл Аронович Каплан (1921, м. Рославль Смоленської обл., РФ – 1978, м. Нижній Новгород, РФ) – відомий астрофізик, доктор фіз.-мат. наук (1957), професор (1958). Закінчив екстерном Ленінградський педагогічний інститут (1945), аспірантуру (1948) при Ленінградському університеті. Від 1961 р. працював у м. Горькому (Нижній Новгород, РФ) у науково-дослідному Радіофізичному інституті, від 1963 р. – професор Горьківського університету. Наукові досягнення: ще в кандидатській дисертації розвинув теорію охолодження білих карликів (теорія Каплана-Местела); вніс вагомий внесок у теорії фізики зір та міжзоряної газодинаміки, релятивістської астрофізики, нестаціонарного розсіювання світла; у 1949 р. вирішив задачу про стійкість колових орбіт у гравітаційному полі релятивістських об'єктів – у полі Шварцшільда (вважається і досі найбільш цитованою його роботою з ЗТВ). У 1957 р. під час Міжнародного геофізичного року доклав чимало зусиль для підготовки перших спостерігачів ШСЗ (Фірюза, 1957), організував станцію оптичних спостережень ШСЗ та заміську базу спостереження обсерваторії в с. Брюховичі. Один із піонерів плазмової астрофізики. Зроблені ним у співавторстві розрахунки різних плазмових процесів стали основою багатьох робіт з теорії радіовипромінювання Сонця, теорії пульсарів та галактичних ядер.

(Ц) Не тривіальною була причина переїзду С. А. Каплана з Ленінграда до Львова, який відбувся фактично під час другого "наїзду" на фізиків-релятивістів. У своїй дисертації, як уже згадувалося, Самуїл Аронович провів дослідження білих карликів. Так от, саме "за буржуазний підхід до вирішення проблеми білих карликів" (процитував в огляді робіт "тільки іноземних вчених") його заслали до Львова. Приїзд Каплана суттєво "збурив" роботу фізиків-теоретиків та астрономів Львівського університету. Він фактично заснував тут новий напрям досліджень — фізика міжзоряного середовища. Автор широко відомих монографій та науково-популярних книг з питань міжзоряної газодинаміки та фізики плазми.

Серед його учнів і послідовників у галузі космічної газодинаміки — *I. А. Климишин.* 

Іван Антонович Климишин (нар. 1933 р., с. Котиська Тернопільської обл.) – відомий астрофізик, доктор фіз.-мат. наук, професор, академік АН вищої школи України. Після закінчення Львівського університету (1955) навчався в аспірантурі та працював на різних посадах у Астрономічній обсерваторії цього університету, у т.ч. завідувачем відділу та заступником директора з наукової роботи. Від 1974 р. – професор кафедри фізики Івано-Франківського педагогічного інституту; від 1993 р. – завідувач кафедри теоретичної фізики, від 1996 р. – завідувач кафедри релігієзнавства Прикарпатського університету. Автор

багатьох праць з теорії ударних хвиль (у т.ч. з релятивістської гідродинаміки); монографій і підручників (у т.ч. книги *"Релятивістська астрономія"* (1980)), що витримала багато перевидань.

У 1971 р. відомі науковці — фізик *М. Т. Сеньків* і математик *В. Я. Скоробагатько* — зорганізували міський науковий семінар, з якого і почалась нова хвиля релятивістських досліджень у Львові, а гребінь її прийшовся, головним чином, на ІППММ НАН України, ІФКС НАН України та Львівський університет. Семінар працює і донині.

(Ц) "Діти" того семінару — В. О. Пелих, Р. М. Пляцко, Р. Я. Мацюк та І. Т. Жук (скерований згодом М. Т. Сеньківим до Інституту теоретичної фізики в Київ). Згодом у 1976—79 рр. до них приєднався Б. І. Гнатик.

Михайло Теодорович Сеньків (1925, с. Тростянець Івано-Франківської обл. — 1993, м. Львів) — фізик; закінчив Львівський університет (1950). Від 1950 р. працював на фізичному факультеті Львівського університету на різних посадах, у т.ч. (1957—71) деканом фізичного факультету; у 1971—73 рр. завідував кафедрою теоретичної фізики. Науковим керівником його дисертаційної роботи був професор *В. Міліянчук*, який мав значний вплив на формування Львівської школи теоретичної фізики.

Віталій Якович Скоробогатько (1927, м. Київ – 1996, м. Львів) – математик, доктор фіз.-мат. наук (1963), професор. У 1945-51 рр. навчався в Московському та Львівському університетах. У 1951-63 рр. – аспірант, асистент, доцент Львівського університету. Від 1963 р. працював у різних установах АН України, від 1969 р. і до кінця життя очолював відділ диференціальних рівнянь і теорії функцій в ІППММ НАН України. В. Я. Скоробогатько був ученим із широким діапазоном математичної творчості, написав низку монографій. Він не лише отримав вагомі результати в області диференціальних рівнянь, конструктивної теорії функцій, обчислювальної математики, теоретичної і математичної фізики, але й став творцем сучасної математичної школи, виховавши 8 докторів та 23 кандидати наук, серед яких 1 доктор і 3 кандидати наук у галузі ЗТВ. Найважливіші досягнення В. Я. Скоробогатька в галузі ЗТВ: вивчав рівняння теорії тяжіння з вищими похідними, розвинув багатоточкову геометрію – узагальнення евклідової геометрії, де "пряма" визначається *n*-точками (n > 2), та застосував її в теорії фізичних полів; досліджував універсальні матричні рівняння Федорова. В. Я. Скоробогатько – один із ініціаторів створення Українського товариства гравітації, релятивістської астрофізики та космології.

Роман Якович Мацюк (нар. 1948 р., м. Львів) — фізик; закінчив Львівський університет. У 1985 р. захистив кандидатську дисертацію "Пуанкаре-інваріантні рівняння руху в лагранжевій механіці з вищими

*похідними*". Від 1973 р. працює в ІППММ НАН України. Головні напрями досліджень — інваріантні задачі релятивістської механіки з вищими похідними; обернена задача варіаційного обчислення; симетрійні методи в теорії зовнішніх диференційних систем.

Володимир Олександрович Пелих (нар. 1949 р., м. Радехів Львівської обл.) — фізик; закінчив Львівський університет (1971). Кандидатська дисертація *"Додаткові умови в ЗТВ"* (1980). Підготував докторську дисертацію "*Обґрунтування, розвиток та застосування локально-коваріантних методів у ЗТВ"*. Від 1974 р. працює в ІППММ НАН України, 1997 р. — завідувач відділу теорії диференціальних рівнянь, 2003 р. заступник директора інституту. Основні напрями наукової діяльності: задача Коші та додаткові умови в ЗТВ, обґрунтування теорії систем відліку, проблема додатної визначеності гравітаційної енергії, опис взаємодії гравітаційно-інерційних та спінорних полів. Довів рівносильність спінорного методу Віттена та тензорного методу Нестера, теорему про додатну визначеність гравітаційної енергії, виявивши тим самим природу спінорного поля Віттена.

Роман Михайлович Пляцко (нар. 1952 р., с. Кулява Львівської обл.) – фізик, доктор фіз.-мат. наук; закінчив Львівський університет (1974). 1974—77 рр. – аспірант Інституту фізики АН Білорусі (науковий керівник – О. С. Іваницька), де підготував кандидатську дисертацію "Ефекти теорії тяжіння Айнштайна, зумовлені коливаннями та спіном пробного тіла" (1979). Від 1977 р. працює в ІППММ НАН України. Докторська дисертація "Теорія гравітаційної ультрарелятивістської спін-орбітальної взаємодії" (2003). Основні наукові праці – в галузі теорії гравітації і ЗТВ, у т.ч. монографія "Прояви гравітаційної ультрарелятивістської спін-орбітальної взаємодії" (К.: Наук. думка, 1988). Низка праць виконана разом з О.-М. Біланюком (з останніх – Ultrarelativistic circular orbits of spinning particles in a Schwarzschild field, Class. Quantum Grav., 2005, v.22, 1545).

Богдан Іванович Інатик (нар. 1952, с. Бережанка Тернопільської обл.) – астрофізик, доктор фіз.-мат. наук (1997). Закінчив Львівський університет (1974). Працював у ІППММ НАН України (Львів, 1976–2000). Від 2000 р. – директор Астрономічної обсерваторії Київського університету (нині – НДЛ "Астрономічної обсерваторія" при кафедрі астрономії та фізики космосу фізичного факультету). Напрями досліджень: космічна газодинаміка, нестаціонарні високотемпературні процеси та ударні хвилі в космічній плазмі, в тому числі і в релятивістських умовах. Останнім часом приділяє увагу дослідженням космічних променів високих енергій, можливим наслідкам існування космічних струн в астрофізиці та космології.

Підготував перспективного фахівця-астрофізика О. Л. Петрука – співробітника Астрономічної обсерваторії Львівського університету, дисертація якого присвячена гідродинамічному моделюванню залишків наднових зір.

Значно вплинув на становлення та розвиток релятивістського напряму досліджень у Львові професор *Р. П. Гайда*, учні якого працюють зараз в ІППММ НАН України та ІФКС НАН України.

Роман Пантелеймонович Гайда (1928, с. Підмихайля Івано-Франківської обл. – 1998, м. Львів) – відомий вчений у галузі квантової електродинаміки і ЗТВ. Доктор фіз.-мат. наук, професор. Закінчив Львівський університет (1951). Науковим керівником дипломної та кандидатської (1954) робіт був професор В. Міліянчук. У 1955–73 рр. – доцент, а від 1973 р. – завідувач кафедри теоретичної фізики Львівського університету. На початку 1970-х організував постійний науковий семінар з питань релятивістської механіки. Від 1978 р. працював у ІППММ НАН України, а від 1991 р. – у ІФКС НАН України, де завідував відділом. Докторська дисертація *"Релятивістька класична теорія прямих взаємодій частинок у тривимірному формулюванні* " (1985). Дійсний член НТШ (1992), був головою Комісії з фізики (1989–98), відповідальним редактором *Фізичного збірника НТШ*", членом редколегії "УФЖ" та "Cond. Matt. Phys.".

Серед учнів-ЗеТеВістів Р. П. Гайди — доктор фіз.-мат. наук В. І. Третяк (наразі завідує лабораторією ІФКС НАН України), кандидати фіз.-мат. наук Ю. Б. Ключковський (нині — народний депутат України), А. Дувіряк, Ю. Яремко, В. Шпитко.

У Астрономічній обсерваторії Львівського університету дослідження з космології продовжують *Б. С. Новосядлий* та його учні.

Богдан Степанович Новосядлий (нар. 1957 р., с. Біла Тернопільської обл.) – астрофізик; закінчив Львівський університет ім. І. Франка (1979). Від 1981 р. працює на різних посадах в Астрономічній обсерваторії Львівського університету, від 2002 р. – директор. Читає спецкурси з космології та фізики галактик для студентів-астрономів фізичного факультету університету. Роботи з аналізу розвитку космологічних збурень густини і швидкості речовини розпочав у 1983 р. спільно з *Пелихом В.О.* Пізніше навчався в аспірантурі Астрокосмічного центру Фізичного інституту РАН ім. П. М. Лєбєдєва (1988–1991), захистив кандидатську дисертацію на тему *"Моделювання великомасштабних потоків речовини у Всесвіті та спектри первинних збурень*" (наук. керівник – доктор фіз.мат. наук *В. М. Лукаш*). Основні напрями досліджень пов'язані із формуванням великомасштабної структури Всесвіту та її елементів, анізотропією температури реліктового випромінювання, визначенням

космологічних параметрів та обмежень на моделі за сукупністю даних спостережуваної космології. Підготував двох перспективних спеціалістів з космології – Ю. Б. Чорнія та С. Є. Апуневича.

Юрій Богданович Чорній (нар. 1964 р., м. Львів) закінчив Львівський університет (1986), працював у Астрономічній обсерваторії університету від 1989 до 2004 р. Лауреат премії ім. Ю. Дрогобича Української астрономічної асоціації за кращу наукову роботу серед молодих астрономів України (1994). У 1998 р. захистив кандидатську дисертацію *"Просторовий розподіл галактик і квазарів та спектр потужності первинних збурень густини*". Від 2004 р. проживає і працює у м. Вільнюсі (Литва).

Степан Євгенович Апуневич (нар. 1973 р., м. Львів) закінчив Львівський університет (1995), аспірантуру при кафедрі астрофізики (2000). У 2002 р. захистив кандидатську дисертацію "Флуктуації температури реліктового випромінювання та формування великомасштабної структури Всесвіту". Коло наукових інтересів: космологічні релікти та параметри інфляційних моделей Всесвіту.

## 1963 р. – до теперішнього часу, м. Одеса Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова

Розвиток теоретичних досліджень в Одеському університеті бере свій початок від 1935 р., коли німецький фізик Гвідо Бек емігрував в Україну. Маючи за плечима широкий досвід роботи в університетах Німеччини, Австрії та Швейцарії (зокрема, упродовж 5 років працював асистентом В. Гейзенберга), Г. Бек прочитав студентам за два роки всі розділи теоретичної фізики. Серед його учнів були майбутні професори А. Ю. Глауберман, М. М. Альперін, В. В. Маляров, Г. В. Скроцький. Один із його уважних слухачів, майбутній доцент університету Ю. Г. Векштейн, ретельно законспетував ці лекції і вони стали на певний час основою викладання теорфізики в університеті. В. В. Маляров читав у подальшому курс ЗТВ та теорії ядра, а у 1958 р. видав монографію "Основи теорії атомного ядра ", яка перевидавалась російською і англійською мовами. І хоча в ті роки співробітниками кафедри не було отримано значних результатів, подальшому розвитку теоретичних досліджень у значній мірі сприяли зорганізовані А. І. Костаревим і В. В. Маляровим так звані Всесоюзні Одеські симпозіуми з теоретичної фізики, які проводилися майже кожні два роки від 1961 до 1989 р. разом із Інститутом теоретичної фізики ім. Л. Д. Ландау.

(С–Ц) У 1963 р. на запрошення тодішнього ректора Одеського університету О. І. Юрженка в Одесу переїхав професор кафедри ядерної фізики Мінського університету *Й. З. Фішер* та зайняв посаду завідувача кафедри теоретичної фізики. Свою кандидатську дисертацію на початку 1950-х років Й. З. Фішер присвятив ЗТВ, отримавши т. зв. *метрику* 



Фішера. Але в подальшому він "відійшов" від теорії гравітації, розпочавши дослідження з теорії рідини. Оскільки на час переїзду в Одесу Й. 3. Фішер вже був одним із авторитетних вчених у цій галузі, він за короткий час перетворив "провінційну" кафедру на потужний колектив дослідників з теорії рідини та статистичної фізики конденсованих середовищ і розгорнув широке міжнародне співробітництво. З поверненням до Одеси у 1966 р. професора А. Ю. Глаубермана, який очолив НДІ фізики університету, розпочалися дослідження з фізики твердого тіла. Від 1978 р., коли кафедру теоретичної фізики очолив професор В. М. Адамян, до цих напрямів добавилися дослідження з металофізики і фізики плазми, теорії в'язких рідин. У 1982 р. *О. І. Жук* розпочав на кафедрі дослідження з теорії гравітації, космології та квантової теорії поля.

Олександр Іванович Жук (нар. 1954 р., станція Бада Читинської обл., РФ), фізик, доктор фіз.-мат. наук. У 1971 р. поступив до Одеського університету, у 1974 р. перевівся в Московський фізико-технічний інститут (МФТІ). Після закінчення МФТІ (1977) працював у Астрономічній обсерваторії Одеського університету (1977–79), а потім навчався в аспірантурі Фізичного інституту ім. Лєбєдєва АН СРСР (ФІАН) під керівництвом В. П. Фролова (1979–82). Від 1982 р. працює на кафедрі теоретичної фізики Одеського університету, у т.ч. від 1999 р. – провідним науковим співробітником. Головні наукові дослідження: розбудова багатовимірних класичних і квантових космологічних моделей на основі калібровочно-коваріантного рівняня Уіллера–де Вітта, яке описує квантову поведінку багатовимірного Всесвіту, та знаходження і дослідження його розв'язків; виявлення ефектів взаємодії гравітаційних екситонів з полями стандартної космологічної моделі, які можуть вказувати на багатовимірність Всесвіту.

> 1970-ті рр. — до теперішнього часу, м. Київ Інститут теоретичної фізики НАН України Український центр стандартизації і метрології Держкомстандарту СРСР Астрономічна обсерваторія Київського національного університету ім. Тараса Шевченка Головна астрономічна обсерваторія НАН України

1980-ті рр. — по теперішній час, м. Харків НДІ Астрономії Харківського національного університету ім. В.Н.Каразіна Радіоастрономічний інститут НАН України

У 1970 р. О. З. Петров на запрошення члена-кореспондента АН УРСР В. П. Шелеста та керівництва АН УРСР переїхав до Києва, де

очолив відділ теорії відносності та гравітації в Інституті теоретичної фізики АН УРСР.

Олексій Зіновійович Петров (1910, с. Кошки Самарської області, РФ – 1972, м. Київ) - відомий фізик, академік АН УРСР. Закінчив Казанський університет, РФ (1937), після чого працював у вищих учбових закладах Казані та розпочав наукові дослідження з диференціальної геометрії під керівництвом професора П. А. Широкова. У 1943 р. отримав короткочасну відпустку з діючої армії для захисту кандидатської дисертації в Казанському університеті. У серпні того ж року, після поранення, демобілізувався. Від 1945 р. працював на різних посадах у Казанському університеті, у т.ч. від 1956 р. – професором кафедри геометрії; у 1960 р. створив кафедру теорії відносності та гравітації, яку очолював до від'їзду в Київ. Створив у Казанському університеті власну наукову школу з ЗТВ, де 4 його учні (Кайгородов В. Р., Амінова А. В., Сингатуллін Р. С., Пирагас К. А.) захистили докторські дисертації. У 1969 р. О. З. Петрова обрано академіком АН УРСР. У 1970-72 рр. працював завідувачем відділу в ІТФ АН УРСР. Не дивлячись, на жаль, на дуже короткий час роботи в Києві, Олексій Зіновійович заклав основи потужної школи фізиків – дослідників ЗТВ. Цьому сприяли, головним чином, високий авторитет О. З. Петрова, світове визнання його внеску у дослідження з теорії гравітації, а також університетське "молодіжне підґрунтя", яке "очікувало" на приїзд відомого гравітаціоніста. Запорукою створення київської школи дослідників ЗТВ став приїзд до Києва разом із О. З. Петровим його учня і колеги по Казанському університету – фізика-теоретика К. А. Пирагаса.

Від 1960 р. О. 3. Петров очолював секцію гравітації НТР МВММО СРСР та головував від СРСР у Міжнародному комітеті з гравітації та теорії відносності. Серед широко відомих його монографій: [512, 513], які перекладено багатьма мовами світу.

(C) Наукові дослідження О. З. Петрова присвячені математичній фізиці, ЗТВ і теорії гравітації (розділ 2.2.3). У 1950-ті рр. у низці праць Петров довів, що існує три і тільки три типи гравітаційних полів. В основу їх класифікації покладені алгебраїчні властивості тензора кривини 4-вимірних просторів-часів Айнштайна лоренцевої сігнатури, що є моделлю вакуумного гравітаційного поля (докторська дисертація, 1957, МДУ). Згодом разом із учнями доповнив класифікацію за групами неперервних перетворень (групою рухів, конформною, афінною та проективною групами). Висунув ідею опису теорії гравітації Айнштайна в термінах плоского простору. Започатковані ним методи дослідження, в основі яких лежить єдина ідея інваріантного опису полів тяжіння, є потужним математичним апаратом, що дозволив суттєво просунутися в дослідженні найскладніших фізичних проблем гравітаційного поля.

Ці піонерські роботи стали відправною точкою для інших численних досліджень. Зокрема, в роботах *Пірані, Б'юля, Сакса* на основі класифікацій Петрова була розроблена теорія гравітаційної радіації. Результати О.З.Петрова з теорії груп Лі неперервних перетворень в гравітаційних полях були використані багатьма вченими для отримання нових точних розв'язків рівнянь Айнштайна та для аналізу законів збереження, що має велике значення щодо питання енергії гравітаційного поля в ЗТВ. У роботах *Пенроуза* та інших було доведено глибокий зв'язок між алгебраїчними тензорними методами Петрова та сучасними спінорними і твісторними методами дослідження фізичних полів. За цикл робіт *"Інваріантно-групові методи в теорії гравітацій*" О. З. Петрову було присуджено Ленінську премію (1972). Він також є автором низки праць з філософії фізики.

(Ц) Будучи фізиком-теоретиком, Олексій Зіновійович усвідомлював необхідність експериментального підтвердження основних положень ЗТВ. Передчасна смерть О. З. Петрова внесла суттєві корективи у плани теоретичних та експериментальних гравітаційних досліджень в Україні. Зокрема, частина його учнів, вже піл керівништвом К.А. Пирагаса, перейшла до Українського центру стандартизації і метрології Держкомстандарту СРСР (далі УкрЦСМ). Але саме за ініціативи Петрова і під його керівництвом ще в Інституті теоретичної фізики було розпочато роботи зі створення унікальної установки – антени веберівського типу для моніторингу гравітаційних хвиль від потужних позагалактичних джерел. На цю ідею "пристали" багато нині працюючих фізиків, у т.ч. декотрі із авторів і художник цієї книги – вихідці школи О. З. Петрова, що певний час свого молодецького життя провели у "тихому підвалі київського околичного ресторану з романтичною назвою «Три брати»" у намаганнях на створеній ними "діжці" зареєструвати гравітаційні хвилі (див. Наука і суспільство, 1980 р., № 1, "Полювання на важкі промені"). Загальне керівництво роботами здійснював К. А. Пирагас, групою експериментаторів – безпосередніх розробників "діжки" – керував А. М. Свиридов. Серед українських першопрохідників детектування гравітаційних хвиль В. І. Копилов, С. С. Жовмір та І. Т. Жук, пізніше до складу цієї лабораторії увійшли Ю. А. Опанасюк та О. М. Александров.

(С–Ц) Варто відмітити, що ще на самому початку спроб детектування гравітаційних хвиль академік *О. С. Давидов*, тодішній директор ІТФ АН УРСР висловив обґрунтований сумнів у можливості досягнення успіху в поставленій задачі з тим обладнанням, що планувалося. Оскільки й досі серед фізиків (і не тільки) існує нерозуміння, навіщо в Києві треба було проводити завідомо "нульовий" експеримент, роз'яснимо авторську позицію.

