

УДК 550.388.2

А. Д. Войцеховская¹, А. К. Юхимук¹, О. К. Сиренко¹, О. К. Черемных²¹Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03680 ГСП, Киев, ул. Академика Заболотного 27²Институт космических исследований НАН Украины и НКА Украины
03680 Киев-187 ГСП, пр. Глушкова 40

Нелинейный механизм генерации инерциальных альвеновских и электромагнитных волн в пылевой космической плазме

Предложен нелинейный механизм генерации инерциальных альвеновских и электромагнитных волн в пылевой плазме. В качестве механизма генерации рассмотрена параметрическая неустойчивость, где волной накачки является верхнегибридная волна, распадающаяся на электромагнитные волны (распространяющиеся вдоль и поперек внешнего магнитного поля) и инерциальную альвеновскую волну. На основе уравнений трехжидкостной магнитной гидродинамики получено нелинейное дисперсионное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие и инкремент развития неустойчивости. Показано, что в результате развития неустойчивости генерация левополяризованной электромагнитной волны происходит гораздо быстрее, чем генерация обыкновенной электромагнитной волны. Рассмотренный нелинейный процесс может иметь место в магнитосфере Земли, межзвездных облаках, хвостах комет, кольцах планет.

НЕЛІНІЙНИЙ МЕХАНІЗМ ГЕНЕРАЦІЇ ІНЕРЦІАЛЬНИХ АЛЬВЕНІВСЬКИХ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У ПИЛОВІЙ КОСМІЧНІЙ ПЛАЗМІ, Войцеховська А. Д., Юхимук А. К., Сіренко О. К., Черемних О. К. — Запропоновано нелінійний механізм генерації інерціальних альвенівських та електромагнітних хвиль в пиловій плазмі. Як механізм генерації розглянуто параметричну нестійкість, де хвилею накачки є верхньогібридна хвиля, яка розпадається на електромагнітні хвилі (що розповсюджуються уздовж та уперек зовнішнього магнітного поля) та інерціальну альвенівську хвилю. На основі рівнянь трирідинної магнітної гідродинаміки отримано нелінійне дисперсійне рівняння, що описує трихвильову взаємодію та інкремент розвитку нестійкості. Показано, що в результаті розвитку нестійкості генерація лівополяризованої електромагнітної хвилі відбувається швидше, ніж генерація звичайної електромагнітної хвилі. Розглянутий нелінійний процес може мати місце у магнітосфері Землі, міжзоряних хмарах, кометних хвостах, кільцях планет.

NONLINEAR MECHANISM OF INERTIAL ALFVEN AND ELECTROMAGNETIC WAVES GENERATION IN SPACE DUST PLASMA, by Voitsekhoyska A. D., Yukhimuk A. K., Sirenko O. K., Cheremnykh O. K. — A nonlinear mechanism of inertial Alfvén and electromagnetic waves generation in space dust plasma is proposed. Parametric instability of pump upper-hybrid wave is considered as the generation mechanism. Due to this instability the pump upper-hybrid wave decays into electromagnetic waves (propagating along/across the ambient magnetic field) and inertial Alfvén wave. A nonlinear dispersion relation describing the three-wave interaction and instability growth rate is deduced from the three-fluid magnetohydrodynamics equations. It is shown that the generation of left-polarized electromagnetic wave is more effective than the generation of ordinary one. The nonlinear process under consideration can take place in the Earth's magnetosphere, interstellar clouds, cometary tails, planetary rings etc.

ВВЕДЕНИЕ

Пылевая плазма — это полностью или частично ионизованный низкотемпературный газ, состоящий из нейтральных атомов, электронов, ионов и массивных заряженных пылевых частиц. Пылевая плазма есть в различных областях космоса, а именно, в планетарных кольцах, в межпланетном пространстве, в кометных хвостах, межзвездных молекулярных облаках, в магнитосферах и ионосферах планет.

В последнее время не уменьшается интерес к новым волновым модам, которые появляются в результате наличия заряженных пылевых частиц в плазме. Было показано, как теоретически, так и экспериментально, что пылевой компонент не только модифицирует обычные плазменные волны [1], но и приводит к появлению новых типов волн [4—6], в которых инерция определяется массивным пылевым компонентом, и волновые частоты могут быть меньше или порядка пылевой циклотронной частоты. Такие низкочастотные электромагнитные волны могут участвовать в формировании длинноволнового конуса Маха в кольцах Сатурна. Они также связаны с ультра низкочастотными флуктуациями в низкотемпературных объектах (например, молекулярных облаках) и в кометных хвостах. В отличие от обычной (электрон-ионной) плазмы, где волны и неустойчивости подробно изучены, волновые процессы в пылевой плазме изучены еще не достаточно.

