

УДК 524.8

Б. С. НовосядлийАстрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка
79005 м. Львів, вул. Кирила і Мефодія 8**Збурення концентрацій іонів та електронів
в епоху космологічної рекомбінації**

Аналізується розвиток збурень концентрацій вільних електронів та іонів водню і гелію у період космологічної рекомбінації, зумовлених нерівноважною іонізаційно-рекомбінаційною кінетикою в області космологічних адіабатичних збурень густини речовини. На основі рівнянь кінетики рекомбінації водню та гелію отримано диференціальні рівняння для еволюції відносних збурень концентрацій іонізованого водню та гелію, які інтегруються числовим методом для стандартних значень параметрів космологічної моделі. Показано, що внаслідок сильної залежності швидкості іонізаційно-рекомбінаційних процесів від густини газу і температури, амплітуди відносних збурень концентрацій іонів в період, коли іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги немає, суттєво більші від амплітуди адіабатичних збурень густини речовини. Для вільних електронів і протонів у момент максимальної швидкості рекомбінації вони у н'ять разів більші, ніж амплітуда збурення густини речовини, а для іонів гелію — у 18 разів. Така різниця амплітуд збурень концентрації іонів і збурень повної густини баріонної речовини, однак не проявляється безпосередньо у флуктуаціях температури реліктового випромінювання. Їхні спостережувані прояви через флуктуації оптичної глибини та вплив на результати розрахунків поляризації реліктового випромінювання вивчаються.

ВОЗМУЩЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ ИОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ В ЭПОХУ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ РЕКОМБИНАЦИИ, Новосядлий Б. С. — Проанализировано развитие возмущений концентраций свободных электронов и ионов водорода и гелия в период космологической рекомбинации, обусловленных неравновесной ионизационно-рекомбинационной кинетикой в области космологических возмущений плотности вещества. Из уравнений кинетики рекомбинации водорода и гелия получены дифференциальные уравнения для эволюции относительных возмущений концентраций ионов водорода и гелия, которые интегрируются численным методом для стандартных значений параметров космологической модели. Показано, что вследствие сильной зависимости скорости ионизационно-рекомбинационных процессов от плотности и температуры газа, амплитуды относительных возмущений концентраций ионов в период, когда ионизационно-рекомбинационное равновесие отсутствует, существенно больше

амплитуды адиабатических возмущений плотности барионного вещества. Для свободных электронов и протонов в момент максимальной скорости рекомбинации они в пять раз превышают амплитуду возмущения плотности вещества, а для ионов гелия — в 18 раз. Такая разница амплитуд возмущений концентраций ионов и возмущений полной плотности барионного вещества, тем не менее, не влечет за собой заметных локальных флуктуаций температуры теплового фонового излучения. Их наблюдательные проявления вследствие флуктуаций оптической плотности на результаты расчетов поляризации реликтового излучения изучаются.

PERTURBATIONS OF ION AND ELECTRON NUMBER DENSITIES AT THE COSMOLOGICAL RECOMBINATION EPOCH, by Novosyadlyj B. S. — A development of number density perturbations of ions and electrons caused by kinetics of helium and hydrogen recombination in the range of cosmological matter density fluctuations is analysed. The equations for relative perturbations of ionization fractions are obtained on the basis of equations for cosmological hydrogen and helium recombination. It is shown that a strong dependence of ionization and recombination rate on density and temperature of plasma in the non-equilibrium regime provides essential deviations of amplitudes of ionization fraction relative perturbations from baryon adiabatic mass density ones. At the moment of the maximal rate of recombination, the amplitudes of relative number density perturbations of electrons and protons at last scattering surface are five times greater than amplitude of relative mass density of baryon matter, for helium ions they are 18 times greater. Such differences of ion number density relative fluctuations and total baryon mass density ones do not result into local temperature fluctuations of the thermal background radiation. The observational manifestation of the ion perturbations in the calculation of the cosmic microwave background anisotropy are studied.

ВСТУП

Зіставлення спостережуваної анізотропії температури реліктового випромінювання із передбаченнями космологічних моделей є основою у визначенні фундаментальних параметрів нашого Всесвіту, таких як кривина 3-простору, швидкість і прискорення розбігання галактик, середня густина баріонної матерії, темної матерії, темної енергії та параметри первинного спектру збурень. Дані першого року спостережень всього неба космічним телескопом WMAP [4] у мікрохвильовому діапазоні дали можливість визначити космологічні параметри з високою точністю, що стало початком епохи прецизійної космології. Справді, повна густина матерії у Всесвіті на основі цих даних визначена з точністю 2 %, її складових та параметрів первинного спектру адиабатичних збурень густини — до 5–10 %. Дані другого року спостережень можуть покращити цю точність. На 2006 р. заплановано запуск космічного мікрохвильового картографа PLANCK, який доведе точність спостережуваних даних до межі точності сучасних теоретичних передбачень, яка визначається глибиною врахування всіх фізичних процесів, відповідальних за формування анізотропії температури і поляризації реліктового випромінювання, та точністю тих наближень, які лежать в основі аналітичних та числових розрахунків. Важливою складовою такої теорії є кінетика космологічної рекомбінації первинної плазми та розрахунок швидкості зміни концентрації вільних електронів в період відриву реліктового електромагнітного випромінювання від речовини.

Вперше такий розрахунок був проведений в роботах [2, 16] у 1968 р. У наступних роботах [1, 9, 12, 13, 15, 18] було детально вивчено основні

процеси, а точність розрахунку кінетики рекомбінації доведена до кількох відсотків. Найповніший сучасний аналіз кінетики космологічної рекомбінації здійснено в роботі [21], де враховувалась багаторівнева структура атома водню і гелію (≈ 300 рівнів), нерівноважна кінетика та практично всі процеси, що визначають термічний стан плазми. Там же створено програму RECFAST [20], яка забезпечує точність розрахунку концентрації вільних електронів до 1 %. Вона використовується у програмі CMBFAST [22, 25] для розрахунку спектру потужності флуктуацій густини речовини, температури та поляризації реліктового випромінювання.

Нижче буде вивчатися еволюція збурень концентрацій іонізованих атомів водню та гелію в епоху космологічної рекомбінації та відхилення їхніх амплітуд від амплітуди збурення густини баріонного компонента внаслідок зміни швидкості рекомбінації та іонізації в області малих адіабатичних флуктуацій густини речовини. За основу взято ефективно 3-рівневу модель атомів водню та гелію, детально описану в роботах [20, 21], і програму RECFAST з відповідними доповненнями. Всі розрахунки у цій роботі приводяться для $z > 200$, де немає потреби враховувати процеси рекомбінації і дисоціації, пов'язані з від'ємними іонами та молекулами водню H^- , H_2 і H_2^+ .

КОСМОЛОГІЧНА РЕКОМБІНАЦІЯ ВОДНЮ І ГЕЛІЮ

Введемо наступні позначення: n_{HI} і n_{HII} — концентрації нейтральних атомів та іонів водню, n_{HeI} , n_{HeII} і n_{HeIII} — концентрації нейтральних атомів, один раз і двічі іонізованого гелію, $n_e = n_{HII} + n_{HeII} + 2n_{HeIII}$ — концентрація вільних електронів, $n_H = n_{HI} + n_{HII}$ — загальна концентрація водню, $n_{He} = n_{HeI} + n_{HeII} + n_{HeIII}$ — загальна концентрація гелію. Зручно перейти до відносних концентрацій: $x_{HI} \equiv n_{HI}/n_H$ — відносний вміст нейтрального водню, $x_{HII} \equiv n_{HII}/n_H$ — відносний вміст іонізованого водню, $x_{HeI} \equiv n_{HeI}/n_{He}$ — відносний вміст нейтрального гелію, $x_{HeII} \equiv n_{HeII}/n_{He}$ — відносний вміст один раз іонізованого гелію, $x_{HeIII} \equiv n_{HeIII}/n_{He}$ — відносний вміст двічі іонізованого гелію, $x_e \equiv n_e/n_H$ — відносний вміст електронів. Відношення загальних концентрацій гелію і водню позначимо $f_{He} \equiv n_{He}/n_H$, яке виражається через масову частку первинного гелію Y_p , так що $f_{He} = Y_p/4(1 - Y_p)$ (надалі в розрахунках покладаємо $Y_p = 0.24$ [19]). Для них виконуються очевидні співвідношення: $x_e = x_{HII} + f_{He}x_{HeII} + 2f_{He}x_{HeIII}$, $x_{HI} + x_{HII} = 1$, $x_{HeI} + x_{HeII} + x_{HeIII} = 1$. Всі наступні аналітичні вирази і числові результати приводяться для відносних концентрацій атомів, іонів та електронів.