(C) Отже, розробка київського детектора та спостереження гравітаційних хвиль проводилися за підтримки та в тісному контакті з відомим

експериментатором-гравітаціоністом професором В. Б. Брагінським, який раніше побудував аналогічний детектор у Москві. Для цього рішенням Вченої ради Інституту теоретичної фізики було створено лабораторію, розпочалося виготовлення унікального обладнання, у т.ч. вакуумної камери на підприємствах Інституту електрозварювання ім. Є. О. Патона. Нагадаємо (розд. 4.2.1), що історія спостережень починається з "нібито відкриття" гравітаційних сигналів Вебером, авторитет якого був і є вельми високим. Але ж ЗТВ не передбачала сигналів такої величини, і тому важливо було або спростувати, або строго підтвердити ці результати – в цьому разі йшлося би про відкриття, що потребувало суттєвого перегляду багатьох теоретичних уявлень. Адже для астрофізики взагалі характерні несподівані знахідки! Тому серед гравітаціоністів усього світу подібні експерименти викликали і викликають величезний інтерес. Основною задачею київської групи було створення установки та перевірка наявності гравітаційних сигналів хоча б на тому самому рівні, що був у Вебера.

Отже, завдання було виконане, хоча результат вимірювань був негативний, як і у багатьох інших груп. Все ж перші спроби детектування гравітаційних хвиль у всьому світі дали могутній поштовх для технологічних досліджень з метою створення наступних поколінь гравітаційних приймачів (див. розд. 4). Проте спроби В. Б. Брагінського організувати в тодішньому СРСР широку програму досліджень у цьому напряму наштовхнулися врешті-решт на нестачу коштів та відсутність необхідної технологічної бази.



Київська установка для детектування гравітаційних хвиль (ІТФ НАН України, 1970-ті роки)

Казимир Антонович (Казімєрас Антанос) Пирагас (нар. 1938 р., с. Кудіркос Каунаської обл., Литва) — відомий фізик, доктор фіз.-мат. наук (1974), професор.

(С-Ц) У дитинстві разом із батьками був депортований з Литви у Карагандинську обл., Казахстан. У 1959-61 рр. навчався у Казахському державному університеті, а потім перевівся до Казанського університету на кафедру теорії відносності і гравітації до О. З. Петрова. Після закінчення Казанського університету (1964) працював там асистентом (1964–67), навчався в аспірантурі (1967–69). Кандидатська дисертація присвячена стійкості руху в ЗТВ (1969). У 1969-70 рр. - асистент, старший викладач цієї ж кафедри. Влітку 1970 р. разом із О. З. Петровим переїжджає до Києва в Інститут теоретичної фізики, де у 1970–74 рр. працює старшим науковим співробітником відділу теорії відносності і гравітації, який очолював у 1972–74 рр.; захищає докторську дисертацію "Питання стійкості руху і методи якісного аналізу в реля*тивістській теорії гравітації* (1974). У 1974–81 рр. – завідувач відділу гравітаційних досліджень УкрЦСМ. У ці самі роки – професор кафедри вищої математики Київського політехнічного інституту. 1981 р. переїхав до Литви, де очолював до 1991 р. кафедру теоретичної фізики, а також був проректором (1991-93) Вільнюського педагогічного університету. У 1993-2004 рр. очолював кафедру теоретичної фізики та інформаційних технологій цього ж університету, де зараз працює професором. Голова Союзу вчених Литви (1993-96). Упродовж багатьох років був науковим координатором досліджень у СРСР у галузі релятивістської динаміки тіл. У 1980 р. і 1990 р. організовував у Вільнюсі Всесоюзні конференції з гравітації та ЗТВ. Автор низки підручників литовською мовою.

Головні напрями досліджень: застосування теорії динамічних систем у задачах гравітації та релятивістської астрофізики. Під науковим керівництвом К. А. Пирагаса захистили кандидатські дисертації у 1970 – 1990-хх рр. всі київські учні О. З. Петрова – М. П. Бондаренко, В. І. Жданов, О. В. Кравцов, К. В. Усенко, О. М. Александров, І. Т. Жук, Ю. М. Кудря. Один із його учнів – В. І. Жданов – захистив докторську дисертацію та підготував трьох перспективних кандидатів наук в галузі ЗТВ. Результати, отримані К. А. Пирагасом та його учнями, відбито в монографії [515]. В УкрЦСМ у відділі гравітаційних вимірювань працювала дружина Казимира Антоновича – Пирагас Людмила Євстратієвна, фізик за фахом. У 1980 р. вона захистила кандидатську дисертацію "Нелінійні ефекти у відносній динаміці пробних тіл в ЗТВ" під керівництвом професора М.Ф.Широкова (Москва, РФ).

(Ц) Історія становлення київської групи *О. З. Петрова* — спеціалістів з теорії гравітації та ЗТВ — не є тривіальною, вона випробувана часом та обставинами. Серед перших учнів школи О. З. Петрова у Києві з теорії відносності та гравітації були *М. П. Бондаренко, О. В. Кравцов, К. В. Усенко, О. М. Александров, І. Т. Жук, Ю. М. Кудря, М. Є. Осиновський* 

*та В. І. Жданов.* У 1972–74 рр. роботою цього колективу дослідників фактично керував К. А. Пирагас.

У 1974 р. за результатами конкурсу відділ теорії відносності та гравітації ІТФ АН УРСР (пізніше реорганізовано у відділ астрофізики та елементарних частинок) очолив П. І. Фомін. Оскільки це сталося під час роботи над детектуванням гравітаційних хвиль, яку треба було завершити, то "ловці" гравітаційних хвиль на чолі з К. А. Пирагасом перейшли до УкрЦСМ. У цій установі за підтримкою чл.-кор. АН УРСР В. П. Шелеста було створено відділ гравітаційних досліджень, що складався з двох лабораторій — теоретичної та експериментальної. Після переїзду з Москви до Києва у 1981 р. до групи приєднався С. Л. Парновський. Року 1981-го К. А. Пирагас повернувся на свою батьківщину — у Литву, а теоретики-ЗеТеВісти, після низки трансформацій відділу (які не сприяли врешті-решт дослідженням з теорії відносності), перейшли у 1988 р. до Астрономічної обсерваторії Київського університету, де А. В. Манджос створював релятивістську групу у відділі астрофізики та фізики Сонця.

Отже, декілька і багато слів про київську школу ЗеТеВістів — учнів О. З. Петрова, важливу роль у становленні якої від 1970-х рр. відігравав К. А. Пирагас.

Микола Петрович Бондаренко (нар. 1943 р.) – астрофізик; закінчив Київський університет (1966). Працював на різних посадах у Астрономічній обсерваторії Київського університету та Інституту теоретичної фізики. Кандидатська дисертація присвячена дослідженням фігур рівноваги в ЗТВ. Від 1976 до 1990 р. після дворічного перебування в Білорусі викладав у Київському політехнічному інституті.

Олег Васильович Кравцов (нар. 1943 р., м. Чернігів) — радіофізик; закінчив Київський політехнічний інститут (1966). Працював інженером в Інституті фізичної хімії АН УРСР (1966–67) та ІФ АН УРСР (1967–69). Від 1969 р. працює в Київському політехнічному інституті (нині НТУУ "КПІ"), наразі — доцент, заступник директора Фізикотехнічного інституту. У 1977 р. захистив кандидатську дисертацію "Фігури рівноваги з магнітним полем у пост-ньютонівському наближенні ЗТВ".

Олександр Миколайович Александров (нар. 1944 р., м. Свердловськ, РФ) – фізик; закінчив Київський університет (1966). У 1970–74 рр. – стажист-дослідник та аспірант в ІТФ АН УРСР. У 1974–88 рр. – співробітник УкрЦСМ. В Астрономічній обсерваторії Київського університету працює від 1988 р., наразі – старший науковий співробітник відділу астрофізики. У 1992 р. захистив кандидатську дисертацію *"Ко*-

варіантні ряди Тейлора та геодезична структура простору-часу". Член міжнародного наукового товариства Tensor. Основні напрями наукової діяльності: загальна теорія відносності та релятивістська астрофізика. Зробив помітний внесок у розробку геометричних методів інваріантного описання протяжних релятивістських систем та у теорію систем відліку локального спостерігача. Виконав цикли досліджень з проблем релятивістської динаміки та теорії гравітаційного лінзування.

Максим Євгенович Осиновський — фізик; закінчив Київський університет (1966). У 1967—71 рр. — аспірант і науковий співробітник Інституту металофізики АН УРСР. Кандидат фіз.-мат. наук (1971). У 1971—74 рр. — науковий співробітник ІТФ АН УРСР; завідувач лабораторії у відділі гравітаційних досліджень УкрЦСМ (1974—76). У 1976—89 рр. працював у Київському політехнічному інституті, а також старшим науковим співробітником Інституту металофізики АН УРСР (1981—89). Головні напрями досліджень у цей час: теорія конденсованого стану речовини, теоретична геофізика, ЗТВ, матеріалознавство. Року 1990-го емігрував до США, де до 1993 р. співпрацював з товариством *Нуінема* у м. Берклі як перекладач, зокрема книг з буддизму, та брав участь у програмах цього товариства з досліджень простору-часу. Від 1993 р. — координатор збереження архівів Головної бібліотеки Каліфорнійського університету в Берклі.

Костянтин Володимирович Усенко (нар. 1947 р., м. Київ) — фізик; закінчив Київський університет (1971). Після виконання дипломної роботи під керівництвом О. З. Петрова поступив до нього в аспірантуру (1971). Після повернення зі служби в Радянській армії від 1975 до 1986 р. працював на кафедрі фізики в Київському політехнічному інституті. У 1984 р. захистив кандидатську дисертацію *"Збудження атома* водню зовнішнім полем тяжіння". У 1986—89 рр. — доцент Волгоградського університету (Росія). Від 1989 р. — доцент кафедри теоретичної фізики Київського університету. Виконавчий секретар Українського фізичного товариства (від 1998 р.). Головні наукові дослідження: теорія гравітації, фізичні основи квантової інформації.

Ігор Теодорович Жук (нар. 1952 р., с. Руда Сілецька Львівської обл.) фізик; закінчив Львівський університет (1972). У 1972—77 рр. аспірант і молодший науковий співробітник ІТФ АН УРСР. У 1977— 92 р. працював в УкрЦСМ старшим науковим співробітником. У 1990 р. захистив кандидатську дисертацію *"Дослідження руху пробних тіл у* гравітаційному полі релятивістських об'єктів".

(Ц) Відомий пісняр-бард, художник, автор радіоспектаклів, дитячих книг та п'єси, поставленої Волинським театром ляльок, та сценаріїв

понад 30-ти фільмів студії "Київнаучфільм". Від 1992 р. працює художником—дизайнером, спеціалістом з комп'ютерної графіки та мультимедійної технології. Щодо таланту його в цій царині, то допитливий читач віддасть йому належне, листаючи сторінки цієї книги.

**Юрій Миколайович Кудря** (нар. 1948 р., м. Вентспілс, Латвія) – астрофізик; закінчив Київський університет (1971). Ще студентом прийшов працювати у відділ О. З. Петрова і виконав під його керівництвом дипломну роботу. У 1972–74 рр. працював у Астрономічній обсерваторії Київського університету. 1974–88 рр. – співробітник УкрЦСМ. Від 1988 р. працює на різних посадах в Астрономічній обсерваторії, наразі – старшим науковим співробітником. У 1988 р. захистив кандидатську дисертацію *"Локальні спостережувані в ЗТВ та проблема порівняння гравітаційних полів"*. Коло наукових інтересів: релятивістська астрофізика, позагалактична астрономія, космологія, ЗТВ. Розвинув спінорний підхід до теорії спостережуваних величин у рамках ЗТВ, провів мультипольний аналіз поля пекулярних швидкостей галактик на основі вибірки плоских галактик. Читає курси лекцій для студентів Київського університету.

Валерій Іванович Жданов (нар. 1950 р., м. Москва, РФ) – фізик; у 1972 р. закінчив Київський університет та почав працювати стажистом-дослідником у Інституті теоретичної фізики. У 1974 р. захистив кандидатську дисертацію *"Дослідження рівнянь руху в релятивістській динаміці взаємодіючих часток*". У 1974–88 рр. працював в УкрЦСМ. Від 1988 р. працює в Астрономічній обсерваторії Київського університету старшим та провідним науковим співробітником, від 1997 р. – завідувачем відділу астрофізики. У 1992 р. захистив докторську дисертацію *"Методи наближеного та якісного аналізу в релятивістській динаміці"*. Читає теоретичні курси в Київському університеті і Київському політехнічному інституті. Основні напрями наукової діяльності: релятивістська астрофізика (гравітаційне лінзування, теорія релятивістських систем відліку, теорія релятивістських ударних хвиль), теорія відносності та релятивістська динаміка.

Олександр Нектарійович Кришталь (нар. 1951 р., м. Тула, РФ), фізик; у 1973 р. закінчив Київський університет, у 1976 р. – аспірантуру Інституту фізики АН УРСР. Захистив кандидатську дисертацію "Деякі питання дослідження надгустих конфігурацій, що обертаються, в ЗТВ". Працював на різних посадах у Інституті геофізики (1981–85), УкрЦСМ (1985–87). Від 1987 р. – старший науковий співробітник Головної астрономічної обсерваторії НАН України. Наукові дослідження: обернені задачі в ЗТВ, постньютонівське наближення ЗТВ.

Павло Віталійович Титаренко (нар. 1972 р., Київ) — фізик; закінчив Київський університет (1994). Після закінчення аспірантури (1997) працює в Астрономічній обсерваторії Київського університету на посаді молодшого наукового співробітника. Захистив (1998) кандидатську дисертацію "Умови існування та стійкості релятивістських ударних хвиль у середовищах із загальним рівнянням стану" (науковий керівник — В. І. Жданов).

Сергій Анатолійович Салата (нар. 1975 р., Київ) — фізик; закінчив Київський університет (1997), де потім навчався в аспірантурі. У 2001 р. захистив кандидатську дисертацію *"Моделювання рухів зображення джерела у гравітаційно-лінзових системах"* (науковий керівник — В. І. Жданов).

Олена Валентинівна Федорова (нар. 1977 р., Київ) — фізик; закінчила Київський університет (1999), де потім навчалася в аспірантурі, а від 2002 р. працює в Астрономічній обсерваторії Київського університету на посаді молодшого наукового співробітника. У 2005 р. захистила кандидатську дисертацію *«Ефекти мікролінзування і будова гравітаційно-лінзових систем"* (науковий керівник — *В. І. Жданов*).

У 1988 р. до створюваного в Астрономічній обсерваторії Київського університету відділу астрофізики і фізики Сонця А. В. Манджос залучив релятивістську групу: учнів О. Ф. Богородського – С. В. Хміля і Ф. Є. Хлистуна та співробітників УкрЦСМ – В. І. Жданова, О. М. Александрова, С. Л. Парновського, Ю. М. Кудрю, а також І. Ю. Ізотову та В.Ю. Караченцеву – відомого астрофізика в галузі позагалактичної астрономії, яка переїхала до Києва зі Спеціальної астрофізичної обсерваторії РАН (Нижній Архиз, Карачаєво-Черкеська АР, РФ). Завдяки її невтомній праці та міжнародному авторитетові результати роботи відділу з різноманітних досліджень галактик та їхніх угруповань набули світового значення. У ці самі роки в аспірантурі під керівництвом А. В. Манджоса навчалася І. Б. Вавилова, після закінчення якої приєдналася до цієї наукової когорти.

Сергій Людомирович Парновський (нар. 1954 р., м. Львів) — фізик, доктор фіз.-мат. наук (1994). Закінчив МФТІ (1977). Працював у ІТФ ім. Л.Д. Ландау АН СРСР (1977–80). Кандидатську дисертацію з дослідження поведінки простору-часу поблизу голих сингулярностей захистив під керівництвом *І. М. Халатникова*. Після переїзду до Києва працював в УкрЦСМ (1981–88), від 1988 р. – в Астрономічній обсерваторії Київського університету старшим і провідним науковим співробітником. Головні дослідження: в галузі ЗТВ, зокрема в питаннях властивостей часоподібних сингулярностей; космології та позагалактичної астрономії. Вивчає квантові ефекти у надсильних гравітаційних полях поблизу голих сингулярностей, окремі питання

великомасштабного розподілу галактик у Всесвіті. Докторська дисертація присвячена дослідженню властивостей простору-часу та негравітаційних полів поблизу часоподібних сингулярностей у ЗТВ. Читає курси у Київському політехнічному інституті.

Ірина Борисівна Вавилова (нар. 1959 р., м. Краснодон Луганської обл.) – астрофізик; закінчила Київський університет (1984), де працювала на різних посадах до 2004 р. на кафедрі астрономії і фізики космосу та в Астрономічній обсерваторії, у т.ч. від 1999 р. – старшим науковим співробітником. У 1995 р. під керівництвом В. Ю. Караченцевої і П. Фліна захистила кандидатську дисертацію *"Дослідження великомасштабного розподілу галактик у Місцевому надскупченні та Ягелонському полі методами кластерного, фрактального та хвилькового аналізу"*. Від 2004 р. – докторантка ЦДПІН НАН України. Основні галузі досліджень: позагалактична астрономія, історія науки. Читає курси в Київському університеті та Київському політехнічному інституті.

У Інституті теоретичної фізики НАН України в Києві під керівництвом члена-кореспондента НАН України *П. І. Фоміна* створено потужний відділ, співробітники якого успішно працюють над різними питаннями квантової теорії поля, фізики елементарних частинок, теорії гравітації. Серед його учнів 5 докторів і 16 кандидатів наук, які плідно працюють і в Україні, і за її межами. Серед співробітників відділу, дослідження яких пов'язані з ЗТВ, – Ю. В. Штанов та В. В. Кузьмічов.

**Юрій Володимирович Штанов** (нар. 1964 р., Київ) — фізик; у 1981 р. поступив у МФТІ на факультет молекулярної і хімічної фізики, в 1984 р. перевівся на факультет загальної і прикладної фізики, на кафедру теоретичної фізики і астрофізики, яку очолював *В. І. Гінзбург*. Після закінчення інституту (1987) поступив до аспірантури МФТІ і у 1991 р. захистив дисертацію *"Фізичні процеси у ранньому Всесвіті і спостережувана великомасштабна структурність*" (наукові керівники — *В. І. Гінзбург* та *Г. В. Чибісов* (ФІАН)). Від 1991 р. працює у відділі астрофізики та елементарних частинок ІТФ НАН України, нині — старшим науковим співробітником. Наукові дослідження: космологія раннього Всесвіту (теорія інфляції), квантова космологія, багатовимірні теорії гравітації (теорії бран).

**1980-ті роки** позначилися бурхливим розвитком наземних і космічних досліджень зі спостережної космології і позагалактичної астрономії.

У Харкові в Радіоастрономічному інституті НАН України під керівництвом професора (1972), доктора фіз.-мат. наук (1970) Павла

Вікторовича Бліоха (1922, м. Тамбов, РФ – 2000, м. Харків), який чимало часу свого наукового життя присвятив розрахункам лінзових ефектів у атмосфері Землі, розпочалися дослідження гравітаційних лінз. У 1989 р. ним у співавторстві з А. О. Мінаковим (нар. 1949 р., м. Харків) – радіофізиком, доктором фіз.-мат. наук (1993), наразі завідувачем відділу РІ НАН України – була написана перша у світі монографія з теорії гравітаційних лінз [445]. В НДІ астрономії Харківського університету під керівництвом доктора фіз.-мат. наук Володимира Миколайовича Дудінова (нар. 1938 р., с. Хуторок Краснодарського краю, РФ) – астрофізика, доктора фіз.-мат. наук, відомого спеціаліста з обробки астрономічних зображень – працює потужний колектив спостерігачів-дослідників гравітаційних лінзових систем. У тісній міжнародній співпраці колективи, які вони очолюють, здобули пріоритетні результати з теорії гравітаційного лінзування та фотометрії зображень ГЛС, отриманих в Майданакській обсерваторії (Узбекистан).

Низка досліджень львівських ЗеТеВістів виконана у співпраці з *О. Бі-ланюком* (США), який у 1992 р. став іноземним членом НАН України.

Олекса-Мирон Біланюк (нар. 1926 р., с. Тарнавка на Лемківщині, тепер – Польща) –відомий фізик, професор (1970). Навчався в Лювенському університеті (Бельгія) і Мічіганському університеті (США), де і здобув ступінь доктора філософії. Працював в університетах Рочестера та Буенос-Айреса, від 1964 р. – у Свартморському коледжі в Пенсильванії. Відомий досягненнями як в експериментальній ядерній фізиці, так і в теоретичній фізиці. Висунув спільно із *Е. Сударшаном* і *В. Дешпанде* концепцію тахіонів (1962), яка сьогодні активно розробляється багатьма дослідниками, в тому числі при аналізі проблем космології. Член багатьох наукових товариств, від 1998 р. – президент Української вільної академії наук (м. Нью-Йорк).

У 1982 р., будучи вже відомим ученим у галузі фундаментальної астрометрії та космічної геодинаміки, доктор фіз.-мат. наук *Я. С. Яцків* очолив (1982–85) Комісію "Обертання Землі" Міжнародного астрономічного союзу (МАС) та став віце-президентом МАС (1982–88). У другій половині XX ст. у зв'язку з підвищенням вимоги до точності спостережень в астрометрії, космічній геодезії і навігації виникла потреба у використанні ЗТВ при обробці цих спостережень та створенні систем відліку (див. розділ 7). Саме тоді завдяки здійсненій під його керівництвом організації наземних обсерваторій СРСР для виконання міжнародних космічних проектів "назустріч" з кометою Галлея (1986) вдалося досягти рекордної для того часу точності навігації радянського КА "Вега", що допомогло вивести японський КА "Джотто" до комети на відстань близько 600 км та передати на Землю знімки її ядра.

(Ц) Як показовий приклад зростання точності космічної навігації варто нагадати нещодавній (4 липня 2005 р.) експеримент НАСА з "безпосереднього бомбардування" ядра комети Темпель-1 (діаметром близько 6 км) спеціальним зондом "Deep Impact" (вагою 370 кг) від КА "Deep Space". Експеримент проходив на відстані 134 млн км від Землі, при цьому КА "Deep Space", який спостерігав за подією з відстані 500 км, передав на Землю якісні знімки зустрічі зонда і комети та обстежив кратер, утворений на поверхні льодово-кам'янистого ядра комети. 21 липня 2005 р. КА "Deep Space"успішно завершив маневри зі зміни траєкторії у такий спосіб, щоб 31 грудня 2007 р. пролетіти недалеко від Землі.