Известно, что пылевая акустическая и пылевая ионно-звуковая волны являются основными модами в немагнитной пылевой плазме. Линейные и нелинейные свойства этих пылевых электростатических волн интенсивно изучались в течение нескольких последних лет [7, 8, 15]. Однако космическая пылевая плазма находится во внешнем магнитном поле, и поэтому также возрос интерес и к различным новым электромагнитным модам в замагнитной пылевой плазме. Зачастую волны в пылевой плазме изучаются в рамках линейной теории [10, 14]. Однако в пылевой плазме происходит множество процессов, для которых становятся важными нелинейные эффекты, в частности трехволновое взаимодействие, модуляционная и параметрическая неустойчивости [1, 4, 9, 11—13, 16]. Например, в настоящее время неясно, являются ли дрейфовые пылевые неустойчивости наиболее существенными в облаках пыли, выбрасываемых кометами, или другие типы коллективных неустойчивостей также важны. В работе [1] исследована двухпоточковая неустойчивость электростатических волн в кольцах Сатурна. В работе [4] исследуется параметрическая неустойчивость альвеновских волн в пылевой плазме. В работе [11] представлено детальное

исследование нелинейного взаимодействия электромагнитных волн с пылевыми акустическими колебаниями. В работе [13] получено дисперсионное уравнение, описывающее нелинейное взаимодействие электростатической верхнегибридной волны и модифицированной альвеновской волны в однородной замагниченной пылевой плазме.

В работе [17] был рассмотрен распад верхнегибридной волны (ВГВ) накачки на электромагнитные волны (распространяющиеся вдоль и поперек магнитного поля) и кинетические альвеновские волны в электрон-ионной плазме. Ниже мы рассмотрим распад верхнегибридной волны накачки на электромагнитные волны (распространяющиеся вдоль и поперек магнитного поля) и инерциальные альвеновские волны (ИАВ) в пылевой плазме, состоящей из ионов, электронов и отрицательно заряженных частиц.

Рассмотрим однородную замагниченную плазму ($\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$), в которой распространяется верхнегибридная волна накачки

$$\mathbf{E}_0 = (E_{0x} \mathbf{e}_x + E_{0z} \mathbf{e}_z) \exp[i(-\omega_0 t + k_{0x} x + k_{0z} z)] + k.c.,$$

$$k_{0z} \ll k_{0x}.$$

Эта волна распадается на электромагнитные волны с частотами ω_j и волновыми векторами \mathbf{k}_j и на инерциальную альвеновскую волну с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} . Предполагается, что выполняются условия синхронизма волн

$$\omega_0 = \omega + \omega_j,$$

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k} + \mathbf{k}_j,$$

где индексы $j = 1, 2$ соответствуют обыкновенной и левополяризованной электромагнитным волнам. Также предполагается, что все вектора расположены в плоскости xz .

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрение нелинейного трехволнового взаимодействия в пылевой плазме проведем на основе уравнений магнитной гидродинамики, которые в случае пылевой плазмы описывают электроны, ионы и заряженные пылевые частицы как проводящие жидкости, связанные друг с другом электромагнитными полями:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{m_\alpha} (Z_\alpha e_\alpha \mathbf{E} + \mathbf{F}_\alpha) + (\mathbf{V}_\alpha \times \omega_{B\alpha}) - \frac{T_\alpha}{m_\alpha n_\alpha} \nabla n_\alpha, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} = -\nabla(n_\alpha \mathbf{V}_\alpha), \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (5)$$

где $\mathbf{j} = e(n_i \mathbf{V}_i - n_e \mathbf{V}_e - Z_d n_d \mathbf{V}_d)$, $\rho = e(n_i - n_e - Z_d n_d)$, $\mathbf{F}_\alpha = \frac{Z_\alpha e_\alpha}{c} (\mathbf{V}_\alpha \times \tilde{\mathbf{B}}) - m_\alpha (\mathbf{V}_\alpha \nabla) \mathbf{V}_\alpha$ — пондеромоторная сила, $\omega_{B\alpha} = e Z_\alpha B_0 / m_\alpha c$ — циклотронная частота заряженных частиц (для электронов и ионов $Z_\alpha = 1$).