Як впливає з вище цитованих робіт та детальних числових розрахунків [20, 21], на ранніх етапах розвитку Всесвіту ($z > 10^4$) всі атоми водню і гелію повністю іонізовані квантами теплового випромінювання, так що $x_{HII} = 1$, $x_{HI} = 0$, $x_{HeIII} = 1$, $x_{HeI} = x_{HeII} = 0$ і $x_e = 1 + 2f_{He}$. Це пов'язано з тим, що густина квантів теплового випромінювання, здатних іонізувати водень і гелій, на вісім порядків перевищує концентрацію атомів. Внаслідок розширення Всесвіту енергія квантів зменшується пропорційно $z + 1$, як і температура теплового випромінювання у функції Планка $T_R(z) = (2.725 \pm 0.002 \text{ K})(z + 1)$ [4], його густина енергії пропорційна $(z + 1)^4$, а концентрація і масова густина баріонної речовини та темної матерії пропорційна $(z + 1)^3$. На $z \sim 8000$ кванти електромагнітного випромінювання з енергією, більшою від потенціалу іонізації He II з основного і другого рівнів, перебувають у короткохвильовому «хвості» функції Планка, і їх уже не достатньо, щоб утримувати весь гелій в стадії He III. Він починає ре-

Атомні сталі і константи апроксимаційних формул

Стала	Значення	Джерело	Формули
$\chi_{\text{H I}}$	$2.17871122 \cdot 10^{-18}$ Дж	[20]	(3), (15)
$\chi_{\text{He I}}$	$3.9393393 \cdot 10^{-18}$ Дж	[20]	(2), (14)
$\chi_{\text{He II}}$	$8.71869443 \cdot 10^{-18}$ Дж	[20]	(1), (13)
$h\nu_{\text{H2s}}$	$1.63403509 \cdot 10^{-18}$ Дж	[20]	(7), (18)
$h\nu_{\text{ps}}$	$3.30301387 \cdot 10^{-18}$ Дж	[20]	(5), (17)
$h\nu_{\text{He II } 1\text{s}}$	$9.64908312 \cdot 10^{-20}$ Дж	[20]	(5), (17)
$h\nu_{2\text{s}-1\text{s}}(\text{H I})$	$5.4467613 \cdot 10^{-19}$ Дж	[17]	(9)
$h\nu_{2\text{s}-1\text{s}}(\text{He I})$	$6.36325429 \cdot 10^{-19}$ Дж	[7]	(9)
λ_{H2p}	121.567 нм	[20, 24]	(7), (18)
$\lambda_{\text{He II } 1\text{p}}$	58.4334 нм	[20, 24]	(5), (17)
F	1.14	[20]	(8)
a	4.309	[17]	(8)
b	-0.6166	[17]	(8)
c	0.6703	[17]	(8)
d	0.5300	[17]	(8)
q	$1.80301774 \cdot 10^{-17}$	[7]	(6)
p	0.711	[7]	(6)
T_1	130016.958 К	[7]	(6)
T_2	3 К	[7]	(6)
Λ_{H}	8.22458 c^{-1}	[9]	(7), (18)
Λ_{He}	51.3 c^{-1}	[5]	(5), (17)

комбінувати, і на $z \sim 7000$ з'являються іони He II. В цей період характерний час томсонівського розсіювання ($t_{\text{Th}} \approx 3m_e c(1 + x_e + f_{\text{He}})/(8\sigma_{\text{Th}} a_{\text{R}} T_{\text{R}}^4 x_e)$) та характерні часи рекомбінації водню ($t_{\text{H I}} \approx 1/n_e \alpha_{\text{H I}}$) і гелію ($t_{\text{He II}} \approx 1/n_e \alpha_{\text{He II}}$) значно менші від характерного часу розширення Всесвіту $t_{\text{Hubble}} \approx \approx 2/3H_0(1 + z)^{3/2}$, тому температура матерії T_{m} дорівнює температурі випромінювання T_{R} , і рекомбінація He II відбувається за умов детального балансу для всіх рівнів на кожен момент часу, тобто в умовах термодинамічної рівноваги. У виразах для характерних часів m_e — маса електрона, c — швидкість світла, σ_{Th} — ефективний переріз томсонівського розсіювання, a_{R} — радіаційна стала, α_i — ефективні коефіцієнти рекомбінації на основні рівні атомів водню H I і однократно іонізованого гелію He II. Швидкість 2-фотонного переходу $2\text{s}-1\text{s}$ велика, і електрони, які каскадно рекомбінують, швидко досягають основного стану He II. Відносна концентрація іонізованого гелію $x_{\text{He III}}$ описується формулою Саха:

$$\frac{x_e x_{\text{He III}}}{x_{\text{He II}}} = \frac{(2\pi m_e k T_{\text{m}})^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} \exp\left(-\frac{\chi_{\text{He II}}}{k T_{\text{m}}}\right). \quad (1)$$

Значення всіх атомних сталей і коефіцієнтів, які входять в рівняння (1)–(11), приведено в таблиці. Оскільки в цей час водень і гелій повністю іонізовані ($x_{\text{H I}} = 0$, $x_{\text{H II}} = 1$, $x_{\text{He I}} = 0$, $x_{\text{He II}} = 1 - x_{\text{He III}}$), то $x_e = 1 + f_{\text{He}}(1 + x_{\text{He III}})$, і рівняння легко розв'язується відносно x_e . З його допомогою можна легко переконатись, що уже на $z \sim 5000$ практично весь гелій знаходиться в стадії однократної іонізації. Такий стан зберігається до $z \sim 3500$, коли починає рекомбінувати He I. Для цього періоду $t_{\text{Hubble}} : t_{\text{Th}} : t_{\text{H I}} : t_{\text{He I}} \approx \approx 1 : 0.0000003 : 0.0003 : 0.001$, і умови ще близькі до стану термодинамічної рівноваги. Поки частка $n_{\text{He I}}$ від всього гелію менша від 1 %, роль

метастабільного рівня $2s$ в кінетиці рекомбінації He I незначна, і концентрація іонізованого гелію x_{HeII} достатньо точно описується формулою Саха

$$\frac{x_e x_{\text{HeII}}}{x_{\text{HeI}}} = 4 \frac{(2\pi m_e k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} \exp\left(-\frac{\chi_{\text{HeI}}}{k T_m}\right). \quad (2)$$

Тепер $x_{\text{HeIII}} = 0$ і $x_{\text{HeI}} = 1 - x_{\text{HeII}}$. Для точного розрахунку x_{HeII} необхідно знати точне значення $x_e = x_{\text{HII}} + f_{\text{He}} x_{\text{HeII}}$. І хоча $x_{\text{HII}} \approx 1$, зменшення частки n_{HII} від всього водню внаслідок рекомбінації на 0.1 % призводить до сумірної зміни n_e внаслідок рекомбінації He I через переважний вміст водню ($f_{\text{He}} = 0.079$). Таким чином, на цьому етапі необхідно уже враховувати рекомбінацію водню, яка в цей час ще достатньо точно описується формулою Саха

$$\frac{x_e x_{\text{HII}}}{x_{\text{HI}}} = \frac{(2\pi m_e k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} \exp\left(-\frac{\chi_{\text{HI}}}{k T_m}\right). \quad (3)$$

Система цих двох рівнянь зводиться до одного алгебраїчного кубічного рівняння для x_e , яке має один дійсний корінь:

$$x_e = 2\sqrt{-A/3} \cos(\alpha/3) - B/3, \quad (4)$$

де $B = R_{\text{HI}} + R_{\text{HeI}}$, R_{HeI} і R_{HI} — праві частини рівнянь (2) і (3), $\cos \alpha = C/2\sqrt{-A^3/27}$, $A = D - B^2/3$, $D = R_{\text{HI}}R_{\text{HeI}} - R_{\text{HI}} - f_{\text{He}}R_{\text{HeI}}$, $C = 2B^3/27 - BD/3 - E$, $E = -R_{\text{HI}}R_{\text{HeI}}(1 - f_{\text{He}})$. Я доповнив програму RECFAST цим розв'язком для коректного вирішення поставленої задачі про збурення концентрацій іонізованого водню і гелію, який, однак, не змінює суттєво результатів обчислення значень x .