**Ярослав Степанович Яцків** (нар. 1940 р., с. Данильче Івано-Франківської обл.) – доктор фіз.-мат. наук (1976), академік НАН України (1985), іноземний член Польської АН (1997), лауреат Державної премії СРСР (1986) та двох Державних премій України (1983, 2003), премії ім. Декарта Європейського Союзу (2003). Закінчив Львівський політехнічний інститут (1960). Від 1976 р. – директор Головної астрономічної обсерваторії НАН України.

Я. С. Яцків є одним із ініціаторів запровадження нових методів та засобів вивчення обертання Землі — лазерної локації ШСЗ та радіоінтерферометрії з наддовгими базами. Був членом робочих груп МАС зі створення Міжнародної служби обертання Землі та запровадження основних систем відліку, що базуються на ЗТВ. За його участі та під безпосереднім керівництвом створені зведені каталоги положень радіоджерел, що реалізують сучасну Небесну систему координат.

**24 січня 1991 р.** у Києві за ініціативи академіка *Я. С. Яцківа* створено Українську астрономічну асоціацію.

24–25 жовтня 1992 р. за ініціативи професора В. Я. Скоробогатька у Львові відбулася Всеукраїнська робоча нарада з гравітації та космології – по суті, перша загальноукраїнська конференція із цієї тематики. З науковими доповідями на ній виступили 32 дослідники з усіх наукових установ України, де розробляються проблеми ЗТВ та релятивістської астрофізики. З метою координації досліджень учасники наради створили оргкомітет з підготовки установчого з'їзду Українського товариства гравітації, релятивістської астрофізики і космології (УТГРАК). 26 квітня 1993 р. у Києві на установчому з'їзді було створене УТГРАК; президентом товариства обрано П. І. Фоміна. УТГРАК – асоційований член Української астрономічної асоціації.

**У 2005 р.** у Києві деякі з вищезгаданих науковців об'єдналися для написання книги "Загальна теорія відносності: випробування часом".



Багато талановитих українських астрономів НДІ "Кримська астрофізична обсерваторія" МОН України, НДІ "Астрономічна обсерваторія" Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова, Головної астрономічної обсерваторії НАН України, Радіоастрономічного інституту НАН України та інших установ України у тісній міжнародній співпраці проводять спостереження релятивістських астрофізичних об'єктів (рентгенівських подвійних зір, кандидатів у чорні діри, галактик з екстремальними властивостями, квазарів тощо), досліджують явища і об'єкти, історія формування яких пов'язана з ранніми стадіями еволюції Всесвіту. Ці дослідження є складовою і підґрунтям теоретичних досліджень з теорії гравітації і космології, частині яких ми присвятили цю книгу. Історія становлення і розвитку спостережних астрономічних досліджень на сучасних теренах України, як і перетин світових ліній українських астрономів – дослідників далекого Всесвіту – не менш цікаві, і їхній опис потребуватиме, принаймні, ще однієї такої "Замість післямови". Це неодмінно стане темою нової книги.

"Odysseus

Gazing with fixed eye on the Pleiades, Bootes setting late, and the Great Bear... Looking ever towards Orion."

Homer, Odyssey, Book V

"I feel engulfed in the infinite immensity of spaces whereof I know nothing and which know nothing of me... the eternal silence of these infinite spaces terrifies me."

Pascal, Pensees, 1657

"Two sings fill the mind with ever new and increasing admiration and awe, the oftener and more steadily they are reflected on: the starry heavens above me and the moral law within me."

Kant, Critique of Practical Reason, 1788

# ТЕРМЈНОЛОГЈЧНИЙ СЛОВНИК

Укожному слові безодня простору. Микола Гоголь

#### Астрономічні одиниці вимірювання відстані:

*астрономічна одиниця* (а. о.) — міра відстаней до космічних об'єктів, яка дорівнює великій піввісі еліптичної орбіти Землі; згідно до властивостей еліпсу є середньою відстанню від Землі до Сонця:

1 a. o. =  $1.4959787 \cdot 10^{11}$  M;

*світловий рік* (св. рік) — відстань, яку світло проходить у вакуумі за 1 тропічний рік (365.242 діб):

1 св. рік =  $9.4605 \cdot 10^{15}$  м = 63 240 а. о. = 0.307 пк;

*парсек*, або *паралакс-секунда*, — відстань, з якої відрізок довжиною 1 а. о., розташований перпендикулярно до променя зору, спостерігається під кутом в 1".

1 пк = 3.085678 • 10<sup>16</sup> м = 206264.806 а. о. = 3.261633 св. років

(назва цієї величини виникла завдяки її другому визначенню відстань до зорі, паралакс якої дорівнює 1". Паралакс, або паралактичне зміщення, — це явище видимого зміщення космічного об'єкта внаслідок руху спостерігача. Розрізняють добовий паралакс, обумовлений зміщенням спостерігача у просторі внаслідок обертання Землі навколо своєї осі; річний паралакс, обумовлений зміщенням спостерігача у просторі внаслідок обертання Землі навколо Сонця; віковий паралакс, обумовлений зміщенням спостерігача внаслідок руху Сонячної системи в Галактиці).

# Астрономічні одиниці вимірювання яскравості небесних тіл:

*зоряна величина* (з. в.) — безрозмірна величина, яка характеризує блиск небесних тіл. Шкала зоряних величин для оцінки блиску зір, що видимі неозброєним оком, була запропонована *Гіппархом* (2 ст. до н. е.):

найяскравіші зорі були віднесені до зір 1-ої з. в., найслабкіші — до зір 6-ої з. в. Для градації блиску зір усередині цієї шкали було запропоновано такий принцип: зорі 2-ої з. в. настільки слабкіші зір 1-ої з. в., наскільки вони яскравіші зір 3-ої з. в. У 1856 р. *Н. Погсон* запропонував використовувати логарифмічну шкалу з. в., яка побудована у такий спосіб, щоб різниці у п'ять з. в. відповідала зміна освітленості, створюваної зорею, у 100 разів, тобто різниці у 1 з.в. відповідає відношення освітленостей у  $(100)^{1/5} = 10^{0.4} \approx 2.512$ . Розрізняють видиму, абсолютну, візуальну, фотографічну, болометричну з. в. тощо;

видима з. в. – блиск небесного світила, виражений у логарифмічній шкалі та пов'язаний зі створеною ним освітленістю *E* співвідношенням (в люксах)

$$m = -13.89^m - 2.5 \lg E$$
.

(зв'язок між видимими з. в.  $m_1$  та  $m_2$  двох джерел випромінювання та освітленостями  $E_1$  і  $E_2$ , створюваних ними на ділянці, що розташована перпендикулярно до променя зору, описується формулою Погсона:

$$m_1 - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_2}{E_1}$$
;

абсолютна з. в. – зоряна величина небесного тіла, яку воно мало б, якби знаходилося на стандартній відстані 10 пк. Вона пов'язана з видимою зоряною величиною співвідношенням

$$M = m + 5 - 5 \lg r,$$

де r — відстань до небесного світила у пк (при цьому попередньо враховується вплив червоного зміщення та міжзоряного поглинання світла на видиму зоряну величину).

Балдж — сфероїдальне скупчення матерії (переважно світної) у центральній частині спіральної галактики. "Населення" галактичних балджів складається переважно з червоних гігантів, червоних карликів, наднових другого типу, змінних зір та кулястих скупчень. Типові радіуси балджів становлять величини порядку кпк, а маси — порядку  $10^{10} M_{\odot}$ . Наприклад, балдж Галактики має радіус близько 5 кпк і масу приблизно  $2 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ .

Баріонна матерія — матерія, яка складається переважно з сильно взаємодіючих елементарних частинок — баріонів (протони, нейтрони, гіперони, баріонні резонанси тощо). Маса видимої речовини у Всесвіті в основному визначається масою баріонів (маса інших елементарних частинок значно менша, зокрема маса електрона приблизно у 2 000 разів менша маси нуклона). Згідно з сучасними космологічними даними маса баріонної матерії складає не більше 5 % усієї маси Всесвіту.

Білий карлик — компактна зоря з масою, меншою 1.4  $M_{\textcircled{e}}$ , розмірами, меншими 0.01  $R_{\textcircled{e}}$  та середньою густиною 10<sup>9</sup> кг/м<sup>3</sup> і температурою 5 · 10<sup>3</sup> К — 7 · 10<sup>4</sup> К. За таких умов електронний газ білого карлика знаходиться у виродженому стані. Білі карлики — зорі кінцевої стадії зоряної еволюції: внаслідок вичерпування запасів термоядерного пального в надрах зорі масою у декілька  $M_{\textcircled{e}}$  та скидання зовнішніх шарів утворюється компактна зоря, маса якої завжди менша 1.4  $M_{\textcircled{e}}$  (т. зв. *границя Чандрасекара*).

**Блазар** – галактика з активним ядром, якому властива висока амплітуда змін світності в оптичному діапазоні довжин хвиль (у деяких об'єктів такого типу – на два порядки), а також лінійна поляризація випромінювання (до 10 %). (Див. також *Квазар*).

**Вакуум** – найнижчий енергетичний стан квантових полів, що характеризується відсутністю реальних частинок.

Гамма-спалах — короткочасний потужний спалах космічного гаммавипромінювання, який суттєво перевищує рівень дифузного міжгалактичного фону гама-променів, має енергію від десятків до сотень кеВ. Якщо взяти до уваги, що світність нашої Галактики в гама-діапазоні становить 5 •  $10^{38}$  ерг/с, і оцінки відстаней до джерел гама-спалахів, то виявляється, що енергія, яку гама-спалахи виносять від джерела тільки у гама-діапазоні, складає  $10^{40}$  ерг (для найпотужніших спалахів —  $10^{51}$  ерг). Природа джерел гама-спалахів, як і деталі механізму та причини розширеня гарячої плазми з ультрарелятивістською швидкістю поки що невідомі.

**Гравітаційний колапс** — катастрофічне стискання тіла (зорі) під дією власного гравітаційного поля.

**Гравітаційне лінзування** — ефект відхилення світлових променів гравітаційним полем масивного тіла (так званої *гравітаційної лінзи*), яке знаходиться між спостерігачем та спостережуваним об'єктом. Свою назву ефект отримав завдяки подібності його наслідків до результатів дії оптичної лінзи. В позагалактичних гравітаційно-лінзових системах, як правило, виникає декілька зображень джерела випромінювання, можлива також поява кільцеподібних структур.

**Гравітаційне червоне зміщення** – зміна довжини електромагнітної хвилі, що приймається спостерігачем, по відношенню до довжини електромагнітної хвилі у власній системі джерела внаслідок впливу граві-

таційного поля. В слабкому гравітаційному полі з ньютонівським потенціалом  $\varphi$  гравітаційне червоне зміщення *z* визначається за наближеною формулою:

$$z=(\varphi_o-\varphi_s)/c^2,$$

тут  $\varphi_s$  — потенціал гравітаційного поля в точці, де знаходиться джерело випромінювання,  $\varphi_o$  — потенціал гравітаційного поля в точці спостереження (див. також *Ефект Допплера та Червоне зміщення*).

Гравітаційний радіус (або радіус Шварцшільда зорі з масою М)

$$R_G = 2GM/c^2$$

(див. Чорна діра)

**Гравітаційні хвилі** — поперечні збурення гравітаційного поля, що поширюються у просторі із швидкістю світла.

Джет — викид речовини з ядер активних галактик або квазарів у вигляді протяжної структури.

Еліптична галактика — галактика, зовнішній контур якої має еліпсоподібну форму, а яскравість плавно зменшується від центра до периферії. В еліптичних галактиках переважають зорі пізніх спектральних класів, а кількість газу і пилу значно менша у порівнянні з галактиками інших типів. Типові маси еліптичних галактик становлять від  $10^5 M_{\odot}$ для карликових галактик до  $10^{13} M_{\odot}$  для гігантських галактик.

**Ефект Допплера** – збільшення або зменшення довжини електромагнітної хвилі (частоти), що приймає спостерігач від джерела випромінювання, яке рухається відносно нього.

Змінна зоря — зоря, ознакою якої є зміни блиску в часі, зумовлені як внутрішніми, так і зовнішніми причинами. Розрізняють два головних типи змінних зір: затмінні та фізичні змінні зорі. Затмінні змінні зорі система із двох зір, що обертаються навколо спільного центра мас у площині орбіт, яка близька до променя зору спостерігача, внаслідок чого при кожному оберті відбувається затемнення однієї зорі другою, а отже, зміна сумарного блиску системи зір. Періоди зміни блиску — від десятків хвилин до десятків років. Фізичні змінні зорі (пульсуючі та еруптивні) змінюють свій блиск у результаті фізичних процесів, що відбуваються в них. Пульсуючі змінні зорі змінюють свій блиск плавно і неперервно, що пов'язано з періодичним стисненням і розширенням зорі (від декількох годин до десятків і сотень діб), при цьому для зір

типу цефеїд або типу *RR* Ліри зміна блиску є строго періодичною. Для еруптивних змінних зір властива неправильна зміна блиску, що викликана внутрішніми процесами вибухоподібного характеру (це – катаклізмічні; спалахуючі; швидкі неправильні; нові; новоподібні; симбіотичні зорі тощо).

**Квазар** — позагалактичне джерело випромінювання із сильними емісійними лініями, які мають значне червоне зміщення. Квазар візуально подібний до зорі (звідки і дістав свою назву — квазізоряний об'єкт). Квазари — найсвітніші об'єкти у Всесвіті (із світністю порядку  $10^{14} L_{\odot}$ , де  $L_{\odot}$  — світність Сонця). Більшість квазарів оточені спіральними галактиками і (за сучасними уявленнями про еволюцію галактик) відносяться до ранніх стадій розвитку спіральних галактик. За визначенням Шмідта, основними властивостями квазарів є:

- зореподібність в оптичному діапазоні + ідентифікація з радіоджерелом;
- потік випромінювання в континуумі, змінний у часі;
- потужне ультрафіолетове випромінювання т. зв. ультрафіолетовий надлишок (по відношенню до нормальних галактик);
- широкі емісійні лінії в спектрі;
- великі значення червоного зміщення (z >1).

Усі спостережувані квазари поділяють на "*padioryчні*" та "*padio-muxi*". Яскравість радіотихих квазарів у радіодіапазоні нижче на два порядки, ніж у радіогучних. Радіотихі квазари зустрічаються приблизно в 20 разів частіше радіогучних.

Коричневий карлик — холодна зоря з настільки малою масою (< 0.1  $M_{\blacksquare}$ ), що в процесі еволюції вона не досягла стадії, на якій розпочинаються термоядерні реакції. Такі об'єкти (більш схожі на планети, ніж на зорі) поступово ще більше охолоджуються і стискуються, перетворюючись на т. зв. *чорні Карлики* (зорі, що перестали випромінювати).

Космологічна стала — постійна  $\Lambda$  у рівняннях Айнштайна (див. розд. 2.2.1).

Космологічні моделі — моделі загальної будови та еволюції Всесвіту. Мета побудови таких моделей — отримати фізичну картину Всесвіту як цілого, описати глобальну динаміку його розвитку, виміряти космологічні параметри Всесвіту, зрозуміти фізичні процеси, які відбувались у Всесвіті на початку його існування, та збагнути причини появи і хід еволюції його структурних елементів. Усі сучасні космологічні моделі базуються на розв'язку рівнянь Айнштайна, але з різними рівняннями

стану матерії. Найбільш актуальними серед сучасних моделей є моделі з темною матерією, природа якої досі не встановлена. Серед них:

- модель XTM (холодна темна матерія) описує всесвіти, заповнені або слабко взаємодіючими важкими гіпотетичними частинками (аксіони, нейтраліно), або масивними компактними об'єктами (чорні діри, планетоподібні тіла, чорні карлики тощо), або сумішшю різних компонент;
- модель ГТМ (гаряча темна матерія) описує всесвіт, заповнений беззіткненим газом високоенергетичних нейтрино (*k<sub>B</sub>T* ~ 1 MeV). Ця модель вважається особливо актуальною для ранніх етапів розвитку Всесвіту;
- модель МТМ (мішана темна матерія) описуює всесвіти, заповнені сумішшю холодної та гарячої компонент;
- моделт АХТМ є узагальненнями моделі ХТМ на випадок наявності ненульової космологічної сталої. (див. також Космологічна стала).

Космологічний принцип — фундаментальний принцип, згідно з яким властивості Всесвіту не залежать від положення спостерігача у просторі та напрямку на небесній сфері, в якому він спостерігає Всесвіт.

Космологічні параметри — параметри, які описують великомасштабну будову Всесвіту та його еволюцію за сучасною космологією. Серед них:

- стала Габбла – коефіцієнт пропорційності Н у законі Габбла, що пов'язує відстань r (у Мпк) від спостерігача до галактики (яка є малою у порівнянні з космологічними масштабами, на яких відчутні ефекти кривини) із її радіальною швидкістю по відношенню до цього спостерігача V<sub>r</sub>:

$$V_r = Hr.$$

За сучасними даними стала Габбла становить 71 ± 4 км/(с • Мпк).

- вік Всесвіту, або габблівський час час розширення Всесвіту від моменту Великого Вибуху. За результатами обробки даних з КА WMAP вік Всесвіту складає близько 13.7 млрд років;
- параметр уповільнення безрозмірна величина, що характеризує сповільнення розширення Всесвіту внаслідок самогравітації;

Кулясте скупчення — багатонаселене зоряне угрупування кулястої форми з значною концентрацією зір у центрі і поступовим її спаданням до периферії, переважно сформоване зі старих зір. Типові маси кулястих скупчень знаходяться в інтервалі  $10^4 \div 10^6 M_{\blacksquare}$ , типові характерні розміри —  $20 \div 60$  пк. У Галактиці виявлено близько 200 кулястих скупчень, які концентруються у галактичному центрі.

Наднова зоря — зоря, світність якої раптово підвищується за декілька діб на  $10^8 \div 10^{10} L_{\blacksquare}$ . За формою кривих блиску і спектральними властивості наднові зорі поділяють на два основних класи SN I, у спектрах яких немає ліній водню в максимумі блиску, і SN II, у спектрах яких лінії водню присутні. Усі SN I мають однотипні криві блиску. Їх поділяють на два підкласи — SN Ia та SN Ib, які відрізняються один від одного тим, що на пізніх стадіях спалаху в спектрі наднових типу SN Ia домінують заборонені лінії заліза, а в спектрі типу SN Ib — лінії кисню.

Наднові, що відносяться до класу SN II, мають дуже різноманітні криві блиску, за якими їх поділяють на два основні підкласи SN II P та SN II L, між якими існує багато проміжних форм.

Наднові типу SN Іа пов'язують із термоядерним вибухом виродженого С—О-карлика маси порядку  $M_{\blacksquare}$ , тоді як природа наднових типу SN Іb досі залишається незрозумілою. Стосовно наднових, що відносяться до другого класу, то на даний час вважається, що вони спалахують під час колапсу ядра гіганта із водневою оболонкою, після скидання якої формується нейтронна зоря (див. *Нейтронна зоря*).

Нейтронна зоря – компактна зоря з масою в інтервалі значень  $1.4 \div 2.7$  $M_{\blacksquare}$ , розмірами від декількох кілометрів до декількох сотень та середньою густиною  $10^{16}$  кг/м<sup>3</sup>. Речовина нейтронної зорі складається переважно з нейтронів. Нейтронні зорі – зорі кінцевої стадії зоряної еволюції, які утворюються внаслідок гравітаційного колапсу достатньо масивних звичайних зір та вичерпування запасів термоядерного пального в надрах зорі. Якщо в ході цього процесу маса центральних областей виявиться більшою границі Чандрасекара для білих карликів, то упродовж декількох секунд починають розвиватися процеси нейтронізації, і центральні області стиснуться до ядерних густин (5.73  $M_{\blacksquare}$  – верхня границя Чандрасекара для маси нейтронної зорі). Нейтронна зоря проявляє себе також як *пульсар, рентгенівський пульсар*, барстер. На одній із стадій своєї еволюції, як вважається, може бути джерелом *гама-спалахів*.

Нова зоря — змінна зоря вибухового типу, блиск якої упродовж декількох діб раптово зростає на 7÷10 зоряних величин. Падіння блиску триває від декількох років до десятків років. Усі відомі нові зорі входять до складу тісних подвійних систем, складовими яких є білий карлик і зоря пізнього спектрального класу. Акреція речовини на білий карлик спричиняє накопичення, нагрівання і стискання тут газу, завдяки чому починається її термоядерне вибухоподібне горіння. Щороку в Галактиці спалахує понад 100 нових зір.

Принцип відносності – принцип, покладений в основу СТВ: всі фізичні процеси протікають однаково в усіх інерціальних системах відліку, причому швидкість світла не залежить від вибору системи відліку.

Принцип еквівалентності – постулат, що стверджує тотожність гравітаційної маси (яка характеризує гравітаційну взаємодію в законі всесвітнього тяжіння Ньютона) і інертної маси (яка визначає опір тіла діючій на нього силі в другому законі Ньютона). Принцип еквівалентності є одним із постулатів загальної теорії відносності та багатьох альтернативних теорій гравітації.

Пульсар – нейтронна зоря із потужним магнітним полем, що швидко обертається навколо своєї вісі та випромінює строго періодичні імпульси електромагнітного випромінювання.

Рентгенівський пульсар – пульсар (нейтронна зоря), який випромінює у рентгенівському діапазоні. Світності рентгенівських пульсарів - порядку величини  $10^4 \div 10^5 L_{\blacksquare}$ . Усі відомі об'єкти такого типу належать до тісних подвійних систем. Рентгенівське випромінювання виникає при перетіканні речовини з компаньона на нейтронну зорю в потужному магнітному полі пульсара.

Розсіяне скупчення — гравітаційно пов'язана група зір І типу (молодого) зоряного населення. Середня маса розсіяних скупчень становить 300 M. Найбільш відомі розсіяні скупчення – Гіади, Плеяди, Ясла – можна побачити неозброєним оком.