Плотности частиц, их скорости, электрическое и магнитное поля представим в виде сумм:

$$\begin{aligned}
 n_\alpha &= n_0 + \tilde{n}_0 + \tilde{n}_A, \\
 \mathbf{V} &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_j, \\
 \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_A + \mathbf{E}_j, \\
 \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}_A + \mathbf{b}_j,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где n_0 — среднее значение плотности, \tilde{n}_0 — возмущение плотности в поле ВГВ-волны, индексы 0 и A обозначают величины, связанные с волной накачки и ИАВ, а индексы 1 и 2 — величины, связанные с электромагнитными волнами. Индекс $\alpha = i, e, d$ соответствует ионному, электронному и пылевому (отрицательно заряженному) компонентам плазмы соответственно. Заметим, что обыкновенная и левополяризованная электромагнитные волны не вызывают возмущения плотности.

ГЕНЕРАЦИЯ ОБЫКНОВЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Дисперсионное уравнение для пылевой инерциальной альвеновской волны. Ранее в работе [2] было получено нелинейное дисперсионное уравнение для кинетических альвеновских волн в пылевой плазме. Теперь получим нелинейное дисперсионное уравнение для инерциальных альвеновских волн в пылевой плазме. В случае трехкомпонентной плазмы плазменное приближение имеет вид

$$\tilde{n}_{iA} = \tilde{n}_{eA} + Z_d \tilde{n}_{dA}, \tag{7}$$

где \tilde{n}_{eA} , \tilde{n}_{iA} , \tilde{n}_{dA} — возмущенные плотности ионов, электронов и пылевых частиц. Условие (7) может быть использовано, так как рассматривается волновая мода на частотах, меньших пылевой циклотронной частоты ($\omega \ll \omega_{pd}$).

Исключая из уравнений Максвелла (3) и (4) магнитное поле \mathbf{B} , получим уравнение для электрического поля \mathbf{E} :

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = i \frac{4\pi\omega}{c^2} \mathbf{j},$$

из которого находим

$$\nabla_\perp \left(\nabla_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp + \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial z} \right) - \Delta \mathbf{E}_\perp = i \frac{4\pi\omega}{c^2} \mathbf{j}_\perp. \tag{8}$$

Используя (7), из уравнения сохранения заряда

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

получим

$$\frac{\partial j_z}{\partial z} = -\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_\perp. \tag{9}$$

В случае плазмы с малым плазменным параметром β перпендикулярная составная (относительно внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0) тока будет определяться ионами и пылевыми частицами плазмы, а j_z — электронами

$$j_z = -en_0 V_{ez} + j_z^{NL},$$

где нелинейный ток определяется выражением

$$j_{ez}^{\text{NL}} = -e(\tilde{n}_1^* V_{0z} + \tilde{n}_0 V_{1z}^*).$$

Здесь \tilde{n}_0 , V_{0z} , \tilde{n}_1^* , V_{1z}^* — возмущенная плотность электронов и составляющая скорости электронов в поле волны накачки и обыкновенной электромагнитной волны.

Из z -й составляющей уравнения движения для электронов

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = -\frac{eE_z}{m_e} + \frac{F_{ez}}{m_e}$$

и уравнения (9) находим

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = i \frac{m_e \omega}{n_{0e} e^2} \nabla_{\perp} \mathbf{j}_{\perp} + Q_{\text{NL}}, \quad (10)$$

где

$$Q_{\text{NL}} = i \frac{m_e \omega}{n_{0e} e^2} \frac{\partial j_{ez}^{\text{NL}}}{\partial z} + \frac{1}{e} \frac{\partial F_{ez}}{\partial z},$$

F_{ez} определяется взаимодействием верхнегибридной волны накачки и обыкновенной электромагнитной волны.

Подставляя (10) в уравнение (8), для x -составляющей получим

$$\Delta_{\parallel} E_x - i \frac{m_e \omega}{n_{0e} e^2} \left(\Delta_{\perp} - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \right) j_x = \frac{\partial Q_{\text{NL}}}{\partial x}, \quad (11)$$

где $j_x = e(n_{0i} V_{ix} - Z_d n_{0d} V_{dx})$.