Із зменшенням x_{HeII} збільшується концентрація атомів He I в основному стані $1s$, які, поглинаючи кванти основної серії, накопичуються в метастабільному стані $2s$ та у стані $2p$ за рахунок великої густини дифузного випромінювання, що виникає при переходах $2p-1s$. Звідти вони іонізуються вже квантами меншої енергії, континууму наступної серії, яких більше (випадок В-рекомбінації). Таким чином, рекомбінація He I затримується, і цей ефект називають ефектом «шийки пляшки». Він приводить також до порушення рівноважного заселення рівнів та іонізаційно-рекомбінаційної рівноваги. Рівняння Саха вже адекватно не описує стан іонізації гелію, тому необхідно розв'язувати рівняння нерівноважної рекомбінації [20]:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{\text{HeII}}}{dz} = & [x_{\text{HeII}}x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeII}} - \beta_{\text{HeI}}(1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{HeI}2^1s}/kT_m)] \times \\ & \times [1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)] / \{H(z)(1+z)[1 + \\ & + K_{\text{HeI}}(\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)]\}, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$\alpha_{\text{HeI}} = q \left[\sqrt{\frac{T_m}{T_2}} \left(1 + \sqrt{\frac{T_m}{T_2}} \right)^{1-p} \left(1 + \sqrt{\frac{T_m}{T_1}} \right)^{1+p} \right]^{-1}, \quad \text{м}^3/\text{с}^{-1} \quad (6)$$

— коефіцієнт рекомбінації гелію He I [8], β_{HeI} — коефіцієнт фотоіонізації, $K_{\text{HeI}} \equiv \lambda_{\text{HeI}2^1p}^3 / [8\pi H(z)]$ — множник, який враховує «почервоніння» квантів резонансної лінії основної серії He I (переходу $2^1p - 1^1s$), значення решти параметрів, які входять до корекційного множника, що «підправляє» результати 3-рівневої моделі іона He II до багаторівневої, приведені в таблиці. Як і у попередньому випадку, рівняння кінетики рекомбінації He I необхідно розв'язувати разом з відповідним рівнянням для водню, але поки

$n_{\text{HI}} < 0.01n_{\text{H}}$, x_{HI} достатньо точно описується формулою Саха. Із збільшенням x_{HI} збільшується оптична глибина в лінії L_{α} , дифузне випромінювання в ній переводить більшість атомів Н І в стан $2p$. Миттєвий спонтанний перехід на основний рівень породжує квант, який швидко поглинається сусіднім атомом, і стан системи не змінюється. Важливим у кінетиці рекомбінації є метастабільний $2s$ -рівень, який заселяється як «знизу» двофотонним поглинанням та ударним збудженням, так і рекомбінацією «зверху». Час життя атома в цьому стані достатній, щоб «дочекатися» іонізуючого кванта континууму бальмерівської серії.

Таким чином нейтральні атоми водню іонізуються як з основного стану квантами L_{α} , так і з рівня $2s$ квантами бальмерівського континууму, яких значно більше. Рекомбінація водню затримується (ефект «шийки пляшки»), і необхідно застосувати рівняння нерівноважної кінетики [20]:

$$\frac{dx_{\text{HI}}}{dz} = [x_e x_{\text{HI}} n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}} - \beta_{\text{H}} (1 - x_{\text{HI}}) \exp(-h\nu_{\text{H}2s}/kT_{\text{m}})] \times \\ \times [1 + K_{\text{H}} \Lambda_{\text{H}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HI}})] / \{H(z)(1+z)[1 + K_{\text{H}}(\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{H}})n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HI}})]\}, \quad (7)$$

де

$$\alpha_{\text{H}} = F \cdot 10^{-19} a t^b / (1 + c t^d), \quad \text{м}^3/\text{с}^{-1}, \quad (8)$$

— коефіцієнт рекомбінації водню [17], $t = T_{\text{m}}/10^4$, $K_{\text{H}} \equiv \lambda_{\text{H}2p}^3 / [8\pi H(z)]$ — множник, який враховує червоне зміщення квантів L_{α} , обумовлене розширенням Всесвіту, F — підгоночний множник 3-рівневої моделі до багаторівневої [20, 21]. Коефіцієнти фотоіонізації в (5) і (7) розраховуються через коефіцієнти В-рекомбінації наступним чином:

$$\beta = \alpha (2\pi m_e k T_{\text{m}} / h^2)^{3/2} \exp(-h\nu_{2s-1s} / k T_{\text{m}}). \quad (9)$$

Температура матерії T_{m} практично дорівнює температурі випромінювання T_{R} аж до $z \sim 800$, оскільки до цього моменту характерний час томсонівського розсіювання квантів теплового випромінювання на вільних електронах значно менший, ніж характерний час розширення Всесвіту: $t_{\text{Th}}/t_{\text{Hubble}} < 0.001$. Таким чином, до цього моменту швидкість зміни температури описується адіабатичним охолодженням випромінювання ($\gamma = 4/3$) внаслідок розширення Всесвіту:

$$\frac{dT_{\text{m}}}{dz} = \frac{T_{\text{m}}}{1+z}. \quad (10)$$

І лише після рекомбінації на червоних зміщеннях $z < 800$ адіабатичне охолодження ідеального газу ($\gamma = 5/3$) починає переважати нагрівання за рахунок ефекту Комптона, який «підтягує» температуру газу до температури випромінювання. Охолодження газу за рахунок вільно-вільних, зв'язано-вільних та зв'язано-зв'язаних переходів, ударної іонізації, як і нагрів за рахунок фотоіонізацій та ударної рекомбінації дають внесок у швидкість зміни температури, який не перевищує десятитисячної частки від основних процесів — адіабатичного охолодження та ефекту Комптона [21]. Отже, в цю епоху достатньо точним є наступне рівняння для швидкості зміни температури матерії [20]:

$$\frac{dT_{\text{m}}}{dz} = \frac{8\sigma_{\text{Th}} a_{\text{R}} T_{\text{R}}^4}{3H(z)(1+z)m_e c} \frac{x_e}{1 + f_{\text{He}} + x_e} (T_{\text{m}} - T_{\text{R}}) + \frac{2T_{\text{m}}}{1+z}. \quad (11)$$

Результати розрахунків рекомбінації водню та гелію в стандартній CDM-моделі, проведених на основі рівнянь (1)—(11) та програми

Рис. 1. Реконбінація водню та гелію в стандартній Λ CDM-моделі ($\Omega_b = 0.05$, $\Omega_{\text{CDM}} = 0.95$, $\Omega_\Lambda = 0$, $h = 0.5$): *a* — відносний вміст іонів та повна концентрація вільних електронів; *б* — залежності температури випромінювання T_R , температури матерії T_m , концентрації водню n_H , концентрації електронів n_e та оптичної глибини томсонівського розсіювання (τ) від червоного зміщення z

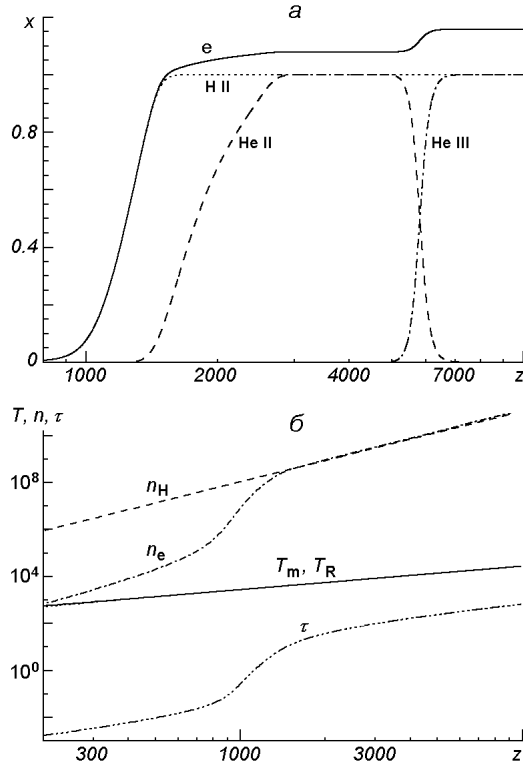
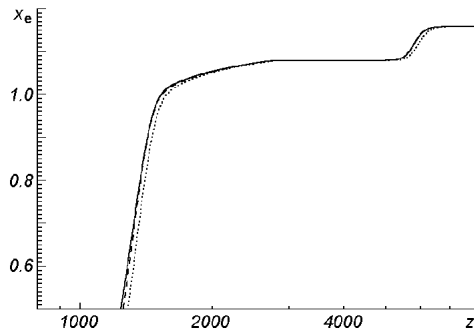