Символи Крістоффеля другого роду —

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{g^{\mu\nu}}{2} \left\{ \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}} \right\},$$

де *g*<sub>µv</sub> – компоненти метричного тензора. С.К. входять у вираз для коваріантної похідної, наприклад:

$$A^{\mu}{}_{\mu} = \frac{\partial A^{\mu}}{\partial x^{\mu}} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} A^{\beta}.$$

Спіральна галактика – галактика, морфологічною особливістю якої є наявність галактичного диска зі спіральними рукавами, в яких багато молодого зоряного населення. Найпоширеніший тип галактик (50 % від загальної кількості). Наша Галактика, Туманність Андромеди – типові приклади спіральних галактик.

Система фільтрів — широкосмугова фотометрична система Джонсона-Моргана, або UBV (Ultraviolet, Blue, Visual), яка охоплює ультрафіолетовий та видимий діапазони довжин хвиль. Результати спостережень у цій системі наводять у вигляді зоряних величин у смузі V і показників кольору, тобто різниць зоряних величин у смутах B–V і U–B. Нульпункт величин V визначається за зорями Північної полярної послідовності.

Система фільтрів Джонсона—Моргана існує також у розвиненому (у бік довгохвильового випромінювання) варіанті: UBVRIJHKLMNQ (Ultraviolet, Blue, Visual, Red, Infrared...). Існують і інші системи фільтрів, наприклад широкополосні системи Голе (5 смуг у діапазоні довжин хвиль 345 ÷ 585 нм) та системи Стремгрена Пері (4 смуги у діапазоні 350 ÷ 547 нм), вузькополосна система Кроуфорда.

**Темна енергія** — космологічне поле (квінтесенція), що в сучасну епоху за результатами обробки даних з КА WMAP складає основний внесок (70 %) у загальну масу Всесвіту та призводить до прискорення його розширення.

**Темна матерія** — матерія, яка не випромінює і не відбиває електромагнітне випромінювання і через це недосяжна для безпосередніх спостережень. Дані про криві обертання галактик свідчать, що приблизно 80 % матерії, з якої вони складаються, є темною і знаходиться у протяжних невидимих "коронах", що оточують галактики або компактні групи галактик. Темна матерія взаємодіє з речовиною лише гравітаційно. Природа та склад темної матерії на даний час не встановлені. За результатами обробки даних з КА WMAP внесок темної матерії у загальну масу Всесвіту складає 25 %.

Тісна подвійна система — система, що складається з двох зір, які знаходяться настільки близько одна від одної, що через внутрішню лібраційну точку Лагранжа можливе перетікання речовини з одної компоненти системи на іншу.

**Цефеїди** — змінні зорі-надгіганти спектральних класів F та G, для яких характерна строго періодична зміна блиску від 1 до декількох сотень діб з амплітудою від  $0^{m}$ .5 до  $2^{m}$ . Завдяки існуванню строгої залежності період—світність, цефеїди є гарними реперами для визначення відстаней до близьких галактик.

**Червоне зміщення** — зміна довжини хвилі сигналу, що приймається спостерігачем, по відношенню до довжини хвилі сигналу, що випромінюється джерелом. Червоне зміщення визначається як

$$z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

де  $\lambda_0$  – довжина хвилі сигналу, що випромінюється,  $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$  – різниця між довжинами хвиль сигналів – того, що приймається спостерігачем та того, що випромінюється джерелом (див. також *Ефект Допплера* та *Гравітаційне червоне зміщення*).

Чорна діра — релятивістський астрофізичний об'єкт, що утворюється внаслідок гравітаційного колапсу масивного тіла. Чорні діри можуть утворитися як кінцевий результат еволюції зір з масою більше  $3 M_{\blacksquare}$ або внаслідок накопичення речовини в центрах галактик (надмасивні чорні діри).

# ЛІТЕРАТУРА

*Не прагни знати все, щоби не стати в усьому невігласом.* 

Демокріт

1. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. Analysis LIGO data for Gravitational waves from binary neutron stars // Phys. Rev. D - 2004. – Vol. 69. – id. 122001.

2. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. Detector Description and Performance for the first coincidence observations between LIGO and GEO // Nucl. Instrum. Meth. -2004. - Vol. A517. - P. 154–179.

3. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. Limits on gravitational waves emission from selected pulsars using LIGO data // Phys. Rev. D. -2004. – Vol. 69. – id. 122004.

4. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. First upper limits from LIGO on gravitational waves limits (LIGO-P030011 – tech.doc) // Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 69. – id. 102001.

5. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. Setting upper limits on the strength of periodic gravitational waves using the first science data from the GEO 600 and LIGO detection // Phys. Rev. D - 2004. - Vol. 69. - id. 082004.

6. Abbott B., Abbott R., Adhikari R. et al. (The LIGO Scientific collaboration) Limit on gravitational wave emission from selected pulsars using LIGO data // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol.94 – id. 181103.

7. Adams F.C., Graff D.S., Reachstone D. A Theoretical model for the Mbh-relation for supermassive black holes in galaxies // Astroph. J. -2000. - Vol. 551. - P. L31–L35.

8. Alcalde D., Mediavilla E., Moreau O. et al. QSO 2237+0305 VR light curves from Gravitational Lenses International Time Project optical monitoring // Astroph. J. – 2002. – Vol. 572, Issue 2. – P. 729–734.

9. Alcock C., Allsman R., Alves D. et al. The MACHO project: microlensing optical depth towards the Galactic bulge from difference image analysis // Astroph. J. -2000. - Vol. 541. - P. 734-776.

10. Alcock C., Allsman R., Alves D. et al. The MACHO project: microlensing results from 5.7 Years of LMC Observations // Astrophys. J. – 2000. – Vol. 542. – P. 281–307.

11. Allen Z. A., Astone P., Baggio L. et al. First search for gravitational bursts with a network of detectors // Phys. Rev. Lett. -2000. - Vol. 85. - P. 5046-5050.

12. Alley C.O., Cutler L.S., Reisse R. et al. Experimental Gravitation, Proc. of the conf. at Pavia (1976), ed. B. Bertotti, Academic Press, 1977.

13. Anderson J.D., Williams J.G. Long-range tests of the equivalence principle // Class. Quant. Grav. – 2001. – Vol. 18. – P. 2447–2456.

14. Ashby N. Relativistic effects in the Global Positioning System // Dadhich N. and Narlikar J. V. eds., Gravitation and Relativity: At the Turn of the Millennium. 15th International Conference on General Relativity and Gravitation. – Inter-University Center for Astron. Astroph., Pune, India. – 1998. – P. 231–258.

15. Ashby N., Bertotti B. Relativistic effects in local inertial frames // Phys. Rev. D. -1986. - Vol. 34, No 8. - P. 2246–2259.

16. Astone P., Babusci D., Bassan M. et al. Study of coincidences between resonant gravitational wave detectors EXPLORER and NAUTILUS in the Year 2001 // Class. Quant. Grav. – 2002. – Vol. 19. – P. 5449–5463.

17. Astone P., Babusci D., Bassan M. et al. All-sky upper limit for gravitational radiation from spinning neutron stars // Class. Quant. Grav. – 2003. – Vol. 20. – P. S665–S676.

18. Astone P., Bassan M., Bonifazi P. et al. Study of coincidence between resonant gravitational wave detectors // Class. Quant. Grav. – 2001. – Vol. 18 – P. 243–252.

19. Aubourg E., Palanque-Delabrouille N., Salati P., Spiro M., Taillet R. Microlensing optical depth of the Large Magellanic Cloud // Astron. Astroph. – 1999. – Vol. 347. – P. 850–859.

20. Baessler S., Heckel B.R., Adelberger E.G. et al. Improved test of the equivalence principle for gravitational self-energy // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83. – P. 3585–3588.

21. Baganoff F.K., Maeda M., Morris M. et al. Chandra X-ray spectroscopic imaging of Sgr A\* and the central parsec of the Galaxy // Astroph. J. -2003. - Vol. 591, Issue 2. - P. 891–915.

22. Bahcall N. A., Dong F., Bode P. et al. The cluster mass function from early Sloan Digital Sky Survey data: cosmological implications // Astron.J. – 2003. – Vol. 585, Issue 1. – P. 182–190.

23. Bailyes M. Pulsar velocities // Compact Stars in Binaries. – Proc. from the 165th Symp. of Int. Astron. Union, The Netherlands. – 1994. – eds. J. Van Paradijs., E. P. J. Van den Heuvel, E.Kuulkers. – P. 213.

24. Balbi A., Ade P., Bock J. et al. Constraints on cosmological parameters from MAXIMA-1 // Astroph. J. – 2000. – Vol. 545. – P. L1–L4.

25. Barkana R. Analysis of time delays in the gravitational lens PG1115+080 // Astroph. J. – 1997. – Vol. 489. – P. 21.

26. Bartelmann M. Measuring the bias factor with the weak lensing effect // AIP Conference Proceedings 336. – ed. S. S. Holt & C. L. Bennett. – New York: American Institute of Physics (USA). – P. 335.

27. Bartelmann M., Schneider P. Weak gravitational lensing // Phys. Rep. -2001. – Vol. 340. – P. 291 – 472.

28. Barth A.J, Sarzi M., Rix H.-W. et al. Evidence for a supermassive black hole in the SO galaxy NGC 3245 // Astroph. J. -2001. - Vol. 555. - P. 685-708.

29. Baryshev Yu. V., Bukhmastova Yu. L. Gravitational mesolensing by King objects and quasar-galaxy associations // Astron. Rep. -1997. - Vol. 41 - P. 436-453.

30. Belinsky V. A., Khalatnikov I. M., Lifshitz E. M. Oscillatory approach to a singular point in relativistic cosmology// Adv. Phys. -1970. - Vol. 19,  $N \otimes 80. - P.525.$ 

31. Belle K., Lewis G. Microlensing of BAL quasars: polarization variability // Publ. Astron. Soc. Pacific. – 2000. – Vol. 112, Issue 769. – P. 320–327.

32. Bennett D., Becker A., Calitz J. et al. The microlensing event MACHO-99-BLG-22/OGLE – 1999-BUL-32: An intermediate mass black hole, or a lens in the bulge // E-print arXiv astro-ph/0207006

33. Bennett D., Rhie S., Becker A. et al. Gravitational microlensing evidence for a planet orbiting a binary star system // Nature. -1999. - Vol. 402. - P. 57–67.

34. Bertotti B., Iess L., Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft // Nature. -2003. - Vol. 425. - P. 374-376.

35. Biller S.D. et al. Limits to quantum gravity effects from the observations of TeV flares in active galaxies // Phys. Rev. Lett. – 1999.– Vol. 83.– P. 2108–2111.

36. Binney J., Mamon G.A. M/L and velocity anisotropy from observations of spherical galaxies, or must M87 have a massive black hole? // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1982. - Vol. 200 - P. 361-375.

37. Bize S., Wolf P., Abgrall M. et al. Cold atom clocks, precision oscillators and fundamental tests // Lect. Not. Phys. – 2004. – Vol. 648. – P. 189–207.

38. Bonnelli I.A., Pringle J.E. Gravitational radiation from supernovae // Mon. Not. Roy. Astr. Soc. – 1995. – Vol. 273. – P. L12–L14.

39. Boughn S., Crittenden R. A correlation between the cosmic microwave background and large-scale structure in the Universe // Nature. -2004. - Vol. 427. - P. 45–47.

40. Bower G.A., Green R.F., Danks A. et al. Kinematics of the nuclear ionized gas in the radiogalaxy M84 (NGC 4374) // Astroph. J. – 1998. – Vol. 492 – P. L111–L114.

41. Boyer R.H., Lindquist R.W. Maximal analytic extension of the Kerr metric // Journ. Math. Phys. – 1967. – Vol. 8, Issue 2. – P. 265–281.

42. Bozza V. Trajectories of the images in binary microlensing // Astron. Astrophys. – 2001. – Vol. 274. – P. 13–27.

43. Brault J.W. The gravitational redshift in the Solar spectrum : Doctoral dissertation. – Princeton Univ, 1962. // Abstract: Bull. Amer. Phys. Soc. – 1963. – Vol. 8. – P. 28.

44. Brillet A., Hall J.L. Improved laser test of the isotropy of space // Phys. Rev. Lett. – 1979. – Vol. 42. – P. 549.

45. Bromm V., Loeb A. Formation of the first supermassive black holes // Astroph. J. – 2003. – Vol. 596. – P. 34–46.

46. Brumberg V. A. Contemporary problems of relativistic celestial mechanics and astrometry // 10th European Regional Astronomy Meeting of the IAU. – Prague, Czechoslovakia. – Ed.M Sidlichovskyy. – 1987. – Proceedings. Volume 3. – P. 3–9.

47. Bucher M., Dunkley J., Ferreira P. G., Moodley K., Skordis C. Constraints on isocurvature models from the WMAP first-year data. // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 93. – id. 081301.

48. Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Kampfer B., Zhdanov V.I. Generalized shock adiabatics and relativistic nuclear collisions // Phys. Rev. D. - 1989. - Vol. 40. - P. 2903-2913.

49. Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Zhdanov V.I. Relativistic shocks in the systems containing domains with anomalous equations of state and quark baryonic matter hadronisation // Zeit. Phys. C. -1988. - Vol. 39. - P. 365–370.

50. Bukhmastova Yu. L. Properties of quasar-galaxy associations and gravitational Mesolensing by Halo Objects.// Astron. Rep. -2001. - Vol. 45. - P. 581-590.

51. Burrows A. On the systematics of core-collapse explosions // Proc. 9th workshop on Nuclear Astrophysics. Eds. W.Hillebrandt, E.Muller. Garching bei Munchen: Max-Planck-Inst. Astrophys. – 1998. – P. 76.

52. Burrows A. Towards a synthesis of core-collapse supernova theory // Nucl. Phys. -1996. - Vol. A606. - P. 151-166.

53. Burud I. Evidence for a short-term variability in RXJ0911+05; SBS 1520+530: PhD Thesis – Liege (Belgium), 2002.

54. Cameron A. G. W. Neutron stars // Ann. Rev. Astron. Astrophys. – 1970. – Vol. 8. – P. 179.

55. Carretta E., Gratton R. G., Clementini G., Fusi Pecci F. Distances, ages, and epoch of formation of globular clusters // Astroph. J. – 2000. – Vol. 533, Issue 1. – P. 215–235.

56. Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L. The cosmological constant // Ann. Rev. of Astron. & Astrophys. – 1992. – Vol. 30. – P. 499–542.

57. Castagnino M. The Riemannian structure of space-time as a consequence of physical hypotheses // R. C. Acad. Naz. Lincei, Italy. -1968. – Vol. 44, N. 4. – P. 533–543.

58. Castro-Tirado A. J. Cosmic gamma-ray bursts: the most energetic phenomenon in the Universe // Astrophys. Space Sci.- 1999. – Vol. 263. – P. 15–26.

59. Cattaneo A., Haehnelt M. G., Rees M. J. The distribution of supermassive black holes in the nuclei of nearby galaxies // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1999. - Vol. 308. - P. 77-81.

60. Chaboyer B. The age of the Universe // Phys. Rept. -1998. - Vol. 307. - P. 23-30.

61. Chaboyer B., Demarque P., Kernan P. J., Krauss L. M. The age of globular clusters in light of Hipparcos: resolving the age problem? // Astroph. J. – Vol. 494. – P. 96.

62. Chae K., Turnshek D. Hubble space telescope observations of the gravitationally lensed Cloverleaf broad absorption line QSO H1413+117: Modeling the lens // Astroph. J. – 1999. – Vol. 514, N. 2. – P. 587–597.

63. Chae K., Turnshek D., Schulte-Ladbeck R., Rao S., Lupie O. HST observations of gravitationally lensed Cloverleaf BAL QSO H1413+1143: imaging polarimetry and evidence for microlensing of a scatter region // Astroph. J. -2001. - Vol. 561, Issue 2. - P. 653-659.

64. Challinor A. Anisotropies in the cosmic microwave background // Proceedings of the 2nd Aegean Summer School on the Early Universe, Springer LNP. – 2003. (astro-ph 0403344)

65. Challinor A. Microwave background polarization in cosmological models. // Phys. Rev. D - 2000.- Vol. 62.- id. 043004.

66. Challinor A., Lasenby A. Cosmic microwave background anisotropies in the cold dark matter model: a covariant and gauge-invariant approach // Astrophys. J.– 1999.– Vol. 513.– P. 1–22.

67. Chandrasekhar S. The maximum mass of ideal white dwarfs // Astrophys. J. -1931. - Vol. 74. - P. 81.

68. Chechin V.A., Vavilov Yu.N. The possible interpretation of experimental results on cosmic ray. Particles with energies exceeding 1019 eV at ADASA array // Proceedings of the ICRC 1999 Conference, Salt-Lake City, August 1999. – HE.2.3.07. (http://krusty.physics.utah.edu/~icrc1999/proceedings.html).

69. Chiba M., Yoshii Y. New limits on a cosmological constant from statistics of gravitational lensing // Astroph. J. – 1999. – Vol. 510. – P. 42–53.

70. Chiba M., Yoshii Y. Do lensing statistics rule out a cosmological constant? // Astroph. J. – 1997. – Vol. 489. – P. 485.

71. Choquet-Bruhat Y. Positive energy theorems // Relativity, groups and topology. Eds. B. S. DeWitt and R. Stora. – Elsevier, 1984. – P. 740–785.
72. Ciufolini I., Pavlis E. C. A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense-Thirring effect// Nature. – 2004. – Vol. 431. – P. 958–960.

73. Ciufolini I., Pavlis E., Chieppa F., Fernandes-Vieira E., Perez-Mercader J. Test of general relativity and measurement of the Lense-Thirring effect with two Earth satellites // Science. 1998. – Vol. 279. – P. 2100.

74. Colladay D., Kostelecky V.A. Lorentz-violating extension of the standard model // Phys. Rev. D. – 1998.– Vol. 58.– id. 116002.

75. Colley W. N., Schild R. E. Hourly variability in Q0957+561 // Astroph. J. – 2000. – Vol. 540, Issue 1, – P. 104–112.

76. Colley W. N., Schild R. E. Rapid microlensing event in the Q0957+561 GLS // Astroph. J. - 2003. - Vol. 594, Issue 1. - P. 97-100.

77. Colley W., Schild R., Abajas C. et al. Around the clock observations of the Q0957+561 A, B gravitationally lensed quasar // Astron. J. – 2002. – Vol. 565, Issue 1. – P. 105–107.

78. Cottam J., Paerels F., Mendez M. Gravitationally redshifted absorption lines in the X-ray burst spectra of a neutron star // Nature. -2002. - Vol. 420. - P. 51-54.

79. Courbin F., Lidman C., Meylan G., Kneib J., Magain P. Exploring the GLS HE1104-1805: near-IR spectroscopy // Astron. Asrophys. – Vol. 360. – P. 853–860.

80. Courbin F., Saha P., Schechter P.L. Quasar lensing // Lect. Notes Phys. - 2002. - Vol. 608. - P. 1-54.

81. Cretton N., Van den Bosch F.C. Evidence for a massive black hole in the SO galaxy NGC 4342 // Astroph. J. – 1999. – Vol. 514. – P. 704–724.

82. Damour T. Varying constants // E-print arXiv gr-qc/0306023.

83. Damour T., Dyson F. The Oklo bound on the time-variation of the fine-structure constant revisited. Nucl. Phys. -1996. - Vol. B480. - P. 37-54.

84. Damour T., Polyakov A.M. String theory and gravity // Gen. Rel. Grav. – 1996. – Vol. 12. – P. 1171.

85. Damour T., Taylor J.H. On the orbital period change of the binary pulsar RSR 1913+16 // Astroph. J. – 1991. – Vol. 366. – P. 501-511.

86. De Nisco K. R., Bruenn S.W., Mezzacappa A. The effects of general relativity on core-collapse supernovae // Proc. 2 Oak Ridge Symp. Atomic and Nucl. Astrophys., Ed. A. Mezzacappa. – 1998. – P. 571.

87. De Sitter W. On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1916. - Vol. 77. - P. 155–481.

88. Dicke R. H., Peebles P. J. E., Roll P. G., Wilkinson D. T. Cosmic black-body radiation. // Astrophys. J.– 1965.– Vol. 142.– P. 414–419.

89. Dickinson C., Battye R. A., Carreira P. et al. High sensitivity measurements of the CMB power spectrum with the extended Very Small Array. // Monthly Not. Roy. Astron. Soc. – 2004. – Vol. 353. – P. 732–746.

90. Dittus H. Why Doing Fundamental Physics on the ISS?-The experimental conditions // Gen. Relat. and Grav. – 2004. – Vol. 36, N. 3. – P. 601–614.

91. Djorgovski S. G., Castro S., Stern D., Mahabal A. A. On the threshold of the reionization epoch // Astrophys. J. – 2001. – Vol. 560. – P. L5–L8.

92. Dolan J. F. A reanalysis of the orbital inclination of Cygnus XR-1 determined polarimetrically // Astrophys. J. – 1992. – Vol. 384. – P. 249–254.

93. Dominik M., Sahu K. Astrometric microlensing of stars // Astron. J. – 2000. – Vol. 534. – P. 213–226.

94. Dove J.B., Wilms J., Maisack M., Begelman M.C. Self-consistent thermal accretion disk corona models for compact objects // Astrophys. J. – 1997. – Vol. 487. – P. 759.

Drever R.W.P. A search for the anisotropy for inertial mass using a free precession technique // Phil. Mag. – 1961. – Vol. 6. – P. 683.
Damour T., Soffel M., Xu C. Relativistic celestial mechanics and ref-

96. Damour T., Soffel M., Xu C. Relativistic celestial mechanics and reference frames // Proc. IAU colloq., Washington. – 1991. – P. 50–62.

97. Ebisuzaki T., Makino J., Go Tsuru T. et al. Missing link found? The "runaway" path to supermassive black hole // Astroph. J. -2001. - Vol. 562. - P. L19-L22.

98. Efstathiou G., Bond J.R. Cosmic confusion: degeneracies among cosmological parameters derived from measurements of microwave background anisotropies. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1999. – Vol. 304. – P. 75–97.

99. Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitatstheorie // Ann. Phys. – 1916. – Vol. 49. – S. 769–822.

100. Einstein A. Uber den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes // Ann. Phys. -1911. - Vol. 35. - S. 898-908.

101. Einstein A. Zur Elektrodynamik der bewegter Korper // Ann. Phys. – 1905. – Vol. 17. – S. 891–921.

102. Eisenhauer F., Schodel R., Genzel R. et al. A geometric determination of the distance to the Galactic center // Astroph. J. -2003. - Vol. 597, Issue 2. - P. L121–L124.