Из уравнения движения для ионов и пылевых частиц находим

$$V_{ix} = -i \frac{e\omega}{m_i \omega_{Bi}^2} E_x,$$

$$V_{dx} = i \frac{Z_d e \omega}{m_d \omega_{Bd}^2} E_x.$$

Сравнение скоростей для ионов и пылевых частиц показывает, что $j_{dx} > j_{ix}$, и основной вклад в перпендикулярную составляющую плотности тока дает пылевая составляющая плазмы:

$$j_x = j_{dx} = -i \frac{Z_d^2 e^2 n_{0d} \omega}{m_d \omega_{Bd}^2} E_x. \quad (12)$$

Из выражений (11) и (12) находим нелинейное дисперсионное уравнение для ИАВ:

$$\varepsilon_A \varphi = P_{\text{NL}}, \quad (13)$$

где

$$\varepsilon_A = \omega^2 - \frac{k_z^2 V_{Ad}^2}{1 + \kappa_e},$$

$$P_{\text{NL}} = \frac{V_{Ad}^2}{1 + \kappa_e} Q_{\text{NL}},$$

$$\kappa_e = k_x^2 \delta_e^2,$$

$\delta_e = c/\omega_{pe}$ — электронная инерционная длина, $V_{Ad} = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_{0d} m_d}}$ — альвеновская скорость. В нелинейной части уравнения (13) пренебрегаем компонентами пондеромоторной силы F_x , F_y , так как они малы по сравнению с составляющей F_z . Используя уравнения движения (1) и непрерывности (2),

находим скорости, возмущенную плотность электронов волны накачки и обыкновенной электромагнитной волны:

$$\begin{aligned} V_{0x} &= -\frac{e}{m_e} \frac{\omega_0 k_{0x}}{(\omega_0^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi_0, \\ V_{0y} &= -i \frac{e}{m_e} \frac{\omega_{Be} k_{0x}}{(\omega_0^2 - \omega_{Be}^2)} \varphi_0, \\ V_{0z} &= -\frac{e}{m_e} \frac{k_{0z}}{\omega_0} \varphi_0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{n}_0 &= -\frac{e}{m_e} n_{0e} \left(\frac{k_{0x}^2}{\omega_0^2 - \omega_{Be}^2} + \frac{k_{0z}^2}{\omega_0^2} \right) \varphi_0, \\ V_{1z} &= -i \frac{e}{m_e} \frac{E_{1z}}{\omega_1}, \\ b_{1y} &= -\frac{ck_{1x}}{\omega_1} E_{1z}. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя (14) и (15), дисперсионное уравнение (13) можем записать в виде

$$\varepsilon_A \varphi = \mu_A \varphi_0 E_{1z}^*, \quad (16)$$

где μ_A — коэффициент связи:

$$\mu_A = -i \frac{e}{m_e} \frac{V_{Ad}^2}{1 + \kappa_e} k_z \frac{\omega}{\omega_1} \frac{k_{0x}^2}{\omega_0^2}.$$

Дисперсионное уравнение для обыкновенной электромагнитной волны. Получим дисперсионное уравнение для обыкновенной электромагнитной волны, которая распространяется вдоль оси x , а ее электрическое поле направлено вдоль оси z . Исключая из уравнений Максвелла (4) и (5) магнитное поле, получим уравнение для электрического поля обыкновенной электромагнитной волны:

$$\varepsilon_1 E_{1z} = -\frac{\omega_{pe}^2}{e} F_{1z} + i4\pi e \omega_1 (nV_z)_{NL}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \omega_1^2 - k_1^2 c^2 - \omega_{pe}^2, \\ (nV_z)_{NL} &= \tilde{n}_0 V_z^* + \tilde{n}_{eA}^* V_{0z}. \end{aligned}$$

Найдем компоненты скорости электронов в поле ИАВ из уравнений движения и непрерывности:

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{e}{m_e} \frac{k_x \omega}{\omega_{Be}^2} \varphi, \\ V_y &= i \frac{e}{m_e} \frac{k_x}{\omega_{Be}} \varphi, \\ V_z &= -\frac{e}{m_e} \frac{k_z \kappa_e}{\omega} \varphi, \\ \tilde{n}_{eA} &= -n_{0e} \kappa_e \frac{e}{T_e} \frac{V_{Te}^2}{V_f^2} \varphi. \end{aligned} \quad (18)$$

Из уравнений Максвелла (3) и (4) найдем связь между потенциалами φ и A_z :

$$A_z = \frac{\omega}{ck_z} \left(\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Bi}^2} - \frac{\omega_{pd}^2}{\omega^2 - \omega_{Bd}^2} \right) \varphi.$$