Рис. 2. Концентрація вільних електронів у моделі SCDM ($\Omega_b = 0.05$, $\Omega_{\text{CDM}} = 0.95$, $\Omega_\Lambda = 0$, $h = 0.5$) — суцільна лінія; моделі Λ CDM ($\Omega_b = 0.06$, $\Omega_{\text{CDM}} = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0.70$, $h = 0.7$) — пунктир, моделі OCDM ($\Omega_b = 0.05$, $\Omega_{\text{CDM}} = 0.15$, $\Omega_\Lambda = 0$, $h = 0.5$) — штрихова лінія



RECFAST, доповненої розв'язком (4), приведено на рис. 1. Там же приведено залежності від червоного зміщення фонових значень температури випромінювання T_R , температури матерії T_m , концентрації водню n_H , концентрації електронів n_e та оптичної глибини томсонівського розсіювання

$$\tau(z) = \int_0^z c \sigma_{\text{Th}} n_e(z) H^{-1}(z) (z+1)^{-1} dz.$$

Внаслідок розширення Всесвіту реконбінація водню і гелію не завершується повністю, а сповільнюється настільки, що деякий ступінь іонізації зберігається на малих червоних зміщеннях. Таку залишкову іонізацію називають загартувальною. Розрахунки показують, що на $z = 200$ $x_e \approx x_{\text{HII}} = 6.7 \cdot 10^{-4}$ (рис. 1, б), $x_{\text{HeII}} = 9.2 \cdot 10^{-10}$, а на $z = 0$ $x_e \approx x_{\text{HII}} = 4.1 \cdot 10^{-4}$, $x_{\text{HeII}} = 8.1 \cdot 10^{-10}$ (поява молекул водню H_2 , H_2^+ та від'ємних іонів H^- не змінює суттєво цих величин, оскільки їхня концентрація на кілька порядків менша [21]). Загартувальні значення іонізації зменшуються із збільшенням концентрації баріонів. Так, при $\Omega_b = 0.06$ на $z = 200$ $x_e \approx x_{\text{HII}} = 6.3 \cdot 10^{-4}$, $x_{\text{HeII}} = 2.0 \cdot 10^{-10}$. Значно більша чутливість загартувального значення ступеня іонізації гелію He II у порівнянні з

воднем Н II пояснюється тим, що рекомбінація гелію починається раніше, коли концентрація іонів висока, і триває в умовах високої концентрації електронів, зумовленою іонізацією водню.

На рис. 2 приведено результати розрахунків рекомбінації водню та гелію в трьох моделях CDM: стандартній SCDM, моделі з космологічною сталою Λ CDM та відкритій моделі з темною матерією OCDM. Як бачимо, хід рекомбінації в них відрізняється дуже мало, що пов'язано з малим впливом космологічної сталої та кривини 3-простору на локальні фізичні явища у ранньому Всесвіті.

ЗБУРЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЙ ІОНІВ ТА АТОМІВ: ОЗНАЧЕННЯ ВЕЛИЧИН ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Нехай x_i — середні по всьому простору на фіксований момент часу значення відносних концентрацій Н I, Н II, He I, He II, He III та електронів, а \hat{x}_i — локальні значення концентрацій в області малого відносного збурення густини баріонної матерії $\delta_b \equiv \delta\rho_b/\rho_b \ll 1$, де ρ_b — середня густина баріонної речовини. При цьому $\hat{x}_i = x_i + \delta x_i$, де δx_i назвемо збуренням i -ї фракції. Відносні збурення відносних концентрацій атомів та іонів водню, гелію і вільних електронів означимо як $\delta_{x_i} \equiv \delta x_i/x_i$. Легко переконатись, що $\delta_{x_e} = \delta n_e/n_e - \delta n_{\text{H I}}/n_{\text{H}}$, $\delta_{x_{\text{H II}}} = \delta n_{\text{H II}}/n_{\text{H II}} - \delta n_{\text{H}}/n_{\text{H}}$, $\delta_{x_{\text{He II}}} = \delta n_{\text{He II}}/n_{\text{He II}} - \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}}$, $\delta_{x_{\text{He III}}} = \delta n_{\text{He III}}/n_{\text{He III}} - \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}}$. Оскільки для гомогенного середовища $\delta n_{\text{H}}/n_{\text{H}} = \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}} = \delta_b$, то

$$\delta_{x_i} = \delta_{n_i} - \delta_b, \quad (12)$$

де $\delta_{n_i} \equiv \delta n_i/n_i = \delta_{x_i} + \delta_b$ — відносне збурення концентрації i -ї фракції. Слід відзначити, що у Всесвіті, який розширюється, рекомбінація не завершується повністю нейтральним середовищем, а відбувається загартування іонізації, тобто жодна із величин n_i не досягає нуля, і розбіжностей δ_{n_i} немає. Із (12) випливає, що δ_{x_i} також не розбігаються. Числові розрахунки, представлені нижче, підтверджують це.

Таким чином, δ_{x_i} — це різниця двох відносних збурень: концентрації i -ї фракції та густини баріонної матерії. Оскільки δ_{n_i} і δ_b — скалярні функції координат, то при калібровочних перетвореннях, які не змінюють властивостей космологічного фону (середньої температури реліктового випромінювання, ізотропного габлівського розширення і т. д.), кожна з них перетворюється шляхом додавання одного і того ж виразу із складової перетворення часової координати [3, 5, 11]. Оскільки в (12) вони входять з різним знаком, то δ_{x_i} залишається незмінною при таких перетвореннях, тобто є калібровочно інваріантною величиною.

Якщо із часом стан іонізації не змінюється, що має місце коли атоми водню чи гелію повністю іонізовані, то $\delta_{n_i} = \delta_b$ і $\delta_{x_i} = 0$. Коли швидкості рекомбінації та фотоіонізації змінюються і йде процес зміни іонізаційного стану якоїсь складової, тоді δ_{n_i} і δ_b можуть змінюватись з різною швидкістю, оскільки зміна δ_b визначається гравітацією та пружністю середовища, а δ_{n_i} — ще й кінетикою іонізаційно-рекомбінаційних процесів. Тобто, δ_{x_i} є мірою відхилення збурення концентрації даної фракції від збурення густини баріонної складової внаслідок зміни швидкості іонізаційно-рекомбінаційних процесів в області збурення густини баріонної речовини по відношенню до швидкості на космологічному фоні.

Щоб дослідити роль іонізаційно-рекомбінаційних процесів у еволюції

відносних збурень концентрацій іонів та електронів спочатку припустимо, що відносне збурення густини речовини постійне у часі. Для адіабатичних збурень на ранніх етапах розвитку Всесвіту відносні збурення густини баріонної матерії δ_b і енергії випромінювання $\delta_R \equiv \delta\varepsilon_R/\varepsilon_R$ зв'язані співвідношенням $\delta_R = 4\delta_b/3$. Оскільки $\varepsilon_R = aT_R^4$, то $\delta_{T_R} \equiv \delta T_R/T_R = \delta_b/3$. Для ізотермічних збурень $\delta_{T_R} = 0$. Пізніше розглянемо еволюцію відносних збурень концентрацій іонів та електронів в області збурень, які еволюціонують згідно з теорією гравітаційної нестійкості.

РІВНЯННЯ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЇ ЗБУРЕНЬ КОНЦЕНТРАЦІЙ ІОНІВ ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕМПЕРАТУРИ

Амплітуди флуктуацій густини речовини δ_b та температури теплового випромінювання δ_{T_R} , згенеровані у ранньому Всесвіті, збільшуються внаслідок гравітаційної нестійкості* і на момент рекомбінації сягають значень 10^{-4} — 10^{-5} в діапазоні масштабів 30 — $300 h^{-1}\text{Мпк}$ (залежить також від спектру потужності початкових збурень). Локальні флуктуації густини приведуть до відповідних флуктуацій концентрацій іонів, пропорційних до δ_b , але оскільки швидкість протікання іонізаційно-рекомбінаційних процесів залежить від густини і температури, то в області таких флуктуацій розподіл елементів по станах іонізації уже буде дещо відмінним від фонового, тобто в цих областях можна очікувати $\delta_{x_i} \neq 0$. Ми розглядаємо малі за амплітудою збурення, тому відношення $t_{\text{Hubble}}: t_{\text{Th}}: t_{\text{HI}}: t_{\text{HeI}}$ є практично такими ж, як для фону. Це означає, що в області збурень чинними є всі рівняння (1)—(11), а зв'язок між збуреннями концентрацій іонів та космологічними збуреннями густини і температури можна отримати варіюванням цих рівнянь.