103. Elvis M. Test of a structure for quasars // "Mass Outflow in Active Galactic Nuclei: New Perspectives", ASP Conference Proceedings. – Vol. 255. – San Francisco: Astronomical Society of the Pacific. Ed. by D. M. Crenshaw, S. B. Kraemer, and I. M. George. – 2002. – P. 303.

104. Emsellem E., Dejonghe H., Bacon R. Dynamical model of NGC 3115 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1999. – Vol. 303. – P. 495–514.

105. Enosh M., Kovetz A. Characterization of gravitational theories by cumulative effects in free particles' motion and the behaviour of clocks // Ann. Phys. -1972. - Vol. 69, N. 1. - P. 279 - 296.

106. Fabbiano G., Zezas A., Murray S.S. CHANDRA observations of "The Antennae" galaxies // Astroph. J. – 2002. – Vol. 554. – P. 1035–1043.

107. Feast M.W. Distance scale after Hipparcos. // Astroph. Space. Sci. – 1998. – Vol. 263, N. 1–4. – P. 209–214.

108. Ferrarese L. Black hole demographics // "Current high-energy emission around black holes" the 2nd KIAS Astrophysics Workshop. – Korea Institute for Advanced Study, Seoul, Korea. – September 2001. – Edited by Chang-Hwan Lee and Heon-Young Chang. – Proceedings. – P. 3.

109. Ferrarese L., Ford H. C. Nuclear discs of gas and dust in early-type galaxies and the hunt for massive black holes: Hubble Space Telescope observations of NGC 6251 // Astroph. J. - 1999. - Vol. 515. - P. 583–602.

110. Ferrarese L., Ford H. C., Jaffe W. Evidence for a massive black hole in the active galaxy NGC 4261 from Hubble Space Telescope images and spectra //Astroph. J. - 1996. - Vol. 470. - P. 444–459.

111. Ferrarese L., Merrit D. A fundamental relation between supermassive black holes and heir host galaxies // Astroph. J. – 2000. – Vol. 539. – P. L9–L12.

112. Ferrarese L., Pogge R. W., Peterson B. M. et al. Supermassive black holes in active galaxic nuclei. I. The consistency of black holes masses in quiescent and active galaxies // Astroph. J. -2001. - Vol. 555. - P. L79–L82.

113. Finkelstein A. M., Kreinovich V. A., Pandey S. N. Relativistic reductions for radiointerferometric variables // Astrophys. Space Sci. – 1983. – Vol. 94. – P. 233–247.

114. Finn L. S. No statistical excess in EXPLORER/NAUTILUS observations in the year 2001 // Class. Quantum Grav. -2003. - Vol. 20. - P. L37–L44.

115. Fixsen D. J., Cheng E. S., Gales J. M., Mather J. C., Shafer R. A., Wright E. L. The cosmic microwave background spectrum from the full COBE FIRAS data set // Astrophys. J.– 1996.– Vol. 473.– P. 576–587.

116. Fluke C., Webster R. Investigating the geometry of quasars with microlensing // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1999. - Vol. 302, Issue 1. - P. 68–74.

117. Foltz C., Hewett P., Webster R., Lewis G. The central velocity dispersion of the lensing galaxy in the quadruple lens system Q2237 + 0305 // Astroph. J. - 1992. - Vol. 386. - P. L43-L45.

118. Fomin P. I. Zero cosmological constant and Plank scales phenomenology // Proc. 4 Seminar on Quantum Gravity. Ed. M. A.Markov. World Scientific, Singapore, 1988. –P. 813–819.

119. Font J. A., Stergioulas N., Kokkotas K. D. Non-linear hydrodynamical evolution of rotating relativistic stars: numerical methods and code tests // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 3. - P. 678–688.

120. Fosalba P., Gaztanaga E., Castander F. J. Detection of the integrated Sachs-Wolfe and Sunyaev-Zeldovich effects from the cosmic microwave background galaxy correlation. // Astrophys. J. – 2003. – Vol. 597. – P. L89–L92.

121. Fowler R. H. On dense matter // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1926. – Vol. 87. – P. 114.

122. Freedman W. L., Madore B. F., Gibson B. K. et al. Final results from the Hubble Space Telescope Key Project to measure the Hubble constant // Astroph. J. -2001. - Vol. 553. - P. 47-72.

123. Fukushima T. The Fermi coordinate system in the post-Newtonian framework // Celest. Mech. -1988. - Vol. 44, No 1-2. - P. 61-75.

124. Garnavich P. M. Loeb A. Q., Stanek K. Z. Resolving gamma-ray burst 000301C with a gravitational microlens // Astroph. J. -2000. - Vol. 544. - P. L11–L23.

125. Garnavich P. M., Kirshner R. P., Challis P. et al. Constraints on cosological models from Hubble Space Telescope observations of high-z supernovae // Astrophys. J. Lett. – 1998. – Vol. 493. – P. L53.

126. Gaudi B. S. Granot J., Loeb A. Microlensing and the surface brightness profile of the afterglow image of GRB 000301C // Astrophys. J. -2001. - Vol. 561, Issue 1. - P. 178–182.

127. Gebbie T., Ellis G. F. R. 1+3 Covariant cosmic microwave background anisotropies I: algebraic relations for mode and multipole expansions // Ann. Phys.– 2000.– Vol. 282.– P. 285–320.

128. Gebhardt K. Bender R., Bower G. et al. A relationship between nuclear black hole mass and galaxy velocity dispersion // Astroph. J. -2000. - Vol. 539. - P. L13 - L16.

129. Gebhardt K., Richstone D., Kormendy J. et al. Axisymmetric threeintegral model of galaxies: a massive black hole in NGC 3379 // Astroph. J. - 2003. – Vol. 583, Issue 1. – P. 92–115.

130. Genzel R., Pichon C., Eckart A. et al. Stellar dynamics in the Galactic centre: proper motion and anisotropy // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 317. - P. 348-374.

131. Gerssen J., van der Marel R. P., Dubath P. et al. Stellar kinematics in M15 // Bull. Amer. Astron. Soc. – 2001. – Vol. 33. – P. 1385.

132. Ghez A. M., Klein B. L., Morris M., Becklin E. E. High proper motion stars in the vicinity of Sgr A\*: evidence for a supermassive black hole at the center of our Galaxy // Astroph. J. - 1998. - Vol. 509, Issue 2. - P. 678–686.

133. Ghez A. M., Salim S., Hornstein S. D. et al. Stellar orbits around the Galactic center black hole // Astroph. J. -2005. - Vol. 620, Issue 2. - P. 744-757.

134. Godone A., Novero C., Tavella P. Null gravitational redshift experiment with nonidentical atomic clocks // Phys. Rev. D. -1995. - Vol. 51. - P. 319-323.

135. Gonzales-Mestres L. Deformed Lorentz symmetry and high-energy astrophysics // E-print arXiv: (I) physics/0003080; (II) hep-th/0208064; (III) hep-th/0210141.

136. Gott, J. R., Rees M. J. Astronomical constraints on a string-dominated universe // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1987. – Vol. 227. – P. 453-459.

137. Gould A., Han C. Astrometric Resolution of Severely Degenerate Binary Microlensing Events // Astroph. J. – 2000. – Vol. 538, Issue 2. – P. 653–656.

138. Graff D. S. What are MACHO? Interpreting LMC microlensing // Microlensing 2000: A New Era of Microlensing Astrophysics, ASP Conf. Proc. – Vol. 239. – J. W. Menzies and Penny D. Sackett. San Francisco: Astronomical Society of the Pacific. – 2001. – P. 73.

139. Granot J., Loeb A. Chromatic signatures in the microlensing GRB afterglows // Astroph. J. Lett. – 2001. – Vol. 551. – P. L63–L66.

140. Greenberg O.W. CPT violation implies violation of Lorentz invariance // Phys. Rev. Lett. – 2002.- Vol. 89.- id. 231602.

141. Greizen K. End to the cosmic ray spectrum? // Phys. Rev. Lett.-1966.- Vol. 16. – P. 748–750.

142. Grieger B., Kayser R., Refsdal S. Gravitational microlensing as a clue to quasar structure // Astron. Asrophys. – 1988. – Vol. 194. – P. 54–64.

143. Grieser R., Klein R., Huber G. et al. A test of special relativity with stored lithium ions // Appl. Phys.– 1994.– Vol. B59.– P. 127–133.

144. Griest K., Alcock C., Axelrod T. S. et al. Gravitational microlensing as a method of detecting disk dark matter and faint disk stars // Astroph. J. – 1992. – Vol. 372. – P. L79–L82.

145. Gronwald F. Metric-affine gauge theory of gravity I. Fundamental structure and field equations // Int. J. Mod. Phys. - 1997. - Vol. D6. - P. 263–304.

146. Gronwald F., Hehl F.W. On the gauge aspects of gravity // E-print arXiv: gr-qc/9602013.

147. Gunther U., Starobinsky A., Zhuk A. Multidimensional cosmological models: Cosmological and astrophysical implications and constraints // Phys. Rev. D. – Vol. 69, Issue 4. – id. 044003.

148. Gurevich A., Zybin K., Sirota V. Small-scale DM structure and microlensing; they indicated possible role of non-compact objects for interpretation of microlensing observations on Galactic MACHOs // Usp. Fiz. Nauk. -1997. - Vol. 167. - P. 914.

149. Gustafson E., Shoemaker D., Strain K., Weiss R. LSC white paper on detector research and development // LIGO techn. doc. LIGO T990080-00-D. - 1999. - http://www.ligo.org.

150. Haehneld M. G., Kauffmann G. Multiple suppermassive black holes in galactic bulges // MNRAS – 2002. – Vol. 336. – P. L61–L64.

151. Haehnelt M. G., Natarajan P., Rees M. J. High-redshift galaxies, their active nuclei and central black holes // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1998. – Vol. 300. – P. 817–827.

152. Haehnelt M. G., Kauffmann G. The correlation between black hole mass and bulge velocity dispersion in hierarchical galaxy formation models // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2000. – Vol. 318. – P. L35–L38.

153. Hamada T., Salpeter E. E. Models for zero-temperature stars // Astrophys. J. – 1961. – Vol. 134. – P. 683.

154. Han C. On the astrometric behavior of binary microlensing events // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2001. – Vol. 325, Issue 4. – P. L1281–L1287.

155. Han C., Chun M., Chang K. Astrometric properties of gravitational binary-microlens events and their applications // Astrophys. J. - 1999. - Vol. 526,  $\mathbb{N}$  1. - P. 405–410.

156. Han C., Park, S., Lee Y. Distribution of caustic-crossing intervals for galactic binary-lens microlensing events // Mon. Not. R. Astron. Soc. -2000. - Vol. 314, No 1. - P. 59-64.

157. Harms R. J., Ford H. C., Zvetanov Z. I. et al. HST FOS spectroscopy of M87: Evidence for a disk of ionized gas around a massive black hole // Astroph. J. –1994. – Vol. 435. – P. L35–L38.

158. Hartle J.B., Sabbadini A.G. The equation of state and bounds on the mass of nonrotating neutron stars // Astrophys. J. -1977. - Part 1, Vol. 213. - P. 831–835.

159. Hatzimiminaoglou E., Siemiginowska A., Elvis M. Accretion disk instabilities, CDM models and their role in quasar evolution // Astroph. J. - 2001. - Vol. 547, Issue 1. - P. 90–98.

160. Haugan M. P., Lammerzahl C. Principles of equivalence: their role in gravitational physics and experiments that test them // Lect. Not. Phys. - 2001. - Vol. 562. - P. 195–212.

161. Hils D., Hall J.L. Improved Kennedy-Thorndike experiment to test special relativity // Phys. Rev. Lett. – 1990. – Vol. 64, N. 15. – P. 1697.

162. Hosokawa M., Ohnishi K., Fukushima T., Takeuti M. Parallactic variation of gravitational lensing and measurement of stellar mass // Astron. Astrophys. – 1993. – Vol. 278, N. 2. – P. L27–L30.

163. Hu W. Weak lensing of the CMB: a harmonic approach. // Phys. Rev. D - 2000. – Vol. 62. – id.043007.

164. Hu W., Dodelson S. Cosmic microwave background // Ann. Rev. Astron. Astrophys. – 2002. – Vol. 40. – P. 171–216.

165. Hu W., Seljak U., White M., Zaldarria M. Complete treatment of CMB anisotropies in a FRW universe. // Phys. Rev. D - 1998. – Vol. 57. – P. 3290–3301.

166. Hu W., Sugiyama N. Toward understanding CMB anisotropies and their implications // Phys. Rev. D. – 1995. – Vol. 51.– P. 2599–2630.

167. Hu W., Sugiyama N. W. Anisotropies in the cosmic microwave background: an analytic approach // Astrophys. J. – 1995. – Vol. 444. – P. 489–506.

168. Huber F. M., Lewis R. A., Messerschmidt E. W., Smith G. A. Precision tests of Einstein's weak equivalence principle for antimatter // Adv. Space Res. -2000. Vol. 25. - P. 1245.

169. Hughes S. A., Holz D. E. Cosmology with coalescing massive black holes // E-print arXiv: astro-ph/0212218.

170. Hughes V. W., Robinson H. G., Beltran-Lopez V. Upper limit for the anisotropy of inertial mass from nuclear resonance experiments // Phys. Rev. Lett. – 1960. – Vol. 4. – P. 342.

171. Hulse R. A. The discovery of the binary pulsar // Rev. Mod. Phys. - 1994. - Vol. 66, Issue 3. - P. 699-710.

172. Hulse R. A., Taylor J. H. Discovery of a pulsar in a binary system // Astrophys. J. Lett. – 1975. – Vol. 195. – P. L51–L53.

173. Hulse R. A., Taylor J. H. Discovery of the pulsar in a binary system // Astroph. J. – 1975. – Vol. 195. – P. L51–L53.

174. Iorio L. Is it possible to measure the Lense-Thirring effect on the orbits of the planets in the gravitational field of the Sun? // Astron. Astroph. -2005. - Vol. 431. - P. 385–389.

175. Iorio L. On the unreliability of the so far performed tests for measuring the Lense-Thirring effect with the LAGEOS satellites // E-print arXiv gr-qc/0411024.

176. Israel W. Line sources in general relativity // Phys. Rev. D. -1977. - Vol. 15., N. 4. -P. 935-941.

177. Jaroszynski M., Paszynsky B. Diffraction Effects in microlensing of Q2237+0305 // Astroph .J. – 1995. – Vol. 455 – P. 443.

178. Jimenez R., Band D., Piran T. Energetics of gamma ray bursts // Astrophys. J. – 2001. – Vol. 561 – P. 171–177.

179. Joseph C., Merritt D., Olling R. et al. The nuclear dynamics of M32. I. Data and stellar kinematics // Astroph. J. – 2001. – Vol. 550. – P. 668–690.

180. Jovanovic J., Popovic L. C., Dimitrievic M. S. Correlation between X-ray continuum and Fe K? line variation due to microlensing // Publ. Astron. Obs. Belgrade. -2003. - N. 76. - P. 205-210.

181. Kaaret P., Prestwich A. H., Zezas A. et al. Chandra HRC observations of the luminous X-Ray source in the starburst galaxy M82 // Bull. Amer. Astron. Soc. -2000. – Vol. 32. – P. 1204

182. Kaiser N., Squires G. Mapping the dark matter with weak gravitational lensing // Astroph. J. – 1993. – Vol. 404. – P. 441–450.

183. Kaiser R., Refsdal S., Stabell R. Astrophysical applications of gravitational microlensing // Astron. Astroph. – 1986. – Vol. 166. – P. 36–52.

184. Kalogera V., Kim C., Lorimer D.R. et al. The cosmic coalescence rates for double neutron star binaries // Astroph. J. -2004. - Vol. 601. - P. L179–L182.

185. Kamionkowski M., Kosowsky A. The cosmic microwave background and particle physics // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. – 1999. – Vol. 49. – P. 77–123.

186. Kasner E. Geometrical theorem on Einstein's cosmological equations // Am. J. Math. – 1921. – Vol. 43. – P. 217.

187. Katz N., Balbus S., Paczynsky B. Random scattering approach to gravitational microlensing // Astroph. J. – 1986. – Vol. 306. – P. 2–8.

188. Kennedy R. J., Thorndike E.M. Experimental establishment of the relativity of time // Phys. Rev. B. – 1932. – Vol. 42.– P. 400–418.

189. Kerr R. P. Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics // Phys. Rev. Lett. -1963. - Vol. 11. - P. 237–238.

190. Khalatnikov I. M., Parnovsky S. L. On the motion of particles in the field of the naked Kasner-type singularity // Physics Lett. -1978. -Vol. 66A, N. 6. -P. 466-468.

191. Kim C., Kalogera V., Lorimer D. R. The probability distribution of binary pulsar coalescence rates. I. Double neutron star systems in the galactic field // Astroph. J. -2003. – Vol. 584. – P. 985–995.

192. Kirzhnits D.A., Chechin V. A. Cosmic rays and the elementary length (Model with large Lorentz factor and relativistic relations violations to explain theoretical estimate disparity with experimental data for high energy primary cosmic rays) // JETP Lett. – 1971. – Vol. 14. – P. 172–174.

193. Kneib J., Alloin D., Mellier Y. et al. Modeling the Cloverleaf: contribution of galaxy cluster at  $z\sim1.7$  // Astron. Astrophys. – 1998. – Vol. 329. – P. 827–839.

194. Kneib J., Alloin D., Pello R. Unveiling the nature of Cloverleaf lens–system: HST/NICMOS-2 observations// Astron. Astrophys. – 1998. – Vol. 339. – P. L65–L68.

195. Knop R. A., Aldering G., Amanullah R. et al. New constraints on OmegaM, OmegaLambda, and w from an independent set of 11 high-red-shift supernovae observed with the Hubble Space Telescope // Astroph. J. -2003. - Vol. 598. - P. 102-137.

196. Knox L., Christensen N., Skordis C. The age of the Universe and the cosmological constant determined from cosmic microwave background anisotropy measurements // Astroph. J. – Vol. 563, Issue 2. – P. L95–L98.

197. Kochanek C. S. Do the redshifts of gravitational lens galaxies rule out a large cosmological constant? // Astroph. J. – 1992. – Vol. 384. – P. 1–11.

198. Kochanek, C. S. Is There a Cosmological Constant? // Astroph. J. – Vol. 466. – P. 638.

199. Kogut A., Lineweaver C., Smoot G. F. et al. Dipole anisotropy in the COBE differential microwave radiometers. First-year sky maps // Astroph. J. – 1993. – Vol. 419. – P. 1–6.

200. Kogut A., Spergel D. N., Barnes C. et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: temperature-polarization correlation. // Astrophys. J. Suppl. – 2003. – Vol. 148. – P. 161–174.

201. Komatsu E., Kitayama T., Sunyaev R., Zeldovich Ya. Fluctuations from spatial correlations between clusters of galaxies // Asrtophys. J. – 1999. – Vol. 526. – P. L1–L4.

202. Komossa S. Observational evidence for supermassive black hole binaries // AIP Conference Proceedings. – 2003. – Vol. 686. – P. 161–174 (astro-ph/0306439).

203. Koopmans L. V. E., Wambsganss J. On the probability of microlensing in GRB afterglows // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2001. – Vol. 325. – P. 1317–1322.

204. Kopeikin S. M. Celestial coordinate reference systems in curved space-time // Cel. Mech. – 1988. – Vol. 44. – P. 87–115.

205. Kormendy J. Evidence for a supermassive black hole in the nucleus of M31 // Astroph. J. – 1988. – Vol. 325. – P. 128–141.

206. Kormendy J., Richstone D. Inward bound – the search for supermassive black holes in galactical nuclei // Annu. Rev. Astron. Astroph. – 1995. - Vol. 33. - P. 581-624.

207. Kramer M. Determination of the geometry of the PSR B1913+16 system by geodetic precession // Astroph. J. - 1998. - Vol.509, No. - P. 856-860.

208. Krauss, L. M. The end of the age problem, and the case for a cosmological constant revisited // Astroph. J. - 1998. - Vol. 501 - P. 461.

209. Kundic T., Colley W., Gott J. et al. An event in the light curve of 0957+561A and prediction of the 1996 image B light curve // Astroph. J. Lett. – 1995. – Vol. 455. – P. L5.

210. Kuo C. L., Ade P. A. R., Bock J. J. et al. High-resolution observations of the cosmic microwave background power spectrum with ACBAR. // Astrophys. J. – 2004. – Vol. 600. – P. 32–51.

211. Lammerzahl C. General relativity in space and sensitive tests of the equivalence principle // E-print arXiv: gr-qc/0402122.

212. Lammerzahl C., Ahlers G., Ashby N. et al. Review: experiments in fundamental physics scheduled and in development for the ISS // Gen. Relat. and Grav. -2004. - Vol. 36, N. 3. - P. 615–649.

213. Lammerzahl C., Dittus H. Fundamental physics in space: a guide to present projects // Ann. Phys. -2002. - Vol. 11. - P. 95–150.

214. Lammerzahl C., Dittus H., Peters A., Schiller S. OPTIS – a satellite based test of special and general relativity // Class. Quant. Grav. – 2001. – Vol. 18. – P. 2499.

215. Lauer T. R., Gebhardt K., Richstone D. et al. Galaxies with a central minimum in stellar luminosity density // Astron. J. – 2002. – Vol. 124. – P. 1975–1987 (astro-ph/0206122).

216. Lebah D.E., Corey B. E., Shapiro I. I. et al. Measurement of the solar gravitational deflection of radio waves using very-long-base interferometry // Phys. Rev. Lett. -1995. - Vol. 75. - P. 1439-1442.

217. Lense J., Thirring H. Uber den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkorper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie. – Phys. Z. – 1918. – Vol. 19. – P. 156–163.

218. Lichnerowicz A. Relativistic hydrodynamics and magnetohydrodynamics. New York: Benjamin, 1967. – 198 p.

219. Lidman C., Courbin F, Kneib J. et al. Exploring the gravitationally lensed system HE1104-1805: VLT-spectroscopy of the lens at z = 0.729 // Astron. Astrophys. – 2000. – Vol. 364. – P. L62–L65.

220. Linder E. V. Light thoughts on dark energy // New Astron. Rev. - 2005. - Vol. 49, Issue 2-6. - P. 93–96.

221. Liu F. K., Wu Xue-Bing, Cao S. L. Double-double radio galaxies: remnants of merged supermassive binary black holes // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2003. – Vol. 340. – P. 411–416.