Используя это соотношение, получим выражение для магнитного поля ИАВ:

$$b_y = -i \frac{k_x}{k_z} \frac{c\omega}{V_{Ad}^2} \varphi. \quad (19)$$

Используя выражения (17)—(19), найдем дисперсионное уравнение для обыкновенной электромагнитной волны:

$$\varepsilon_1 E_{1z} = \mu_1 \varphi_0 \varphi^*, \quad (20)$$

где коэффициент связи определяется выражением

$$\mu_1 = -i \frac{e}{m_e} \omega_{pe}^2 \frac{\omega k_x}{k_z V_{Ad}^2} \frac{\omega_0 k_{0x}}{\omega_0^2 - \omega_{Be}^2}.$$

Нелинейное дисперсионное уравнение. Из комбинации уравнений (16), (20) находим нелинейное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие (распад ВГВ на ИАВ и обыкновенную электромагнитную волну):

$$\varepsilon_A \varepsilon_1^* = \mu_A \mu_1^* |\varphi_0|^2. \quad (21)$$

Полагая в (21) $\omega = \omega_r + i\gamma_1$ и $\omega_1 = \omega_{1r} + i\gamma_1$ ($|\gamma_1| \ll \omega_r, \omega_{1r}$) и раскладывая ε_A и ε_1 в ряд Тейлора по малому параметру γ_1 , находим

$$\gamma_1^2 = \frac{\mu_A \mu_1^* |\varphi_0|^2}{\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1}} \bigg|_{\substack{\omega = \omega_r \\ \omega_1 = \omega_{1r}}}. \quad (22)$$

Значения ω_r и ω_{1r} находим из уравнений

$$\omega(\omega_r, \mathbf{k}) = 0,$$

$$\omega_1(\omega_{1r}, \mathbf{k}_1) = 0.$$

Подставляя в (22) выражения $\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} = 2\omega$, $\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \omega_1} = 2\omega_1$ и коэффициенты связи μ_A и μ_1^* , получим инкремент развития неустойчивости:

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt{W}}{2} \frac{\omega_{pe}^2 V_{Te}}{\omega_1 \omega_0} \left(\frac{k_x k_{0x} \omega}{\omega_0} \right)^{1/2}, \quad (23)$$

где

$$W = \frac{|E_{0x}|^2}{4\pi n_{0e} T_e}.$$

ГЕНЕРАЦИЯ ЛЕВОПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Источником генерации левополяризованных электромагнитных волн также является нелинейный ток, возникающий в результате резонансного взаимодействия верхнегибридной волны накачки с инерциальной альвеновской волной.

Дисперсионное уравнение для левополяризованной электромагнитной волны. Исключая из уравнений Максвелла (3) и (4) магнитное поле,

найдем уравнение для электрического поля левополяризованной электромагнитной волны:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E}_2 - 4\pi e n_0 \frac{\partial \mathbf{V}_2^L}{\partial t} = -4\pi \frac{\partial \mathbf{j}_{2NL}}{\partial t}, \quad (24)$$

где нелинейная плотность тока определяется биением волны накачки и ИАВ:

$$\mathbf{j}_{2NL} = -e(\tilde{n}_{eA}^* \mathbf{V}_0 + \tilde{n}_0 \mathbf{V}^* + n_{0e} \mathbf{V}_{2e}^{NL}).$$

Из уравнения (24) находим дисперсионное уравнение для левополяризованной электромагнитной волны:

$$\varepsilon_2 E_{2x} = Q_{NL}, \quad (25)$$

где

$$\varepsilon_2 = \omega_2^2 - k_2^2 c^2 - \omega_{pe}^2 \frac{\omega_2}{\omega_2 + \omega_{Be}},$$

$$Q_{NL} = i4\pi\omega e \left\{ \tilde{n}_{eA}^* \mathbf{V}_0 + \tilde{n}_0 \mathbf{V}^* + i \frac{n_0}{m_e \omega} \left(1 - \frac{\omega_{Be}^2}{\omega_2^2} \right)^{-1} \left[iF_{2x} + \frac{\omega_{Be}}{\omega_2} F_{2y} \right] \right\}.$$