Проваріювавши рівняння (1) по всіх змінних з урахуванням того, що на $z > 3500$ $x_{\text{HI}} = x_{\text{HeI}} = 0$, отримаємо

$$\delta_{x_{\text{HeIII}}} = \frac{x_e(1 - x_{\text{HeIII}})}{x_e + (1 - x_{\text{HeIII}})x_{\text{HeIII}}f_{\text{He}}} \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{\text{HeII}}}{kT_m} \right) \delta_{T_m} - \delta_b \right], \quad (13)$$

$$\delta_{x_{\text{HeII}}} = -\delta_{x_{\text{HeIII}}}, \quad \delta_{x_e} = \frac{x_{\text{HeIII}}}{x_e} f_{\text{He}} \delta_{x_{\text{HeIII}}}.$$

Збурення концентрацій решти фракцій дорівнюють нулю. Як бачимо, відносне збурення концентрації іонів He III є лінійною комбінацією початкового відносного збурення температури і густини баріонної речовини. В області адіабатичних збурень флуктуація $\delta_{x_{\text{HeIII}}}$ має той самий знак, що й флуктуація температури, а флуктуація густини входить в цю комбінацію з протилежним знаком. Значення x_e і x_{HeIII} розраховуються із рівняння (1). З (13) випливає асимптотична поведінка відносного збурення концентрації He III: на червоних зміщеннях $z > 7000$ коли $x_{\text{HeIII}} \rightarrow 1$ (весь гелій переходить у двичі іонізований стан) $\delta_{x_{\text{HeIII}}} \rightarrow 0$ ($\delta_{n_{\text{HeIII}}} = \delta_b$), на червоних зміщеннях $z < 5000$ при $x_{\text{HeIII}} \rightarrow 0$ $\delta_{x_{\text{HeIII}}} \rightarrow \chi_{\text{HeII}}\delta_{T_m}/(kT_m)$, тобто збільшується із зменшенням температури. Очевидно, що таке збільшення обумовлене стрімким зменшенням x_{HeIII} (див. рис. 1), а не відбиває реальну еволюцію збурення фракції He III. Тому на рис. 3 в області $5000 < z < 7000$ приведено абсолютні значення збурень: $\delta_{x_{\text{HeIII}}}$ і $\delta_{x_{\text{HeII}}}$.

На $3500 < z < 5000$ водень і гелій (однократно) повністю іонізовані ($x_{\text{HI}} = x_{\text{HeI}} = 1$, $x_{\text{HII}} = x_{\text{HeI}} = x_{\text{HeIII}} = 0$), тому відносні збурення концентрацій

* Загасання Сілка [23] має місце на малих масштабах, які тут не розглядаються.

всіх фракцій рівні нулю. З подальшим зменшенням температури починає рекомбінувати He I, а згодом і H I, кінетика яких описується рівняннями Саха (2) і (3). Варіюючи ці рівняння, отримуємо вирази для відносних збурень концентрацій іонів гелію $\delta_{x_{\text{HeII}}}$, водню $\delta_{x_{\text{HI}}}$ і вільних електронів δ_{x_e} :

$$\delta_{x_{\text{HeII}}} = (1 - x_{\text{HeII}}) \left\{ (1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} \left(\frac{\chi_{\text{HI}}}{kT_m} - \frac{\chi_{\text{HeI}}}{kT_m} \right) \delta_{T_m} + x_e \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{\text{HeI}}}{kT_m} \right) \delta_{T_m} - \delta_b \right] \right\} / [(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}} - x_e], \quad (14)$$

$$\delta_{x_{\text{HI}}} = \frac{(1 - x_{\text{HI}}) x_e \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{\text{HI}}}{kT_m} \right) \delta_{T_m} - \delta_b \right]}{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}} - x_e}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \delta_{x_e} = & \frac{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} \frac{\chi_{\text{HI}}}{kT_m} (1 + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} / x_e)}{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}} - x_e} \delta_{T_m} + \\ & + \frac{(1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} \frac{\chi_{\text{HeI}}}{kT_m} (f_{\text{He}} - (1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} / x_e)}{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}} - x_e} \delta_{T_m} + \\ & + \frac{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}}}{(1 - x_{\text{HI}}) x_{\text{HI}} + (1 - x_{\text{HeII}}) x_{\text{HeII}} f_{\text{He}} - x_e} \left[\frac{3}{2} \delta_{T_m} - \delta_b \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Асимптотична поведінка цих збурень при $x_{\text{HeII}} \rightarrow 1$ і $x_{\text{HI}} \rightarrow 1$ узгоджується з нашим передбаченням і попереднім випадком: $\delta_{x_{\text{HeII}}}$, $\delta_{x_{\text{HI}}}$ і $\delta_{x_e} \rightarrow 0$. Друга асимптотика, коли $x_{\text{HeII}} \rightarrow 0$ і $x_{\text{HI}} \rightarrow 0$, не має фізичного змісту, оскільки вже при $x_{\text{HeII}} \leq 0.99$ і $x_{\text{HI}} \leq 0.99$ необхідно застосовувати рівняння нерівноважної кінетики рекомбінації і енергетичного балансу (5)–(11). Для цього випадку отримуються аналогічні диференціальні рівняння еволюції для відносних збурень концентрацій фракцій $\delta_{x_{\text{HI}}}$, $\delta_{x_{\text{HeII}}}$ і температури матерії δ_{T_m} шляхом варіювання (5)–(11):

$$\begin{aligned} x_{\text{HeII}} \frac{d\delta_{x_{\text{HeII}}}}{dz} = & \frac{[1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)] x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeII}}}{H(z)(1+z)[1 + K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)]} \times \\ & \times \left[\delta_{x_e} + \delta_{x_{\text{HeII}}} + \delta_b + \frac{\delta \alpha_{\text{HeI}}}{\alpha_{\text{HeI}}} \right] - \\ & - \frac{(1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)) \beta_{\text{HeI}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{HeI}2^1s}/kT_m)}{H(z)(1+z)[1 + K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)]} \times \\ & \times \left[\frac{\delta \beta_{\text{HeI}}}{\beta_{\text{HeI}}} - \frac{x_{\text{HeII}}}{1 - x_{\text{HeII}}} \delta_{x_{\text{HeII}}} + \frac{h\nu_{\text{HeI}2^1s}}{kT_m} \delta_{T_m} \right] + \\ & + \frac{dx_{\text{HeII}}}{dz} \frac{K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)}{1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)} \times \\ & \times \left[\delta_b - \frac{x_{\text{HeII}}}{1 - x_{\text{HeII}}} \delta_{x_{\text{HeII}}} + \frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m} \delta_{T_m} \right] - \\ & - \frac{dx_{\text{HeII}}}{dz} \frac{K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)}{1 + K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) \exp(-h\nu_{\text{ps}}/kT_m)} \times \\ & \times \left[\delta_b - \frac{x_{\text{HI}}}{1 - x_{\text{HI}}} \delta_{x_{\text{HeII}}} + \frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m} \delta_{T_m} + \frac{\beta_{\text{HeI}}}{\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}} \frac{\delta \beta_{\text{HeI}}}{\beta_{\text{HeI}}} \right] - \delta_{x_{\text{HeII}}} \frac{dx_{\text{HeII}}}{dz}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
x_{\text{HII}} \frac{d\delta x_{\text{HII}}}{dz} = & \frac{(1 + K_{\text{HI}}\Lambda_{\text{H}}n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}}))x_{\text{HII}}x_{\text{e}}n_{\text{H}}\alpha_{\text{HI}}}{H(z)(1 + z)(1 + K_{\text{HI}}(\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{HI}})n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}}))} \times \\
& \times \left[\delta_{x_{\text{e}}} + \delta_{x_{\text{HII}}} + \delta_{\text{b}} + \frac{\delta\alpha_{\text{HI}}}{\alpha_{\text{HI}}} \right] + \\
& + \frac{[1 + K_{\text{HI}}\Lambda_{\text{H}}n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})]\beta_{\text{HI}}(1 - x_{\text{HII}})\exp(-h\nu_{\text{H}2\text{s}}/kT_{\text{m}})}{H(z)(1 + z)[1 + K_{\text{HI}}(\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{HI}})n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})]} \times \\
& \times \left[\frac{\delta\beta_{\text{HI}}}{\beta_{\text{HI}}} - \frac{x_{\text{HII}}}{1 - x_{\text{HII}}} \delta_{x_{\text{HII}}} + \frac{h\nu_{\text{H}2\text{s}}}{kT_{\text{m}}} \delta_{T_{\text{m}}} \right] + \\
& + \frac{dx_{\text{HII}}}{dz} \frac{K_{\text{HI}}\Lambda_{\text{H}}n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})}{1 + K_{\text{HI}}\Lambda_{\text{H}}n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})} \left[\delta_{\text{b}} - \frac{x_{\text{HeII}}}{1 - x_{\text{HeII}}} \delta_{x_{\text{HeII}}} \right] - \\
& - \frac{dx_{\text{HII}}}{dz} \frac{K_{\text{HI}}(\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{HI}})n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})}{1 + K_{\text{HI}}(\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{HI}})n_{\text{H}}(1 - x_{\text{HII}})} \times \\
& \times \left[\delta_{\text{b}} - \frac{x_{\text{HII}}}{1 - x_{\text{HII}}} \delta_{x_{\text{HII}}} + \frac{\beta_{\text{HI}}}{\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{HI}}} \frac{\delta\beta_{\text{HI}}}{\beta_{\text{HI}}} \right] - \delta_{x_{\text{HII}}} \frac{dx_{\text{HII}}}{dz}, \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{\text{m}} \frac{d\delta T_{\text{m}}}{dz} = & \frac{8\sigma_{\text{Th}}a_{\text{R}}T_{\text{R}}^4}{3H(z)(1 + z)m_{\text{e}}c} \frac{x_{\text{e}}}{1 + f_{\text{He}} + x_{\text{e}}} \times \\
& \times \left[4(T_{\text{m}} - T_{\text{R}})\delta_{T_{\text{m}}} + \frac{1 + f_{\text{He}}}{1 + f_{\text{He}} + x_{\text{e}}} (T_{\text{m}} - T_{\text{R}})\delta_{x_{\text{e}}} + T_{\text{m}}\delta_{T_{\text{m}}} - T_{\text{R}}\delta_{T_{\text{R}}} \right] + \\
& + \frac{2T_{\text{m}}}{1 + z} \delta_{T_{\text{m}}} - \frac{dT_{\text{m}}}{dz} \delta_{T_{\text{m}}}, \quad (19)
\end{aligned}$$