222. Lobanov A. P., Roland J. A supermassive binary black hole in the quasar 3C345 // Astron. Astroph. – 2005. – Vol. 431.- P. 831–846 (astro-ph/0411417).

223. Lockerbie N., Mester J. C., Torii R., Vitale S., Worden P. W. STEP: a status report // Lect. Not. Phys. – 2001. – Vol. 562. – P. 213–247.

224. Loeb A. Cosmological formation of quasar black holes // Astroph. J. – 1993. – Vol.403. – P. 542–551.

225. Loeb A. Cosmological studies with gamma-ray bursts // Supernovae and GRB. – Edited by K. Weiler., Lect. Not. Phys. – 2003. - Vol. 598. – P. 445–456.

226. Lynden-Bell D. Galactic nuclei as collapsed old quasars // Nature. – 1969. – Vol. 223 – P. 690.

227. Ma C., Bertschinger E. C. Cosmological perturbation theory in the synchronous and conformal Newtonian gauges. // Astrophys. J. -1995. – Vol. 455. – P. 7–25.

228. Maartens R. Brane-World Gravity // Living Rev. Relat. – 2003. – Vol. 7, N. 7.

229. Magueijo J., Smolin L. Generalized Lorentz invariance with an invariant energy scale // Phys. Rev. D. -2003. - Vol. 67, Issue 4. - id. 044017.

230. Maillard J. P., Paumard T., Stolovy S. R., Rigaut F. The nature of the Galactic Center source IRS 13 revealed by high spatial resolution in the infrared // Astron. Asrophys. – 2004. – Vol. 423. – P. 155–167.

231. Maleki L., Prestage J. Spacetime mission: clock test of relativity at four Solar radii // Lect. Not. Phys. – 2001. – Vol. 562. – P. 369–380.

232. Mansouri R., Sexl R. U. A test theory of special relativity // Gen. Rel. Grav. – 1977. – Vol. 8. – P. 497; P. 515; P. 809.

233. Mao S., Smith C., Wozniak P. et al. Optical gravitational lens experiment. OGLE-1999-BUL-32: the longest ever microlensing event – Evidence for stellar mass black hole// Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2002. – Vol.329, Issue 2. – P. L349–L354.

234. Marzlin K. P. Fermi coordinates for weak gravitational fields // Phys. Rev. D. -1994. - Vol. 50, N. 2 - P. 888-891.

235. Matsumoto H., Tsuru T. G., Koyama K. et al. Discovery of a luminous, variable, off-center source in the nucleus of M82 with the Chandra high-resolution camera // Astroph. J. – 2001. – Vol. 547. – P. L25–L28.

236. Mattingly D. Modern tests of Lorentz invariance // E-print arXiv: gr-qc/0502097.

237. Mauceli E., McHugh M. P., Hamilton W. O., Johnson W. W., Morse A. Search for periodic gravitational radiation with the ALLEGRO gravitational wave detector // E-print arXiv gr-qc/0007023.

238. Melchiorri A., Bode P., Bahcall N. A., Silk J. Cosmological constraints from a combined analysis of the cluster mass function and microwave background anisotropies // Astroph. J. -2003. – Vol. 5865. – P. L1–L3.

239. Merrit D., Ferrarese L. Black hole demographics from the  $M_{\bullet}$ - $\sigma$  relation // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. - 2001. - Vol. 320. - P. L30-L34.

240. Merritt D. Single and binary black holes and their influence on nuclear structure // In: Coevolution of Black Holes and Galaxies, ed. L. C. Ho. Cambridge Univ. Press. 2003 (astro-ph/0301257)

241. Merritt D., Ferrarese L. Relationship of black holes to bulges // The Central Kiloparsec of Starbursts and AGN: The La Palma Connection. – San Francisco: Astronomical Society of the Pacific. – Edited by Knapen J. H., Beckman J. E., Shlosman I., Mahoney T. J. – 2001. – ASP Conference Proceedings, Vol. 249. – P. 335.

242. Michelson A., Morley E. The relative motion of the Earth and the luminiferous ether // Philos. Mag. -1887. - Vol. 24. - P. 449–463.

243. Miller L., Lopes A., Smith R. et al. Possible arcminute-separation gravitational lensed QSOs in the 2dF QSO Survey // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2004. – Vol. 348, Issue 2. – P. L395–L405.

244. Miloslaljevic M., Merrithe D., Rest A., Van den Bosch F. C. Galaxy cores as relics of black hole mergers // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2002. - Vol. 331. - P. L51–L55.

245. Mineshige S., Yonehara A. Gravitational microlens mapping of quasar accretion disk // Publ. Astron. Soc. Japan. - 1999. - Vol. 51. - P. 497–504.

246. Mitchell J. L., Keeton C. R., Frieman J. A., Sheth R. K. Improved Cosmological Constraints from Gravitational Lens Statistics // Astroph. J. – 2005. – Vol. 622, Issue 1. – P. 81–98.

247. Molaro P., Centurion M., D'Odorico S., Levshakov S. VLT/UVES shows no cosmological variability of // E-print arXiv astro-ph/0505090.

248. Monaco P., Salucci P., Danese L. Joint cosmological formation of QSOs and bulge-dominated galaxies // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 311. - P. 279-296.

249. Muller E. Gravitational radiation from core-collapse supernovae // Class. Quant. Grav. – 1997. – Vol. 14, N. 6. – P. 1455–1460.

250. Muller E., Janka H.-T. Gravitational radiation from convective instabilities in type II supernovae explosions // Astron. Astroph. -1997. - Vol. 317. - P. 140-163.

251. Muller H., Herrmann S., Braxmaier C., Schiller S., Peters A. New optical tests of special relativity // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 91, N. 2. – id. 020401.

252. Muller J., Nordtvedt K. Lunar laser ranging and the Equivalence Principle signal // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 58, Issue 6. – id.062001.

253. Murphy M. T., Webb J. K., Flambaum V. V. et al. Possible evidence for a variable fine-structure constant from QSO absorption lines: motivations, analysis and results // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2001. – Vol. 327, Issue 4. – P. 1208–1222.

254. Murphy M. T., Webb J. K., Flambaum V. V. Further evidence for a variable fine-structure constant from Keck/HIRES QSO absorption spectra // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2003. – Vol. 345, Issue 2. – P. 609–638.

255. Myungshin I., Griffiths R. E., Ratnatunga K. U. A Measurement of the Cosmological Constant Using Elliptical Galaxies as Strong Gravitational Lenses // Astroph. J. – 1997. – Vol. 475. – P. 457.

256. Nauenberg M., Chapline G. Determination of properties of cold stars in General Relativity by a variational method // Astrophys. J. -1973. – Vol. 179.– P. 277–288.

257. Nelemans G., Yungelson L. R., Portegies Zwart S.F. Short-period AM CVn systems as optical, X-ray and gravitational wave sources // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2004. - Vol. 349 - P. 181.

258. Nemiroff R. AGN broad emission line amplification from gravitational microlensing // Astroph. J. - 1988. - Vol. 335, No 2. - P. 593–605.

259. Nesterov A.I. Riemann normal coordinates, Fermi reference system and the geodesic deviation equation // Class. Quantum Grav. -1999. - Vol. 16. - P. 465–477.

260. Ni W.T. Testing relativistic gravity and measuring solar system parameters via optical space missions // Lect. Not. Phys. -2001. - Vol. 562. - P. 330–343.

261. Ni W.-T., Shiomi S., Liao A.-C. ASTROD, ASTROD I and their gravitational-wave sensitivities // Class. Quant. Grav. – 2004. – Vol.21, N. 5. – P. S641–S646.

262. Nicastro F. Broad emission line regions in active galactic nuclei: the link with the accretion power. // Astroph. J. -2000. - Vol. 530. - P. L65- L68.

263. Nitynnanda R., Ostriker J. P. Gravitational lensing by stars in a galaxy halo – Theory of combined weak and strong scattering // J. of Astrophys. Astron. 1984. – Vol.5. – P. 235–250.

264. Nolta M. R., Wright E. L., Page L. et al. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe observations: dark energy induced correlation with radio sources // Astroph. J. -2004. -Vol. 608, Issue 1. - P. 10–15.

265. Nonlinear Gravitodynamics, the Lense-Thirring effect // Edited by Ruffini R., Sigismondi C. – Singapore: World Scientific, 2003.

266. Nordtvedt K. An overview of solar system gravitational physics: the theory-experiment Interface // Lect. Not. Phys. -2001. -Vol. 562. -P. 3-14.

267. Nordtvedt K. Equivalence principle for massive bodies. I. Phenomenology // Phys. Rev. – 1968. – Vol. 169. – P. 1017–1025.

268. Nordtvedt K. Testing relativity with laser ranging to the moon // Phys. Rev. – 1968. – Vol. 170. – P. 1186–1187.

269. Nordtvedt K. Optimizing the observation schedule for tests of gravity in lunar laser ranging and similar experiments // Class. Quant. Grav. – 1998. – Vol.15. – P. 3363–3381.

270. Nordtvedt K., Lunar laser ranging – a comprehensive probe of post-Newtonian gravity // Lect. Not. Phys. – 2001. – Vol. 562. – P. 317.

271. Nozawa T., Stergioulas N., Gourgoulhon E., Eriguchi Y. Construction of highly accurate models of rotating neutron stars – comparison of three different numerical schemes // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. – 1998. – Vol. 132. – P. 431–454.

272. Oguri M. How many arcminute-separation lenses are expected in the 2dF QSO Survey // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2003. – Vol. 339, Issue 2. – P. L23–L27.

273. Oppenheimer J. R., Volkoff G. M. On Massive Neutron Cores // Phys. Rev. – 1939. – Vol. 55, Issue 4. – P. 374–381.

274. Osone S. Study of 23 day periodicity of Blazar Mkr501 in 1997 // Astro-ph/0506328. – 2005.

275. Paczynscky B. Gravitational microlensing by the galactic halo // Astroph. J. -1986. - Vol. 304. - P. 1-5.

276. Page L., Nolta M. R., Barnes C. et al. First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: interpretation of the TT and TE angular power spectrum peaks. // Astrophys. J. Suppl. – 2003. – Vol. 148. – P. 233–241.

277. Parnovsky S. L. Gravitation fields near the naked singularities of the general type // Physica – 1980. – Vol. 104A. – P. 1423–1437.

278. Parnovsky S. L. A general solution of gravitational equations near their singularities// Clas. Quant. Gravit. – 1990. – Vol. 7. – P. 571–575.

279. Parnovsky S. L. Can Reisner-Nordstrom singularities exist?//Gen. Rel. Grav. – 1981. – Vol. 13, N. 9. – P. 853–863.

280. Parnovsky S. L. Quantum particle production in the formation of naked Kasner-type singularities // Physics Let. – 1979. – Vol. 73A, N. 3. – P. 153–156.

281. Parnovsky S. L., Gaydamaka O. Z. A generalization of the Zipoy-Voorhees metric in the presence of a conformally invariant scalar field // Укр. фізич. жур. -2004. - T. 49, № 3. - C. 205–209.

282. Pearson T. J., Mason B. S., Readhead A. C. et al. The anisotropy of the microwave background to l = 3500: mosaic observations with the Cosmic Background Imager // Astrophys. J. - 2003. - Vol. 591. - P. 556-574.

283. Pelykh V. Sen-Witten orthonormal three-frame and gravitational energy quasilocalization // Class. Quant. Grav. -2003. -Vol. 20 - P. 1115–1123.

284. Penrose R. Gravitational collapse: the role of general relativity // Riv. Nuovo Cim. -1969. - Vol.1, special number, - P. 253-276. (Proceed. of the Florence inaugural Conf. of the Eur. Phys. Soc. "The growth of Physics", Florence, Italy, 8-12 Aug. 1969)

285. Penzias A. A., Wilson R. W. A. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. // Astrophys. J. – 1965. – Vol. 142.- P. 419–421.

286. Perlmuter S., Aldering G., Della Valle M. et al. Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe // Nature – 1998. – Vol. 391. – P. 51.

287. Perlmutter S., Gabi S., Goldhaber G. et al. Measurements of the cosmological parameters omega and lambda from the first seven supernovae at  $Z \ge 0.35$  // Astroph. J. - 1997. - Vol. 483. - P. 565.

288. Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae // Astrophys. J. – 1999. – Vol. 517. – P. 565–586.

289. Peterson B. M. An introduction to active galactic nuclei. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. – 238 p.

290. Phillips P. M. Wide separation gravitation lens surveys // New Cosmological Data and the Values of the Fundamental Parameters, IAU Symp. – Manchester, England. –  $2000. - N \ge 201.$ 

291. Plyatsko R., Bilaniuk O. Gravitational ultrarelativistic interaction of classical particles in the context of unification of interaction // Class. Quant. Grav.- 2001. – Vol. 18. – P. 5187–5198.

292. Popowski P., Nelson A., Bennett D. et al. Recent microlensing results from the MACHO project // Gravitational Lensing: Unique Tool For Cosmology. – Aussois: eds. Valls-Gabaud & Kneib. – 2003. – P. 25.

293. Portegias Zwart S., McMillan S. The runaway growth of intermediate-mass black holes in dense star clusters // Astroph. J. -2002. - Vol. 576, Issue 2. - P. 899–907.

294. Pound R. V., Rebka G. A. Apparent weight of photons // Phys. Rev. Lett. -1960. - Vol. 4, Issue 7. - P. 337-341.

295. Pound R. V., Snider J. L. Effect of gravity on gamma radiation // Phys. Rev. B. – 1965. – Vol. 140. – P. 788–803.

296. Press W. H., Teukolsky S. A. Perturbations of a rotating black hole. II. Dynamical stability of the Kerr metric // Astrophys. J. -1973. - Vol. 185. - P. 649–674.

297. Preuss O. Astronomical tests of the Einstein equivalence principle: PhD thesis. – Max-Planck-Institute for Aeronomy, Germany, 2003. (arXiv: gr-qc/0305083).

298. Prodi G. A., Heng I. S., Allen Z. A et al. Initial operation of the international Gravitational event collaboration // Int. J. Mod. Sci. -2000. - Vol. D9. - P. 237-245.

299. Quast R., Reimers D., Levshakov S. A. Probing the variability of the fine-structure constant with the VLT/UVES // Astron. Astrophys. -2004. - Vol. 415 - P. L7–L11.

300. Ravindranath S., Ho L. C., Filippenko A. V. Nuclear cusps and cores in early-type galaxies as relics of binary black hole mergers // Astroph. J. – 2002. – Vol. 566, Issue 2. – P. 801–808.

301. Reasenberg R. D. Shapiro I. I., MacNeil P. E. et al. Viking relativity experiment: Verification of signal retardation by solar gravity // Astrophys. J. Lett. – 1979. – Vol. 234. – P. L219–L221.

302. Rees M. Black hole models for active galactic nuclei // Ann. Rev. Astron. Astroph. – 1984. – Vol. 22. – P. 471–506.

303. Refsdal S., Stabell R., Pelt J., Schild R. Constraints on source and lens parameters from microlensing variability in QSO 0957+561 A, B // Astron. Astrophys. -2000. - Vol. 360 - P. 10-14.

304. Refsdal S., Surdej J. Gravitational Lenses. ESO, Scientific Preprint No 952, 1993. – 89 p.

305. Resolutions of XXIV GA IAU // Information Bulletin of the IAU.-2001. – N88. – P. 28–40

306. Rhoades C. E., Ruffini R. Maximum mass of a neutron star // Phys. Rev. Lett. -1974. - Vol. 32. - P. 324-327.

307. Richter T., Jensen J.B., Tonry J., Barris B., Drenkhahn G. The brightness of SN 1991T and the uniformity of decline-rate and colour corrected absolute magnitudes of SNIa // Astron. Astrophys. – 2001. – Vol. 368. – P. 391–397.

308. Rieger F. M., Mannheim K. Implications of a possible 23 day periodicity for binary black hole models in Mkn 501 // Astron. Astrophys. – 2000. – Vol. 359. – P. 948–952.

309. Riehle F. Clocks for lengs and time measurement // Lect. Not. Phys. – 2001. – Vol. 562. – P. 347–368.

310. Riess A. G., Strolger L.-G., Tonry J. et al. Type Ia supernova discoveries at z > 1 from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // Astroph. J. – 2004. – Vol. 607. – P. 665–687.

311. Riess P. M., Philipenko A. V., Challis P. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating Universe and a cosmological constant // Astron. J. – 1998. – Vol. 116. – P. 1009–1038.

312. Riis E., Andersen L-U. A., Bjerre N. et al. Test of the isotropy of the speed of light using fast-beam laser spectroscopy // Phys. Rev. Lett. -1988. – Vol. 60. – P. 81–84.

313. Robertson D.S., Carter W.E., Dillinger W.H. New measurement of solar gravitational deflection of radio signals using VLBI // Nature. – 1991. – Vol.349. – P. 768–770.

314. Robertson H. Postulate versus observation in the special theory of relativity // Rev. Mod. Phys. -1949. - Vol. 21. - P. 378.

315. Roll P. G., Krotkov R., Dicke R. H. The equivalence of inertial and passive gravitational mass // Ann. Phys. – 1964. – Vol. 26. – P. 442–517.

316. Sachs R. K., Wolfe A. M. Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background // Astrophys. J. -1967. – Vol. 147. – P. 73–90.

317. Sachs R. K. Gravitational waves in General Relativity. VIII. Waves in asymptotically flat spaces // Proc. Roy. Soc. London. – 1962. – Vol. 270. – P. 103–126.

318. Sahni V. The cosmological constant problem and quintessence // Class. Quant. Grav. – 2002. – Vol. 19. – P. 3435–3448.

319. Sahni V., Shtanov Yu.V. Braneworld models of dark energy // J. Cosmol. Astropart. Phys. – 2003. – Vol. 11. – P. 14

320. Salpeter E. E. Accretion of interstellar matter by massive object // Astroph. J. – 1964. – Vol. 140. – P. 796–800.

321. Sanwal D., Pavlov G. G., Zavlin V. E., Teter M. A. Discovery of absorption features in spectrum of an isolated neutron star // Astroph. J. - 2002. - Vol. 574. - P. L61–L64.

322. Sargent W.L.W., Young P. J., Boxenberg A. et al. Dynamical evidence for a central mass concentration in the galaxy M87 // Asroph. J. - 1978. - Vol. 221. - P. 731–744.

323. Sarzi M., Rix, H.-W., Shields, J.C. et al. Supermassive black holes in bulges // Astroph. J. – 2001. – Vol. 550. – P. 65–74.

324. Sazhin M. V., Zharov V. E., Volynkin A. V., Kalinina T. A. Microarcsecond instability of the celestial reference frame // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1998. – Vol. 300. – P. 287–291.

325. Schechter P., Bailyn C., Barr R. et al. The quadruple gravitational lens PG1115+080: Time delays and models // Astroph. J. Lett. -1997. – Vol. 475. – P. L85.

326. Schechter P., Udalski A., Szymanski M. et al. Microlensing of relativistic knots in the quasar HE1104-1805 // Astroph. J. -2003. - Vol. 584, Issue 2 - P. 657–663.

327. Schiff L. I. On experimental tests of the general theory of relativity // Amer. J. Phys. – 1960. – Vol. 28. – P. 340–343.

328. Schild R. Microlensing variability of the gravitationally lensed quasar Q0957+561 A, B // Astroph. J. – 1996. – Vol. 464. – P. 125.

329. Schild R., Masnyak I., Hnatyk B., Zhdanov V. Anomalous fluctuations in observations of Q0957+561 A,B: Smoking gun of a cosmic string? // Astron. Astrophys. – 2004. – Vol. 422. – P. 477–482.

330. Schild R., Smith R. C. Microlensing in the Q0957 + 561 gravitational mirage // Astron. J. - 1991. - Vol. 101. - P. 813–817.

331. Schmidt R., Wambsganss J. Limits on MACHOs from microlensing in the double quasar Q0957+561 // Astron. Astrophys. – 1998. – Vol. 335. – P. 379–387.

332. Schneider P. Apparent number density enhancement of quasars near foreground galaxies due to gravitational lensing. II – The amplification probability distribution and results // Astron. Astrophys. – 1987. – Vol. 179. – P. 80.

333. Schneider P. Gravitational lensing as a probe of structure // E-print arXiv: astro-ph 0306465.

334. Schneider P. Weak gravitational lensing with SKA // Perspectives on Radio Astronomy, Scientific Imperatives at cm and m wavelengths, Proc. of a workshop in Amsterdam. – 2000. – Edited by M. P. van Haarlem. Published by ASTRON. ISBN: 90-805434-1-1. – P. 203.

335. Schneider P., Ehlers J., Falko E.E. Gravitational Lenses. New York: Springer, 1992. – 435 p.

336. Schneider P., Weiss A. A gravitational lens origin of AGN variability? Consequences of microlensing // Astron. Astroph. – 1987. – Vol. 171, N. 1–2. – P. 49–65.

337. Schodel R., Eckart A., Iserlohe C., Genzel R., Ott T. A black hole in the galactic center complex IRS 13E? // Astroph. J. – 2005. – Vol. 625, Issue 2. – P. L111–L114.

338. Schodel R., Ott T., Genzell R. et al. Stellar dynamics in the central arcsecond of our galaxy // Astroph. J. – 2003. – Vol. 596. – P. 1015–1034.

339. Schoen P., Yau S.T. On the proof of the positive mass conjecture in general relativity // Comun. Math. Phys. -1979. - Vol. 65. - P. 45–76.

340. Schutz B.F. Sources of radiation from neutron stars // E-print arXiv gr-qc/9802020.

341. Shalyapin V., Goicoechea L., Alcalde D. et al. The nature and size of the optical continuum in QSO 2237+0305 // Astroph. J. -2002. - Vol. 579, Issue 1. - P. 127–135.

342. Shapiro I. I., Counselman C. C., King R. W. Verification of the principle equivalence for massive bodies // Phys. Rev. Lett. -1976. - Vol.36, Issue 17. - P. 1068.

343. Shapiro I. I., Reasenberg R. D., MacNeil P. E. et al. The Viking relativity experiment // Journ. of Geophys. Research. -1977. - Vol. 82. - P. 4329–4334.

344. Shapiro I. I., Reasenberg R. D., Chandler J. F., Babcock R. W. Measurement of the deSitter precession of the Moon: A relativistic threebody effect // Phys. Rev. Lett. -1988. - Vol. 61. - P. 2643–2646.