Используя выражения (14), (18), (19), перепишем выражение (25) в виде

$$\varepsilon_2 E_{2x} = \mu_2 \rho_0 \varphi^*, \quad (26)$$

где коэффициент связи

$$\mu_2 = -i \frac{e}{m_e} \omega_{pe}^2 \kappa_e \omega_2 \omega_0 \frac{k_z^2}{\omega^2} \frac{k_{0x}}{\omega_0^2 - \omega_{Be}^2}.$$

Дисперсионное уравнение для пылевой ИАВ. Дисперсионное уравнение для пылевой ИАВ было получено выше и имеет вид (16). В случае генерации левополяризованной волны компоненты нелинейного тока j_{ez}^{NL} и пондеромоторной силы F_{ez} определяются взаимодействием верхнегибридной волны накачки с левополяризованной электромагнитной волной. Чтобы найти j_{ez}^{NL} и F_{ez} , необходимо знать компоненты электронной скорости в поле левополяризованной электромагнитной волны. Компоненты электронной скорости в поле ВГВ определяются выражениями (14).

Для левополяризованной электромагнитной волны электрическое поле имеет вид

$$\mathbf{E}_2 = E_x(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y),$$

а скорость электронов в поле волны определяется выражением

$$\mathbf{V}_2 = -i \frac{e\mathbf{E}_2}{m_e(\omega_2 + \omega_{Be})}. \quad (27)$$

Подставляя в (13) выражения (14) и (27), найдем нелинейное дисперсионное уравнение для ИАВ:

$$\varepsilon_A \varphi = \mu_3 \rho_0 E_{2x}^*, \quad (28)$$

где коэффициент связи

$$\mu_3 = -i \frac{V_{Ad}^2}{1 + \kappa_e} \frac{e}{m_e} \frac{k_{0x}}{\omega_0} \frac{k_z^2}{\omega_2}.$$

Нелинейное дисперсионное уравнение. Из уравнений (26) и (28) находим нелинейное уравнение, описывающее трехволновое взаимодействие (распад ВГВ на ИАВ и левополяризованную электромагнитную волну):

$$\varepsilon_A \varepsilon_2^* = \mu_2 \mu_3^* |\varphi_0|^2. \quad (29)$$

Полагая в (29) $\omega = \omega_r + i\gamma_2$ и $\omega_2 = \omega_{2r} + i\gamma_2$ ($|\gamma_2| \ll \omega_r, \omega_{2r}$) и раскладывая ε_A и ε_2 в ряд Тейлора по малому параметру γ_2 , находим

$$\gamma_2^2 = \frac{\mu_2 \mu_3^* |\varphi_0|^2}{\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \omega_2}} \bigg|_{\substack{\omega = \omega_r \\ \omega_2 = \omega_{2r}}}. \quad (30)$$

Значения ω_r и ω_{2r} находим из уравнений

$$\omega(\omega_r, \mathbf{k}) = 0,$$

$$\omega_2(\omega_{2r}, \mathbf{k}_2) = 0.$$

Подставляя в (30) выражения $\frac{\partial \varepsilon_A}{\partial \omega} = 2\omega$, $\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \omega_2} = 2\omega_2$ и коэффициенты связи μ_A и μ_3^* , получим инкремент развития неустойчивости:

$$\gamma_2 = \frac{\sqrt{W}}{2} \frac{\omega_{pe}^2 V_{Te}}{V_{Ad}} \left(\kappa_e \frac{\omega}{\omega_2} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega_{Be}^2} \right)^{1/2}, \quad (31)$$

где

$$W = \frac{|E_{0x}|^2}{4\pi n_{0e} T_e}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено нелинейное параметрическое взаимодействие верхнегибридной волны накачки с электромагнитными и инерциальными альвеновскими волнами в пылевой плазме с малым плазменным параметром β . Для описания нелинейного взаимодействия использовано приближение трехжидкостной магнитной гидродинамики. Связь между волнами определяется пондеромоторными силами. Полученные результаты могут быть полезны для установления свойств нелинейного взаимодействия электромагнитного излучения в таких областях низкотемпературной плазмы, как полярная мезосфера Земли, молекулярные облака, кометные хвосты, кольца Сатурна и Юпитера. В качестве приложения полученных результатов мы рассмотрим F -кольцо Сатурна. Типичные параметры F -кольца Сатурна [1, 3, 6, 12]:

$$\begin{aligned} Z_d \sim 10^4, n_{0d} \sim 1 \text{ см}^{-3}, n_{0i} \sim 10^4 \text{ см}^{-3}, T_e \sim T_i \sim 10 \text{ эВ}, \\ B_0 \sim 2 \text{ мкТл}, m_d \sim 10^{-12} \text{ г}, n_{0e} \sim 10 \text{ см}^{-3}. \end{aligned} \quad (32)$$

Оценим сначала инкремент развития неустойчивости для случая, когда ВГВ распадается на ИАВ и обыкновенную электромагнитную волну. Инкремент развития неустойчивости в этом случае определяется выражением (23). Подставляя в выражение параметры (32), получим $\gamma_1 = 5.9 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}$.