де через dx_{HeII}/dz , dx_{HII}/dz і dT_{m}/dz позначено праві частини рівнянь (5), (7) і (11) відповідно. Варіації значень коефіцієнтів рекомбінації пов'язані зі збуреннями температури матерії:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta\alpha_{\text{HI}}}{\alpha_{\text{HI}}} = & \left(b - \frac{dct^d}{1 + ct^d} \right) \delta_{T_{\text{m}}}, \\
\frac{\delta\alpha_{\text{HeI}}}{\alpha_{\text{HeI}}} = & -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{(1 - p)\sqrt{T_{\text{m}}/T_2}}{1 + \sqrt{T_{\text{m}}/T_2}} + \frac{(1 + p)\sqrt{T_{\text{m}}/T_1}}{1 + \sqrt{T_{\text{m}}/T_1}} \right) \delta_{T_{\text{m}}},
\end{aligned}$$

а варіації коефіцієнтів фотоіонізації дорівнюють

$$\frac{\delta\beta_i}{\beta_i} = \frac{\delta\alpha_i}{\alpha_i} + \frac{3}{2} \delta_{T_{\text{m}}} + \frac{h\nu_{i2\text{s}}}{kT_{\text{m}}} \delta_{T_{\text{m}}}.$$

Таким чином, рівняння (17)—(19) складають систему трьох звичайних лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку для збурень відносних концентрацій іонізованого водню і гелію та збурення температури матерії, які можна розв'язати за допомогою загальнодоступної програми DVERK (доступна на сайті <http://www.cs.toronto.edu/NA/dverk.f.gz>). Початковими даними для неї є рівноважні значення збурень концентрацій іонів на момент, коли $x_{\text{HII}} > 0.99$ і $x_{\text{HeII}} > 0.99$, розрахованих за допомогою (14), (15).

Використаємо рівняння (17)—(19) для аналізу еволюції збурень концентрації іонів при заданих збуреннях густини і температури баріонної речовини. Оскільки всі ці рівняння містять розв'язки незбуреної задачі, то природньо доповнити програму RECFAST [20] блоком розрахунку збурень концентрацій фракцій. Така програма (доступна на сайті <http://astro.franko.lviv.ua/novos/drecfast.f.gz>) використовується надалі в нашому аналізі еволюції збурень концентрації іонів і температури матерії.

РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХНЄ ОБГОВОРЕННЯ

Збурення концентрації іонів в області стаціонарних збурень густини і температури. Для оцінки величини ефекту розглянемо спочатку стаціонарне адіабатичне збурення густини баріонної речовини з амплітудою $\delta_b = \pm 10^{-4}$, $\delta_{T_R} = \delta_b/3$. (Просторова форма збурення не важлива для нашого аналізу. Його можна вважати однорідним в якійсь області простору.)

На рис. 3, а, б приведено результати розрахунків відносних збурень концентрацій іонізованого водню і гелію, зумовлених адіабатичним додатним та від'ємним за амплітудою стаціонарним збуренням густини речовини в діапазоні червоних зміщень $200 < z < 10000$. Як бачимо, в період космологічної рекомбінації ($800 < z < 1500$) в області адіабатичних збурень густини баріонної речовини з'являються значні відхилення $\delta_{x_{\text{HII}}}$, $\delta_{x_{\text{HeII}}}$, δ_{x_e} від δ_b , зумовлені кінетикою рекомбінації. Збурення концентрації вільних електронів та іонів водню у максимумі приблизно у п'ять разів перевищує амплітуду збурення густини баріонної речовини, один раз іонізованого гелію — у 18 разів. Збурення концентрації He II, незважаючи на їхню велику амплітуду, практично не дають вкладу в збурення концентрації вільних електронів, оскільки іонів гелію залишилось дуже мало. Справді, уже на $z \approx 1200$, де $x_{\text{HII}} \approx 0.5$, $x_{\text{HeII}} < 0.0003$. Збурення температури випромінювання і матерії, як бачимо, залишаються рівними початковим внаслідок визначальної ролі квантів теплового випромінювання в енергетичному балансі плазми. Таким чином, зміна швидкості іонізаційно-рекомбінаційних процесів в області космологічних збурень не призводить до помітних локальних відхилень флуктуацій температури теплового випромінювання від космологічних.

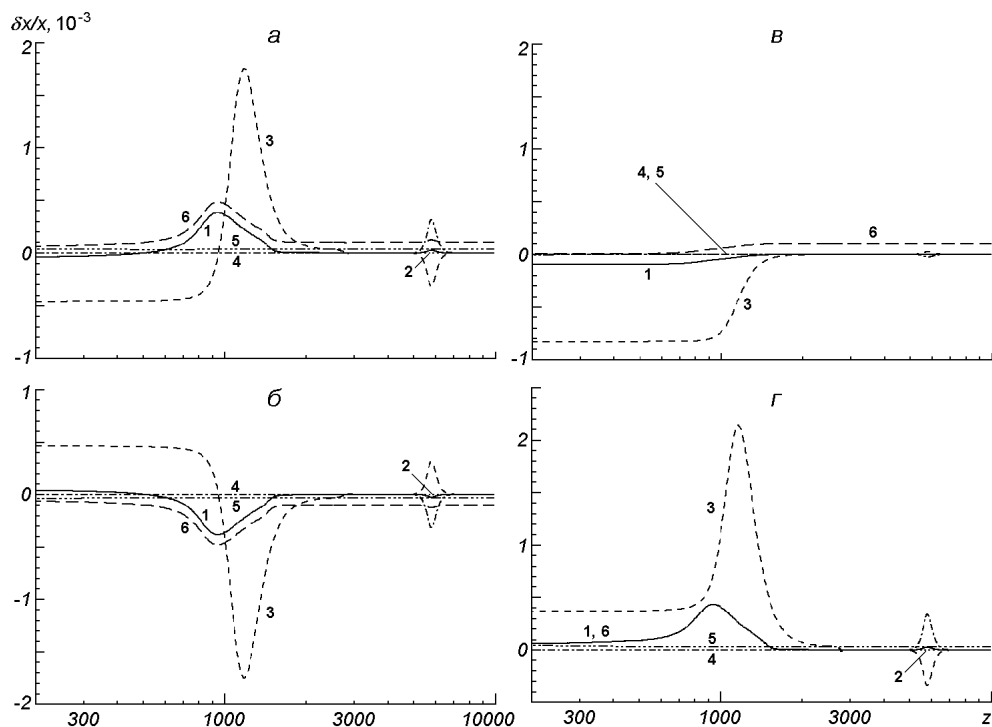


Рис. 3. Збурення концентрацій іонізованого водню і гелію, зумовлені стаціонарним адіабатичним додатним (а) та від'ємним (б) збуренням густини $|\delta_b| = 10^{-4}$, а також ізотермічним додатним збуренням густини (в) і «температурним» збуренням (г) такої ж амплітуди (1 — $\delta x_e/x_e$, 2 — $\delta x_{\text{HII}}/x_{\text{HII}}$, 3 — $\delta x_{\text{HeII}}/x_{\text{HeII}}$, 4 — δx_{HeIII} , 5 — $\delta T_m/T_m$, 6 — $\delta n_e/n_e$)