345. Shild A. Gravitational theories of the Whitehead type and the Principle of Equivalence.// Evidence for Gravitational theories, ed. Muller C. - N. Y: Academic Press, 1962.

346. Silk J. Cosmic black-body radiation and galaxy formation // Astrophys. J. – 1968. – Vol. 151. – P. 459–471.

347. Silk J., Rees M. J. Quasars and galaxy formation // Astron. Astroph. – 1998. – Vol. 331. – P. L1–L4.

348. Sluse D., Claeskens J-F., Hutsemekers D. et al. Discovery of a quadruply imaged quasar surrounded by a ring // Gravitational lensing: a unique tool for cosmology (Aussois, Savoie, France, January, 5–11, 2003). ASP Conference Series, 2004. – Vol. CS-326, D. Valls-Gabaud and J. – P. Kneib (eds.).

349. Sluse D., Surdej J., Claeskens J.-F. et al. A quadruply imaged quasar with an optical Einstein ring candidate: 1RXS J113155.4-123155 // Astron. and Astrophys. – 2003. – Vol. 406, N. 2. – P. L43–L46.

350. Soffel M., Herold H., Ruder H., Schneider M. Reference frames in relativistic space-time // Verof. Bayer Kommis. Int. Erdmess. – 1986. – H. 48. – S. 237–270.

351. Soffel M., Klioner S. A., Petit G. et al. The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement // Astron. J. -2003. - Vol. 126. - P. 2687-2706; arXiv: astro-ph/0303376.

352. Spergel D. N., Verde L., Peiris H. V. et al. 2003. First year Wilkinson Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters // Astrophys. J. Suppl. – 2003. – Vol. 148. – P. 175.

353. Stergioulas N. Rotating stars in relativity // Living Rev. Rel. – 1998. – Vol.1, art. 8.

354. Strolger L.-G., Tonry J., Casertano S. et al. Type Ia supernova discoveries at z > 1 from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution // Astroph. J. – 2004. – Vol. 607. – P. 665–687

355. Su Y., Heckel B. R., Adelberger E. G. et al. New tests of the universality of free fall // Phys. Rev. D. – 1994. – Vol. 50. – P. 3614–3636.

356. Sunyaev R., Zel'dovich Ya. The observations of relic radiation as a test of the nature of X-ray radiation from the clusters of galaxies // Comments Astrophys. Space Phys. – 1972. – Vol. 4. – P. 173–178.

357. Synge J. L. On the neighbourhood of a geodesic in Riemannian space // Duke Math. Journ. -1935. - Vol. 1. - P. 527.

358. Takahashi R., Yonehara A., Mineshige S. X-Ray microlensing of bright quasars // Publ. Astron. Soc. Japan. – 2001. – Vol. 53. – P. 387–398.

359. Taniguchi Y., Wada K. The nuclear starburst driven by a supermassive black hole binary // Astroph. J. - 1996. - Vol. 469. - P. 581-588.

360. Taylor J. H. Binary pulsar and relativistic gravity // Rev. Mod. Phys. – 1994. – Vol. 66, Issue 3. – P. 711–719.

361. Taylor J. H. Pulsar timing and relativistic gravity // Class. Quant. Grav. – 1993. – Vol. 10. – P. S167–S174.

362. Taylor J. H., Wolszczan A., Damour T., Weisberg J. H. Experimental constraints on strong-field relativistic gravity // Nature. – 1992. – Vol. 355. – P. 132–136.

363. Teukolsky S. A. Perturbations of a rotating black hole. I. Fundamental equations for gravitational, electromagnetic, and neutrino-field perturbations // Astroph. J. – 1973. – Vol. 185. – P. 635–648.

364. Teukolsky S. A. Rotating black holes: Separable wave equations for gravitational and electromagnetic perturbations // Phys.Rev.Lett. -1972. – Vol. 29. – P. 1114–1118.

365. Teukolsky S. A., Press W. H. Perturbations of a rotating black hole. III – Interaction of the hole with gravitational and electromagnetic radiation // Astrophys.J. – 1974. – Vol. 193. – P. 443–461.

366. Tonry J. L., Schmidt B. P., Barris B. et al. Cosmological results from high-z supernovae // Astroph. J. – 2003. – Vol. 594. – P. 1–24.

367. Tonry J. L. Evidence for a central mass concentration in M32 // Astroph.J. – 1984. – Vol. 283. – P. L27–L30.

368. Touboul P. Space accelerometers: Present status // Lect. Not. Phys. - 2001. - Vol. 562. - P. 273-291.

369. Tsiklauri D., Violler R. Dark matter concentration in the galactic centrer // Astroph. J. – 1998. – Vol. 500. – P. 591–595.

370. Turyshev S. G., Shao M., Nordvedt K. The laser astrometric test of relativity mission // Class. Quant. Grav. -2004. - Vol. 21, N. 12. - P. 2773–2799.

371. Turyshev S. G., Nieto M. M., Anderson J. D. A route to understanding of the Pioneer anomaly // E-print arXiv gr-qc/0503021.

372. Turyshev S. G., Nieto M. M., Anderson J. D. Lessons learned from the Pioneers 10/11 for a mission to test the Pioneer anomaly // E-print arXiv gr-qc/0409117.

373. Turyshev S. G., Shao M., Nordtvedt K. Optical design for the laser astrometric test of relativity // E-print arXiv: gr-qc/0502113.

374. Turyshev S. G., Williams J. G., Nordtvedt K., Jr., Shao M., Murphy T.W., Jr. 35 Years of testing relativistic gravity: Where do we go from here? // Lect. Not. Phys. – 2004. – Vol. 648. – P. 311–330.

375. Vaculik V. Schild R., Dudinov V. et al. Color effects associated with the 1999 microlensing brightness peaks in gravitationally lensed quasar Q2237+0305 // Astron. Astrophys. – 2004. – Vol. 420. – P. 447–457.

376. Vakulik V. G., Dudinov V. N., Zheleznyak A. P. et al. VRI photometry of the Einstein Cross Q2237+0305 at Maidanak observatory // Astronomische Nachrichten. – 1997. – Vol. 318, N. 2. – P. 73.

377. Van den Marel R. P., Van den Bosch F. C. Evidence for a 3x106 MSun Black Hole in NGC 7052 from Hubble Space Telescope observations of the nuclear gas disk // Astron. J. – 1998. – Vol. 116. – P. 2220–2236.

378. Verdoes Kleijn G. A., Van den Marel R. P., Carollo C. M., de Zeeuw P. T. The black hole in IC 1459 from Hubble Space Telescope observations of the ionized gas disk // Astron. J. – 2000. – Vol. 120. – P. 1221–1237.

379. Vessot R. F. C., Levine M. V. A test of the equivalence principle using a space-born clock // Gen. Rel. Grav. – 1979. – Vol. 10. – P. 181.

380. Vessot R. F. C., Levine M. V., Mattison E. M. et al. Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser // Phys. Rev. Lett. -1980. - Vol. 45. - P. 2081–2084.

381. Villata V., Raiteri C. M. Helical jets in blazars I. The case of Mkn 501 // Astron. Astrophys. – 1999. – Vol. 347. – P. 30–36.

382. Voorhees E. H. Static axially symmetric gravitational fields // Phys. Rev. D. -1970. - Vol. 2, N. 10. - P. 2119-2122.

383. Voss R., Tauris T. V. Galactic distribution of merging start and black holes – properties for short j-way burst progenitors and LIGO // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2003. – Vol. 342. – P. 1169.

384. Vucetich H. Testing Lorentz invariance violation in quantum gravity theories // E-print arXiv:gr-qc/0502093.

385. Wambsganss J. Cosmological microlensing // "Microlensing-2000: A New Era of Microlensing Astrophysics" ASP conf. series. – Vol. 239. – San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, Menzies & Sackett eds. – 2000. – P. 351.

386. Wambsganss J. Gravitational lensing in astronomy // Living Rev. Relat. – 1998. – Vol.1, art. 12.

387. Wambsganss J. Gravitational lensing. A universal astronomical tool // Astroph. Sp. Sci. – 2001. – Vol. 278, Issue 12. – P. 123–128.

388. Wambsganss J. The search for matter with gravitational lensing // E-print astro-ph 0207616.

389. Wambsganss J., Schmidt R., Colley W., Kundic T., Turner E. Microlensing results from APO monitoring of the double quasar Q0957+561 A, B between 1995 and 1998 // Astron. Astrophys. – 2000. – Vol.62 – P. L37–L40.

390. Wang X., Loeb A. Variability of GRB afterglows due to interstellar turbulence // Astrophys. J. – 2000. – Vol. 535, Issue 2. – P. 788–797.

391. Weber J. Evidence for discovery of gravitational radiation // Phys. Rev. Lett.- 1969. – Vol. 22. – P. 1320–1324.

392. Weinberg N. N., Milosavljevic M., Ghez A. M. Stellar dynamics at the Galactic Center with an Extremely Large Telescope // Astroph. J. – 2005. – Vol. 622, Issue 2. – P. 878–891.

393. Weisberg J. V., Taylor J. H. The relativistic binary pulsar B1913+16 // Proceedings of "Radio Pulsars", ASP. Conf. Series, M. Bailes, D. J. Nice, S. E. Thorsett, eds. – 2002. – Chania, Crete. – P. 2003.

394. Will C. M. The confrontation between General Relativity and experiment // Astroph. Sp. Sci. – 2003. – Vol. 283, Issue 4. – P. 543–552.

395. Will C. M. Theory and experiment in gravitational physics. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.

396. Williams J. G., Newhall X. X., Dickey J. O. Relativity parameters determined from lunar laser ranging // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 53. – P. 6730–6739.

397. Williams J. G., Turyshev S. G., Murphy T. W. Improving LLR tests of gravitational theory // Int. Journ. of Modern Phys. D. -2004. – Vol. 13, Issue 3. – P. 567–582.

398. Witten E. New proof of the positive energy theorem // Comun. Math. Phys. -1981. - Vol. 80. - P. 381-402.

399. Wolf P., Bize S., Clairon A., Luiten A.N., Santarelli G., Tobar M. E. Tests of Lorentz invariance using a microwave resonator // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 90, N. 6. – id.060402.

400. Wolf P., Petit G. Satellite test of special relativity using the global positioning system // Phys. Rev. – 1997. – Vol. A56, N. 6. – P. 4405–4409.

401. Wolszczan A. Binary pulsars and relativistic gravitation // Class. Quant. Grav. – 1994. – Vol. 11. – P. A227–A242.

402. Wozniak P., Alard C., Udalski A. et al. The optical gravitational lensing experiment monitoring of QSO 2237+0305 A hunt for caustic crossings in QSO 2237+0305. // Astroph. J. – 2000. – Vol. 529, N. 1. – P. 88–92.

403. Wright E. L. CMBR results and dark matter and energy // New Astron. Rev. 2005. – Vol. 49, Issue 2–6. – P. 65–68.

404. Wyithe J. Determination of transverse velocity of Q2237+0305// Gravitational Lensing: Recent Progress and Future Goals, ASP Conf. Proceedings. – Vol. 237. – San Francisco: Astron. Soc. of the Pacific. – 2001. – P. 201.

405. Wyithe J. S. B., Turner E. L. Cosmological microlensing statistics: Variability rates for quasars and GRB afterglows, and implications for macrolensing magnification bias and flux ratios // Astroph. J. -2002. - Vol. 575 - P. 650–666.

406. Wyithe J. S., Agol E., Fluke C. J. The size of a quasar's mid-IR emission region inferred from microlensed images of Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2002. – Vol. 331, Issue 4. – P. 1041–1052.

407. Wyithe J., Loeb A. Measuring the size of quasar broad-line clouds through time-delay light-curve anomalies of gravitational lenses // Astroph. J. -2002. - Vol. 577, Issue 2. - P. 615–625.

408. Wyithe J., Turner E. Determining the microlens mass function from quasar microlensing statistics// Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2001. - Vol. 320, Issue 1. - P. 21-30.

409. Wyithe J., Webster R. Application of the contouring method to extended microlensed sources // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1999. - Vol. 306, Issue 1. - P. 223-231.

410. Wyithe J., Webster R., Turner E. Interpretation of the OGLE Q2237+0305 microlensing light-curve (1997–1999) // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 318, Issue 4. - P. 1120–1130.

411. Wyithe J., Webster R., Turner E. Limits on the microlens mass function of Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - V.315, Not. -P. 51-61.

412. Wyithe J., Webster R., Turner E. The rate of caustic crossing microlensing events for Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 315, Issue 2. - P. 337-344.

413. Wyithe J., Webster R., Turner E. A small source in Q2237+0305? // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2000. – Vol. 318, N. 3. – P. 762–768.

414. Wyithe J., Webster R., Turner E., Agol E. Predicting caustic crossing high magnification event in Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2000. – Vol. 318, Issue 4. – P. 1105–1119.

415. Wyithe J., Webster R., Turner E., Mortlock D. A gravitational microlensing determination of continuum source size in Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -2000. - Vol. 315, N. 1. - P. 62–68.

416. Wyithe J. S. B., Loeb A. A physical model for the luminosity function of high-redshift quasars // Astroph. J. -2002. - Vol. 581, Issue 2. - P. 886–894.

417. Wythe J., Webster R., Turner E. A measurement of the transverse velocity of Q2237+0305 // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. -1999. - Vol. 309, N. 1 - P. 261-272.

418. Yatskiv Y. S., Vavilova I. B. Astronomy in Ukraine: Overview of the situation and strategic planning for 2004 - 2011 // Кинемат. физ. небесн. тел. -2003. - T. 19, № 6. - C. 569-574.

419. Yonehara A. Evidence for a source size of less than 2000 AU in Quasar 2237+0305 // Astrophys. J. -2001. - Vol. 548, N. 2. - P. L127–L130.

420. Yonehara A. Source size limitation from variabilities of a lensed quasar // Astroph. J. - 1999. - Vol. 519, Issue 1. - P. L31–L34.

421. Yonehara A., Mineshige S., Fukue J., Umemura M., Turner E. Microlens diagnostics of accretion disks in active galactic nuclei // Astron. Astrophys. – 1999. – Vol. 343. – P. 41–50.

422. Yonehara A., Mineshige S., Manmoto T. et al. An X-Ray Microlensing test of AU-scale Accretion Disk structure in Q2237+0305 // Astroph. J. Lett. – 1998. – Vol. 501. – P. L41.

423. Yu Q., Tremaine S. Observational constraints on growth of massive black holes // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 2003. – Vol. 335. – P. 965–976.

424. Yungelson L. R. Population synthesis for low and intermediate mass binaries // E-print arXiv astro-ph/0412635.

425. Yungelson L. R., Nelemans G., Portegies Zwart S.F. AM CVn systems as optical, X-ray and gravitational wave sources // E-print arXiv Astro-ph/0401027.

426. Zatsepin G.T., Kuzmin V.A. Upper limit of the spectrum of cosmic rays // JETP Lett. – 1966. – Vol. 4. – P. 78–80.

427. Zdziarski A. Hot accretion disk with thermal comptonization and advection in luminous black hole sources// Mon. Not. Roy. Astron. Soc. – 1998. – Vol. 296, Issue 4. – P. L51–L55.

428. Zhdanov V. I. Generalization of the Fermi coordinates for fiducial surface of a reference body world tube // Вісник Київського ун-ту. Астрономія. – 1994. –  $\mathbb{N}$  33. – Р. 17–23.

429. Zhdanov V. I. The general relativistic potential of astrometric studies at microarcsecond level // Astronomical and Astrophysical Objectives of Sub-Milliarcsecond Optical Astrometry, Eds. E. Hog, P. K. Seidelmann. – Dordrecht: Kluwer. – 1995. – P. 295–300.

430. Zhdanov V. I., Surdej J. Quasar pairs with arcminute angular separations // Astron. Astrophys. – 2001. – Vol. 372. – P. 1–7.

431. Zhdanov V. I., Zhdanova V. V. Analitical relations for time-dependent statistical microlensing //Astron. Astrophys. – 1995. – Vol. 299. – P. 321–325.

432. Zipoy D. M. Topology of some spheroidal metrics. // J. Math. Phys. – 1966. – Vol.7, N. 6. – P. 1137–1143.

433. Александров А. Н. Геодезическая структура. Экспоненциальное отображение и фундаментальные объекты // Acta Phys. Polon. – 1981. – В 12. – Р. 523–540.

434. Александров О. М., Жданов В. І. До теорії релятивістських систем відліку, побудованих на основі оптичних координат // К.: Вісник Київського ун-ту. Фіз.-мат. – 1992. – № 3. – С. 6–11.

435. Александров А. Н., Жданов В. И., Парновский С. Л. Релятивистская система отсчета вблизи Земли и радиоинтерферометрические наблюдения // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1990. – Т. 6. – С. 3–7.

436. Александров А. Н., Пирагас К. А. Геодезическая структура. 1. Взаимная динамика геодезических. // Теор. и мат. физика. – 1979. – Т. 38, № 1. – С. 71–83.

437. Александров А. Н., Федорова Е. В. Астрономические системы отсчета в линеаризованной теории относительности // Кинемат. физ. небесн. тел. Приложение. – 1999. – № 1. – С. 52–55.

438. Асанов Г.С. О финслеровом обобщении теории относительности // В кн.: Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. – М.: Наука, 1981. – 504 с.

439. Асанов Г.С. Основные принципы финслеровой теории относительности // Известия ВУЗов. Физика. – 1979. – № 7. – С. 58–104.

440. Афанасьев В. Л., Власюк В. В., Додонов С. Н. и др. Исследование спектров гравитационных линз H1413+117 и Q2237+030 // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1996. – Т. 12, № 5. – С. 11–16.

441. Афанасьев В. Л., Власюк В. В., Додонов С. Н. и др. Исследование эффектов микролинзирования: наблюдательная программа и некоторые результаты // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1996. – Т. 12, № 5. – С. 3–10.

442. Белинский В. А., Лифшиц Е. М., Халатников И. М. Колебательный режим приближения к особой точке в релятивистской космологии // Успехи физ. наук. – 1979. – Т. 102, № 3, – С. 463–500.

443. Бичак И., Руденко В. Н. Гравитационные волны и проблема их обнаружения. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 264с.

444. Блиох П. В., Дудинов В. Н., Вакулик В. Г. и др. Линза Q2237+0305 по наблюдениям 1997 года на горе Майданак // Кинемат. физ. небесн. тел.- 1999. – Т. 15, № 2. – С. 338–349.

445. Блиох П. В., Минаков А. А.: Гравитационные линзы. К.: Наук. думка, 1989. – 236 с.

446. Брагинский В. Б., Панов В. И. Проверка эквивалентности инертной и гравитационной масс // ЖЭТФ – 1971. – Т. 61. – С. 873–876.

447. Бугаев К. А., Горенштейн М. И., Жданов В. И. Релятивистские ударные волны при наличии областей с аномальным уравнением состояния // Теор. мат. физика. – 1989. – Т. 80. – С. 138–149.

448. Вавилова І.Б. Великомасштабна структура Всесвіту: спостереження і методи дослідження. Навчальний посібник.- К.: Вид. Київського університету, 1998. – 107 с.

449. Вейнберг С. Гравитация и космология. – М.: Мир, 1975. – 696с. 450. Владимиров Ю. С. Системы отсчета в теории гравитации. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 256 с.

451. Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю. Теория прямого межчастичного взаимодействия. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 136 с.

452. Гайда Р. П. Квазирелятивистские системы взаимодействующих частиц // Физ. элем. частиц и атомн. ядра. – 1982. – Т. 13, № 2. – С. 427–493.

453. Гайда Р. П., Ключковский Ю. Б., Третяк В. И. Лагранжева классическая релятивистская механика системы прямо взаимодействующих частиц (I+II) // Теор. мат. физика. – 1980. – Т. 44–45. – С. 194–207, С. 180–198.

454. Гальцов Д. В. Частицы и поля в окрестности черных дыр. – М.: Изд. МГУ, 1986. – 288 с.

455. Гамов Дж. Моя мировая линия: Неформальная автобиография.- М.: Наука, 1994. – 304 с.

456. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1980.

457. Грищук Л. П., Липунов В. М., Постнов К. А., Прохоров М. Е., Сатьяпракаш Б. С. Гравитационно-волновая астрономия в ожидании первого зарегистрированного источника // Успехи физ. наук. – 2001. – Т. 171, № 1. – С. 3–59.

458. Губанов В. С., Финкельштейн А. М., Фридман П. А. Введение в радиоастрометрию. – М.: Наука, 1983. – 280 с.

459. Дайсон Ф., Эддингтон А., Дэвидсон К. Определение отклонения луча света в гравитационном поле Солнца по данным наблюдений, проведенных во время полного солнечного затмения 29 мая 1919 г. // Альберт Эйнштейн и теория гравитации.- М.: Мир, 1979. – С. 564–570.

460. Дирак П. Лекции по квантовой механике. – М.: Мир, 1968. – 83 с. 461. Долгов А. Д., Зельдович Я. Б., Сажин М. В. Космология ранней Вселенной. – М.: МГУ, 1988. – 199 с.

462. Дудинов В. Н., Вакулик В. Г., Железняк А. П. и др. Вариации блеска и цвета в гравитационно-линзовой системе Q2237+0305 по наблюдениям в 1997 и 1998 гг. // Кинемат. физ. небесн. тел.- 2000. – Т. 16, № 4. – С. 346–354.

463. Жданов В. И. Релятивистские модели систем отсчета в окрестности Земли // Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геодезии. – 1994. – К.: Изд-во ГАО, под ред. Я. С. Яцкива. – С.41–53.

464. Жданов В. И., Александров А. Н., Салата С. А. Движение изображений микролинзированных протяжённых источников: аналитические соотношения и численные оценки при средних оптических плотностях // Кинемат. физ. небесн. тел. – 2000. – Т. 16, № 4. – С. 336–345.

465. Жданов В. И., Салата С. А. Движение изображения удалённого объекта, микролинзированного звёздами промежуточной галактики // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1998. – Т. 14, № 3. – С. 203–209.

466. Жданов В. И., Александров А. Н. Координаты Ферми и радиоинтерферометрические наблюдения // Вестник Киевского ун-та. Астрономия. – 1990. – № 32. – С. 24–28.

467. Жданов В. И., Александров А. Н., Салата С. А. Движение изображений микролинзированных протяженных источников: аналитические соотношения и численные оценки при средних оптических плотностях // Кинемат. физ. небесн. тел. – 2000. – Т. 16. – С. 336–345.

468. Жданов В. И., Салата С. А. Движение изображения удаленного объекта, микролинзированного звездами промежуточной галактики // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1998. – Т. 14. – С. 203–209.