Инкремент развития неустойчивости для случая, когда ВГВ распадается на ИАВ и левополяризованную электромагнитную волну, для тех же параметров плазмы равен $\gamma_2 = 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Приведенные оценки показывают, что в результате трехволнового параметрического взаимодействия распад

верхнегибридной волны на левополяризованную электромагнитную волну и инерциальную альвеновскую волну происходит гораздо быстрее, чем процесс с участием обыкновенной электромагнитной волны.

1. Блюх П. В., Ярошенко В. В. Электростатические волны в кольцах Сатурна // Астрон. журн.—1985.—63, № 3.—С. 569—579.
2. Юхимук А. К., Федун В. Н., Войцеховская А. Д., Черемных О. К. Генерация кинетических альвеновских волн в пылевой плазме // Кинематика и физика небес. тел.—2004.—20, № 6.—С. 517—524.
3. Farid T., Mamun A. A., Shukla P. K., Mirza A. M. Nonlinear electrostatic waves in a magnetized dust-ion plasma // Phys. Plasmas.—2001.—8, N 5.—P. 1529—1532.
4. Hertzberg M. P., Cramer N. F., Vladimirov S. V. Parametric instabilities of Alfvén waves in dusty plasma // Phys. Plasmas.—2003.—10, N 8.—P. 3160—3167.
5. Mamun A. A., Shukla P. K. Linear and nonlinear dust-hydrodynamic waves // Phys. Plasmas.—2003.—10, N 11.—P. 4341—4349.
6. Mendis D. A., Rosenberg M. Cosmic dusty plasma // Annu. Rev. Astron. Astrophys.—1994.—32.—P. 419—463.
7. Shukla P. K. A survey of dusty plasma physics // Phys. Plasmas.—2001.—8, N 5.—P. 1791—1803.
8. Shukla P. K. Nonlinear waves and structures in dusty plasmas // Phys. Plasmas.—2003.—10, N 5.—P. 1519—1627.
9. Shukla P. K., Feix G., Rao N. N. Decay and modulation instabilities of electron plasma waves in unmagnetized dusty plasmas // Planet. Space Sci.—1993.—41, N 9.—P. 693—695.
10. Shukla P. K., Kourakis I., Stenflo L. Low-frequency electromagnetic waves in a Hall-magnetohydrodynamics plasma with charged dust macroparticles // Phys. Plasmas.—2005.—12, N 1.—P. 024501-1—024501-4.
11. Shukla P. K., Stenflo L. Stimulated scattering of electromagnetic waves in dusty plasmas // Astrophys. and Space Sci.—1992.—190.—P. 23—32.
12. Shukla P. K., Stenflo L. Nonlinearly coupled inertial Alfvén and dust acoustic waves in complex plasmas // Phys. Plasmas.—2001.—8, N 8.—P. 3838—3841.
13. Shukla P. K., Stenflo L. Dynamics of nonlinearly coupled upper-hybrid waves and modified Alfvén modes in a magnetized dusty plasma // Phys. Plasmas.—2003.—10, N 11.—P. 4572—4574.
14. Stenflo L., Shukla P. K. A new electromagnetic wave in a dust-ion plasma // IEEE Transaction on Plasma Sci.—2001.—29, N 2.—P. 208—209.
15. Verheest F. Wave and instabilities in dusty space plasma // Space Sci. Revs.—1996.—77.—P. 267—302.
16. Yaroshenko V., Morfill G. E. Parametric excitation of low frequency waves in complex (dusty) plasmas // Phys. Plasmas.—2002.—9, N 11.—P. 4495—4499.
17. Yukhimuk A. K., Yukhimuk V. A., Sirenko O. K., Voitenko Yu. M. Parametric excitation of electromagnetic waves in a magnetized plasma // J. Plasma Phys.—1999.—62, N 1.—P. 53—64.

Поступила в редакцию 26.05.05