На основі виразів (1)—(3) ми зробили висновок про роль збурення густини і температури у появі цих відхилень. Візуалізуємо цей висновок наступним чином: спочатку задамо ізотермічне збурення густини баріонної речовини з амплітудою $\delta_b = 10^{-4}$ ($\delta_{TR} = 0$), і проведемо розрахунки, аналогічні до представлених на рис. 3, *a*, *b*, а потім — «температурне» збурення $\delta_{TR} = 10^{-4}/3$ ($\delta_b = 0$). Результати, представлені на рис. 3, *в*, *г*, ілюструють роль збурення густини і температури у появі $\delta_{x_i} \neq 0$. Вони пояснюють також велику амплітуду відносних збурень концентрації іонів гелію $\delta_{x_{HeII}}$ на $z \approx 1200$ і на $z < 900$ (рис. 3, *a*, *b*). Збільшення $\delta_{x_{HeII}}$ на $z \approx 1200$ зумовлене температурною флуктуацією: більша відстань в енергетичній шкалі рівня $2s$ He I від основного сприяє збільшенню кількості He II за рахунок додаткових іонізуючих квантів у порівнянні з воднем, для якого аналогічна відстань метастабільного рівня $2s$ від основного менша (див. таблицю). Велике значення $\delta_{x_{HeII}}$ на $z < 900$ (рис. 3, *a*, *b*) зумовлене флуктуацією густини і пояснюється чутливістю загартувального значення іонізації гелію від густини баріонів, що обговорювалось вище.

Оскільки значення фонових концентрацій іонів мало залежать від параметрів космологічних моделей (див. рис. 2), то і їхнє збурення для однакових початкових збурень густини баріонної речовини і температури є близькими в моделях Λ CDM, Λ CDM і Λ CDM.

Збурення концентрації іонів в області космологічних збурень, що еволюціонують. Досі ми покладали, що збурення густини баріонної речовини і температури незмінні з часом. Насправді ж вони еволюціонують зі зміною амплітуди, залежною від масштабу збурення [3, 5, 7, 11, 14]. Якщо масштаб збурення значно менший за акустичний горизонт (масштаб Джинса) на момент рекомбінації, то збурення до цього часу вело себе як стояча акустична хвиля. Наслідком рекомбінації є швидке падіння масштабу Джинса і зміна закону еволюції амплітуди збурень — перехід на монотонне збільшення амплітуди у «пилову» епоху. Амплітуди збурень, які до рекомбінації мали масштаб значно більший за горизонт частинки, збільшувались увесь час, спочатку $\delta_b \propto t^{1/2}$, а після рекомбінації $\delta_b \propto t^{2/3}$. В роботах [3, 5, 7, 11, 14] можна знайти як аналітичні розв'язки для ідеалізованих випадків однокомпонентного середовища, так і числові розв'язки в реалістичніших моделях з різними типами матерії та енергії. Для оцінки впливу ефекту кінетики рекомбінації на відхилення збурень концентрації вільних електронів від збурень густини баріонів, які еволюціонують згідно з теорією гравітаційної нестійкості, скористаємось відомими аналітичними розв'язками для амплітуд збурень густини речовини в радіаційно-доміновану ($\delta_b = C[\cos(k\eta/\sqrt{3}) - \sin(k\eta/\sqrt{3})]/(k\eta/\sqrt{3})$) та пилоподібну ($\delta_b = C_1\eta^2 + C_2/\eta^3$, η — горизонт частинки або конформний час) епохи, отриманими в синхронній системі відліку [3, 11], які «зшиємо» у момент рекомбінації. Оскільки в цей момент $\eta_r \sim 200 h^{-1}$ Мпк, то масштаб збурення k задамо таким чином, щоб він був значно більшим від горизонту частинки в одному випадку, сумірним і меншим у двох інших. На рис. 4 приведено такі розрахунки для $k = 0.001, 0.056, 0.086 h/\text{Мпк}$. Останні два масштаби підібрані таким чином, щоб рекомбінація наступила в момент першої ($k = 0.056 h/\text{Мпк}$) і другої ($k = 0.086 h/\text{Мпк}$) компресій збурень, які осцилюють у дорекомбінаційну епоху. Після рекомбінації їхні амплітуди $\delta_b > 0$ (згущення) і ростуть пропорційно до $t^{2/3}$ внаслідок гравітаційної нестійкості в однорідному ізотропному Всесвіті, який розширюється. На рис. 4, *a* приведена також функція видимості незбуреного фону $d\tau/dze^{-\tau}$, яка окреслює сферу останнього розсіювання реліктового випромінювання по червоно-

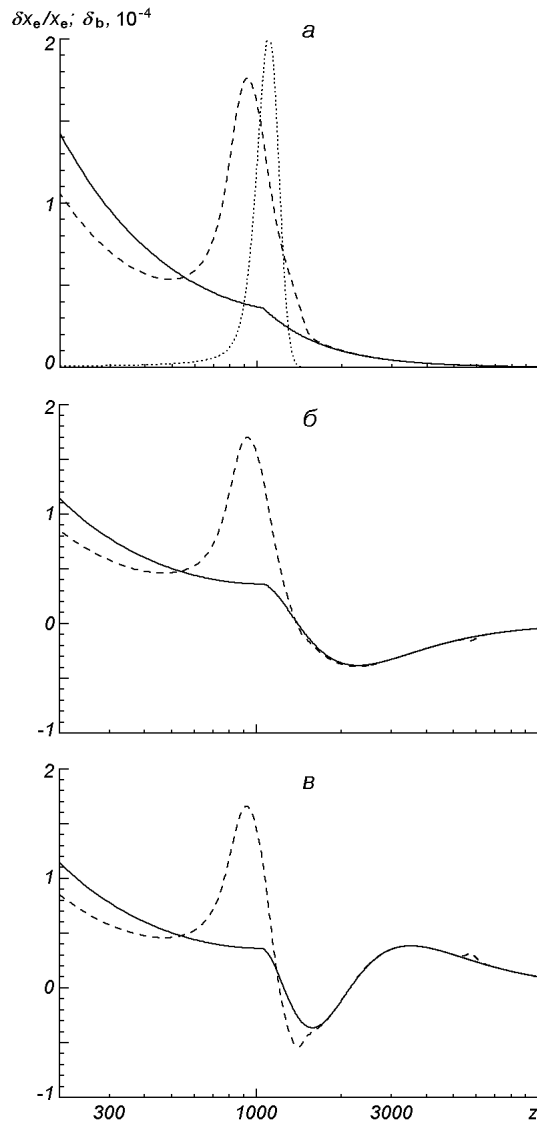


Рис. 4. Еволюція амплітуди збурення густини баріонної речовини δ_b (суцільна лінія) та відносного збурення концентрації вільних електронів $\delta n_e/n_e$ (штрихова) для трьох масштабів неоднорідностей: більшого (а, $k = 0.001 \text{ h/Mpc}$), сумірного (б, $k = 0.056 \text{ h/Mpc}$) і меншого (в, $k = 0.086 \text{ h/Mpc}$) за звуковий горизонт в епоху космологічної рекомбінації; пунктир — функція видимості $d\tau/dze^{-\tau}$, зменшена у 18 разів по амплітуді

му зміщенню — область, з якої приходить основна частина розсіяних на вільних електронах квантів мікрохвильового фону [7]. Як впливає із цих рисунків, максимальне збільшення амплітуди збурень концентрації електронів по відношенню до збурень густини баріонної складової має місце безпосередньо перед сферою останнього розсіювання.