469. Жданов В. И., Федорова Е. В., Александров А. Н. Гравитационное движение изображений удаленных источников, обусловленное полем звезд Галактики // Кинемат. физ. небесн. тел. – 2004. – Т. 20, № 5. – С. 422–429.

470. Жданова В. В., Пирагас К. А. Влияние движения гравитирующих масс на наблюдаемые характеристики точечного источника света // Астрофизика. – 1989. – Т. 31, вып. 2. – С. 389–396.

471. Захаров А. Ф. Гравитационные линзы и микролинзы. – М.: Янус-К, 1997. – 328 с.

472. Захаров В. Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. – М.: Наука, 1972.

473. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975. – 736 с.

474. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд. – М.: Наука, 1971. – 484 с.

475. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Оценка массы сверхзвезды // ДАН СССР. -1964. – Т. 158. – С. 811–814.

476. Зельманов А. Л., Агаков В. Г. Элементы общей теории относительности. – М.: Наука, 1989. – 240 с.

477. Імена України в Космосі. Науково-енциклопедичне видання під. ред. І. Б. Вавилової і В. П. Плачинди. Львів: НАУТІЛУС, 2003; К.: ВАІТЕ, 2001, 2003; К.: Академперіодика, 2003. – 720 с.

478. Иваненко Д. Д., Пронин П. И., Сарданашвили П. А. Калибровочная теория гравитации. – М.: Изд-во МГУ. – 1985. – 144 с.

479. Иваницкая О. С. Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновой теории тяготения. – Минск: Наука и техника, 1979. – 336 с.

480. Имшенник В. С. Возможный сценарий взрыва суперновой в результате гравитационного коллапса массивного звёздного ядра // Письма в Астрон. журнал. – 1992. – Т. 18, вып. 6. – С. 489–504.

481. Имшенник В. С., Попов Д. В. Аналитическая модель эволюции (вырожденных) нейтронных звёзд в тесной двойной системе // Письма в Астрон. журнал. – 1998. – Т. 24, вып. 4. – С. 251–267.

482. Караченцев И.Д. Скрытая масса в Местной вселенной // Успехи физ. наук. – 2001. – Т. 171. – С. 860 – 863.

483. Кардашев Н.С. Космологическое собственное движение // Астрон. журн. – 1986. – Т. 63. – С. 845 – 849.

484. Кислик М. Д. Создание единой релятивистской теории движения внутренних планет Солнечной системы // Вестник АН СССР. – 1982. – Т. 8. – С. 9–16.

485. Клионер С. Поступательное и вращательное движение небесных тел в параметризованном пост-ньютоновском формализме: Дис... докт. физ. -мат. наук: 01.03.01. – Санкт-Петербург, 2000. – 262 с.

486. Копейкин С. М. Релятивистские системы отсчета в Солнечной системе // Астрон. журн. – 1989. – Т. 66, вып. 5. – С. 1069–1080.

487. Кузнецов Б. Г. Эйнштейн. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 416 с.

488. Ландау Л. Д. К теории звезд // Собрание трудов, т.1. – М.: Наука, 1969. – С. 86–89.

489. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 504 с.

490. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.

491. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука., 1982. – 620 с.

492. Ленг К. Астрофизические формулы. Т. 2. – М.: Мир, 1976–383 с. 493. Липунов К. А., Постнов К. А., Прохоров М. Е. Черные дыры и гравитационные волны: возможность одновременного обнаружения лазерными интерферометрами первого поколения // Письма в Астрон. журнал. – 1977. – Т. 23, № 8. – С. 563–568.

494. Лихнерович А. Теория относительности и математическая физика // Астрофизика, кванты и теория относительности. Под ред. Ф. И. Федорова. – М.: Мир, 1982. – С. 129–214.

495. Маррей К. Векторная астрометрия. - К.: Наук. думка, 1986. – 327 с. 496. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. – М.: Мир, 1977. Т. 1–3.

497. Минаков А., Шаляпин В. Определение параметров ГЛС 2237+ 0305 // Письма в Астрон. журнал. – 1991. – Т. 17, № 4. – С. 331–340.

498. Минаков А. А., Шаляпин В. Н. Влияние поля тяготения Галактики на видимое положение, блеск и пространственную плотность далеких источников. І. Модель Галактики-линзы и угол гравитационного отклонения луча // Кинемат. физ. небесн. тел. –1990. – Т. 6. – С. 49–59.

499. Минаков А.А., Шаляпин В.Н. Влияние поля тяготения Галактики на видимое положение, блеск и пространственную плотность далеких источников. II. Изменение блеска и пространственной плотности источников // Кинемат. физ. небесн. тел. – 1990. – Т. 6. – С. 60–64.

500. Мицкевич Н. В., Ефремов А. П., Нестеров А. И. Динамика полей в общей теории относительности. – М.: Энергоатомиздат. 1985. – 184 с.

501. Мицкевич Н. В. Системы отсчета и конструктивный подход к наблюдаемым в общей теории относительности // Эйнштейновский сборник. 1971. – М.: Наука, 1972. – С. 67–87.

502. Новиков И. Д., Фролов В. П. Физика черных дыр. – М.: Наука, 1986. – 328 с.

503. Опанасюк Ю. А. До верифікації релятивістських теорій тяжіння при великих швидкостях // К.: Вісник Київського ун-ту. Астрономія. – 2003. – Т. 39–40. – С. 92–96.

504. Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна.-М.: Наука, 1989. – 568 с.

505. Парновский С. Л. Влияние электрического и скалярного полей на свойства времениподобных особенностей //  $\mathscr{W}$ ЭТФ – 1988. – Т. 94,  $\mathfrak{N}$  12. – С. 15–22.

506. Парновский С. Л. Гравитационное поле вращающихся тел // ЖЭТФ – 1991. – Т. 100, № 11. – С. 1423–1437

507. Парновский С. Л. Квантовое излучение голых сингулярностей керровского типа // ЖЭТФ – 1981. – Т. 80, № 4. – С. 1261–1270

508. Парновский С. Л. Тип и структура времениподобных сингулярностей в общей теории относительности: от гамма-метрики до общего решения// ЖЭТФ – 1985. – Т. 88, № 6. – С. 1921–1938

509. Парновський С. Л., Гайдамака О. З. Вплив скалярного поля з немінімальним зв'язком на казнерівські часоподібні сингулярності в загальній теорії відносності // УФЖ – 2003. – Т. 48, № 10, – С. 1001–1007.

510. Пенроуз Р. Структура пространства-времени. – М.: Мир, 1972 – 183 с.

511. Петров А. З. Классификация пространств, определяемых полями тяготения // Ученые записки Казан. ун-та. – 1954. – Т. 114, кн. 8.

512. Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. – М.: Наука, 1966.

513. Петров А. З. Пространства Эйнштейна. – М.: Гос.физ.-мат.издат., 1961.

514. Пирагас К. А., Жданов В. И., Жданова В. В., Жук И. Т. Распространение света в слабом гравитационном поле стохастической системы точечных источников // Известия вузов. Физика. – 1986. – № 12. – С. 79–83.

515. Пирагас К. А., Жданов В. И., Александров А. Н., Кудря Ю. Н., Пирагас Л. Е. Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 446 с.

516. Питьева Е. В. Релятивистские еффекты и сжатие Солнца из радарных наблюдений планет и космических аппаратов. // Письма в Астрон. журн. – 2005. – Т. 31, № 5. – С. 340–349.

517. Риман Б. О гипотезах, лежащих в основании геометрии. Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979. – С. 18–33.

518. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 688 с.

519. Рунд Х.. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств (с добавлениями Г. С. Асанова). – М.:Наука, 1981 – 504 с.

520. Рябушко А. П. Движение тел в общей теории относительности. – Минск: Вышейшая школа, 1979. – 237с.

521. Сажин М. В. Фундаментальный предел точности астрометрических измерений // Письма в Астрон. журнал. – 1996. – Vol. 22. – С. 643–647.

522. Салата С. А. Моделювання рухів зображення джерела у гравітаційно-лінзових системах: Дис... канд. фіз. -мат. наук: 01.03.02. – К., 2001. – 134 с.

523. Сибгатуллин Н.Р. Колебания и волны в сильных гравитационных полях. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

524. Синг Дж. Общая теория относительности. – М.: Издательство иностранной литературы, 1963. – 432 с.

525. Точные решения уравнений Эйнштейна. Под. ред. Э.Шмутцера. – М.: Энергоатомиздат. 1982. – 416 с.

526. Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.

527. Фаддеев Л. Д. Проблема энергии в теории тяготения Эйнштейна // Успехи физ. наук.- 1982. – Т. 136, вып. 3. – С. 435–457.

528. Ферми Э. О явлениях, происходящих вблизи мировой линии // Научные труды. – М.: Наука, 1971. – Т.1. – С.64–71.

529. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 504 с.

530. Фомин П. И. Гравитационная неустойчивость вакуума и космологическая проблема. ДАН УССР. – 1975. – Сер. А, № 9. – С. 831–835.

531. Фомин П. И., Штанов Ю. В., Барабаш О. В. Квазизамкнутые миры и квантовое рождение Вселенной. – 2000. – ДАН України. – №10. – С.80–86.

532. Фролов В. П. Метод Ньюмана Пенроуза в общей теории относительности // Труды ФИАН. – 1977. – Т. 96. – С. 72–180.

533. Хокинг С., Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства-времени. – М.: Мир. 1977. – 434 с.

534. Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр. В 2 т. – М.: Мир, 1986.

535. Чандрасекар С. Эллипсоидальные фигуры вращения. – М.: Мир, 1973.

536. Шаляпин В. Н. Пересечение каустики в гравитационной линзе Q2237+03 // Письма в Астрон. журнал. – 2001. – Т. 27, № 3. – С. 180–186.

537. Шапиро С., Тюколски С. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. В 2 т. – М.: Мир, 1985.

538. Эйнштейн А. О специальной и общей теории относительности // Собрание научных трудов. – М.: Наука, 1965. – Т.1. – С. 530–600.

539. Эйнштейн А. О гравитационных волнах // Собрание научных трудов. – М.: Наука, 1965. – Т.1. – С. 631–646.

540. Эйнштейн А. Основы общей теории относительности // Собрание научных трудов. – М.: Наука, 1965. – Т.1 – С. 452–504.

541. Яцкив Я. С., Миронов Н. Т., Корсунь А. А., Тарадий В. К. Движение полюсов и неравномерность вращения Земли // Астрономия. Итоги науки и техники. — 1976. — Т.13.

542. Яцкив Я. С. Астрометрические исследования. Состояние и тенденции //. Вестник АН СССР. – 1982. – № 8. – С. 122–128.

543. Яцків Я. С., Корсунь А. О., Хода О. О. Базове координатно- часове забезпечення розвитку в Україні топографо-геодезичної діяльності, землеупорядкування та навігації рухомих об'єктів // Інноваційні технології. – 2003. – № 4–5. – С. 4–21.

## СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНЈ ПОЗНАЧЕННЯ

### Бди!

Козьма Прутков

ΑΠΕ	айнштайнівський принцип еквівалентності
БКЧ	барицентричний координатний час
БНСВ	барицентрична небесна система відліку
ГЛС	гравітаційно-лінзова система
ГК	гармонічні координати
ГКЧ	геоцентричний координатний час
ГНСВ	геоцентрична небесна система відліку
ГРЗ	гравітаційний рух зображення
ГС	гола сингулярність
ГЧЗ	гравітаційне червоне зміщення
ЗТВ	загальна теорія відносності
KA	космічний апарат
КМΦ	космічний мікрохвильовий фон
ЛІ	лоренц-інваріантність
МКС	Міжнародна космічна станція
НМЧД	надмасивна чорна діра
ПВП	події мікролінзування з великим підсиленням
ПЕ	принцип еквівалентності
ПКЦ	принцип космічної цензури
ППН	параметризований постньютонівський
ПЧ	простір-час
РНДБ	радіоінтерферометрія з наддовгою базою
СП	спектральна потужність
СПЕ	слабкий принцип еквівалентності
СТВ	спеціальна теорія відносності
УКФ	узагальнені координати Фермі
ЧД	чорна діра
ЧЗ	червоне зміщення
ШЕЛ	широкі емісійні лінії

ACES/PHARAO	Atomic Clock Ensemble in Space/Project
	d'Horloge Atomique par Refroidissement
	d'Atomes en Orbite
APOLLO	The Apache Point Observatory Lunar
	Laser-ranging Operation
ASTROD	Astrodynamical Space Test of Relativity using
	Optical Devices
EROS	Experience de researche d'Objets Sombres
GG	Galileo Galilei
GP-B	Gravity Probe B
HST	Hubble Space Telescope
LAGEOS	LAser GEOdynamic Satellite
LARES	LAser RElativity Satellite
LATOR	Laser Astrometric Test of Relativity
LIGO	Laser Interferometer Gravitational-wave
	Observatory
LISA	The Laser Interferometer Space Antenna
LTMPF	Low Temperature Microgravity Physics Facility
МАСНО	MAssive Compact Halo Object
MICROSCOP	Micro-satellite a trainee Compensee pour
	l'Observation du Principe d'Equivalence
NASA	National Aeronautics and Space Agency
OGLE	Optical Gravitational Lens Experiment
OPTIS	Optical Test of the Isotropy of Space
PARCS	Primary Atomic Reference Clock in Space
RACE	Rubidium Atomic Clock Experiment
SEE	Satellite Energy Exchange
STEP	Satellite Test of the Equivalence Principle
STM	SpaceTime Mission
SUMO	Superconducting Microwave Oscillator
WEAX	Weak Equivalence Antiproton experiment
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe
CDM	Lambda Cold Dark Matter (модель з космоло-
	гічною сталою та холодною темною матерією)
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

# ЗМІСТТ

Я зробив перелік розділів більш докладним, щоб він міг слугувати показником змісту.

Йоганн Кеплер

ПЕРЕДМОВА
<b>1. ВСТУП</b>
<b>2. ОСНОВИ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ ГРАВІТАЦІЇ</b>
2.1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ЗТВ ТА МЕТРИЧНИХ ТЕОРІЙ ТЯЖІННЯ
2.2. ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ
2.3. РІВНЯННЯ АЙНШТАЙНА В КОСМОЛОГІЇ
2.4. НЕМЕТРИЧНІ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТЕОРІЇ ТЯЖІННЯ
<b>3. СПОСТЕРЕЖУВАНІ РЕЛЯТИВІСТСЬКІ ЕФЕКТИ</b> ТА ПЕРЕВІРКИ ЗТВ
<i>3.1. ПЕРЕВІРКИ ПРИНЦИПІВ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ</i>

3.1.1. Перевірки лоренц-інваріантності (43). 3.1.2. Перевірки слаб- кого та сильного ПЕ (47). 3.1.3. Гравітаційне червоне зміщення (50).	
3.2. РЕЛЯТИВІСТСЬКІ ЕФЕКТИ У СОНЯЧНІЙ СИСТЕМІ	55
3.2.1. Параметризований постньютонівський формалізм для сферич- но-симетричних полів (55). 3.2.2. Сучасні оцінки ППН-параметрів (58).	
3.3. ГРАВІМАГНІТНІ ЕФЕКТИ ЗТВ ТА ЇХ ПЕРЕВІРКИ У КОСМОСІ	60
3.3.1. Ефект Лензе—Тірінга (61). 3.3.2. Геодезична прецесія (62). 3.3.3. Гравімагнітний вплив на хід годинників (63). 3.3.4. Орбітальні гравімагнітні експерименти (66).	
3.4. ПРОЕКТИ ПОДАЛЬШОГО ТЕСТУВАННЯ ЗТВ У КОСМІЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАХ	69
3.4.1. Гравітаційні експерименти на МКС (69). 3.4.2. Проекти кос- мічних експериментів для перевірки теорії гравітації (72).	
4. ГРАВІТАЦІЙНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ	79
4.1. ЕФЕКТИ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА РУХ ПУЛЬСАРІВ — Членів подвійних систем	79
4.1.1. Формула Айнштайна для потужності гравітаційного випро- мінювання (79). 4.1.2. Непряме підтвердження існування гравітацій- них хвиль (80).	
4.2. ДЕТЕКТОРИ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ	81
4.2.1. Перші спроби (81). 4.2.2. Шумові характеристики та чутли- вість детекторів (82). 4.2.3. Резонансні детектори гравітаційних хвиль (84). 4.2.4. Лазерно-інтерферометричні детектори (85).	
4.3. АСТРОФІЗИЧНІ ТА КОСМОЛОГІЧНІ ДЖЕРЕЛА ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ	87
4.3.1. Злипання тісних подвійних систем (87). 4.3.2. Джерела непе- рервного квазімонохроматичного випромінювання (88). 4.3.3. Джерела еруптивного характеру (89). 4.3.4. Стохастичний гравітаційно-хви- льовий фон (90).	
4.4. СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ ГРАВІТАЦІЙНО- ХВИЛЬОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	90
4.4.1. Перші експериментальні результати (90). 4.4.2. Космічні пер- спективи гравітаційно-хвильової астрофізики (93).	

<b>5. ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ</b> <b>В ЗАДАЧАХ АСТРОФІЗИКИ</b>
5.1. ЧОРНІ ДІРИ ЗОРЯНОЇ МАСИ ТА НЕЙТРОННІ ЗОРІ
<i>5.2. НАДМАСИВНІ ЧОРНІ ДІРИ В КВАЗАРАХ ТА ЯДРАХ ГАЛАКТИК</i> 105
5.2.1. Квазари та активні ядра галактик (105). 5.2.2. Пошуки НМЧД в центрах галактик (108). 5.2.3. НМЧД у центрі Галактики (109). 5.2.4. Детектування НМЧД у інших галактиках (110). 5.2.5. Деякі емпіричні залежності для параметрів НМЧД (113). 5.2.6. Невирішені проблеми (114).
5.3. СПОСТЕРЕЖНІ СВІДОЦТВА ІСНУВАННЯ ПОДВІЙНИХ НАДМАСИВНИХ ЧОРНИХ ДІР
5.3.1. Спостережно нерозділені системи (залишки злиття чорних дір) (117). 5.3.2. Спостережно розділені системи (119). 5.3.3. Вис- новки (121).
5.4. ГОЛІ СИНГУЛЯРНОСТІ 122
5.4.1. Сингулярності в ЗТВ (122). 5.4.2. Гіпотеза космічної цензури (124). 5.4.3. Типи голих сингулярностей (125). 5.4.4. Приклади ГС та їх ієрархія (127).
5.5. ГРАВІТАЦІЙНЕ ЛІНЗУВАННЯ
5.5.1. Основні поняття та співвідношення (131). 5.5.2. Квазари в ГЛС (137). 5.5.3. Події з великим підсиленням як засіб дослідження центральної частини квазара (141). 5.5.4. Мікролінзування відда- ених джерел зорями галактики та фундаментальна межа точності позиційних спостережень (143).
<b>6. КОСМОЛОГІЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ</b>
6.1. ОБМЕЖЕННЯ НА КОСМОЛОГІЧНУ СТАЛУ: НЕЩОДАВНЯ ІСТОРІЯ
6.1.1. Об'єкти з великим червоним зміщенням (152). 6.1.2. Проблема віку Всесвіту (153). 6.1.3. Статистика гравітаційного лінзування та космологічні параметри (153).

6.2. СВІДЧЕННЯ НА КОРИСТЬ КОСМОЛОГІЧНОЇ ЛСDM-МОДЕЛІ1	55
6.2.1. Наднові зорі з великим червоним зміщенням (155). 6.2.2. Кос- мічне мікрохвильове фонове випромінювання (156).	
6.3. КОСМІЧНИЙ МІКРОХВИЛЬОВИЙ ФОН1	58
6.3.1. Вступ. Теплова історія та рекомбінація (158). 6.3.2. Поле температури КМФ (159). 6.3.3. Кінетична теорія (160). 6.3.4. Фотон- баріонна динаміка (164). 6.3.5. Додаткові ефекти, що впливають на анізотропію КМФ (167). 6.3.6. Космологічні параметри та КМФ (169).	
7. РЕЛЯТИВІСТСЬКІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ 1	.71
7.1. НЕБЕСНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ: КОРОТКА ІСТОРІЯ1	71
7.2. КООРДИНАТИ ТА СИСТЕМИ ВІДЛІКУ У ЗТВ	73
7.2.1. Просторово-часові вимірювання та загальна теорія віднос- ності (173). 7.2.2. Відносність та координати (175). 7.2.3. Введення системи координат за заданою метрикою та координатні умови (176).	
7.3. СИСТЕМИ ВІДЛІКУ ЛОКАЛЬНОГО СПОСТЕРІГАЧА1	79
7.3.1. Система відліку Фермі (179). 7.3.2. Оптичні координати (181). 7.3.3. Узагальнені координати Фермі (УКФ) (182).	
Д <b>ОДАТОК:</b> РЕЗОЛЮЦІЇ XXIV ГЕНЕРАЛЬНОЇ АСАМБЛЕЇ	
МІЖНАРОДНОГО АСТРОНОМІЧНОГО СОЮЗУ	
( <i>MAHYECTEP</i> , 2000 p.)1	.87
ЗАМІСТЬ ПІСЛЯМОВИ. СВІТОВІ ЛІНІЇ	
У "РЕЛЯТИВІСТСЬКОМУ ПРОСТОРІ-ЧАСІ"	
<i>УКРАЇНИ</i> 1	.94
ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК 2	238
ЛІТЕРАТУРА	248

#### НАУКОВЕ ВИДАННЯ

#### Авторський колектив:

Ярослав Степанович **Яцків**, Олександр Миколайович **Александров**, Ірина Борисівна **Вавилова**, Валерій Іванович **Жданов**, Юрій Миколайович **Кудря**, Сергій Людомирович **Парновський**, Олена Валентинівна **Федорова**, Сергій Васильович **Хміль** 

### ЗАГАЛЬНА ГЛЕОРГЯ ВІДНОСНОСГЛІ: випробування часом

Літературне редагування — *Євгенія Рябченко* Художнє оформлення — *Ігор Жук* Підготовка макету — *Дарія Поліщук* 

Здано на виробництво і підписано до друку 09.09.2005р. Формат 60х84/<sub>16</sub>. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 16,74. Обл.-вид. арк. 21,16. Наклад 500 прим. Зам. № 1454.

Друкарня видавничого дому "Академперіодика" НАН України. Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи серії ДК № 544 від 27.07.2001 р. 01004 Київ-4, вул. Терещенківська, 4.