Обговоримо можливі прояви цього ефекту.

Як бачимо із рис. 3, на флуктуаціях температури теплового випромінювання і речовини цей ефект прямо не відображається, як і очікувалось, оскільки

кільки відмінності в них проявляються на менших червоних зміщеннях ($z < 800$). Однак при розрахунку анізотропії температури і поляризації реліктового випромінювання з високою точністю необхідно враховувати оптичну товщу за томсонівським розсіюванням, яка з урахуванням збурень електронної концентрації, зумовлених кінетикою іонізаційно-рекомбінаційних процесів, може дати помітний ефект при зіставленні теоретичних і спостережуваних даних. Такі збурення електронної концентрації приводять також до слабкої асиметрії додатних і від'ємних флуктуацій температури реліктового випромінювання, гарячих і холодних плям, що видно з рис. 3 і 4: для гарячих плям максимум функції видимості буде дещо на менших червоних зміщеннях, ніж для холодних. Детальний аналіз цих ефектів буде зроблено у наступних роботах.

ВИСНОВКИ

В області адиабатичних космологічних збурень густини речовини швидкість рекомбінації водню і гелію дещо відрізняється від швидкості рекомбінації на незбуреному фоні. В області згущень рекомбінація прискорюється, з одного

боку, через більшу концентрацію електронів та іонів, а з іншого — сповільнюється через температурну флуктуацію, оскільки число іонізуючих квантів є дещо більшим, що збільшує ступінь іонізації. Конкуренція цих двох ефектів в умовах нерівноважної рекомбінації приводить до того, що амплітуди відносних збурень концентрацій іонізованого водню, гелію і вільних електронів у кілька разів більші від амплітуди збурень густини баріонного компонента: для вільних електронів та іонізованого водню у п'ять разів, гелію — у 18 разів. В області від'ємних адіабатичних збурень (розріджень) маємо протилежну симетричну картину — відносні збурення концентрацій фракцій мають той самий знак, що і збурення густини, з амплітудами у стільки ж разів більшими, як і у випадку додатних.

Визначальними у появі таких стрибків амплітуди збурень концентрації іонів водню і гелію є температурні флуктуації, тому для ізотермічних збурень різниці збурень концентрацій фракцій і збурень густини баріонного компонента суттєво менші, ніж для адіабатичних з таким же δ_b . Після рекомбінації амплітуди відносних збурень концентрацій вільних електронів ($\delta n_e/n_e$) і протонів ($\delta n_{\text{HII}}/n_{\text{HII}} = \delta_{x_{\text{HII}}} + \delta_b$) спадають, і вже на $z \sim 700$ практично дорівнюють нулю. Амплітуда збурень концентрації іонізованого гелію в обох випадках велика, однак He II практично не дає внеску у збурення концентрації вільних електронів внаслідок його низької концентрації.

Виявлені відхилення відносних збурень концентрації іонів та електронів від збурення густини баріонного компонента в епоху космологічної рекомбінації не відображаються безпосередньо на локальних флуктуаціях температури теплового випромінювання і матерії при експериментально досягнутому рівні точності. Вони, однак, можуть дати помітний ефект при зіставленні високоточних спостережуваних даних майбутніх експериментів по анізотропії температури і поляризації реліктового випромінювання із теоретичними розрахунками через флуктуації оптичної товщі томсонівського розсіювання. Таку можливість необхідно ще детально дослідити.

Автор вдячний С. Апуновичу, Ю. Кулінічу та В. Леонтєву за допомогу та корисні обговорення, а також Державному фонду фундаментальних досліджень за грант 02.07/00430, що стимулював дану роботу.

1. *Zabotin H. A., Naselskiy P. D.* Нейтринный фон в ранней Вселенной и температурные флуктуации микроволнового фонового излучения // *Астрон. журн.*—1982.—**59**.—С. 447—457.
2. *Zeldovich Ya. B., Kurt V. G., Sjunjev P. A.* Рекомбинация водорода в горячей модели Вселенной // *Журн. эксперим. и теорет. физики.*—1968.—**55**, № 1.—С. 278—286.
3. *Bardeen J. M.* Gauge-invariant cosmological perturbations // *Phys. Rev. D.—Part. and Fields.*—1980.—**22**.—P. 1882—1905.
4. *Bennett C. L., et al.* First-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2003.—**148**, N 1.—P. 1—28.
5. *Drake G. W. F., Victor G. A., Dalgarno A.* Two-photon decay of the singlet and triplet metastable states of helium-like ions // *Phys. Rev.*—1969.—**180**.—P. 25—32.
6. *Durrer R.* The theory of CMB anisotropies // *J. Phys. Studies.*—2001.—**5**.—P. 177—214.
7. *Hummer D. G., Storey P. J.* Recombination of helium-like ions. I. Photoionization cross-sections and total recombination and cooling coefficients for atomic helium // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1998.—**297**, N 4.—P. 1073—1078.
8. *Hu W., Sugiyama N.* Anisotropies in the cosmic microwave background: an analytic approach // *Astrophys. J.*—1995.—**444**, N 2.—P. 489—506.
9. *Goldman S. P.* Generalized Laguerre representation: Application to relativistic two-photon decay rates // *Phys. Rev. A.—Gen. Phys.*—1989.—**40**.—P. 1185—1193.
10. *Jones B. J. T., Wyse R. F. G.* The ionisation of the primeval plasma at the time of recombination // *Astron. and Astrophys.*—1985.—**149**, N 1.—P. 144—150.
11. *Kodama H., Sasaki M.* Cosmological perturbation theory // *Progr. Theor. Phys. Suppl.*—1984.—**78**.—P. 1—166.

12. *Krolik J. H.* Further corrections to the theory of cosmological recombination // *Astrophys. J.*—1990.—**353**, N 1.—P. 21—23.
13. *Liubarskii Yu. E., Sunyaev R. A.* The spectral features in the microwave background spectrum due to energy release in the early universe // *Astron. and Astrophys.*—1983.—**123**, N 2.—P. 171—183.
14. *Ma C.-P., Bertschinger E.* Cosmological perturbation theory in the synchronous and conformal newtonian gauges // *Astrophys. J.*—1995.—**455**, N 1.—P. 7—25.
15. *Matsuda T., Sato H., Takeda H.* Dissipation of Primordial Turbulence and Thermal History of the Universe // *Progr. Theor. Phys.*—1971.—**46**.—P. 416—432.
16. *Peebles P. J. E.* Recombination of the Primeval Plasma // *Astrophys. J.*—1968.—**153**, N 1.—P. 1—11.
17. *P'equignot D., Petitjean P., Boisson C.* Total and effective radiative recombination coefficients // *Astron. and Astrophys.*—1991.—**251**, N 2.—P. 680—688.
18. *Rubicki G. B., Dell'Antonio I. P.* The time development of a resonance line in the expanding Universe // *Astrophys. J.*—1994.—**427**, N 2.—P. 603—617.
19. *Schramm D. N., Turner M. S.* Big-bang nucleosynthesis enters the precision era // *Rev. Modern Phys.*—1998.—**70**.—P. 303—318.
20. *Seager S., Sasselov D. D., Scott D.* A new calculation of recombination epoch // *Astrophys. J. Lett.*—1999.—**523**, N 1.—P. L1—L5.
21. *Seager S., Sasselov D. D., Scott D.* How exactly did the Universe become neutral // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—2000.—**128**, N 2.—P. 407—430.
22. *Seljak U., Zaldarriaga M.* A Line-of-Sight Integration Approach to Cosmic Microwave Background Anisotropies // *Astrophys. J.*—1996.—**469**, N 2.—P. 437—444.
23. *Silk J.* Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation // *Astrophys. J.*—1968.—**151**, N 2.—P. 459—471.
24. *Verner D. A., Ferland G. J.* Atomic data for astrophysics. I. Radiative recombination rates for H-like, He-like, Li-like, and Na-like ions over a broad range of temperature // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1996.—**103**, N 2.—P. 467—473.
25. *Zaldarriaga M., Seljak U.* CMBFAST for spatially closed universes // *Astrophys. J. Suppl. Ser.*—1999.—**29**, N 2.—P. 431—434.

Поступила в редакцию 21.11.05